Mehanički talasi

Karakteristike talasnog kretanja

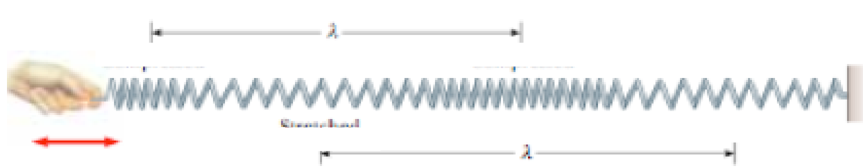
Sa različitim primjerima talasnog kretanja susrećemo se u svakodnevnom životu: govor, muzika, radio i TV talasi, svjetlost itd. Bez obzira na vrstu talasa opšte zakonitosti koje se odnose na njihovo prostiranje važe za sve talase i mogu se proučavati na primjeru mehaničkih talasa (govor, muzika).

Pretpostavimo da se u nekoj materijalnoj sredini sistem (čestica) izvede iz svog ravnotežnog stanja nakon čega započinje oscilatorno kretanje. Oscilovanje čestica pod dejstvom elastične sile će se prenositi sa jedne na drugu česticu (elastična deformacija) u vidu talasa. Brzina kojom se oscilacije prenose kroz prostor **c** zavisi od svojstava sredine kroz koju se talas prostire. Sredina ne kreće zajedno sa talasnim kretanjem već se materijalne tačke sredine kreću oko svojih ravnotežnih položaja. Tačka iz koje je započelo talasno kretanje naziva se **izvor talasa**, a površina do koje je u jednom trenutku stigao talas je **talasni front.**

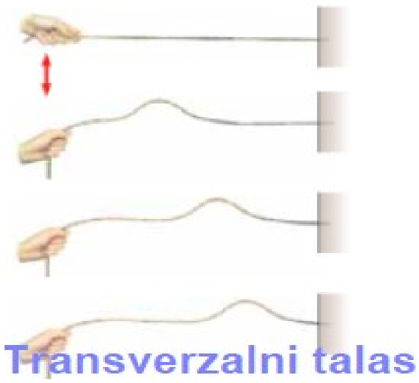
Mehanički talas nastaje tako što **se** djelić elastične sredine pomjeri se iz ravnotežnog položaja i počne oscilovati oko njega, prenoseći poremećaj sa jedne na drugu česticu elastične sredine. Mehanički talasi mogu nastati pri širenju oscilacija kroz neku sredinu i to su **elastični talasi** ili na površini tečnosti kada se oscilovanje sa jedne na drugu česticu prenosi putem sile površinskog napona i gravitacione sile tzv. **površinski talasi**. Dakle, da bi nastao mehanički talas potreban je izvor talasa i sredina kroz koju se prenosi, odnosno medijum. Medijum može biti u bilo kom agregatnom stanju: čvrstom, tečnom ili gasovitom. Pri prostiranju talasa u prostoru čestice materijalne sredine međusobno djeluju periodičnom prinudnom silom s frekvencijom koja odgovara frekvenciji talasa. Dakle, kod elastičnih mehaničkih talasa sve čestice sredine osciluju oko svojih ravnotežnih položaja istom frekvencijom koja je jednaka frekvenciji izvora talasa.

Prema kretanju čestica materije u odnosu na pravac prostiranja talasa talasi mogu biti:

- **Longitudinalnielastični talasi** (kretanje čestica materije naprijed - nazad u pravcu prostiranja talasa). Longitudinalni talasi se javljaju u tečnostima, gasovima i čvrstim sredinama.
- **Transverzalni elastični talasi** (kretanje čestica materije je normalno na pravac prostiranja talasa). Transverzalni talasi su karakteristični za čvrste materijalne sredine.

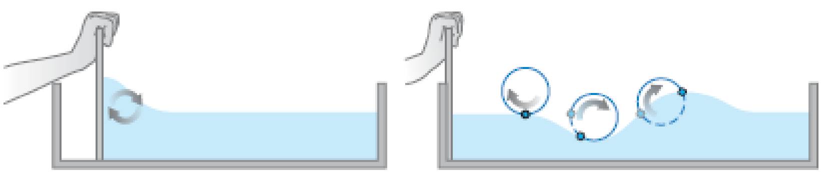


Slika 1. Longitudinalni talas.Čestice osciluju u pravcu kretanja talasa.



Slika 2. **Čestice talasa osciluju normalno na pravac kretanja talasa.**

U prirodi se često susreću talasi koji nisu ni potpuno transverzalni niti potpuno longitudinalni već predstavljaju kombinaciju ove dvije vrste. Primjer takvog talasa su talasi koji nastaju na površini vode.



Slika 3. Talasi koji nastaju pomjeranjem posude sa vodom lijevo i desno imaju i transverzalnu i longitudinalnu komponentu.

Prema složenosti talasi se mogu podijeliti na:

- proste talase (sinusni ili kosinusni) - kada se kao talas prostire jedna prosta harmonijska oscilacija,
- složene talase - kada čestice materijalne sredine vrše složeno kretanje.

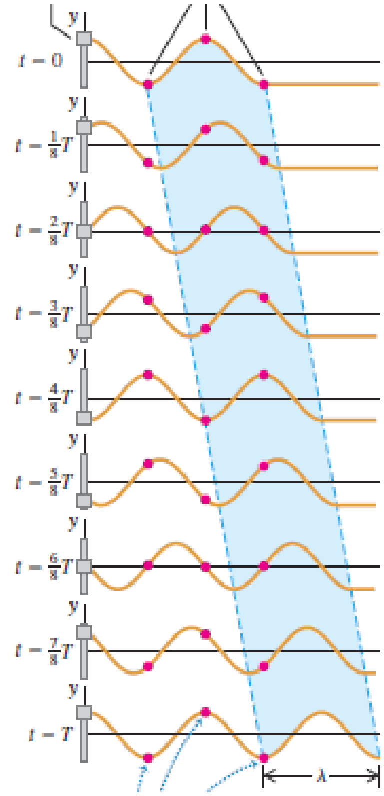
Dalje će biti razmatrani samo prosti harmonijski talasi.

Harmonijski talasi

Kao najjednostavniji oblik talasnog kretanja razmatraćemo harmonijske talase.Posmatrajmo transverzalni talas koji nastaje povlačenjem jednog kraja kanapa čiji je drugi kraj učvršćen za zid.Pod dejstvom transverzalne sile kanap će nastaviti da se kreće u pravcu gore-dolje.
Pretpostavimo sada da je sila periodična i da ćekretanje koje se odvija pod njenim dejstvom biti prosto harmonijsko oscilovanje koje karakterišu kružna frekvencija $w=2\pi/T$ i period oscilovanja T. Tada je frekvencija koja odgovara ovom oscilovanju $\nu=1/T$. Uočimo tri čestice sredine koje vrše oscilatorno kretanje predstavljene tačkama označenim crvenom bojom. Između ovih čestica djeluju elastične sile. Neka u trenutku t=0 započinje talasno kretanje odnosno čestice počinju

oscilovati iz ravnotežnog položaja u pravcu normalnom na x-osu sa smjerom nagore. Posmatraćemo kretanje tri uočene čestice u vremenskim intervalima od t=T/8 u toku ukupnog vremena t=T koje odgovara jednom periodu, odnosno, jednoj punoj oscilaciji. Napredovanje talasa u prostoru u odnosuna tri posmatrane tačke je naglašeno plavom bojom. Sa kretanjem talasa, svaka tačka na užetu osciluje oko svog ravnotežnog položaja jednostavnim harmonijskim kretanjem. Kada sinusoidni talas prođe kroz medijum svaka čestica sredine osciluje istom frekvencijom oscilovanja (kao što je to već ranije rečeno). Za vrijeme od jednog perioda svaka uočena čestica je prešla rastojanje koje odgovara jednoj talasnoj dužini. Dakle, talasna dužina je najkraće rastojanje između dva susjedna maksimuma ili minimuma talasa, odnosno dvije čestice koje osciluju u istoj fazi. Talasna dužina se može izraziti kao proizvod brzine talasa i vremena koje odgovara jednoj punoj oscilaciji.Ima dimenziju dužine, odnosno izražava se u metrima:

$$\lambda = cT, \quad c = \frac{\lambda}{T}$$



Slika 4. Transverzalni talas koji putuje sa lijeva na desno. Označene su tri tačke na talasu i njihovo pomjeranje posmatrano au vremenskim razmacima od T/8. Plavom bojom je naglašeno kretanje talasa koje odgovara jednoj talasnoj dužini.

