

## 9. ELEKTROTERMIIJA

Elektrotermija je oblast elektrotehnike u kojoj se proučava konverzija električne energije u toplotu. Pri tome se proučavaju, kako fizički fenomeni ove konverzije, tako i tehnički uređaji za konverziju, kao i njihova međuzavisnost sa električnom napojnom mrežom.

Pri proticanju električne struje uvijek se odvija i proces pretvaranja električne u toplotnu energiju. Međutim, u elektrotehnici, ovako nastala toplota najčešće predstavlja gubitke energije. U elektrotermiji, naprotiv, dobijanje toplote je poželjno.

Elektrotermički procesi, posebno u metalurgiji, imaju niz prednosti nad ostalim vidovima zagrijavanja, pa se u budućnosti može očekivati njihova još intenzivnija primjena. Mi ćemo se, u ovom ograničenom kursu, upoznati sa osnovama najčešće korišćenih načina električnog zagrijavanja u industriji.

### 9.1 Elektrootporno zagrijavanje

#### 9.1.1 Opšte

Za termičku obradu metala (žarenje, napuštanje, zagrijavanje prije kovanja i presovanje) pored plamenih peći, zagrijavanih pomoću tečnog ili čvrstog goriva, najčešće se koriste elektrootporne peći. U odnosu na plamene, elektrootporne peći imaju niz prednosti kao što su:

-u radnom prostoru peći moguće je obezbijediti željeni raspored temperature, pa slijedi, i ravnomerno zagrijavanje materijala - šarže.

-moguća regulacija dovedene energije i po vremenu i po prostoru peći.

-lako se priključuje na izvor energije; brzina starta je velika.

-pogodnost za mehanizaciju i automatizaciju procesa.

-preobražaj električne energije u toplotnu ne izaziva promjenu atmosfere u unutrašnjosti peći.

-moguće da se proces odvija u kontrolisanoj atmosferi ili vakuumu.

-investiciona ulaganja su manja.

Prema načinu zagrijavanja, elektrootporne peći i uređaji se mogu podijeliti na:

-uređaji sa direktnim zagrijavanjem, kod kojih se topota razvija direktno u materijalu koji se zagrijava, zahvaljujući električnoj struci koja kroz njega protiče,

-peći sa indirektnim zagrijavanjem, kod kojih se toplota generisana u električnim grijачima (rezistorima) predaje šarži po zakonima prostiranja toplote.

Rezistori su najčešće metalne legure na bazi željeza, nikla, hroma, aluminijuma, kobalta i mangana, u obliku masivnog cilindričnog provodnika (žice) ili u obliku trake. Komercijalni nazivi najčešće primjenjivanih rezistora su kantal, megapir, cekas-ekstra, ravnal, termal....

#### 9.1.2 Površinska snaga zračenja

Toplota generisana u rezistoru, na šaržu se prenosi zračenjem (radijacijom), strujanjem (konvekcijom) i provođenjem (kondukcijom). Kod peći čija je radna temperatura viša od (600-700) °C, dominantan je prenos toplote zračenjem.

Površinska snaga zračenja određuje se prema eksperimentalno utvrđenom **Stefan-Bolcmanovom zakonu**:

$$p' = \frac{P}{S} = \sigma \cdot T^4 \quad [\text{W/m}^2] \quad (9.1)$$

gdje je:  $\sigma = 5,77 \times 10^{-8} \quad [\text{W/m}^2 \text{K}^4]$  - univerzalna konstanta

S - površina zračenja  $[m^2]$

T - apsolutna temperatura  $[K]$

Za praktični proračun ovaj zakon je pogodnije pisati u obliku:

$$p' = \frac{P}{S} = C_e \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (9.2)$$

$C_e = 10^8 \sigma$  - konstanta zračenja crnog tijela

Za svako drugo tijelo osim crnog, koje se naziva - sivo tijelo biće:

$$p' = C \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (9.3)$$

$C = C_0 \cdot \varepsilon$  - konstanta zračenja sivog tijela

$\varepsilon$  - emisioni koeficijent, koji se određuje eksperimentalno.

Za različite uslove i razne rezistore postoje tablice za emisioni koeficijent  $\varepsilon$ .

Prenošenje topote zračenja  $p'$  sa jednog tijela temperature  $T_1$  relativne emisione sposobnosti  $\varepsilon_1$  i površine  $S_1$  na tijelo čija je temperatura  $T_2$ , relativna emisiona sposobnost  $\varepsilon_2$  i površine  $S_2$ , izražava se na sledeći način:

$$p' = C \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad (9.4)$$

Vrijednost konstante zračenja:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_e} \right)} \quad (9.5)$$

$C_1$  - konstanta zračenja toplijeg tijela

$C_2$  - konstanta zračenja hladnijeg tijela

$C_e$  - konstanta zračenja crnog tijela

$S_1$  - površina toplijeg tijela

$S_2$  - površina hladnijeg tijela.

Sada se gustina toplotne snage može napisati:

$$p' = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_e} \right)} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Odnosno ako koristimo  $C = \varepsilon \cdot C_e$  imaćemo:

$$p' = \frac{5,77}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] [W / m^2]$$

Ako imamo slučaj zračenja između dvije paralelne površine, u gornjem izrazu postaje  $S_1 = S_2$ , a ako smatramo da je  $S_2 = \infty$  ili  $C_2 = C_e$  što znači da površina  $S_1$  zrači u beskonačni prostor, dobićemo da je:

$$p' = C_1 \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (9.6)$$

Kod proračuna, uvodi se pojam dozvoljene površinske snage zračenja, koja je uvek manja od izračunate po prednjim jednačinama. Ove dozvoljene površinske snage zračenja propisuju proizvođači rezistora, zavisno od upotrijebljenog materijala.

### 9.1.3 Električni proračun rezistora

Cilj električnog proračuna rezistora je određivanje poprečnog presjeka i dužine rezistora, pošto je prethodno određena snaga i položaj grijačih elemenata u peći. Da bi se proračun mogao izvršiti potrebno je prethodno poznavati snagu zagrevnih elemenata (ili snagu peći), (W), (koja se

dobije iz toplotnog bilansa određenog procesa), napon na koji se rezistori priključuju, (V), (to je najčešće  $3 \times 380V$  za trofazne peći većih snaga, ili  $220V$  za jednofazne peći manjih snaga), radnu temperaturu peći  $\theta_r$ , ( $^{\circ}C$ ) i specifičnu električnu otpornost legure za rezistore  $\rho$ , ( $\Omega mm^2 / m$ ). Skrenimo pažnju da, u proračunu za specifičnu otpornost, trebe uzeti vrijednost koja se ima pri radnoj temperaturi rezistora. Dozvoljena površinska snaga zračenja, ili specifično površinsko opterećenje, će biti utoliko manje, što je viša radna temperatura rezistora.

