OSNOVI DIGITALNIH TELEKOMUNIKACIJA

Predavač: Prof.dr Milica Pejanović-Djurišić

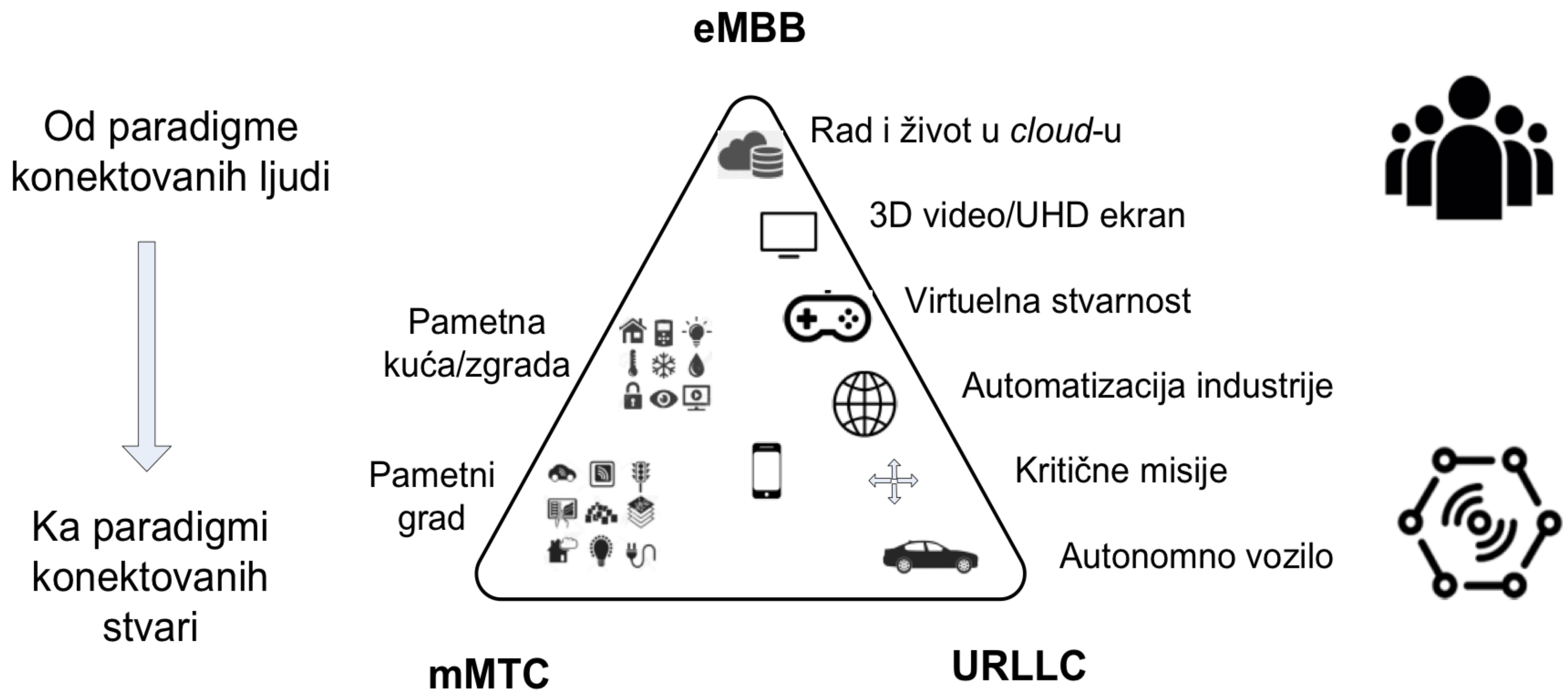
Saradnici: Doc.dr Enis Kočan, mr Slavica Tomović, mr Uglješa Urošević