Napomena: Važno je razlikovati brzinu transverzalnih talasa od brzine čestica koje osciluju čineći transverzalni talas. Npr.transverzalni talas se kreće konstantnom brzinom v odnosno v_x duž pravca x ose, dok čestice osciluju u transverzalnom pravcu y ose (normalno na pravac kretanja talasa) brzinom oscilovanja v_y.

Za razliku od navedenog primjera u kojem su se čestice kretale samo duž x ose u većini slučajeva u praksi talasno kretanje se prostire zahvatajući veći dio zapremine materijalne sredine.Dakle, prema načinu prostiranja (pravca prenosa energije) talasi mogu biti:

- jednodimenzionalni (linijski) - talasi duž žice ili opruge,
- dvodimenzionalni (površinski) - talasi na površini vode,
- trodimenzionalni (prostorni) - zvučni ili svjetlosni talasi iz tačkastog izvora.

Geometrijsko mjesto tačaka do kojih je u jednom trenutku t stigao talas naziva se talasni front. Talasni front dijeli prostor u kojem čestice elastične sredine osciluju od dijela prostora u kojemoscilovanja još nema. Čestice elastične sredine koje osciluju u fazi čine jednu talasnu površinu. U određenom trenutku može da postoji beskonačno mnogo talasnih površina, ali samo jedan talasni front. Za razliku od talasnog fronta talasne površine se ne kreću i one prolaze kroz ravnotežne položaje čestica koje osciluju u fazi. Talasne površine mogu biti proizvoljnog oblika, ali najčešće se susreću ravan i sfera odnosno njima odgovarajući ravni i sferni talasi, respektivno. Dakle i **prema obliku talasnog fronta** talasi se dijele na:

- sferne talase (kod kojih je talasni front sfera sačinjena od koncentričnih sfernih površi),

- ravanske talase (kod kojih je talasni front ravan).

Talasna funkcija

Izazvani poremećaj koji predstavlja izvor talasa može biti proizvoljnog oblika, pa samim tim i talasna funkcijakoja opisuje ovo kretanje može imati različite oblike. Talasna funkcija daje informaciju o elongaciji čestice sredine koja zahvaćena talasom osciluje na nekom rastojanju x od izvora talasa u proizvoljnom trenutku.

Posmatrajmo najopštiji slučaj talasnog kretanja. Neka je u trenutku t pomjeranje čestice koja osciluje ξ pri čemu su koordinate njenog ravnotežnog položaja x, y, z. Tada se talasna funkcija kojom se opisuje zavisnost udaljenosti čestice od koordinata njenog ravnotežnog položaja (x,y,z) i vremena t u svakom trenutku može zapisati u obliku:

$$\xi = \xi(x, y, z, t)$$

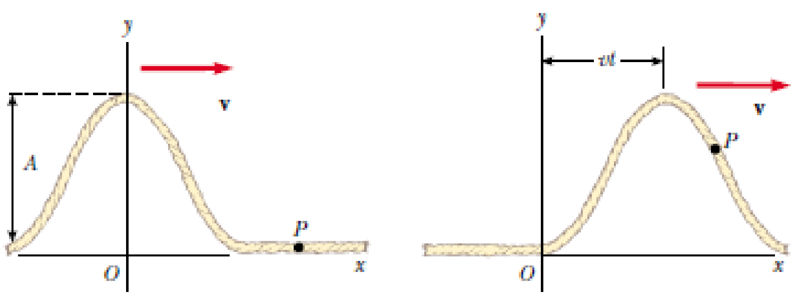
Ova funkcija je periodična u odnosu na koordinate i vrijeme jer čestice koje se nalaze na međusobnom rastojanju λ osciluju na isti način.

Sada pretpostavimo da se talas kreće samo duž x-ose na primjeru transverzalnog poremećaja na žici. Dakle, sada talasna jednačina ne zavisi od tri (x,y,z) već samo od jedne prostorne koordinate (x) i vremena t. Tako da ćemo nadalje umjesto promjenljive ξ koristiti y, a pa se prethodna jednačina svodi na oblik:

$$y = y(x, t)$$

U trenutku t=0, talas je predstavljen funkcijom:

$$y(x,t) = f(-x), t = 0$$



Slika 5. Transverzalni talas na žici u trenutku t=0 (slika lijevo) I u trenutku t nakon pređenog puta x=vt (slika desno).

Nakon vremena t, impuls je **u pozitivnom smjeru** x ose prešao put x=ct, gdje je c=const. i predstavlja brzinu posmatranog talasa. Sada je dato kretanje opisano funkcijom:

$$y(x,t) = f(ct - x), t = t$$

Za talas koji putuje **u negativnom smjeru x** ose jednačina bi bila:

$$y(x,t) = f(ct + x), t = t$$

Za svaki određeni trenutak vremena t talasna funkcija koja opisuje ovo kretanje je data izrazom y=f(x).

Najvažniji i najjednostavniji oblik talasa je **jednostavan harmonijski talas** čiji je oblik opisan prostom **sinusnom** ili **kosinusnom funkcijom**:

$$y(x,t) = y_0 \sin\left(w(t - \frac{x}{c}) \right) = y_0 \sin(wt - kx)$$

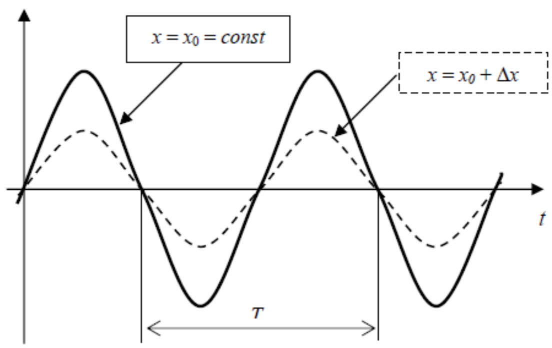
gdje je $k = \frac{w}{c} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda}$, k[1/m] talasni broj, λ[m] talasna dužina (put koji talas pređe za jedan period T krećući se brzinom talasa c).

Talasna dužina je ujedno minimalno rastojanje rastojanje između dvije identične tačke talasa (npr. 2 susjedna maksimuma ili minimuma).Dakle, koristeći prethodno navedene veličina jednačina progresivnog talasa može se zapisati na različite načine:

$$y(x,t) = y_0 \sin(wt - kx)$$

$$y(x,t) = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$y(x,t) = \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{c}\right)$$



Slika 6. Sinusoidni talas. Elongacija u funkciji vremena.

Fizičke veličine koje karakterišu mehanički progresivan talas koji se prostire kroz elastičnu sredinu su:

- y [m] elongacija, rastojanje čestice od ravnotežnog polažaja,
- y_0[m] amplituda, maksimalno rastojanje čestice koja osciluje od ravnotežnog položaja,
- T [s] period, vrijeme za koje čestica izvrši jednu punu oscilaciju[1],
- ν [Hz] frekvencija, broj oscilacija čestica u jedinici vremena, ν=1/T,
- w[rad/s] kružna frekvencija, w=2π/T=2 πν,
- λ[m] put koji talas pređe za vrijeme od jednog perioda prositrući se brzinom talasa c, $\lambda = cT$, tj. najkraće rastojanje između dvije čestice koje su u fazi oscilovanja
- k[1/m] talasni broj, k= 2π/λ, broj talasnih dužina na 2 π metara rastojanja,
- (wt-kx) [rad] faza oscilovanja,
- c [m/s] brzina prostiranja talasa[2]

Talasna funkcija ima **periodični oblik** što znači da u datom vremenskom trenutku y ima istu vrijednost u položajima x, x+λ, x+2λ.

---

[1]Period je vrijeme potrebno da talas pređe put koji odgovara jednoj talasnoj dužini λ=cT.

[2]Brzina prostiranja talasa c često se naziva i fazna brzina.

Kao što se vidi iz talasne funkcije, pretpostavljeno je da sve čestice, nezavisno od koordinate x, osciluju istom amplitudom y_0 koja predstavlja amplitudu talasa. Navedena funkcija predstavlja i longitudinalne i transverzalne talase.

Brzina prostiranja talasa

Brzina prostiranja talasa zavisi od vrste talasa (transverzalni i longitudinalni) i karakteristika sredine kroz koju se prostire talas .

Brzina prostiranja transverzalnih talasa može se izvesti na primjeru prostiranja transverzalnog talasa duž zategnute žice koja je učvršćena na oba kraja i na koju djeluje sila zatezanja T. Uočimo infinitezimalno mali element žice dužine Δs na koji sa obe strane djelujemo silom zatezanja T i primjenimo na njega II Njutnov zakon. Žica je homogena (od istog materijala i svuda iste debljine), a njena masa po jedinici dužine (podužna masa) je:

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta s} = \frac{m}{L}$$

Horizontalne komponenete vektora sile zaezanja se međudobno poništavaju, a vertikalne komponente djeluju ka centru kružnice.