S obzirom na način postavljanja rezistora u peć, nije moguće postići da čitava površina rezistora bude podjednako aktivna u pogledu predaje toplote na zagrijavano tijelo, u proračun se uvodi jedan popravni koeficijent  $k$ . Vrijednost koeficijenta  $k$  zavisi, kod spiralnih rezistora kružnog presjeka, od odnosa razmaka između provodnika u spirali i prečnika provodnika, a kod rezistora u obliku trake  $k$  je funkcija razmaka između provodnika i širine trake. Vrijednost koeficijenta  $k$  daju proizvođači grijajuća preko dijagrama.

Snaga zagrijavanja rezistora može se odrediti iz Džulovog zakona:

$$P = RI^2, \quad R = \rho \frac{l}{S},$$

gdje je  $S = \frac{D^2\pi}{4}$  za kružni poprečni presjek rezistora.

Imajući u vidu dozvoljeno specifično površinsko opterećenje  $p'$  možemo pisati:

$$P = RI^2 = \rho \cdot \frac{l}{\frac{D^2\pi}{4}} I^2 = p' S_p$$

gdje je  $S_p = D\pi \cdot l$  - spoljna površina rezistora

Na osnovu gornjeg, otpornost rezistora se može izraziti kao:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{D^2\pi} = \frac{4\rho P}{p'D^3\pi^2} = \frac{U^2}{P}$$

odakle dobijamo prečnik rezistora kružnog poprečnog presjeka:

$$D = \sqrt[3]{\frac{4\rho P^2}{pU^2\pi^2}} \quad (9.7)$$

odnosno dužinu grijajuća:

$$l = \frac{P}{p\pi D} = \sqrt[3]{\frac{PU^2}{4p^2\pi\rho}} \quad (9.8)$$

Kada se radi o trakastom rezistoru, poprečnog presjeka  $S = a \cdot b$ , pri čemu je obično  $b=ma$ , pa je  $S = a^2m$ , a spoljna površina  $S_p = 2a(1+m)l$ . Analogno prethodnom slučaju, otpornost rezistora je:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{a^2m} = \frac{\rho P}{2pa^3m(1+m)} = \frac{U^2}{P},$$

odakle izračunamo stranicu pravougaonika poprečnog presjeka rezistora kao:

$$a = \sqrt[3]{\frac{\rho \cdot P^2}{2p \cdot m \cdot (1+m) \cdot U^2}} \quad (9.9)$$

Iz jednačine  $P = p'S_p = p'2a(1+m)l$  dobijemo izraz za dužinu trake:

$$l = \sqrt[3]{\frac{P \cdot m \cdot U^2}{4p'^2 \cdot \rho \cdot (1+m)^2}}. \quad (9.10)$$

U izvedenim formulama za dimenzije rezistora specifična otpornost  $\rho$  se mijenja sa promjenom temperature tijela. Stoga, u navedenim formulama za  $\rho$ , mora se uzeti ona vrijednost,

koja odgovara temperaturi, koju zagrjevno tijelo treba da ima pri normalnom radu. Zavisnost specifične otpornosti od temperature za pojedine materijale rezistora daju proizvođači rezistora. Dozvoljeno specifično površinsko opterećenje  $p'$  zavisi takođe od radne temperature, pa je za primjenu prednjeg proračuna neophodno raspolagati karakteristikama promjena  $p'$  i  $\rho$  u zavisnosti od temperature.

## 9.2 Elektrolučno zagrijavanje

### 9.2.1 Opšte

Ovaj vid zagrijavanja koristi se kod elektrolučnih peći za proizvodnju čelika. Pretvaranje električne energije u toplostnu, kod elektrolučnih peći (ELP) vrši se električnim pražnjenjem u gasovitoj sredini ili vakuumu. Ovakvim pražnjenjem moguća je velika koncentracija gustine snage i dobijanja izrazito visokih temperatura. Zbog velike koncentracije gustine snage na relativno maloj zapremini, kod elektrolučnog zagrijavanja nije moguće ravnomjerno zagrijavanje metala, te se lučne peći koriste za topljenje metala, a ne za termičku obradu.

Elektrolučne peći mogu se podijeliti u više grupa:

-**peći sa direktnim djelovanjem luka;** luk gori između vertikalnih elektroda i metala -šarže. Ovakve peći predstavljaju moćne aggregate, snage i preko 100 MVA, i primjenjuju se za topljenja čelika.

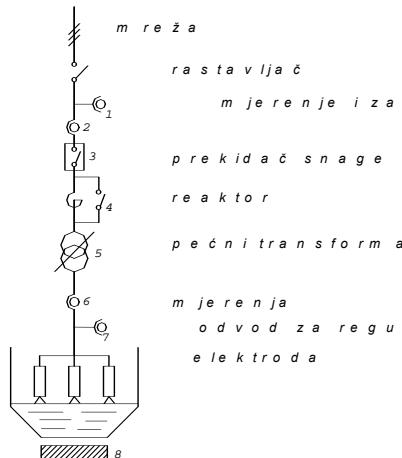
-**peći sa posrednim dejstvom;** luk gori između dvije horizontalne elektrode, a toplota se šarži predaje uglavnom zračenjem. Obično služe za topljenje metala i legura sa nižom tačkom topljenja. Snaga im je reda 500-600 kVA, i najčešće se izrađuju kao jednofazne.

-**lučno-otporne peći;** luk gori u gasovitom prostoru unutar šarže, koja se može smatrati kao otpornost redno ili paralelno vezana sa lukom. Električna otpornost šarže je velika, te je toplota razvijena u njoj značajna. Ovakve peći se nazivaju redukcionе i služe za dobijanje sirovog željeza; umjesto visoke peći.

