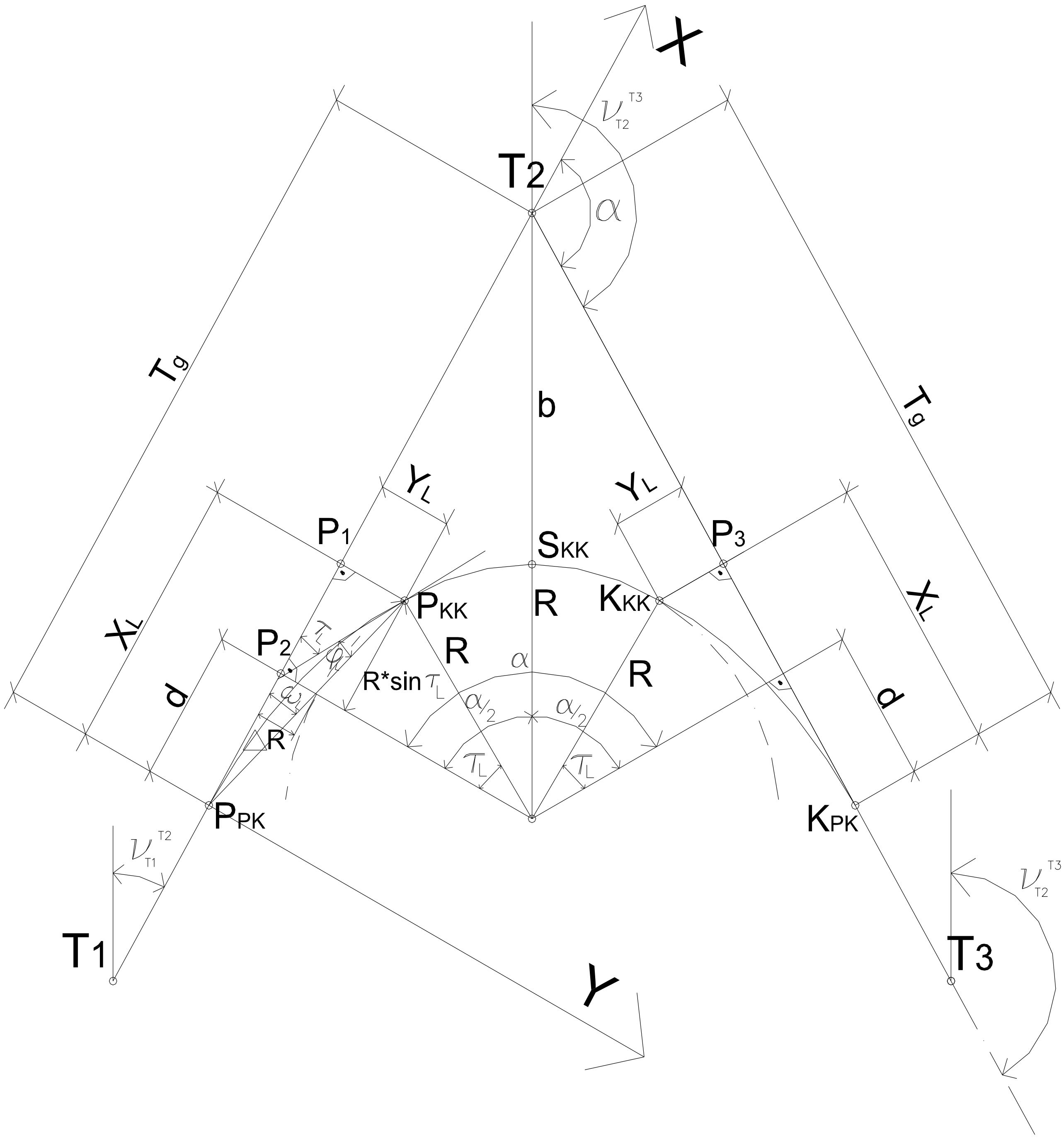
VIII Predavanje - vježba

Računanje koordinata glavnih tačaka simetrične prelaznice sa kružnom krivinom

Na Slici 1 je data simetrična prelaznica (klotoida) sa kružnom krivinom.



Slika 1. Simetrična prelaznica sa kružnom krivinom

Date veličine:

- R – poluprečnik kružne krivine;
- L – dužina luka prelaznice;
- Koordinate tjemena krivine T1, T2 i T3.