Djelić žice mase m kreće se po vertikalnom pravcu, a u skladu saII Njutnovim zakonom važi:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Suma sila koje djeluju u vertikalnom pravcu (duž radijusa kružne putanje i normalno na tangentu u datoj tački) je zbir projekcija sile zatezanja žice Tna y osu:

$$\sum F = 2T \sin\theta$$

Pošto je ugao θ mali, sinus ugla se može aproksimirati samim uglom te se dobija:

$$\sum F = 2T \sin\theta \approx 2T\theta$$

Kako segment žice formira kružni luk kojem odgovara centralni ugao 2θ , to je:

$$\Delta s = R \cdot 2\theta$$

tako da se podužna masa može zapisati na sljedeći način:

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta s} = \frac{\Delta m}{2R\theta}$$

Uočeni segment žice ima centripetalno ubrzanje usmjereno ka centru kružnice zbog djelovanja komponenti sila zatezanja žice T koja djeluje na obe strane segmenta u pravcu tangente u posmatranoj tački segmeta:

$$a_r = \frac{c^2}{R}$$

Zamjenom u izraz za II Njutnov zakon dobija se:

$$\sum F = ma = m\frac{c^2}{R} = 2R\theta\mu\frac{c^2}{R} = 2\mu\theta c^2$$

odnosno:

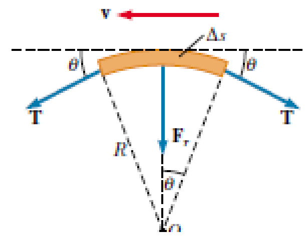
$$2\theta T = 2\mu\theta v^2$$

Odavde je **brzina prostiranja transverzalnog talasa u čvrstoj elastičnoj sredini** data izrazom:

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

gdje je T[N] sila zatezanja žice (niti), μ[kg/m] podužna masa (masa po jedinici dužine tj. m/l.).

Dakle, brzina transverzalnog talasa će rasti sa povećanjem sile zatezanja, a opadati sa povećanjem podužne mase.



Slika 7. Infinitezimalno mali dio užeta se pomjera ulijevo brzinom v.

Brzina prostiranja longitudinalnih talasa

Kako je već ranije rečeno longitudinalni talasi se javljaju u svim agregatnim stanjima supstance. Kada su u pitanju čvrsta tijela primjer ovakvog talasa je talas koji se prostire kroz metalnu šipku, a njegova brzina se može izvesti posmatrajući element šipke na koji djeluje elastična sila u skladu sa Hukovim zakonom. Dobija se da je **brzina longitudinalnog talasa u čvrstoj sredini**:

$$c_l = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$$

gdje je Ey [N/m] Jungov moduo elastičnosti materijala od kojeg je načinjena šipka, ρ[kg/m^3] gustina elastične sredine kroz koju se prostire talas.

Kroz fluide se prenose longitudinalni talasi.

Brzina longitudinalnih talasa u fluidnoj (tečnoj ili gasovitoj sredini) data je izrazom:

$$c = \sqrt{\frac{E_V}{\rho}}$$

gdje je Ev[N/m] moduo elastičnosti sredine[3], ρ[kg/m^3] gustina elastične sredine kroz koju se prostire talas.

Brzinu prostiranja longitudinalnih talasa kroz gasove možemo odrediti iz izraza:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

gdje je $\gamma = C_p/C_v$ adijabatska konstanta (zavisi od vrste gasa), R=8,3 J/mol·K univerzalna gasna konstanta, T[K] termodinamička temperature, M[g/mol] molarna masa gasa.

Kada se longtudinalni talas prostire kroz elastičnu sredinu odvija se neprekidno zgušnjavanje i razrjeđivanje sredine.

[3]Kod gasova moduo elastičnosti ima dvije različite vrijednosti u zavisnosti od toga da li se zgušnjavanje ili razrjeđivanje vazduha pri prolasku zvučnog talasa odvija izotermski ili adijabatski o čemu će biti više riječi u poglavlju o zvuku.

Primjer: *Brzina zvuka kroz neki metal iznosi 2600 m/s. Od tog materijala napravljena je žica dužine 1 m i poprečnog presjeka 1 mm². Pri opterećenju žice tegom čija je masa 1 kg dolazi do istezanja žice za 0,5 mm. Odrediti gustinu materijala od kojeg je napravljena žica.*

Rješenje:*Gustina materijala se možeodrediti preko iz izraza za brzinu longitudinalnih talasa:*

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

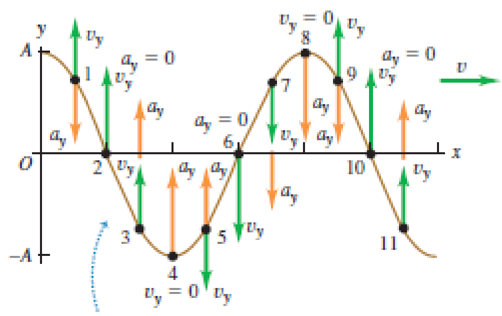
Pošto je nepoznat moduo elastičnosti materijala on se određuje iz izraza:

$$E = \frac{\sigma}{\delta} = \frac{F/S}{\Delta l / l} = \frac{F \cdot l}{\Delta l \cdot S}$$

Zamjenom u prethodni izraz dobija se:

$$\rho = \frac{E}{v^2} = \frac{Fl}{\Delta l \cdot S \cdot v^2} = 2902 kg/m^3$$

Brzina i ubrzanje čestica talasa



Slika 8. Brzina i ubrzanje čestica talasa.

Iz talasne funkcije:

$$y(x,t) = y_o \sin(wt - kx)$$

može se odrediti brzina i ubrzanje čestica koje osciluju. Kako bi se razlikovala od brzine talasa koji se prostire duž x ose, brzinu i ubrzanje čestica ćemo označiti sa v_y i a_y, respektivno. Pošto talasna funkcija zavisi od dvije promjenljive x i t, da bismo pronašli brzinu čestica u datoj tački, pretpostavljamo da je x=const i funkciju y(x,t) diferenciramo po vremenu:

$$v_y(x,t) = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=const} = y_o w \cos(wt - kx) = v_0 \cos(wt - kx)$$

$$a_y(x,t) = \left.\frac{dv_y}{dt}\right|_{x=const} = \left.\frac{d^2 y}{dt^2}\right|_{x=const} = -y_o w^2 \sin(wt - kx) = -a_0 \sin(wt - kx)$$

Dakle, dobili smo izraze za brzinu i ubrzanje čestica koje osciluju. Posmatrajući izraze za brzinu i ubrzanje čestica i predstavljajući ih grafičkidolazimo do zaključka da brzina i ubrzanje ne dostižu maksimalne vrijednosti istovremeno pa je brzina maksimalna u ravnotežnom položaju (za y=0), dok je ubrzanje maksimalno u amplitudnom položaju tj.za $y = \pm y_0$ (Slika). Po analogiji sa talasnom funkcijom vidimo da su amplitdne vrijednosti brzine i ubrzanja date redom izrazima:

$$v_0 = y_o w$$

$$a_0 = y_o w^2$$

Matematički posmatrano izrazi za maksimalnu brzinu i ubrzanje čestica su isti kao kod jednostavnog harmonijskog oscilovanja.
Kao što smo pronašli drugi parcijalni izvod talasne funkcije po t, kada je x=const (izraz za ubrzanje), tako možemo izračunati i parcijalni izvod talasne funkcije po x, ako pretpostavimo da je t=const pri čemu se dobija:

$$\left.\frac{d^2 y}{dx^2}\right|_{t=const} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(y_0 k \cos(wt-kx)\right) = -y_0 k^2 \sin(wt-kx) = -k^2 y(x,t)$$

Dijeljenjem poslednje dvije jednačine (izraza za ubrzanje i poslednje jednačine) dobija se izraz:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)/\partial t^2}{\partial^2 y(x,t)/\partial x^2} = \frac{w^2}{k^2} = v^2$$

Ovaj izraz predstavlja **talasnu jednačinu oblika:**

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Talasna jednačina se može primjeniti na različite vrste talasnog kretanja. Za talase na žici, y predstavlja vertikalni pomjeraj žice. Za zvučne talase, y odgovara pomjeraju molekula vazduha iz ekvilibrijumskog (ravnotežnog) položaja bilo pritiska ili gustine gasa kroz koji se talas prostire. U slučaju elektromagnetnih talasa y odgovara komponentama električnog i magnetnog polja.
Rješenje **talasne jednačine je periodična talasna funkcija oblika**, kao što je već ranije navedeno:

$$y(x,t) = y_0 \sin(wt-kx)$$

Primjer: *Talasna funkcija za talas na žici ima oblik* $y(x,t) = 0{,}02\sin(20\pi \cdot t - \pi x)$. *Sve jedinice su date u SI sistemu. Odrediti talasnu dužinu, frekvenciju oscilacija, maksimalnu brzinu i ubrzanje djelića žice, kao i brzinu prostiranja talasa.*