Mi ćemo, u dalnjem izlaganju, pažnju zadržati, uglavnom, na pećima za proizvodnju čelika

### 9.2.2 Električni pribor lučne peći za proizvodnju čelika

Izbor električne opreme elektrolučne peći određen je sljedećim uslovima: Napon elektroda pri radu treba regulisati u dovoljno širokim granicama. Električna snaga, koju treba u peći pretvoriti u toplotu, mnogo se razlikuje u pojedinim periodima rada peći. Reaktansa kola u pojedinim fazama izrade šarže, takođe treba da bude različita, da bi se peć održavala u optimalnim radnim uslovima. Elektrode se moraju automatski regulisati. Osnovna električna oprema elektrolučne peći prikazana je na slici 9.1, koja predstavlja električnu šemu glavnog strujnog kola peći.



Slika 9.1 Šema glavnog strujnog kola elektrolučne peći

Električna energija iz napojne mreže dovodi se u visokonaponsko postrojenje. U ovom postrojenju glavni elementi električne opreme su (sl.9.1):

1-naponski mjerni transformator,

2-strujni mjerni transformator, koji služi za mjerjenje i zaštitu i

3-visokonaponski prekidač snage, kojim rukovalac, daljinskom komandom, peć uključuje odnosno isključuje sa mreže. Prekidač se može isključiti i djelovanjem neke od automatskih zaštita, npr. prejaka struja elektrode, kvar na pećnom transformatoru i sl.

4-reaktor (prigušnica), koji se postavlja radi povećanja reaktanse kola, u cilju smanjenja struja kratkog spoja i stabilnijeg gorenja električnog luka.

5-pečni transformator.

6-strujni mjerni transformator, struja sekundara koristi se za mjerjenje jačine struje elektrode, i kao strujni signal, za regulator automatske regulacije elektroda.

7-naponski mjerni transformator, koji služi za pokazivanje napona između elektrode i šarže, i kao naponski signal, za regulator automatske regulacije elektroda.

Kod peći većih kapaciteta, temperaturni pad po dubini tečnog metala u kadi peći može dostići i  $100^{\circ}C$ , pa je potrebno dodatno miješanje metala. Ovo miješanje, između ostalog, može da se vrši indukcionim mješaćem 8 na sl.9.1. Indukcioni mješać, predstavlja ustvari jedan kalem, koji se postavlja ispod kade peći, i njime je moguće dobiti razne smjerove miješanja tečnog metala u pojedinim djelovima kade.

### **9.2.3 Radni dijagrami i električni režim rada elektrolučne peći za čelik**

Specifična potrošnja električne energije  $w$  (kWh/t), proizvodnost peći  $g$  (t/h), kao dva osnovna pokazatelja o ekonomičnosti rada peći, ne zavise samo od tehnološkog procesa, sasatava šarže, obučenosti posluge i sl., već, u isto tolikoj mjeri, od pravilnog izbora električnog režima rada peći. Podešavati režim rada moguće je podešavanjem napona napajanja ili mijenjanjem dužine luka, a time i struje luka.

Za pravilno vođenje električnog režima, potrebno je poznavati električne karakteristike peći, koje daju zavisnost osnovnih pokazatelja peći u funkciji od struje elektroda  $I_2$ .

Za dobijanje električnih karakteristika lučne peći postoji više metoda. Mi se ovdje u tu problematiku nećemo upuštati; recimo samo da se mogu dobiti na osnovu ekvivalentnih šema strujnog kola i na osnovu mjerena na samoj peći.

Električne karakteristike koje nas interesuju su snaga; i to aktivna snaga koju peć uzima iz mreže,  $P_{akt}$ , zatim snaga električnih gubitaka,  $P_{gub}$ , i korisna snaga koja se razvija u električnom luku,  $P_{kor}$ , zatim električni stepen korisnog dejstva,  $\eta_{el}$ , i faktor snage peći,  $\cos\varphi$ .

Sasvim uprošćeno, bez pretenzija da budu podloga izračunavanju karakteristika, ove veličine se mogu iskazati na sledeći način:

$$P_{gub} = 3I_2^2 \cdot r \quad (9.11)$$

$$P_{kor} = 3I_2^2 \cdot R_l \quad (9.12)$$

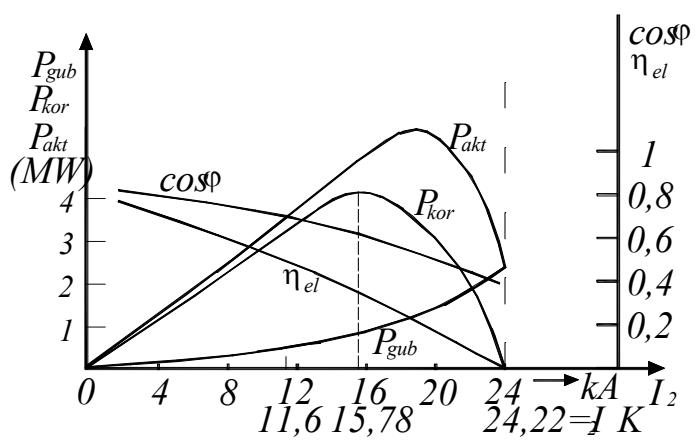
$$P_{akt} = P_{kor} + P_{gub} = 3I_2^2 \cdot (r + R_l) \quad (9.13)$$

$$\eta_{el} = \frac{P_{kor}}{P_{akt}} = \frac{R_l}{r + R_l} \quad (9.14)$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{akt}}{S} = \frac{3I_2^2 \cdot (r + R_l)}{3I_2 U_{2f}} \quad (9.15)$$

gdje je:  $r$  - ukupna aktivna otpornost dovodnih veza,

$R_l$  - aktivna otpornost luka.



Opšti izgled ovih karakteristika, za peć kapaciteta 10 t, pri  $U_2 = 240 \cdot V$  i pri uključenom reaktoru, dat je na slici 9.2.

*Slika 9.2 Električne karakteristike elektrolučne peći*

Iz karakteristika je vidljivo, da povećanje radne struje ima smisla samo do određene granice, u ovom slučaju do 15,78 kA.

Pri daljenjem povećanju struje  $I_2$  korisna snaga luka će se smanjivati, električni gubici (Džulova toplota u provodnicima) će rasti, pa i pored smanjenja korisne snage, raste do određene struje i aktivna snaga koju peć uzima iz mreže. Međutim, i pored porasta aktivne snage, zbog smanjenja korisne snage, opada proizvodnost peći i ekonomičnost rada. Istovremeno, ni struja koja odgovara maksimalnoj snazi luka ne mora da bude i najracionalnija. Naime, izvjesno smanjenje  $I_2$  ispod 15,78 kA, ne utiče mnogo na smanjenje korisne snage luka. Da bismo precizno odredili područje racionalnog režima rada peći, potrebno je uraditi radne dijagrame peći.

