

24. Nakon rješenja jeđnacnik

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 4u$$

$$u(x, 0) = \varphi(x)$$

$$u_y(x, 0) = \psi(x)$$

pri čemu su  $\varphi, \psi \in C^1(\mathbb{R})$

Rješenje:

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b}{a} = -1$$

$$dy = -dx$$

$$y = -x + c$$

$$x + y = c = S$$

Ciljno funkciju  $\Psi(x, y)$  možemo ga smjeti  $\xi = x + y, \eta = \Psi(x, y)$

duge rečnikartne. Uzmimo  $\Psi(x, y) = y$

Zatim, smjetta je  $\xi = x + y, \eta = y$

Pričvjerimo da su je smjetta rečnikartna.

$$\xi_x = 1, \quad \xi_y = 1$$

$$\eta_x = 0, \quad \eta_y = 1$$

$$\frac{D(\xi, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Smjetta je rečnikartna.}$$

$$u_x = u_\xi \xi_x + u_\eta \eta_x = u_\xi$$

$$u_y = u_\xi \xi_y + u_\eta \eta_y = u_\xi + u_\eta$$

$$u_{xx} = u_{\xi\xi} \xi_x + u_{\xi\eta} \eta_x + u_{\eta\xi} \xi_x + u_{\eta\eta} \eta_x = u_{\xi\xi}$$

$$u_{xy} = u_{\xi\xi} \xi_y + u_{\xi\eta} \eta_y + u_{\eta\xi} \xi_y + u_{\eta\eta} \eta_y = u_{\xi\xi} + u_{\xi\eta}$$

$$u_{yy} = u_{\xi\xi} \xi_y + u_{\xi\eta} \eta_y + u_{\eta\xi} \xi_y + u_{\eta\eta} \eta_y = u_{\xi\xi} + 2u_{\xi\eta} + u_{\eta\eta}$$

набавлен у почетку је начину годујамо

$$u_{ss} - 2u_{sy} - 2u_{yy} + u_{yy} + 2u_{xy} + u_{yy} = 4u$$

$$u_{yy} - 4u = 0$$

Тека је  $u(s, y) = \vartheta(y)$ . Једначина постаје:

$$\vartheta'' - 4\vartheta = 0$$

Карактеристична једначина је

$$b^2 - 4 = 0$$

$$b^2 = 4$$

$$b = \pm 2$$

Односно решење је даље да

$$\vartheta(y) = c_1 e^{2y} + c_2 e^{-2y}$$

да је

$$u(s, y) = c_1(s) e^{2y} + c_2(s) e^{-2y}$$

огодујамо

$$u(x, y) = c_1(x+y) e^{2y} + c_2(x+y) e^{-2y}$$

$$u_y(x, y) = c_1'(x+y) e^{2y} + 2c_1(x+y) e^{2y} + c_2'(x+y) e^{-2y} - 2c_2(x+y) e^{-2y}$$

Како је

$$u(x, 0) = \varphi(x)$$

$$u_y(x, 0) = \psi(x)$$

годујамо

$$c_1(x) + c_2(x) = \varphi(x)$$

$$c_1'(x) + 2c_1(x) + c_2'(x) - 2c_2(x) = \psi(x)$$

Пријемно годујети сисићем:

$$\varphi'(x) = c_1'(x) + c_2'(x) \Rightarrow 2c_1(x) - 2c_2(x) = \varphi(x) - \varphi'(x)$$

$$(1) \quad c_1(x) - c_2(x) = \frac{\varphi(x) - \varphi'(x)}{2}$$

$$(2) \quad c_1(x) + c_2(x) = \varphi(x)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2c_1(x) = \varphi(x) + \frac{\varphi(x) - \varphi'(x)}{2} \Rightarrow c_1(x) = \frac{\varphi(x)}{2} + \frac{\varphi(x) - \varphi'(x)}{4}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 2c_2(x) = \varphi(x) - \frac{\varphi(x) - \varphi'(x)}{2} \Rightarrow c_2(x) = \frac{\varphi(x)}{2} - \frac{\varphi(x) - \varphi'(x)}{4}$$

Закле,

$$u(x,y) = \left( \frac{\varphi(x+y)}{2} + \frac{\varphi(x+y) - \varphi'(x+y)}{4} \right) e^{2y} + \left( \frac{\varphi(x+y)}{2} - \frac{\varphi(x+y) - \varphi'(x+y)}{4} \right) e^{-2y}$$