Rješenje: *Upoređivanjem date talasne funkcije sa opštim oblikom:* $y(x,t) = y_o \sin(wt-kx)$ *mogu se odrediti tražene veličine.*

Kako je $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, *a k=π talasna dužina je* $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2m$

$$w = 20\pi = 2\pi\nu,\ \nu = \frac{w}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10Hz$$

Dalje, kako je:

$$v_y(x,t) = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=const} = y_o w\cos(wt-kx) = v_0\cos(wt-kx)$$

$$a_y(x,t) = \left.\frac{dv_y}{dt}\right|_{x=const} = \left.\frac{d^2y}{dt^2}\right|_{x=const} = -y_o w^2\sin(wt-kx) = -a_0\sin(wt-kx)$$

maksimalna brzina i ubrzanje dati su redom izrazima:

$$v_0 = y_0 w = 0{,}02 \cdot 20\pi = 1{,}256 \frac{m}{s}$$

$$a_0 = y_0 w^2 = 0{,}02 \cdot (20\pi)^2 = 78{,}88 \frac{m}{s^2}$$

a brzina talasa:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = 20 \frac{m}{s}$$

Primjer: *Kroz homogenu sredinu prostire se ravanski talas frekvencije 1000 Hz. U jednom trenutku česica elastične sredine nalazi se na rastojanju 0,8 μm od ravnotežnog položaja i ima brzinu 3,77 m/s. Odrediti amplitudu oscilovanja.*

Rješenje: Neka je ravanski talas dat talasnom funkcijom: $y(x,t) = y_o \sin(wt - kx)$. *Kako su u datom trenutku poznati položaj i brzina čestice elastične sredine:*

$$y(x,t) = y_o \sin(wt - kx) = 0{,}8\mu m \text{ i brzina } v_y(x,t) = y_o w \cos(wt - kx) = 3{,}77 m/s$$

Amplituda oscilovanja se može odrediti koristeći poznate izraze:
Iz izraza za elongaciju i brzinu dobija se:

$$\frac{y}{y_0} = \sin(wt - kx),\ \frac{v}{v_0} = \frac{v}{\omega y_o}\cos(wt - kx)$$

Kvadriranjem jednačina i sabiranjem lijeve strane sa lijevom, a desne sa desnom dalje je:

$$\left(\frac{y}{y_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega y_o}\right)^2 = \sin^2(wt - kx) + \cos^2(wt - kx) = 1$$

Odavde je:

$$y_0 = \sqrt{y^2 + \frac{v^2}{w^2}} = 1\mu m$$

Energija i intenzitet mehaničkog talasa

Elastična sredina kroz koju se prostire mehanički talas posjeduje više energije nego u slučaju kada talasa nema. Tu energiju emituje izvor talasa i prenosi je sam talas. Kada je neka čestica sredine pogođena talasom ona počinje da osciluje oko svog ravnotežnog položaja, što znači da je primila određenu količinu energije, pa dalje nastavlja da osciluje sa tom energijom (pretpostavljajući da nema rasipanja energije). Zato se često mehanički talas definiše kao proces prenošenja energije oscilovanjem čestica elastične sredine.

Posmatrajmo talas koji se kreće kroz elastičnu sredinu u smjeru x ose čija je funkcija oblika:

$$y = y_0 \sin(wt - kx)$$

Pretpostavimo da je uočeni element sredine kroz koju se talas prostire toliko mali da se sve njegove čestice kreću istom brzinom $v_y = \frac{dy}{dt}$ i da je za sve njih relativna deformacija ista $\frac{dy}{dx}$. Element zapremine posjeduje kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \Delta V$$

Takođe, element zapremine posjeduje i elastičnu potencijalnu energiju:

$$E_p = \frac{1}{2}E\delta^2\Delta V = \frac{1}{2}E\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \Delta V$$

Pošto je Jungov moduo elastičnosti dat izrazom $E = \rho v^2$, pri čemu je ρ gustina sredine, a v brzina talasa dobija se:

$$E_p = \frac{1}{2}\rho v^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \Delta V$$

Koristeći prethodne izraze dobja se ukupna mehanička energija uočenog elementa zapremine posmatrane elastične sredine:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \Delta V + \frac{1}{2}\rho v^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \Delta V$$

Dijeleći ukupnu energiju zapreminom elementa dobija se gustina mehaničke energije:

$$w = \frac{E}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + v^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] = \frac{1}{2}\rho\left[y_0{}^2 w^2 \cos^2(wt - kx)\right]$$

Dakle, gustina mehaničke energije mijenja sa vremenom kao kvadrat sinusne funkcije.Ovaj izraz važi za i longitudinalne i za transverzalne talase.
Srednja vremenska vrijednost gustine energije talasa u svakoj tački sredine je:

$$w_{sr} = \frac{1}{2}\rho y_0{}^2 w^2$$

Intenzitet talasa

Količina energije koju talas prenese u jedinici vremena kroz neku površinu materijalne sredine predstavlja snagu (fluks) talasa kroz tu površinu.

$$\Phi = \frac{dw}{dt}$$

Fluks energije je skalrna veličina i izražava se u vatima. Fluks nije isti u svim tačkama sredine i zavisi od koordinate tačke.

Intenzitet (jačina) talasa predstavlja srednju vrijednost energije koju talas prenese po jedinici površine normalne na pravac prostiranja talasa u jedinci vremena (srednja snaga):

$$I = \frac{\overline{P}}{S}$$

gdje je I[W/m^2] intenzitet talasa, S [m^2] površina kroz koju se prostire zvuk, P[W] srednja snaga izvora talasa u toku jednog perioda.
Jedinica za intenzitet talasa je 1W/1m^2 i predstavlja energiju talasa koja se u 1 sekundi prenosi normalno kroz površinu od 1 m^2. Koristeći izraz za srednju snagu izvora (u toku jednog perioda) intenzitet talasa se može zapisati kao srednja vremenska vrijednost gustine fluksa energije:

$$I = \frac{1}{2}\rho c y_0^2 w^2$$

Jedinica za intenzitet talasa je W/m^2.
Na primjer, na gornju površinu atmosfere Zemlje infracrvena i vidljiva svjetlost nailaze sa intenzitetom od 1300 W/m^2.
Za sferni talas u homogenoj i izotropnoj elastičnoj sredini na udaljenosti r od izvora (talasni front je sfera) intenzitet talasa dat je izrazom:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Dakle, intenzitet sfernog talasa opada sa kvadratom rastojanja od izvora.

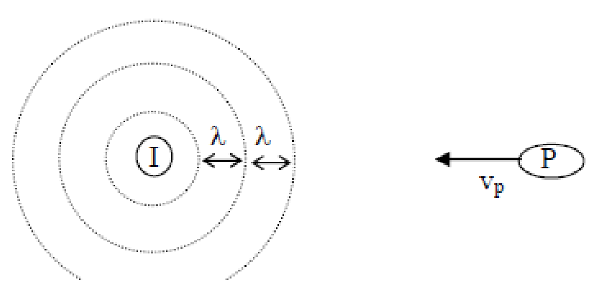
Doplerov efekat

Neka se izvor talasa i prijemnik kreću pri čemu prijemnik koji je na nekom rastojanju od izvora registruje talase (na primjer automobil prolazi pored pješaka). Ukoliko se izvor i prijemnik ne kreću relativno jedan u odnosu na drugi prijemnik registruje frekvenciju talasa koju je emitovao izvor.Međutim, ukoliko se prijemnik i izvor kreću različitim brzinama, u odnosu na sredinu kroz koju se prostire talas, prijemnik će registrovati frekvenciju koja je različita (veća ili manja) od one koju emituje izvor. Ova pojava da prijemnik usljed relativnog kretanja registruje frekvenciju različitu od one koju emituje izvor naziva se **Doplerov efekat**.
Doplerov efekat je pojava kojoj podliježu svi mehanički i elektromagnetni talasi i ima široku primjenu u različitim oblastim: inženjerstvu, medicini itd., pa čak i svakodnevnom životu. Na primjer, policijski radari kojima se utvrđuje prekoračenje dozvoljene brzine rade na principu Doplerovog efekta.
Pretpostavimo da se prijemnik i izvor relativno kreću duž istog pravca. U zavisnosti od njihovog kretanja mogu se posmatrati različiti slučajevi:

1. **Izvor miruje, a prijemnik se približava izvoru**

miNeka se prijemnik kreće brzinom v_p ka izvoru talasa, a zvučni talas se prostire brzinom c u sredini u kojoj se nalaze prijemnik i izvor (Slika 8). Tada će relativna brzina zvučnog talasa u odnosu na prijemnik biti:

$$v = v_p + c$$



Slika 9. Prijemnik se približava izvoru koji miruje.