Kao što smo vidjeli, za određivanje optimalnog režima rada lučne peći nisu dovoljne samo električne karakteristike. Lučna peć je tehnološki agregat koji je okarakterisan specifičnom potrošnjom električne energije  $w$  i proizvodnošću  $g$ . Treba naglasiti da se ne poklapa režim minimalne potrošnje električne energije sa režimom maksimalne proizvodnosti.

Radnim dijogramom se predstavljaju:  
-specifična potrošnja električne energije:

$$w = \frac{P_{akt}}{g} \quad [\text{kWh/t}] \quad (9.16)$$

-jednočasovna proizvodnost peći:

$$g = \frac{P_{kor}}{e} \quad [\text{t/h}] \quad (9.17)$$

-vrijeme potrebno za topljenje jedne tone čvrste šarže:

$$t = \frac{1}{g} \quad [\text{h/t}] \quad (9.18)$$

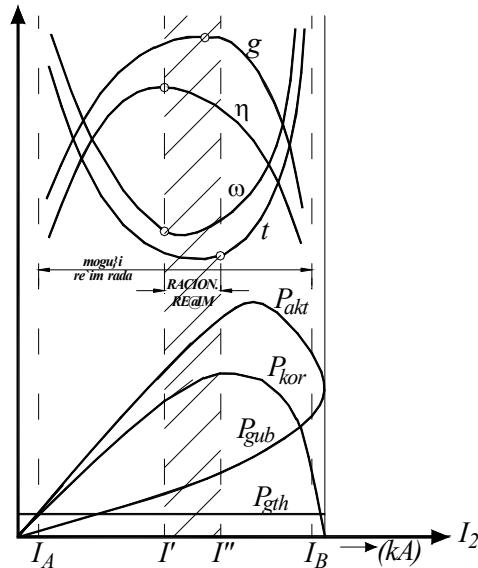
-ukupni koeficijent korisnog dejstva:

$$\eta = \eta_{t \cdot h} \cdot \eta_{el} = \frac{e}{w} = \frac{e \cdot g}{P_{akt}} \quad (9.19)$$

gdje je:

$e$  - količina energije potrebna za topljenje jedne tone šarže (kWh/t).

Opšti izgled radnog dijagrama dat je na slici 9.3.



Slika 9. 3 Radni dijagram elektrolučne peći

Sa dijagrama je vidljiva oblast rada peći koja je uža od one koja se dobije električnim karakteristikama. Naime, peć može da radi tek onda kada je njena aktivna snaga veća od toplotnih i električnih gubitaka  $P_{akt} > P_{gth}$ , što se ostvaruje između struja elektroda  $I_A$  i  $I_B$ .

Kriva specifične potrošnje električne energije w ima svoj minimum pri struji  $I'$ ; njoj takođe odgovara i maksimum ukupnog koeficijenta korisnog dejstva. Prema tome, strujom  $I'$  je određen optimalni energetski režim. Kriva proizvodnosti peći  $g$  dostiže svoj maksimum pri struji  $I''$  koja odgovara i maksimumu snage luka, a takođe i minimumu specifičnog trajanja šarže  $t$ . Prema tome, struja elektrode  $I''$  određuje režim maksimalne proizvodnosti.

Koji od ovih optimuma treba koristiti u praksi, zavisi od tehnoekonomskih uslova u kojima agregat radi u datom trenutku, dakle, zavisno od toga da li se daje prioritet većoj proizvodnosti, uz nešto više troškove proizvodnje ili da se postigne minimalna specifična potrošnja električne energije, ali uz nešto smanjenu proizvodnost peći.

Treba napomenuti da su električni i toplotni režim u periodu rafinacije i oksidacije određeni tehnološkim procesom, prema tome, pojam ovako definisanog optimalnog režima rada elektrolučne peći, odnosi se samo na fazu topljenja čvrste šarže.

Naglasimo da se električne karakteristike peći, pa time i radni dijagrami, kvantitativno razlikuju za pojedina radna stanja peći. Zato je potrebno da se urade radni dijagrami za svaki sekundarni napon i svaki nivo uključenosti reaktora, koji se u procesu rada koriste.

### 9.3. Indukciono zagrijavanje

#### 9.3.1 Opšte

Indukciono zagrijavanje metala primjenjuje se u industriji od kraja XIX stoljeća, a danas je već poprimilo veoma široke razmjere u mnogim granama industrije.

Do naglog povećanja primjene ovog načina zagrijavanja dolazi uglavnom, zbog njegovih preimุćstva kao što su: toplota se stvara neposredno u zagrijavanom tijelu, što povećava iskorišćenje toplote i povećava brzinu zagrijavanja.

Uredaj za indukciono zagrijavanje metala u suštini predstavlja namotaj, koji se napaja naizmjeničnom strujom. Tijelo koje se zagrijava -šarža- smješteno je u naizmjeničnom magnetnom polju koga stvara namotaj -induktor. Promjenljivi magnetni fluks prouzrokuje u metalnom tijelu promjenljive elektromotorne sile, a one izazivaju vrtložne struje, koje i zagrijavaju tijelo. Na taj način, toplota koja se stvara u tijelu, zavisi, osim ostalih faktora i od specifične otpornosti zagrijavanog tijela.

U današnje vrijeme, indukciono zagrijavanje koristi se u svim oblastima zagrijavanja metala:

- u pećima za topljenje metala;
- u uređajima za zagrijavanje pred obradu plastičnom deformacijom;
- za termičku obradu metala i u nizu drugih oblasti.

Prednosti indukcionog zagrijavanja nad ostalim vidovima zagrijavanja uočavaju se i u sledećem:

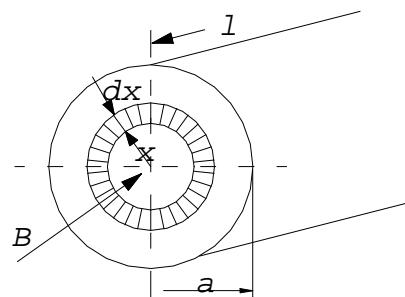
-konverzija električne energije u toplotu vrši se direktno, u samoj šarži, što povećava brzinu zagrijavanja u odnosu na peć sa indirektnim zagrijavanjem;

-za pretvaranje električne energije u šarži ne iziskuje upotrebu kontaktnih uređaja, što bitno uprošćava konstrukciju uređaja i omogućava da se proces odvija u vakumu ili zaštitnoj atmosferi.