5. Свешти на канонски облик једначину:

$$u_{xx} + xy u_{yy} = 0$$

Решење:

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=0 \\ c=xy \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = b^2 - ac = -xy$$

I 3a  $xy=0$  ( $x=0 \vee y=0$ ) једначина је пародоличког типа

II 3a  $xy > 0$  (I или II квадрант) једначина је елиптичког типа

III 3a  $xy < 0$  (II или IV квадрант) једначина је хиперболичког типа

I a)  $x=0$

Једначина постaje

$$u_{xx}=0 \Rightarrow u_x = c(y) \Rightarrow u = c(y)x + f(y), \quad c, f \in C(\mathbb{R})$$

d)  $y=0$

Једначина постaje

$$u_{xx}=0 \Rightarrow u_x = c(y) \Rightarrow u = c(y)x + f(y), \quad c, f \in C(\mathbb{R})$$

II a)  $x > 0, y > 0$

$$\frac{dy}{dx} = \pm \sqrt{xy} = \pm i\sqrt{xy}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = \pm i\sqrt{x} dx$$

$$2\sqrt{y} = \pm i \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$C = 2\sqrt{y} \pm i \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$$

3a супету узимамо  $S = 2\sqrt{y}, \eta = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$

ga mu je criveta rečnikarca.

$$0, s_y = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\eta_x = \sqrt{x}, \eta_y = 0$$

$$\frac{D(s, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{y}} \\ \sqrt{x} & 0 \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{x}{y}} \neq 0 \text{ za } x > 0, y > 0 \Rightarrow \text{Criveta je rečnikarca}$$

$$u_x = u_s s_x + u_\eta \eta_x = \sqrt{x} u_\eta$$

$$u_y = u_s s_y + u_\eta \eta_y = \frac{1}{\sqrt{y}} u_s$$

$$u_{xx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} u_\eta + \sqrt{x} (u_{ss} s_x + u_{\eta\eta} \eta_x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} u_\eta + x u_{\eta\eta}$$

$$u_{yy} = -\frac{1}{2} y^{-\frac{3}{2}} u_s + \frac{1}{\sqrt{y}} (u_{ss} s_y + u_{\eta\eta} \eta_y) = -\frac{1}{2} y^{\frac{1}{2}} u_s + \frac{1}{y} u_{\eta\eta}$$

Убринувајући го иончитејтку једначину добијамо

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} u_\eta + x u_{\eta\eta} - \frac{x}{2\sqrt{y}} u_s + x u_{\eta\eta} = 0 \quad | \cdot \frac{1}{x}$$

$$u_{ss} + u_{\eta\eta} - \frac{1}{2\sqrt{y}} u_s + \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} u_\eta = 0$$

$$u_{ss} + u_{\eta\eta} - \frac{u_s}{s} + \frac{u_\eta}{3\eta} = 0$$

d)  $x < 0, y < 0$

$$\frac{dy}{dx} = \pm \sqrt{-xy} = \pm i\sqrt{xy}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = \pm i\sqrt{-x} dx$$

$$-2\sqrt{y} = \pm i \cdot \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$C = 2\sqrt{y} \pm i \cdot \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}}$$

За смртну узимамо  $s = 2\sqrt{y}, \eta = \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}}$

Dobijeno ga mu je criveta rečnikarca.

$$s_x = 0, s_y = -\frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\eta_x = -\sqrt{-x}, \eta_y = 0$$

$$\frac{D(s, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{y}} \\ -\sqrt{-x} & 0 \end{vmatrix} = -\sqrt{\frac{x}{y}} \neq 0 \text{ za } x < 0, y < 0 \Rightarrow \text{Criveta je rečnikarca}$$

$$u_y = u_s s_y \tan \eta_y = -\frac{1}{\sqrt{y}} u_s$$

$$u_{xx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} u_y - \sqrt{-x} (u_s s_x \tan \eta_x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} u_y - x u_{yy}$$

$$u_{yy} = -\frac{1}{2(-y)^{\frac{3}{2}}} u_s - \frac{1}{\sqrt{y}} (u_s s_y \tan \eta_y) = \frac{-1}{2(-y)^{\frac{3}{2}}} u_s - \frac{1}{y} u_{ss}$$

Убраниставају је посебну једначину добијамо:

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} u_y - x u_{yy} + \frac{x}{2\sqrt{-y}} u_s - x u_{ss} = 0 \quad | \left( \frac{-1}{x} \right)$$

$$u_{ss} s \tan \eta + \frac{u_y}{2(-x)^{\frac{3}{2}}} - \frac{u_s}{2\sqrt{-y}} = 0$$

$$u_{ss} s \tan \eta - \frac{u_s}{s} + \frac{u_y}{3\eta} = 0$$

III a)  $x > 0, y < 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pm \sqrt{-xy}}{1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{x} \sqrt{-y}$$

1

$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{x} \sqrt{-y}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{-y}} = \sqrt{x} dx$$

$$\frac{dy}{\sqrt{-y}} = -\sqrt{x} dx$$

$$-2\sqrt{-y} = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$-2\sqrt{-y} = -\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\zeta = C = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{-y}$$

$$\eta = C = -\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{-y}$$

Подижимо га да му је квадратна

$$s_x = \sqrt{x}, \quad s_y = -\frac{1}{\sqrt{-y}}$$

$$\eta_x = -\sqrt{x}, \quad \eta_y = -\frac{1}{\sqrt{-y}}$$

$$\frac{D(s, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} \sqrt{x} & -\frac{1}{\sqrt{-y}} \\ -\sqrt{x} & -\frac{1}{\sqrt{-y}} \end{vmatrix} = -2\sqrt{\frac{x}{y}} \neq 0 \text{ за } x > 0, y < 0 \Rightarrow (\text{кубта је рециларна})$$

$$u_x = u_s s_x + u_y \eta_x = \sqrt{x} u_s - \sqrt{x} u_y$$

$$u_y = u_s s_y + u_y \eta_y = -\frac{1}{\sqrt{-y}} u_s - \frac{1}{\sqrt{-y}} u_y$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2\sqrt{x}} u_{ss} + \sqrt{x} (u_{ss} s_x + u_{sy} \eta_x) - \frac{1}{2\sqrt{x}} u_n - \sqrt{x} (u_{ns} s_x + u_{ny} \eta_x) = \\
 & = x u_{ss} - 2x u_{sy} + x u_{nn} + \frac{1}{2\sqrt{x}} (u_s - u_n) \\
 u_{sy} & = -\frac{1}{2(-y)^{\frac{3}{2}}} u_s - \frac{1}{\sqrt{-y}} (u_{ss} s_y + u_{sy} \eta_y) - \frac{1}{2(-y)^{\frac{3}{2}}} u_n - \frac{1}{\sqrt{-y}} (u_{ns} s_y + u_{ny} \eta_y) = \\
 & = -\frac{1}{y} u_{ss} - \frac{2}{y} u_{sy} - \frac{1}{y} u_{nn} - \frac{1}{2(-y)^{\frac{3}{2}}} (u_s u_n)
 \end{aligned}$$

Убранувајам  $y$  и останују једначине који решавамо:

$$\begin{aligned}
 & \cancel{x u_{ss} - 2x u_{sy} + x u_{nn} + \frac{1}{2\sqrt{x}} (u_s - u_n)} - \cancel{x u_{ss} - 2x u_{sy} - x u_{nn} + \frac{x}{2\sqrt{y}} (u_s u_n)} \\
 & - 4x u_{sy} + u_s \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{x}{2\sqrt{-y}} \right) + u_n \left( \frac{x}{2\sqrt{-y}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \quad | \quad \left( \frac{-1}{4x} \right)
 \end{aligned}$$

Исправимо  $x$  и  $y$  преко  $s$  и  $\eta$

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{-y} \\
 \eta &= -\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{-y}
 \end{aligned}
 \quad \left\{
 \begin{aligned}
 \Rightarrow \sqrt{-y} &= \frac{s+\eta}{4}, \quad x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{3}(s-\eta) \Rightarrow \\
 \Rightarrow x &= \left( \frac{3}{4}(s-\eta) \right)^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}
 \right.$$

Решавамо

$$u_{sy} - u_s \left( \frac{1}{8x^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{8\sqrt{-y}} \right) - u_n \left( \frac{1}{8\sqrt{-y}} - \frac{1}{8x^{\frac{3}{2}}} \right) = 0$$

$$u_{sy} - u_s \left( \frac{1}{6(s-\eta)} + \frac{1}{2(s+\eta)} \right) - u_n \left( \frac{1}{2(s+\eta)} - \frac{1}{6(s-\eta)} \right) = 0$$