Pa će frekvencija n_p koju registruje prijemnik biti data izrazom:

$$\nu_p = \frac{v}{\lambda_i} = \frac{v_p + c}{\frac{c}{\nu_i}} = \nu_i \frac{v_p + c}{c}$$

gdje je λi[m] talasna dužina zvučnog talasa.
Dakle, slučaju da se primjenik približava izvoru frekvencija talasa koju registruje prijemnik je veća od frekvencije talasa koju emituje izvor.

2. **Izvor miruje, a prijemnik se udaljava od izvora**

Ukoliko se prijemnik udaljava od izvora, relativna brzina talasa u odnosu na prijemnik je data izrazom:

$$v = c - v_p$$

odnosno manja za vrijednost brzine prijemnika nego u slučaju kada prijemnik miruje.
Tada će frekvencija n_p koju registruje prijemnik biti data izrazom:

$$\nu_p = \frac{v}{\lambda_i} = \frac{c - v_p}{\frac{c}{\nu_i}} = \nu_i \frac{c - v_p}{c}$$

Ova dva slučaja mogu se objediniti jednim izrazom:

$$\nu_p = \nu_i \frac{c \pm v_p}{c}$$

gdje je znak "+" u slučaju približavanja prijemnika izvoru, a znak "–" u slučaju udaljavanja prijemnika od izvora.

3. **Prijemnik miruje, a izvor mu se približava**

Kada prijemnik miruje, a izvor mu se približava, pod pretpostavkom da je brzina izvora manja od brzine prostiranja talasa u toj sredini (v_i<c), frekvencija koju opaža prijemnik data je izrazom:

$$\nu_p = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\frac{c - v_i}{\nu_i}} = \nu_i \frac{c}{c - v_i}$$

Usljed približavanja izvorazvuka prijemniku koji miruje dolazi do smanjivanja talasne dužine zvuka (zgušnjava se talasni front).

4. **Prijemnik miruje, a izvor se udaljava**

Kada prijemnik miruje, a izvorse udaljava od prijemnika, pod pretpostavkom da je brzina izvora manja od brzine prostiranja talasa u toj sredini (v_i<c), frekvencija koju opaža prijemnik data je izrazom:

Pri priblizavanju (udaljavanju) izvora frekvencija koju prijemnik registruje veca (manja) je od one koju izvor emituje.
U najopštijem slučaju, kada se izvor i prijemnik kreću duž istog pravca brzinama v_p i v_i, respektivno, frekvencija koju registruje prijemnik jednaka je:

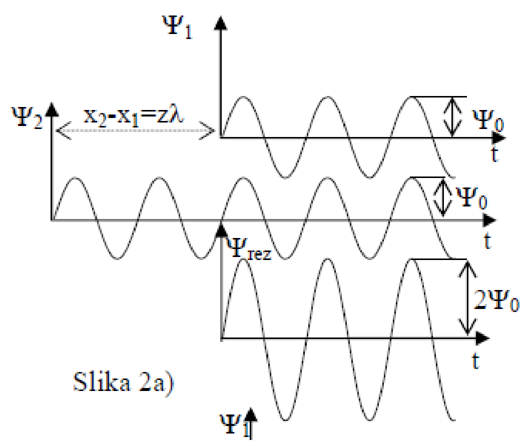
$$\nu_p = \nu_i \frac{c \pm v_p}{c \mp v_i}$$

Pri čemu gornji znak u brojiocu i imeniocu ($+v_p$,$-v_i$) odgovara približavanju prijemnika i izvora, a donji znak u brojiocu i imeniocu odgovara udaljavanju prijemnika i izvora.

Interferencija talasa

Interferencija talasa predstavlja slaganje dva ili više talasa u istom dijelu prostora, pri čemu se u nekim tačkama prostora oscilacije pojačavaju, a u drugima slabe.
Neka se dva talasa kreću iz različitih izvora ka nekoj tački u istom smjeru, pri čemu su im jednake amplitude, kružne učestanosti, talasne dužine i početne faze (φ=0). Pretpostavimo da se ovi talasi kreću nezavisno jedan od drugog.
Pošto će do krajnje tačke preći različite puteve **x** jednačine talasa su, redom:

$$y_1(x_1,t) = y_0 \sin(wt - kx_1) \qquad y_2(x_2,t) = y_0 \sin(wt - kx_2)$$



Slika 10. Konstruktivna interferencija dva talasa čija je putna razlika jednaka cijelom broju talasnih dužina.

Rezultujući talas dobija se sabiranjem ovih talasa:

$$y = y_1(x_1,t) + y_2(x_2,t) = y_0 \sin(wt - kx_1) + y_0 \sin(wt - kx_2)$$

Odakle je jednačina rezultujućeg talasa (koristeći pravilo zbira sinusa uglova[4]):

$$y = y_0 \sin(wt - kx_1) + y_0 \sin(wt - kx_2)$$
$$y = 2y_0 \cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) \sin\left(wt - \frac{k(x_1 + x_2)}{2}\right)$$

Dakle, rezultujući talas je **progresivan** kao i talasi od kojih je nastao gdje su amplituda i faza talasa, redom:

$$A = 2y_0 \cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) \qquad \varphi = wt - \frac{k(x_1 + x_2)}{2}$$

[4] $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

Kao što se vidi iz izraza, **amplituda rezulutujućeg talasa zavisi od razlike pređenih puteva talasa** do trenutka sabiranja i može imati vrijednosti u intervalu ($-2y_0$,$+2y_0$) u zavisnosti od vrijednosti kosinusa. Razlikujemo dva slučaja: konstruktivnu i destruktivnu interferenciju.

Konstruktivna interferencija

U slučaju kada je amplituda rezultujućeg talasa jednaka zbiru amplituda početnih talasa nastupa konstruktivna interferencija. Ukoliko jepojačanje rezultujućeg talasa maksimalno važi da je:

$$A = |2y_0|$$

Da bi ovaj uslov bio ispunjen treba da važi da je $\cos\alpha = 1$, odnosno:

$$\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = \frac{k\Delta x}{2} = z\pi$$

odakle se sređivanjem poslednjeg izraza i zamjenom talasnog broja **k=2π/λ** dobija:

$$k\Delta x = 2z\pi$$

odnosno

$$\Delta x = \frac{2z\pi}{k} = z\lambda$$

Dakle, ako je razlika pređenih puteva talasa koji interferiraju jednaka cijelom broju talasnih dužina tada je amplituda rezultujućeg talasa jednaka zbiru amplituda talasa koji interferiraju i nastupa **konstruktivna interferencija tj. maksimalno pojačanje rezultujućeg talasa** (Slika).

Destruktivna interferencija

U slučaju kada je A=0 nastupa **destruktivna intereferencija**, a ovaj uslov će biti ispunjen kada je:

$$\cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) = 0$$

a to važi samo pri uslovu:

$$\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = \frac{k\Delta x}{2} = (2z+1)\frac{\pi}{2}$$

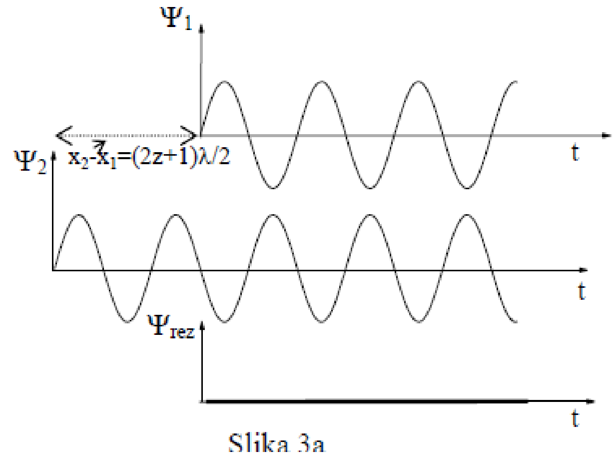
odnosno:

$$k\Delta x = (2z+1)\pi$$

Odakle se sređivanjem poslednjeg izraza i zamjenom talasnog broja **k=2π/λ** dobija:

$$\Delta x = \frac{(2z+1)}{2}\cdot\frac{2\pi}{k} = (2z+1)\frac{\lambda}{2}$$

Dakle, ako je **razlika pređenih puteva talasa koji interferiraju jednaka neparnom broju polovina talasnih dužina** tada je amplituda rezultujućeg talasa jednaka nuli i nastupa **destruktivna interferencija**, odnosno slabljenje ili čak poništavanje talasa (Slika).
Kada je fazna razlika talasa koji interferiraju različita od 0 odnosno π, npr. π/3 nastupa interferencija pri kojoj se rezultatni talas nalazi negdje između dva granična slučaja (Slika).