-zahvaljujući pojavi skin efekta (efekt "potiskivanja" struje prema površini) moguće je zagrijati samo površinski sloj metala, što, naročito kod obrade metala kaljenjem, omogućuje dobijanje tvrde površine, uz istovremeno zadržavanje žilavosti u unutrašnjim slojevima metala.

### **9.3.2 Fizički osnovi indukcionog zagrijavanja**

Indukciono zagrijavanje u principu predstavlja pretvaranje elektromagnetne energije u toplotu. Fizički, ovaj proces se sastoji u indukovanim elektromotorne sile u tretiranom metalu, koja u njemu uzrokuje naizmjeničnu struju. Toplotna energija gubitaka izazvana ovom strujom, ustvari je uzrok zagrijavanja metala. Kao izvor elektromagnetskog polja kod uređaja za indukciono zagrijavanje služi induktor, koji najčešće ima oblik solenoida. Pri proučavanju pojave pri indukcionom zagrijavanju polazi se od osnovnih jednačina elektromagnetskog polja, poznatih pod nazivom Maksvelove jednačine. Međutim, njihovo proučavanje prevazilazi okvire ovog kursa. Ipak, zbog velike praktične važnosti izvjesnih pojava u elektrotehnologiji, mi ćemo pažnju zadržati na nekim pojavama i to pojavi vrtložnih struja, pojavi skin efekta i nekim elektrodinamičkim pojavama u tečnoj šarži.



Slika 9.4 Cilindrični provodnik u magnetnom polju

#### **Vrtložne struje**

Poznato je, iz Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije, da promjenljivi fluks magnetnog polja indukuje elektromotornu silu u metalnoj konturi koja se nalazi u magnetnom polju. Ova elektromotorna sila u konturi stvara struju koja se naziva vrtložna ili Fukova struja. Kod indukcionih zagrijavanja metala vrtložne struje su bitan činilac zagrijavanja. Pojava se može posmatrati kao da je fluks magnetnog polja proizveden od primara transformatora, a sam materijal koji se zagrijava, sačinjava kratkospojeni sekundar.

U opštem slučaju, korisna snaga zagrijavanja usled vrtložnih struja zavisi od učestanosti, maksimalne jačine magnetnog polja, debljine i dužine materijala i specifične otpornosti materijala koji se zagrijava.

Posmatraćemo utrošak snage zagrijavanja u materijalu cilindričnog oblika, kakav je najčešći slučaj kod uređaja za indukciono zagrijavanje (sl.9.4)

Neka je dužina cilindra  $l$  i prečnik  $D=2a$  i neka se on nalazi u promjenljivom magnetnom polju indukcije  $B(t) = B_m \sin \omega \cdot t$  čije su linije sila upravne na poprečni presjek tijela. Pod dejstvom ovog polja  $B$  u cilindru će se obrazovati vrtložne struje čije su putanje u ravnima poprečnih presjeka. Odredimo elektromotornu силу  $e_x$  koja se indukuje u prstenastoj putanji ovog cilindra (šrafirani dio).

Fluks kroz šupljinu ovog prstena je:

$$\Phi(t) = B_x(t) \cdot x^2 \pi = x^2 B_m \sin \omega \cdot t$$

$$e(t) = - \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\pi \cdot \omega \cdot x^2 B_m \cos \omega \cdot t = 2\pi^2 f \cdot x^2 B_m \cos \omega \cdot t$$

Efektivna vrijednost ove sile je:

$$E'_x = \frac{E_{\max}}{2} = \frac{2 \cdot \pi^2 f \cdot x^2 B_m}{2} = 4,44 \cdot \pi \cdot x^2 f \cdot B_m \quad (9.20)$$

Srednja vrijednost snage zagrijavanja ovog elementa je:

$$dP_x = R_x I_x^2 = R_x \frac{E_x^2}{R_x^2} = \frac{E_x^2}{R_x} \quad (9.21)$$

$$R_x = \rho \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{l \cdot dx}$$

$$dP_x = \frac{2 \cdot \pi^4 x^4 f^2 B_m^2}{\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot x} l \cdot dx = \gamma \cdot \pi^3 x^3 f^2 B_m^2 l \cdot dx \quad (9.22)$$

gdje je  $\gamma = 1 / \rho$ , specifična električna provodnost.

Snaga zagrijavanja cijelog cilindra  $P_v$  usled vrtložnih struja dobiće se ako se ovaj izraz integrali po cijeloj zapremini:

$$P_v = \int_0^a \gamma \pi^3 f^2 B_m^2 l x^3 dx = \gamma \pi^3 f^2 l B_m^2 \frac{a^4}{4} \quad (9.23)$$

Kako je zapremina tijela  $V = a^2 \pi \cdot l$  to je:

$$P_v = \frac{1}{4} \gamma \cdot \pi^2 f^2 a^2 B_m^2 \cdot V \quad (\text{W})$$

a snaga zagrijavanja po jedinici zapremine:

$$P'_v = \frac{P_v}{V} = \frac{1}{4} \gamma \cdot \pi^2 f^2 a^2 B_m^2 \dots \dots (W/m^3) \quad (9.24)$$

Uobičajeno je da se snaga zagrijavanja usled vrtložnih struja  $P_v$  izražava uzimajući u obzir masu tijela, a ne zapreminu tj.

$$P_v = \sigma_m \cdot f^2 m \cdot B_m^2 \quad (\text{W})$$

a snaga po jedinici mase:

$$P'_v = \sigma_m \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad (\text{W/kg}) \quad (9.25)$$

$\sigma_m$  - koeficijent zavisan od materijala i njegovih geometrijskih oblika.

### ***Skin efekt***

Kad smo govorili o vrtložnim strujama u provodnom tijelu prepostavili smo da je raspodjela magnetnog polja u provodniku ujednačena. Prepostavka je opravdana za magnetna polja niskih učestanosti, do reda 50 Hz. Međutim, pri višim učestanostima raspodjela polja se sve

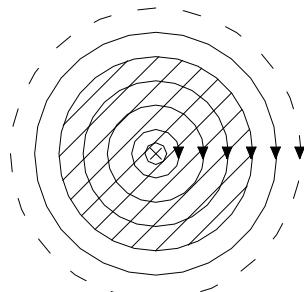
više koncentriše prema površini provodnika. Ova činjenica se može pogodno iskoristiti kod termičke obrade, posebno kaljenja, gdje je potrebno u kratkom vremenu postići visoke temperature na samoj površini predmeta, a da unutrašnjost ostane relativno hladna.