д)  $x < 0, y > 0$

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{\sqrt{xy}}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{-x} \sqrt{y}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = \sqrt{-x} dx$$

$$2\sqrt{y} = -\frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$s = \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{-x} \sqrt{y}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = -\sqrt{-x} dx$$

$$2\sqrt{y} = \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\eta = -\frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{y}$$

Pređeđeno da su je sijetska rečimarka:

$$\varsigma_x = -\sqrt{x}, \quad \varsigma_y = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\eta_x = \sqrt{x}, \quad \eta_y = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\frac{D(\varsigma, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} -\sqrt{x} & \frac{1}{\sqrt{y}} \\ \sqrt{x} & \frac{1}{\sqrt{y}} \end{vmatrix} = -2\sqrt{\frac{x}{y}} \neq 0 \text{ za } x < 0, y > 0 \Rightarrow \text{Sijetska je rečimarka.}$$

$$u_x = u_s \varsigma_x + u_n \eta_x = -\sqrt{x} u_s + \sqrt{x} u_n$$

$$u_y = u_s \varsigma_y + u_n \eta_y = \frac{1}{\sqrt{y}} u_s + \frac{1}{\sqrt{y}} u_n$$

$$u_{xx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} u_s - \sqrt{x} (u_{ss} \varsigma_x + u_{sn} \eta_x) - \frac{1}{2\sqrt{x}} u_n + \sqrt{x} (u_{ss} \varsigma_x + u_{nn} \eta_x) =$$

$$= -x u_{ss} + 2x u_{sn} - x u_{nn} + \frac{1}{2\sqrt{x}} (u_s - u_n)$$

$$u_{yy} = \frac{-1}{2y^{\frac{3}{2}}} u_s + \frac{1}{\sqrt{y}} (u_{ss} \varsigma_y + u_{sn} \eta_y) - \frac{1}{2y^{\frac{3}{2}}} u_n + \frac{1}{\sqrt{y}} (u_{ns} \varsigma_y + u_{nn} \eta_y) =$$

$$= \frac{1}{y} u_{ss} + \frac{2}{y} u_{sn} + \frac{1}{y} u_{nn} - \frac{1}{2y^{\frac{3}{2}}} (u_s + u_n)$$

Ubrinutavši y uoređuju jednačinu godujano:

$$-\cancel{x u_{ss}} + 2x u_{sn} - \cancel{x u_{nn}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} (u_s - u_n) + \cancel{x u_{ss}} + 2x u_{sn} + \cancel{x u_{nn}} - \frac{x}{2\sqrt{y}} (u_s + u_n) = 0$$

$$4x u_{sn} + u_s \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{x}{2\sqrt{y}} \right) + u_n \left( \frac{-1}{2\sqrt{x}} - \frac{x}{2\sqrt{y}} \right) = 0 / \cdot \frac{1}{4x}$$

$$u_{sn} + u_s \left( \frac{-1}{8(-x)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{2\sqrt{y}} \right) + u_n \left( \frac{1}{8(-x)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{8\sqrt{y}} \right) = 0$$

Uzimajući  $x u$  i  $y$  uvećo  $\varsigma$  i  $\eta$ .

$$\begin{aligned} \varsigma &= \frac{2}{3} (-x)^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{y} \\ \eta &= \left( -\frac{2}{3} \right) (-x)^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{y} \end{aligned} \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{\varsigma + \eta}{4}, \quad (-x)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4} (\varsigma - \eta)$$

Zodujamo:

$$u_{sn} + u_s \left( \frac{1}{6(\varsigma - \eta)} + \frac{1}{2(\varsigma + \eta)} \right) + u_n \left( \frac{1}{6(\varsigma - \eta)} - \frac{1}{2(\varsigma + \eta)} \right) = 0$$

IV ~~Лекције~~

Парцијалне диференцијалне  
једначине

1. Четири премесе Комплексна задача

$$4y^2 u_{xx} - 2(1-y^2) u_{xy} - u_{yy} + \frac{2y}{1+y} (2u_x + u_y) = 0$$

$$u(x,0) = \varphi_0(x), u_y(x,0) = \varphi_1(x)$$

Премесе:

$$\left. \begin{array}{l} a = 4y^2 \\ b = y^2 - 1 \\ c = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = b^2 - ac = (y^2 - 1)^2 + 4y^2 = y^4 - 2y^2 + 1 + 4y^2 = y^4 + 2y^2 + 1 = (y^2 + 1)^2 > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  једначина је енверсомакса миса