Za glavne tačke kojima treba sračunati koordinate će biti korištene skraćenice:
PPK – početak prelazne krivine,
KPK – kraj prelazne krivine,
PKK – početak kružne krivine,
SKK – sredina kružne krivine,
KKK – kraj kružne krivine,
KPK – kraj prelazne krivine,
CKK – centar kružne krivine.
Klotoida je u suštini spirala i analitički je definisana formulama:

$$X = \int_0^L \cos\frac{L^2}{2C}dL,\ Y = \int_0^L \sin\frac{L^2}{2C}dL$$

Polazeći od ovih formula i njihovim razvijanjem u red mogu se dobiti pravougle koordinate bilo koje tačke klotoide na proizvoljnom odstojanju u definisanom lokalnom koordinatnom sistemu. Za ovako definisan oblik krive, ukoliko želimo da sračunamo koordinate KPK odnosno PKK u lokalnom koordinatnom sistemu, za ovo rastojanje uzeće se dužina prelaznice L. Tada će lokalne koordinate PKK biti:

$$X_L = L*\left[1-\frac{1}{10}\left(\frac{L}{2R}\right)^2+\frac{1}{216}\left(\frac{L}{2R}\right)^4-...\right]$$

$$Y_L = \frac{L^2}{6R}\left[1-\frac{1}{14}\left(\frac{L}{2R}\right)^2+\frac{1}{440}\left(\frac{L}{2R}\right)^4-...\right]$$

Ove jednačine se mogu napisati u više oblika:

$$X_L = L\left[1-0.1\left(\frac{L}{2R}\right)^2+0.004629629\left(\frac{L}{2R}\right)^4-...\right]$$

$$Y_L = \frac{L^2}{6R}\left[(1-0.0714285714\left(\frac{L}{2R}\right)^2+0.00227272\left(\frac{L}{2R}\right)^4-...\right]$$

ili

$$X_L = L-\frac{L^5}{40C^2}+\frac{L^9}{3456C^4}-...$$

$$Y_L = \frac{L^3}{6C}-\frac{L^7}{336C^3}+\frac{L^{11}}{42240C^5}-...$$

Gdje je $C = R*L = const$
Ostali elementi se računaju na sledeći način:
Skretni ugao iz razlike direkcionih uglova:

$\alpha = \nu_{T_2}^{T_3} - \nu_{T_1}^{T_2}$

Ugao koji čini vizura (duž) PPK i KPK sa tangentom u PPK:

$\omega_L = arctg\left(\dfrac{Y_L}{X_L}\right)$

Ugao tangente KPK (PKK) sa tangentom u PPK:

$\tau_L = \dfrac{L}{2R} = \dfrac{L^2}{2C}$

Ovu vrijednost treba pomnožiti sa $\dfrac{180°}{\pi}$ radi prebacivanja u seksagezimalne (stepene) jedinice za uglove.

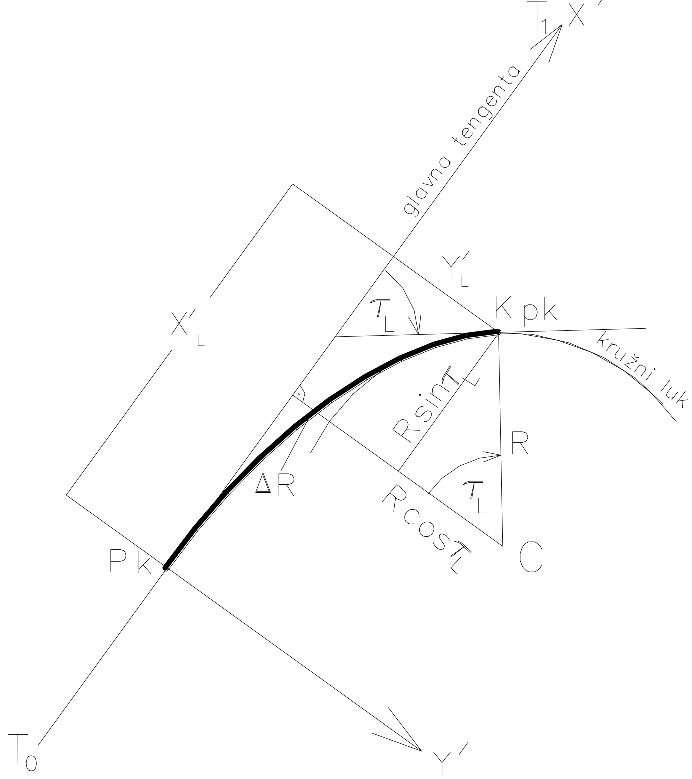
Ugao koji čini vizura (duž) PPK i KPK sa tangentom u KPK (PKK):