Naizmjenična struja kroz provodnik obrazuje naizmjenični magnetni fluks oko ose provodnika. Zamislimo da se masivni provodnik sastoji od niza tankih žica (sl.9.5) (strujnica) sabijenih jedna pored druge. Oko svake se nalazi promjenjiv magnetni fluks.

Najveći fluks se nalazi oko žice u središtu, te će u njoj biti i najveća kontralektromotorna sila,  $e = d\Phi/dt$ , koja se svojim djelovanjem suprotstavlja uzroku koji ju je proizveo. Ova kontralektromotorna sila kroz žicu protjeri struju u suprotnom smjeru struji kroz provodnik. Praktično izlazi da se otpornost ove žice povećala.

Isto se dešava i sa žicama na periferiji samo što je intenzitet pojave slabiji, jer njih ne obuhvata fluks u unutrašnjosti masivnog provodnika.

Iz ovog razmatranja proizilazi da je struja, ili tačnije gustina struje, kroz masivni provodnik najmanja u središtu provodnika, a najveća na površini. Zato se ovaj efekt zove površinski ili skin efekt. Ova pojava je utoliko izraženija što je učestanost struje viša.



Slika 9.5 Puni provodnik kao sistem strujnica

Koristeći ova kvalitativna razmatranja možemo na uprošćen način izvesti izraz za dubinu površinskog efekta.

Neka kroz provodnik dužine  $l$ , poluprečnika  $a$ , protiče naizmjenična struja data izrazom:

$$i(t) = I_m \cos \omega \cdot t$$

i neka struja usled površinskog efekta teče samo kroz površinski sloj debljine  $z$ . Neka je magnetna propustljivost provodnika  $\mu = const$ . Smatramo da je struja u unutrašnjosti provodnika sve do sloja  $z$  ravna nula. I jednačina magnetnog polja biće ravna nuli u unutrašnjosti provodnika do debljine  $z$  gdje počinje linearno da raste.

Iz zakona ukupne struje:

$$H \cdot l = N \cdot i \quad \text{pri } N = 1, i \quad l = 2\pi a \\ H(t) = \frac{i}{2 \cdot \pi \cdot a} = \frac{I_m}{2 \cdot \pi \cdot a} \cos \omega \cdot t \quad (9.26)$$

Srednja vrijednost amplitude ovog polja:

$$H_{sr} = \frac{1}{2} H_m = \frac{I_m}{4 \cdot \pi \cdot a} \quad (9.27)$$

a srednja vrijednost amplitude magnetne indukcije:

$$B_{sr} = \mu \cdot H_{sr} = \mu \frac{I_m}{4 \cdot \pi \cdot a} \quad (9.28)$$

Prosječna vrijednost fluksa kroz ovaj prstenasti provodnik:

$$\Phi_z(t) = B_{sr}(t)S = \mu \frac{I_m}{4 \cdot \pi \cdot a} l \cdot z \cdot \cos \omega \cdot t \quad (9.29)$$

elektromotorna sila samoindukcije usled ovog fluksa je u prstenu:

$$e_z = - \frac{d\Phi}{dt} = \mu \frac{I_m}{4 \cdot \pi \cdot a} \omega \cdot l \cdot z \cdot \sin \omega \cdot t = E_m \sin \omega \cdot t \quad (9.30)$$

Amplituda elektromotorne sile je:

$$E_m = \mu \frac{I_m}{4 \cdot \pi \cdot a} \omega \cdot l \cdot z \quad (9.31)$$

odnos

$$\frac{E_m}{I_m} = \mu \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot a} \omega \cdot l \cdot z \quad (9.32)$$

je po prirodi otpornost kojom se ovaj sloj suprotstavlja proticanju struje. Sa druge strane ova otpornost  $R_e$  sasvim opšte se može izraziti:

$$R_e = \rho \frac{l}{s_z} = \rho \frac{l}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot z}$$

Ako izjednačimo ova dva izraza za otpornosti

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{4 \cdot \pi \cdot a} \omega \cdot l \cdot z &= \rho \frac{l}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot z} \\ \mu \frac{z \cdot \omega}{2} &= \frac{\rho}{z} \\ z^2 &= \frac{2\rho}{\omega \cdot \mu} = \frac{2\rho}{\mu \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{1}{\gamma \cdot \mu \cdot \pi \cdot f} = \frac{\rho}{\mu \cdot \pi \cdot f} \end{aligned} \quad (9.33)$$

Imajući u vidu da je  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ , gdje je  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m], sada **dubinu prodiranja**  $z$  možemo napisati u uobičajenoj formi:

$$z = 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r \cdot f}} \quad (9.34)$$

Pri ovom načinu određivanja dubine prodiranja  $z$ , pošli smo od određenih aproksimacija. Rješavanjem Maksvelovih jednačina, uočava se da  $z$  predstavlja dubinu na kojoj vrijednost gustine struje  $J$  opadne  $e^{-1}$  puta od vrijednosti na površini tijela, tj:

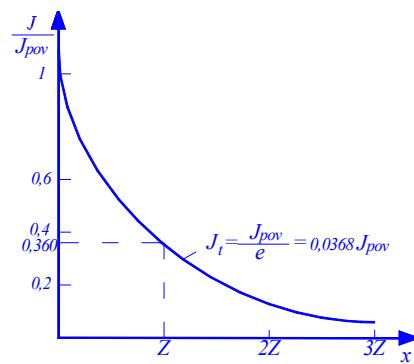
$$J_z = J_0 \cdot e^{-1} = \frac{J_0}{e}$$

Gustina struje opada eksponencijalno prilikom prodiranja u metal, kako se vidi na sl. 9.6.

Posmatrajmo sada snagu zagrijavanja koja se razvija u tijelu, odnosno na njegovoj površini do dubine prodiranja  $z$ .