Slika 11. Destruktivna interferencija dva talasa nastupa pri putnoj razlici jendakoj neparnom broju polovina talasnih dužina

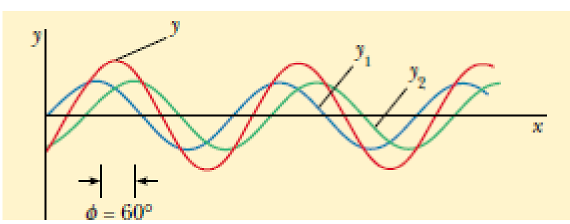
Veza između fazne i putne razlike

Često je korisno izraziti putnu razliku dva talasa preko njihove fazne razlike i obrnuto. Kako putnoj razlici od jedne talasne dužine odgovara fazna razlika od 2π može se zapisati:

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

odnosno

$$\Delta x = \frac{\varphi}{2\pi}\lambda$$



Slika 12. Primjer interferencije kada je faza razlika talasa koji interfreiraju jednakaπ/3.

Dakle, ako nastupi **konstruktivna interferencija tada je putna razlika** između dva talasa **jednaka parnom broju talasnih dužina** odnosno:

$$\Delta x = z\lambda = 2z\frac{\lambda}{2}$$

a**fazna razlika** je tada:

$$\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2z\pi \,.$$

Ukoliko nastupi **destruktivna interferencija putna razlika je jednaka neparnom broju polovina talasnih dužina** odnosno:

$$\Delta x = (2z+1)\frac{\lambda}{2}$$

a odgovarajuća **fazna razlika** iznosi:

$$\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi\frac{(2z+1)\frac{\lambda}{2}}{\lambda} = (2z+1)\pi$$

Stojeći talasi

Stojeći talas nastaje slaganjem dva ili više progresivnih ravanskih talasa (Slika 12) ili odbijanjem talasa od gušće sredine. Posmatrajmo dva **talasa koji imaju istu amplitudu, talasnu dužinu i frekvenciju, prostiru se u istom pravcu, ali u suprotnim smjerovima.** Tada su njihove talasne funkcije date izrazima:

$$y_1(x\ ,t) = y_0 \sin(wt - kx\ )$$

$$y_2(x,t) = y_0 \sin(wt + kx\ )$$

Talasna funkcija rezultujućeg talasa jednaka je zbiru funkcija posmatranih talasa:

$$y = y_1 + y_2 = y_0 \sin(wt - kx) + y_0 \sin(wt + kx)$$

Koristeći trignonometrijsko pravilo zbira sinusa uglova talasna funkcija se može zapisati u obliku:

$$y = 2y_0 \cos(kx)\sin(wt)$$

i predstavlja **talasnu funkciju stojećeg talasa**.

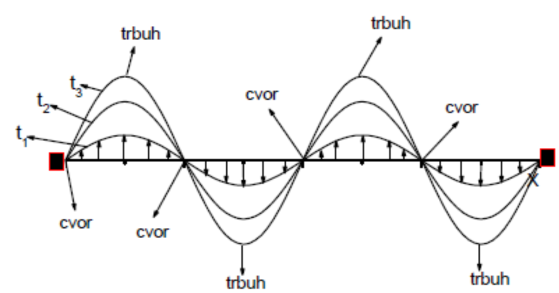
Kako faza funkcije talasa ne sadrži izraz wt±kx, već samo wt, znači da faza ne zavisi od položaja čestice sredine zahvaćene talasom te **talas nije progresivan** već **stojeći.** Tako, ako posmatramo stojeći talas nemamo osjećaj kretanja talasa u nekom od pravaca talasa koji interferiraju. Zapravo, poslednja funkcija predstavlja specijalan oblik jednostavnog harmonijskog oscilovanja. Svaka čestica sredine osciluje jednostavnim harmonijskim kretanjem sa istom kružnom frekvencijom ω, dok amplituda čestice data sa $2y_0\cos(kx)$ zavisi od položaja čestice ***x*** u materijalnoj sredini.

Kada je **amplituda maksimalna po modulu** ispunjen je uslov:

$$A = 2y_0$$

odnosno to važi za:

$$\cos(kx) = 1$$



Slika 13. Primjer stojećeg talasa.

što je ispunjeno u slučaju da je:

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} = \pm z\pi$$

Odnosno, amplituda je maksimalna na mjestima gdje je:

$$x = z\frac{\lambda}{2}$$

i ova mjesta se nazivaju **trbusi stojećeg talasa**. Rastojanje medju susjednim trbusima iznosi λ/2.

Amplituda stojećeg talasa je jednaka nuli A=0 kada je ispunjen uslov:

$$\cos(kx) = 0$$

odnosno:

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{(2z+1)}{2}\pi$$

odakle se dobija:

$$x = \frac{2z+1}{4}\lambda$$

Ova mjesta gdje je amplituda stojećeg talasa jednaka nuli nazivaju se **čvorovi stojećeg talasa.** Kod stojećeg talasa **sve se čestice istovremeno nalaze u istoj fazi** oscilovanja tj. ili su sve u ravnotežnom položaju ili su sve u amplitudnom položaju (npr. talas na oscilujućoj zategnutoj žici). **Energija stojećeg talasa se prenosi sa čvora na susjedni trbuh i obrnuto (dva puta se potpuno transformiše i to jednom u potencijalnu i jednom u kinetičku energiju).**

Primjeri stojećih talasa

Ako žicu učvrstimo između dvije tačke i pomjerimo je iz ravnotežnog položaja, na žici se formira transverzalni stojeći talas, a nastala deformacija se duž žice prenosi brzinom c. Na učvršćenim krajevima žice nastali talas će se odbiti i kretati u suprotnom smjeru duž žice. Kao rezultat interferencije reflektovanog i incidentnog talasa nastaće stojeći transverzalni talas. Ovako nastale oscilacije se prenose na vazduh u kojem nastaje longitudinalni talas koji se prenosi kroz materijalnu sredinu i stiže do našeg uha kao zvuk određene frekvencije koji se naziva **ton**. Mjesta na kojima je žica učvršćena predstavljaju čvorove, a mjesto gdje se javlja maksimalna amplituda trbuh stojećeg talasa. Pošto rastojanje između susjednih čvorova iznosi *λ/2,* dužina žicejednaka je cijelom broju polovina talasnih dužina:

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2}, n = 1,2,3...$$

gdje je l[m] dužina žice, λ[m] talasna dužina.

Odgovarajuće frekvencije zvučnih talasa tada se mogu odrediti iz izraza:

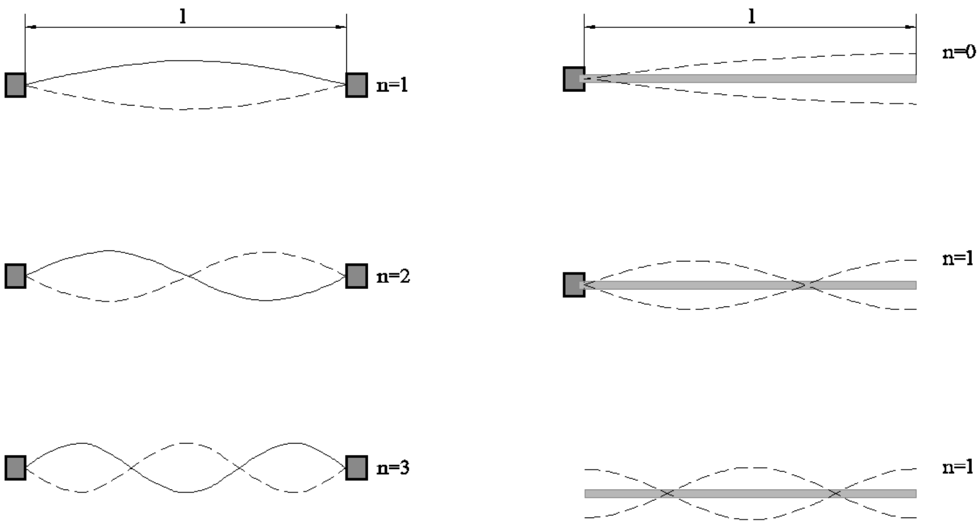
$$\nu_n = \frac{n}{2l} \cdot c = \frac{n}{2l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

gdje je n broj harmonika, c[m/s] brzina zvuka, μ[kg/m] podužna masa žice (masa po jedinici dužine žice).