$\varphi_L = \tau_L - \omega_L$

Udaljenost PPK od projekcije teorijskog početka kružne krivine na X osu lokalnog koordinatnog sistema:

$d = X_L - R * \sin \tau_L$

Za računanje pomaka kružnog luka (ΔR) na Slici 2 je izdvojen dio Slike1:



Slika 2. Računanje pomaka kružnog luka ΔR

Sa Slike 2 se vidi da je:

$\Delta R = Y_L + R * \cos \tau_L - R$

Odakle je:

$\Delta R = Y_L + R * (\cos \tau_L - 1)$

Za računanje vrijednosti bisektrise se koristi relacija:

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R+\Delta R}{b+R}$$

Odakle je:

$$b = (R+\Delta R)/\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - R$$

Za računanje vrijednosti tangente (od PPK do tjemena T_2) se koristi relacija:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{Tg-d}{R+\Delta R}$$

Odakle je:

$$Tg = (R+\Delta R) * \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + d$$

Na Slici 1 definisane su još tri pomoćne tačke P_1, P_2 i P_3, koje služe za lakše računanje koordinata glavnih tačaka. Tačke P_1 i P_2 se nalaze na X osi lokalnog koordinatnog sistema (pravac $T_1 - T_2$) na rastojanju d odnosno X_L od PPK. Tačka P_3 se nalazi simetrično u odnosu na P_2, (pravac $T_3 - T_2$), na rastojanju X_L od KPK prema tjemenu T_2.

Sada se pomoću sračunatih direkcionih uglova ν_1^2 i ν_2^3 (samim tim i ν_2^1 i ν_3^2 (tačke T_1, T_2 i T_3 biće označene kao 1, 2 i 3)) iz datih koordinata tjemena krivine i gore sračunatih elemenata, a poznavajući pravila računanja tačaka na datom pravcu i na upravnim linijama na dati pravac mogu sračunati koordinate glavnih tačaka po sledećim formulama (vidi Sliku 1):

Početak prelazne krivine:

$$Y_{PPK} = Y_2 + Tg * \sin \nu_2^1$$
$$X_{PPK} = X_2 + Tg * \cos \nu_2^1$$

Pomoćna tačka P_1:

$$Y_{P_1} = Y_{PPK} + X_L * \sin \nu_1^2$$
$$X_{P_1} = X_{PPK} + X_L * \cos \nu_1^2$$

Kraj prelazne krivine i početak kružne krivine:

$$Y_{PKK} = Y_{P_1} + Y_L * \sin\left(\nu_1^2 + 90°\right)$$
$$X_{PKK} = X_{P_1} + Y_L * \cos\left(\nu_1^2 + 90°\right)$$

Pomoćna tačka P_2:

$$Y_{P_2} = Y_{PPK} + d * \sin \nu_1^2$$
$$X_{P_2} = X_{PPK} + d * \cos \nu_1^2$$

Centar kružne krivine:

$$Y_{CKK} = Y_{P_2} + (R+\Delta R) * \sin\left(\nu_1^2 + 90°\right)$$
$$X_{CKK} = X_{P_2} + (R+\Delta R) * \cos\left(\nu_1^2 + 90°\right)$$

Pošto se iz sračunatih koordinata CKK i datih za tjeme T_2 sračuna direkcioni ugao ν_{CKK}^2, tada se računaju koordinate sredine kružne krivine:

$$Y_{SKK} = Y_{CKK} + R * \sin \nu_{C_{KK}}^{2}$$

$$X_{SKK} = X_{CKK} + R * \cos \nu_{C_{KK}}^{2}$$

Zatim kraj prelazne krivine:

$$Y_{KPK} = Y_{2} + Tg * \sin \nu_{2}^{3}$$

$$X_{KPK} = X_{2} + Tg * \cos \nu_{2}^{3}$$

Pomoćna tačka P_3:

$$Y_{P_3} = Y_{KPK} + X_{L} * \sin \nu_{3}^{2}$$

$$X_{P_3} = X_{KPK} + X_{L} * \cos \nu_{3}^{2}$$

I na kraju kraj kružne krivine:

$$Y_{KKK} = Y_{P_3} + Y_{L} * \sin(\nu_{2}^{3} + 90°)$$

$$X_{KKK} = X_{P_3} + Y_{L} * \cos(\nu_{2}^{3} + 90°)$$