Vrijednost indukovane struje u tijelu je ravna ukupnoj struci u solenoidu NI, pa je ukupna snaga:

$$P = (NI)^2 R_e \quad (9.35)$$



Slika 9.6 Promjena gustine struje po dubini provodnika

Snaga zagrijavanja po jedinici površine cilindričnog provodnika je;

$$\begin{aligned}
P' &= \frac{P}{S} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot l} \\
P' &= \frac{(NI)^2 R_e}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot l} = \frac{(NI)^2}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot l} \rho \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{l \cdot z} = \left( \frac{NI}{l} \right)^2 \frac{\rho}{z} \dots (W/m^2) \\
P' &= \left( \frac{NI}{l} \right)^2 \frac{\rho}{\sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot f \cdot \pi}}} = \left( \frac{NI}{l} \right)^2 \sqrt{\rho \cdot \mu \cdot f \cdot \pi} \quad (\text{W/m}^2) \\
P' &= H^2 \sqrt{\rho \mu f \pi} \quad (\text{W/m}^2)
\end{aligned} \tag{9.36}$$

Iz izraza (9.36) se vidi da gustina snage po jedinici površine cilindričnog tijela zavisi od kvadrata jačine magnetnog polja odnosno jačine struje u induktoru, te magnetnih i električnih osobina provodnika (šarže).

Pokazuje se, da se na dubini prodiranja  $z$ , u toplotu transformiše 86,4% od ukupno apsorbovane snage. Ovo daje za pravo, da se u teorijskim razmatranjima smatra da struja teče samo po površini provodnika do dubine prodiranja  $z$  i da se samo ovaj dio zagrijava vrtložnim strujama. Iz izraza (9.34) i (9.36) je očigledno da se, sa visokim učestanostima stuje induktora, može postići vrlo brzo zagrijavanje samo površinskog sloja provodnika.

### 9.3.3 Elektrodinamički efekti u istopljenoj šarži

Rekli smo da se indukciono zagrijavanje koristi kako za termičku obradu metala i zagrijavanje pred plastične deformacije, tako i za topljenje metala. Topljenje metala vrši se u indukcionim pećima. U principu, konstruktivno postoje dva osnovna tipa indukcionih peći:

- peći sa magnetnim jezgrom ili ***kanalske peći*** i
- peći bez magnetnog jezgra ili ***lončaste peći***.

Sada ćemo se, u principu, upoznati sa nekim elektrodinamičkim pojavama koje se dešavaju kod istopljenog metala u indukcionoj peći. Ovi efekti imaju posebno značajan uticaj na rad peći sa magnetnim jezgrom.

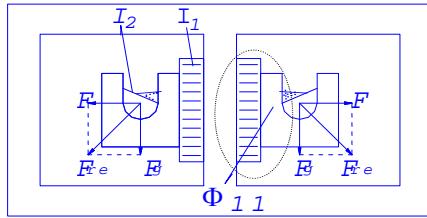
Usljed uzajamnog djelovanja između struje u kanalu peći i rasutog magnetnog fluksa, ostvarenog od struje primara, stvara se tzv. ***motorni efekt*** ili ***efekt kretanja***, a usljed uzajamnog djelovanja struje u kanalu i magnetnog polja ostvarenog tom strujom u kanalu stvaraju se ***efekt sabijanja*** i ***efekt vrtložnih sila***. Jasno je da sva tri ova efekta djeluju jednovremeno.

#### Motorni efekt

Usljed postojanja struje u talini, na svaku česticu metala u kanalu djeluju sile  $F$ , koje imaju uvijek isti smjer; od jezgra prema vani. Ova sila je, dakle, centrifugalna. [tetna strana centrifugarnog djelovanja je u tome, što se povećava pritisak na zidove kanala, a time njegovo brže habanje. Osim toga, pošto struja ne prolazi kroz šljaku, na nju ne djeluje sila, tako da na jednom dijelu kanala metal ostaje otkriven, usljed čega dolazi do površinske oksidacije istopljenog metala. Pozitivna strana ovog efekta je u tome, što se vrši miješanje pa i homogenizacija metala.]

Kakvi su kvantitativni odnosi između struje u kanalu i mehaničkih sila u tečnom metalu? Poznat je izraz za mehaničku силу na elementarni strujni provodnik dužine  $dl$ , kojim teče struja  $I$ , koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije  $B$ .

$$\begin{aligned}
d\vec{F} &= \vec{I} (d\vec{l} \cdot \vec{x} \cdot \vec{B}) \\
dF &= I \cdot dl \cdot B \sin(\vec{d\vec{l}}, \vec{B})
\end{aligned}$$



Slika 9.7 Motorni efekt kod kanalske peći

Amplituda diferencijalne sile:

$$dF_m = I_{2m} \cdot dl \cdot B_{sm} \cdot \sin(\theta) = I_{2m} \cdot dl \cdot B_{sm} \quad (9.44)$$

$$B_{sm} = \frac{\Phi_{sm}}{S_s}; \dots S_s = b_s \cdot l_s$$

$S_s$  - površina kroz koju prolazi fluks

$b_s$  - širina vratostalnog ozida između kanala i primara

$l_s$  - srednji obim ove izolacije.

Da bi odredili  $B_{sm}$ , koristićemo efektnu vrijednost elektromotorne sile samoindukcije rasipanja  $E_s$  uslijed ukupnog fluksa rasipanja.

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \Phi_{11} + \Phi_{22} \\ E_s &= 4,44 \cdot \Phi_{sm} \cdot f \cdot N_1 = 4,44 \cdot B_{sm} \cdot S_s \cdot f \cdot N_1 \\ B_{sm} &= \frac{E_s}{4,44 \cdot S_s \cdot f \cdot N_1} \\ dF_m &= I_{2m} \cdot dl \frac{E_{sm}}{4,44 \cdot S_s \cdot f \cdot N_1} \\ dF_m &= I_2 \cdot dl \frac{E_s}{6,28 \cdot S_s \cdot f \cdot N_1} \end{aligned} \quad (9.45)$$