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1 \pm \sqrt{(y^2+1)^2}}{4y^2} = \frac{y^2 - 1 \pm (y^2+1)}{4y^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$$

$$2dy = dx$$

$$2y = x + c$$

$$\xi = c = x - 2y$$

$$1 \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2y^2}$$

$$2y^2 dy = -dx$$

$$\frac{2}{3} y^3 = -x + c$$

$$\eta = c = \frac{2}{3} y^3 + x$$

Прибављамо рејуларно сину смјесте.

$$\xi_x = 1, \xi_y = -2$$

$$\eta_x = 1, \eta_y = 2y^2$$

$$\frac{D(\xi, \eta)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2y^2 \end{vmatrix} = 2y^2 + 2 \neq 0 \Rightarrow \text{Смјеста је рејуларна.}$$

$$u_x = u_s \xi_x + u_\eta \eta_x = u_s + u_\eta$$

$$u_y = u_s \xi_y + u_\eta \eta_y = -2u_s + 2y^2 u_\eta$$

$$u_{xx} = u_{ss} \xi_x + u_{s\eta} \xi_x + u_{\eta s} \eta_x + u_{\eta\eta} \eta_x = u_{ss} + 2u_{s\eta} - 2u_{\eta s}$$

$$u_{xy} = u_{ss} \xi_y + u_{s\eta} \xi_y + u_{\eta s} \eta_y + u_{\eta\eta} \eta_y = -2u_{ss} + (2y^2 - 2)u_{s\eta} + 2y^2 u_{\eta\eta}$$

$$u_{yy} = -2(u_{ss} \xi_y + u_{s\eta} \eta_y) + 4y u_\eta + 2y^2(u_{\eta s} \xi_y + u_{\eta\eta} \eta_y) =$$

$$= 4u_{ss} - 8y^2 u_{s\eta} + 4y^4 u_{\eta\eta} + 4y u_\eta$$

Упрощение уравнения дает наше уравнение

$$4y^2u_{ss} + 8y^2u_{sy} + 4y^2u_{yy} + 4(1-y^2)u_{ss} + 4(1-y^2)u_{sy} - 4y^2(1-y^2)u_{yy} - \\ - 4u_{ss} + 8y^2u_{sy} - 4y^2u_{yy} - 4yu_{yy} + \frac{2y}{1+y}(2u_{ss} + 2u_{sy} - 2u_{yy} + 2y^2u_{yy}) = 0$$

$$u_{ss}(4y^2 + 4 - 4y^2 - 4) + u_{sy}(8y^2 + 4(1-2y^2+y^4) + 8y^2) + u_{yy}(4y^2 - 4y^2 + 4y^4) - \\ - 4u_{yy} + \frac{2y}{1+y} 2u_{yy}(1+y) = 0$$

$$4yu_{yy} + 4u_{sy}(1+2y^2+y^4) + 4yu_{yy} = 0 \quad | \cdot \frac{1}{4}$$

$$yu_{yy} + (1+y^2)^2u_{sy} + u_{yy} = 0$$

$$(1+y^2)^2u_{sy} = 0$$

$$u_{sy} = 0$$

$$u_s = c(s)$$

$$u = g(s) + c_2(s), c_1, c_2 \in C'(R)$$

$$u(x, y) = c_1(x-2y) + c_2\left(x + \frac{2}{3}y^3\right)$$

Для  $s$ :

$$u_y(x, 0) = -2c_1'(x-2y) + y^2c_2'\left(x + \frac{2}{3}y^3\right)$$

Из полученных уравнений находим:

$$u(x, 0) = c_1(x) + c_2(x) = \varphi_0(x)$$

$$u_y(x, 0) = -2c_1'(x) = \varphi_1'(x) \Rightarrow c_1'(x) = -\frac{\varphi_1'(x)}{2}$$

$$c_1(x) = -\int \frac{\varphi_1'(x)}{2} dx$$

$$c_2(x) = \varphi_0(x) + c_2(x) = \varphi_0(x) + \int \frac{\varphi_1(x)}{2} dx$$

$$\text{Для } s, u(x, y) = -\int \frac{\varphi_1(x-2y)}{2} d(x-2y) + \varphi_0\left(x + \frac{2}{3}y^3\right) + \int \frac{\varphi_1(x + \frac{2}{3}y^3)}{2} d\left(x + \frac{2}{3}y^3\right)$$

je решение данного Кошиево задачи.