Najniža frekvencija koja odgovara n=1 se naziva **osnovna frekvencija**, a sve ostale frekvencije predstavljaju **više harmonike** i dobijaju se množenjem osnovne frekvencije odgovarajućim brojem harmonika n.

Kao izvori talasa **štapovi** se mogu iskoristiti za obrazovanje transverzalnih i longitudinalnih talasa (Slika), a njihove sopstvene oscilacije zavise od toga kako je štap učvršćen, pri čemu su čvorovi na mjestima učvršćenja, a trbusi na mjestima slobodnih krajeva štapa[5]. Frekvencija zavisi od broja i mjesta učvršćivanja štapa, a brzina od toga da li su u pitanju transverzalni ili longitudinalni talasi.

5Čvorovisuravnotežni, atrbusiamplitudnipoložajičesticakojeosciluju.



Slika 15. Zategnte žice i štapovi kao izvori zvučnih talasa.

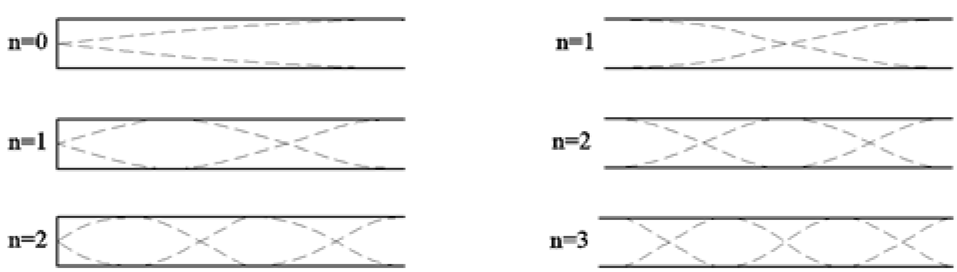
Transverzalni talasi nastaju pri transverzalnim deformacijama štapa (normalno na dužinu štapa), a longitudinalni ako se izvrši longitudinalna deformacija štapa (u pravcu dužine štapa). Ukoliko je štap učvršćen na jednom kraju, tada dužini štapa odgovara $\lambda/4$ (Slika), tako da su dužina štapa l i frekvencija oscilovanja ν_n date izrazima, respektivno:

$$l = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4},\ \nu_n = (2n+1)\cdot\frac{c}{4l}, \qquad n = 0,1,2,3...$$

Ukoliko je štap učvršćen na dva kraja (Slika), dužina štapa l i frekvencija ν_n kojom štap osciluje jesu:

$$l = n\cdot\frac{\lambda}{2},\ \nu_n = n\cdot\frac{c}{2l}, \qquad n = 1,2,3..$$

Oscilovanje **vazdušnih stubova** nastaje i u cijevima, u zavisnosti od toga da li su otvorene na jednom ili na oba kraja (Slika). Tamo gdje je vazdušni stub zatvoren javlja se čvor, a gdje je otvoren – trbuh stojećeg talasa. Talasi koji nastaju u vazdušnim stubovima su longitudinalni.



Slika 16. Oscilovanje vazdušnih stubova otvorenih na jednom i na oba kraja.

Za vazdušne stubove koji su otvoreni na jednom kraju dužina štapa l i frekvencija ν_n date su redom izrazima:

$l = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$ $\nu_n = (2n+1)\cdot\frac{c}{4l}$

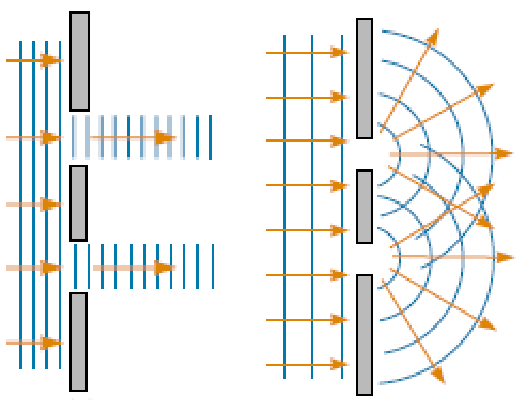
Za vazdušne stubove otvorene na oba kraja važi:

$l = n\cdot\frac{\lambda}{2}$ $\nu_n = n\cdot\frac{c}{2l}$, $\quad n = 1,2,3,...$

Zvučni talasi mogu nastati i **vibriranjem elastičnih ploča** i **membrana**. Na primjer, pri udaru membrane dolazi do širenja zvučnog talasa ka ivicama, a nakon njegove refleksije od ivica do interferencije sa inicijalnim talasom koji se širi od mjesta udara i nastaje **stojeći** dvodimenzionalni talas, pri čemu se proizvodi osnovni ton i viši harmonici. Takvi talasi nastaju pri udaranju u doboš ili bubanj.

Difrakcija talasa

Difrakcija talasa je pojava skretanja talasa od pravolinijskog prostiranja pri nailasku na prepreke i pukotine čije su dimenzije istog reda veličine kao i talasna dužina.Talasi skreću sa prvobitnog pravca u istoj elastičnoj sredini. Prema **Hajgensovom principu**, svaka tačka pogođena talasom je izvor novih sfernih (sekundarnih) talasa. Sekundarni talasi koji nastaju na talasnom frontu međusobno interferiraju i u jednom trenutku vremena se poništavaju u svim pravcima, osim u pravcu širenja talasa, tj. novi talasni front se formira na spoljašnjoj obvojnici sekundarnih talasa. Na granicama otvora, sekundarni talasi dolaze samo sa jedne strane tako da nema bočnog poništavanja i rezultujući talas skreće iza otvora.



Slika 15. Pri nailasku na prepreku svjetlost prolazi neometano (slika lijevo) kroz otvore i nema interferencije talasa koji su prošli. Pri nailasku na prepreku nastupa difrakcija (slika desno).

Talasi u Zemljinom omotaču

Zemlja je veoma složene građe, ali u pojednostavljenoj slici njeni osnovni dijelovi su:

- Unutrašnje jezgro poluprečnika 1200 kmsačinjeno od gvožđa i nikla, u čvrstom stanju;
- Spoljašnje jezgro debljine oko 2300 km sastoji se od gvožđa i nikla u tečnom stanju;
- Plašt debljine 2800km sastavljen od čvrstih silikatnih stijena;

- Kora debljine 6-40km sacčnjena od silikatnih stijena.

Seizmički talasi su vibracije zemljotresa koje se prenose kroz zemljinu koru. Zemljotresi (trusovi) se mogu podijelitina prirodne i vještačke. Prirodni zemljotresi mogu biti:

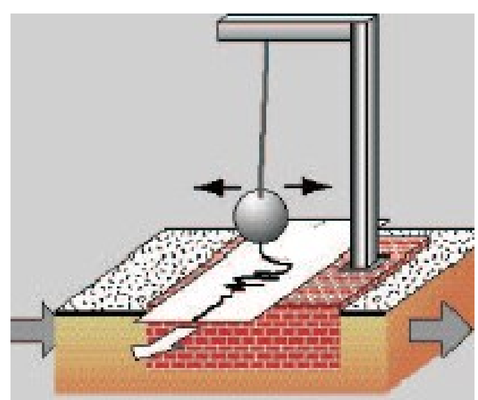
- Urvinski (obrušavanje velike mase zemlje podzemnim šupljinama). Lokalnog su dejstva.
- Vulkanski (usljed lave koja prodre kroz kratere ili oslobađanja gasova i vodene pare pod visokim pritiskom). Lokalnog su dejstva.
- Tektonski (nabiranje Zemljine kore koje dovodi do pomjeranja u Zemljinoj kori). Pomjeranja zemljine kore nailaze na otpor trenja, tako da se pomjereni blok može zaustaviti. Tlo podrhtava, a potom se uravnotežava privremeno.

Vještački zemljotresi nastaju dejstvom čovjeka na okruženje. Npr. geofizička istraživanja.
Seizmički talasi prostiru se različitim brzinama koje zavise od karakteristika sredine i načina oscilovanja, a mogu biti:

- zapreminski (prostiru se kroz unutrašnjost Zemlje), a mogu biti primarni ili P-talasi koji su p svom karakteru longitudinalni (brzina im se kreće u rasponu 7-8km/s) i sekundarni ili S-talasi koji su transverzalni (brzina nalazi u opsegu 4-4.5 km/s).
- površinski (prostiru se na slobodnoj Zemljinoj površini) i prate zapreminske talase.