Sa zadovoljavajućom tačnošću možemo pisati da je  $I_2 = N_1 \cdot I_1$  i da je elektromotorna sila  $E_s$  kod indukcionih pećiju, koja radi kao transformator u kratkom spoju:

$$E_s = U_1 \sin \gamma$$

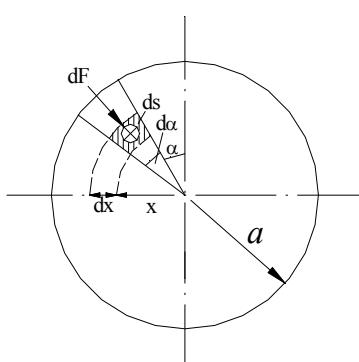
Sada možemo pisati za силу po jedinici dužine:

$$\begin{aligned} F' &= \frac{dF}{dl} = I_2 \frac{E_s}{6,28 \cdot f \cdot S_s \cdot N_1} = I_2 \frac{U_1 \cdot \sin \gamma}{6,28 \cdot b_s \cdot l_s \cdot f \cdot N_1} = \\ &= N_1 I_1 \frac{U_1 \cdot \sin \gamma}{6,28 \cdot b_s \cdot l_s \cdot N_1 \cdot f} \\ F' &= I_1 \frac{U_1 \cdot \sin \gamma}{6,28 \cdot b_s \cdot l_s \cdot f} = \frac{U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \gamma}{2 \cdot b_s \cdot l_s \cdot f} \text{ (N/m)} \end{aligned} \quad (9.46)$$

Iz ovog izraza je vidljivo, da se sila može odrediti na osnovu ulazne snage peći  $U_1 \cdot I_1$ , sunusa faznog pomjeraja između napona i struje peći, frekvencije i dimenzija peći.

### Efekt sabijanja - pinč efekt (pinch)

Ovaj efekt nastaje kao posljedica uzajamnog djelovanja struje u kanalu i magnetnog polja



proizведенog tom strujom (sl.9.8)

*Slika 9.8 Efekt sabijanja*

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= d\vec{I}_2 (dl \cdot x \cdot \vec{B}) \\ dF &= dI_2 \cdot dl \cdot B \cdot \sin(\theta) = dI_2 \cdot dl \cdot B \quad (9.47) \\ dI_2 &= J_2 \cdot ds \\ J_2 &= \frac{I_2}{a^2 \pi} \cdot i \cdot ds = x \cdot d\alpha \cdot dx \end{aligned}$$

Sada vrijednost diferencijalne struje možemo pisati:

$$dI_2 = J \cdot ds = \frac{I_2}{2} \cdot x \cdot d\alpha \cdot dx \quad (9.48)$$

Jačina magnetnog polja u istopljenoj masi metala je opšte:

$$B = \mu \cdot H$$

Magnetizaciono polje H u unutrašnjosti provodnika kružnog presjeka, kao što je poznato može se izraziti:

$$H = I_2 \frac{x}{2 \cdot \pi \cdot a^2} \quad (9.49)$$

magnetna propustljivost metala je opšte:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \text{ za vakum: } \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

$$B = \mu \cdot \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot a^2} x$$

Sada je:

$$\begin{aligned} dF &= dI_2 \cdot dl \cdot B = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot a^2} x \cdot d\alpha \cdot dx \cdot \mu \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot a^2} x \cdot dl \\ dF &= \mu \frac{I_2^2}{2 \pi^2 a^4} x \cdot dx \cdot (x \cdot d\alpha \cdot dl) \quad (9.50) \end{aligned}$$

$x \cdot dx = dS$  - elementarna površina cilindra na koju djeluje sila  $dF$ .

Prema tome, sila po jedinici površine:

$$dF' = \frac{dF}{dS} = \mu \frac{I_2^2}{2 \pi^2 a^4} x \cdot dx \quad (9.51)$$

Ukupan pritisak  $F'$ , u ma kojoj tački cilindra od rastojanja  $x$  do a se nalazi iz integrala:

$$F' = \int_x^a dF' = \mu \cdot \frac{I_2^2}{2 \pi^2 a^4} \cdot \int_x^a x \cdot dx = \mu \cdot \frac{I_2^2}{2 \pi^2 a^4} \cdot \frac{1}{2} (a^2 - x^2) \quad (9.52)$$

Ukupan pritisak u centru provodnika ( $x=0$ ) je:

$$F'_0 = \mu \cdot \frac{I_2^2}{4 \pi^2 a^2} \cdot \left( \frac{a^2}{2} \right) \quad (9.53)$$

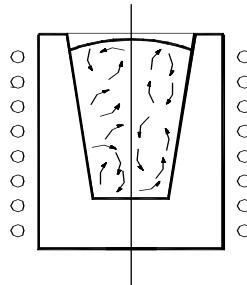
Uticaj pinč-efekta je negativan, jer se može dogoditi da se metal na jednom mjestu kanala prekine. Ovo se ne smije dozvoliti i zato se ne smije prekoračiti određena struja -kritična struja.

### **Efekt vrtložnih sila**

Ovaj efekt nastaje iz istih razloga kao i pinč-efekt, ali se javlja u slučaju ako je presjek kanala promjenljiv, što može biti namjerno ili slučajno. Usljed ovog efekta, pojavljuje se sila koja djeluje duž ose kanala, i to od manjeg poprečnog presjeka kanala ka većem. Ova sila ostvaruje vrtložno

kretanje metala duž ose kanala i metal se kreće u krug duž ose metala. Ovaj elektrodinamički efekt izraženiji je kod peći bez magnetnog jezgra ili peći sa topioničkim loncem, slika 9.9.

Usljed proticanja jakih struja kroz induktor, šarža se nalazi u jakom elektromagnetskom polju, i u šarži se mogu javiti jake elektrodinamičke sile koje mogu izazvati pritisak i do  $10N/cm^2$ . Ove sile izazivaju cirkulaciju rastopljenog metala što ima i pozitivnih i negativnih posljedica. Pozitivni efekt im je što izazivaju i temperaturno i hemijsko izjednačavanje šarže po zapremini, a negativan je uticaj na vatrostalnu oblogu.



Slika 9.9 Efekt vrtložnih sila kod lončaste peći

Kod lončastih peći je potrebno voditi računa da se na vrhu lonca ne obrazuje "most" od čvrste šarže, a da je u donjem dijelu lonca šarža istopljena. Tada može da dođe do pregrijavanja rastopljenog metala i, zbog dosta intenzivnog miješanja, može da dođe do oštećenja vatrostalne obloge. To može da izazove procurenje šarže, što opet, ako dođe do probijanja namotaja induktora, može da izazove eksploziju, jer su provodnici induktora obično hlađeni vodom.

Negativne posledice elektrodinamičkog miješanja metala suzbijaju se na taj način što se induktor izrađuje od više djelova. Ponekad se peći izvode sa dva induktora, od kojih se jedan napaja strujom industrijske učestanosti (50Hz), i on obezbeđuje miješanje metala, i drugi, koji se napaja povišenom učestanostu, obezbeđuje energiju za topljenje metala.