Longitudinalni talasi stižu prije transverzalnih na površinu Zemlje i do epicentra.
Zemljotresi se registruju pomoćuuređaja koji se zovu seizmografi. Seizmografski zapis predstavlja zapis veličine koja mjeri pomjeranje tla u zavisnosti od vremena. Ima svoju primjenu umnogim oblastima počev od industrije – mjerenje vibracija, ispitivanja naftnih nalazišta do analize zemljotresa. Ovi instrumenti treba da pokriju opseg pomjeranja od reda veličine 10^{-10} m do 10 m i frekvencije 10^{-5}-10^{4}Hz. Seizmički talasi se nalaze u opsegu frekvencija 10^{-3}- 100 Hz. Npr. seizmograf može biti i vrsta matematičkog klatna.
Tri osnovna elementa zemljotresa su:

- **Hipocentar** je oblast u unutrašnjosti Zemlje u kojoj počinje inicijalni udar. Prema dubini hipocentra zemljotresi mogu biti: plitki (dubine 5-35 km), srednje duboki (35-100 km) i duboki (100-800 km).
- **Epicentar** je projekcija hipocentra na površinu Zemlje (mjesto maksimalnog razaranja), odnosno mjesto na koje zemljotres prvo izbija na površinu Zemlje. Do tačaka na Zemlji koje su udaljene talasi mogu stići na različite načine: direktno iz hipocentra, preko epicentra i prostiranjem poslije odbijanja u različitim slojevima Zemlje.



Slika 17. Seizmogaf.

- **Magnitud**a je mjera količine oslobođene energije u hipocentru, predstavlja ukupnu sopstvenu energiju zemljotresa.

Veza magnitude (M) i energije Zemljotresa (E) data je relacijom:

$\log E = 4{,}4 + 1{,}5M$

Makroseizmički intenzitet je mjera učinka energije oslobođene u hipocentru u nekoj tački Zemljine površine. U građevinarstvu je ovo važna veličina jer oznacava mjeru povrjedljivosti građevinskih objekata, oštecenja tla i reakcije čovjeka. Zavisi od magnitude, dubine hipocentra, epicentralne udaljenosti, geološke građe Zemlje, mehanizma nastanka zemljotresa.

Za međusobno upoređivanje energije i učinka zemljotresa koriste se Rihterova i Merkalijeva skala. Rihterova skala se bazira na vrijednosti magnitude M.

M<3.5	Generalno se ne osjećaju, ali ih bilježe instrumenti
3.5<M5<5.4	Često se osjećaju, ali obicno ne uzrokuju štetu
5.4<M<6	Oštecuju dobro projektovane objekte, značajna oštecenja na loše izvedenim objektima
6.1<M<6.9	Destruktivini u radijusu i do 100km
7<M<7.9	Ozbiljna šteta u velikoj oblasti
M>8	Ozbiljna šteta u radijusu od više stotina km

Merkalijeva skala je bazirana na maksimalnom ubrzanju tačka pri oscilovanju:

$$a_0 = y_0 w^2 = y_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$

Rezonantna svojstva tla

Seizmicko dejstvo zemljotresa na građevinske objekte vezano je za 3 fenomena:

- Sopstvene oscilacije tla;
- Sopstvene oscilacije građevine;
- Zajedničko oscilovanje tla i građevine.

Kada putuju kroz Zemlju seizmički talasi mijenjaju brzinu i pravac kretanja usljed interakcije sa slojevima materijala u Zemljinoj kori čime se mijenja i spektar talasa. Dakle, tlo mijenja energiju seizmickih talasa povećavajuci je ili smanjujući u nekoj oblasti frekvencija što zavisi od njegovih mehaničkih karakteristika.Oscilacije tla se neprekidno dešavaju pod dejstvom spoljašnjih sila sa amplitudama veličine 0.1-1 mikrometar (mikrosezimi):

->dugoperiodični (izazvani globalnim silama u hidrosferi i atmosferi – (dinamika okeana i mora, kretanje vazdušnih masa) T(5-10s);

->kratkoperiodični mikroseizmi (mikrotremori) izazvani lokalni silama (opšta ljudska aktivnost, transport i sl.) T(0.5-2.07s)

Za inženjersko-seizmološka razmatranja od većeg značaja su mikrotremori (period oscilovanja mikrotremora je približno jednak periodu oscilovanja tla pri zemljotresu). U tom slučaju povećavaju se rezonantna svojstva tla I dolazi do interferencije seizmičkog talasa sa sopstvenim oscilacijama tla.

Međutim, rezonantni efekti se stvaraju i na građevini (ukopane zgrade osciluju kao štapovi učvršćeni na jednom kraju) za koje važi:

$$\nu_n = (2n+1)\frac{c}{4l}$$

Obicno je najveća količina energije koncentrisna u oblasti niskih učestanosti. Pri rezonantnoj frekvenciji dolazi do oštecenja zgrada (uglavnom ugroženiji objektivelike visine). Međutim zbog osobina tla može se desiti da dođe i do rezonatnog efekta kod objekata manje visine.

Zato je veoma važno da se pri izgradnji građevinskih objekata, u okviru zaštite od zemljotresa, poznaju trusne karakteristike područja i maksimalne vrijednosti zemljotresa. U zavisnosti do očekivanih zemljotresa se orimjenjuju i različiti tipovi konstrukcija. Tako objekti sa elastičnim vezama mnogo bolje podnose različite vrste naprezanja u toku zemljotresa.

UZV u građevinarstvu

Nerazorno ispitivanje metodom ultrazvuka ima vrlo široku primjenu u više tehničkih područja pa tako i u građevinarstvu. Ultrazvuk se kao nerazorna metoda koristi za određivanje homogenosti betona, otkrivanje šupljina ispod površine betona, određivanje dubine pukotine u betonu itd.

Zadaci za vježbu:

1. *Kroz vazduh se prostire talasno kretanje brzinom 340 m/s. U jednom trenutku elongacije jedne tačke iznosi 58,8 µm, a brzina 50,8 mm/s, a druge tačke 95,1 µm, a brzina 19,4 mm/s.Odrediti rastojanje među tačkama.*
2. *Kroz vazduh se prostire talasno kreta je. U jednom trenutku brzina jedne tačke iznosi 50 mm/s, a ubrzanje 98,1 m/s. Kolika je amplituda oscilovanja ako je frekvnecija 100 Hz?*
3. *Dva talasa putuju u različitim smjerovima, a kao rezultat nastaje stojeći talas. Talasne funkcije su:*
   $y_1 = 4cm \cdot \sin(3x - 2t)$ $y_2 = 4cm \cdot \sin(3x + 2t)$ *gdje je x dato u cm.*
   a) *Odrediti amplitudu čestice rezultujućeg talasa koja se nalazi na rastojanju x=2,3 cm od ravnotežnog položaja.*
   b) *Odrediti pozicije čvorova i trbuha talasa.*

Pitanja za provjeru znanja

1. Napisati funkciju mehaničkog talasa, objasniti veličine koje ulaze u izraz i grafički predstaviti talas.
2. Napisati izraze za brzinu transverzalnih i longitudinalnih talasa u čvrstom tijelu, opisati veličine koje ulaze u izraz i napisati njihove mjerne jedinice.
3. Brzina čestice materijalne sredine kroz koju se prostire talas data je izrazom v=200sin(800*t*-8*x*), gdje su sve veličine date u jedinicama SI sistema. Odrediti:

a) ubrzanje čestice na mjestu x=1/8 m i u trenutku t=1/8 s,

b) amplitudu ,
c) talasnu dužinu,
d) brzinu prostiranja talasa,
e) broj oscilacija koje sekundi pravi čestica pogođena talasom?

4. Jednačina harmonijskog progresivnog talasa data je izrazom: y=0,25 sin(600πt-4πx) gdje je y dato u mm, t u sekundama , a x u cm. Odrediti:
   a) smjer prostiranja talasa,
   b) brzinu prostiranja talasa,
   c) talasnu dužinu,
   d) frekvenciju,
   e) amplitudu.
5. a) Ako dva talasa istih amplituda, frekvencija i početnih faza interferiraju i ako imaju talasnu dužinu λ, kolika mora biti razlika njihovih pređenih puteva do tačke slaganja , x_2-x_1, da bi rezultujući talas bio maksimalne amplitude?
   b) Kolika je fazna razlika u tom slučaju?
6. Napisati jednačinu stojećeg talasa i obilježiti koji dio jednačine predstavlja amplitudu stojećeg talasa.
7. Kakva je razlika između longitudinalnih i transverzalnih talasa?
8. Gdje i pod kojim uslovima nastaju mehanički talasi?
9. Ako automobil emituje zvučni signal frekvencije f_a pri čemu se približava pješaku koji stoji na pješačkom prelazu brzinom v_a koliku će frekvenciju opaziti pješak? Brzina zvuka u vazduhu je c.
10. a) Ako izraz $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = b\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ predstavlja diferencijalnu jednačinu nekog talasa kolika je njegova brzina?
    b) Koja je jedinica u kojoj se izražava b?
    c) Napisati rješenje ove jednačine.