CENTRE FOR TELECOMMUNICATIONS MONTENEGRO

CFTMN

Aktuelni telekomunikacioni ambijent

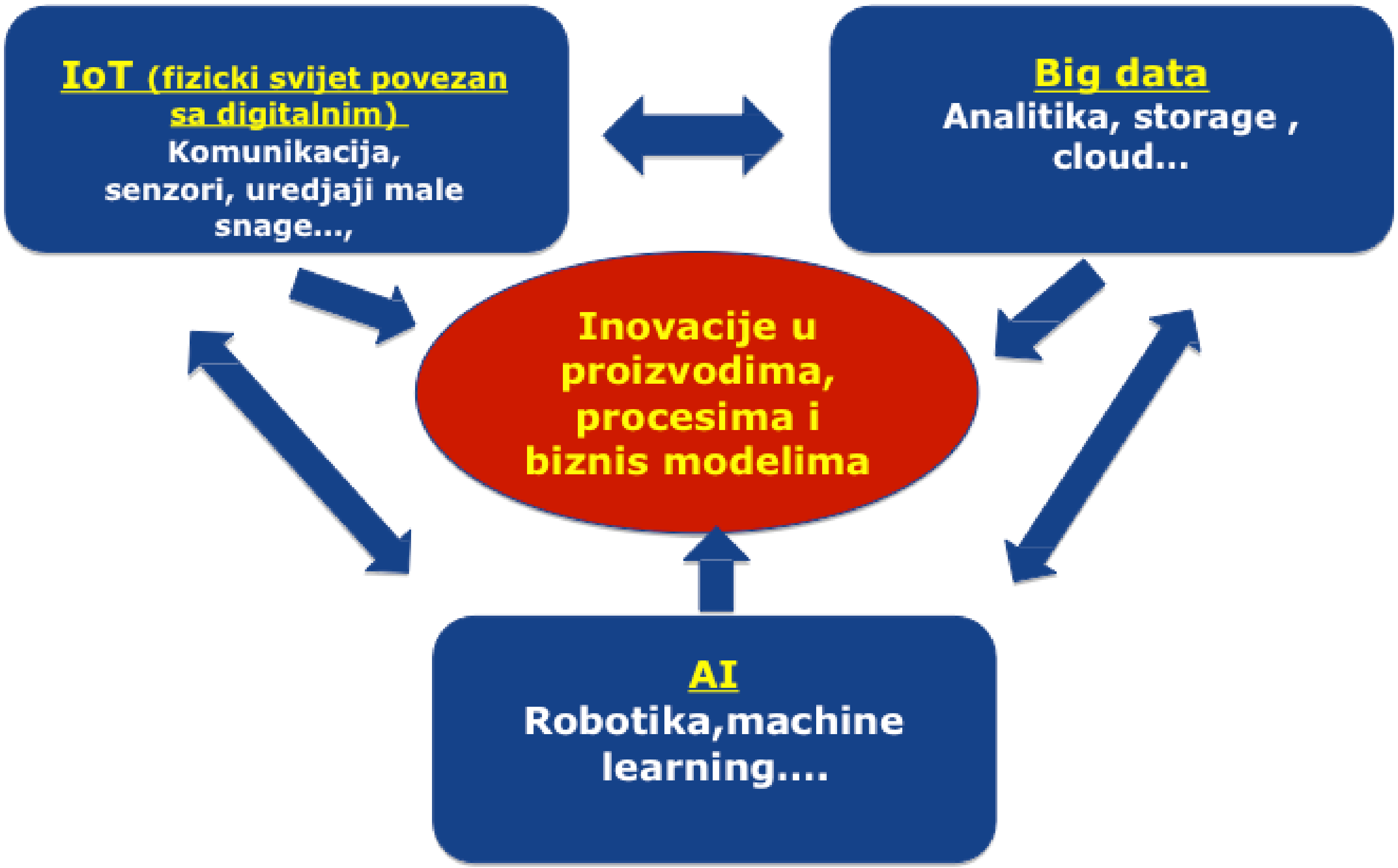
Moderni telekomunikacioni sistemi se razvijaju na principima pune konvergencije fiksnih i bežičnih mreža, uz punu implementaciju Internet infrastrukture koja je omogućila prelaz sa H2H (Human to Human) paradigme konektovanih ljudi na M2M (Machine To Machine) paradigmu konektovanih stvari i objekata.



(eMBB-napredni mobilni širokopojasni sistemi; mMTC-sistemi za masovnu komunikaciju izmedju uredjaja (mašina); URLLC-sistemi sa ultra malim kašnjenjem)

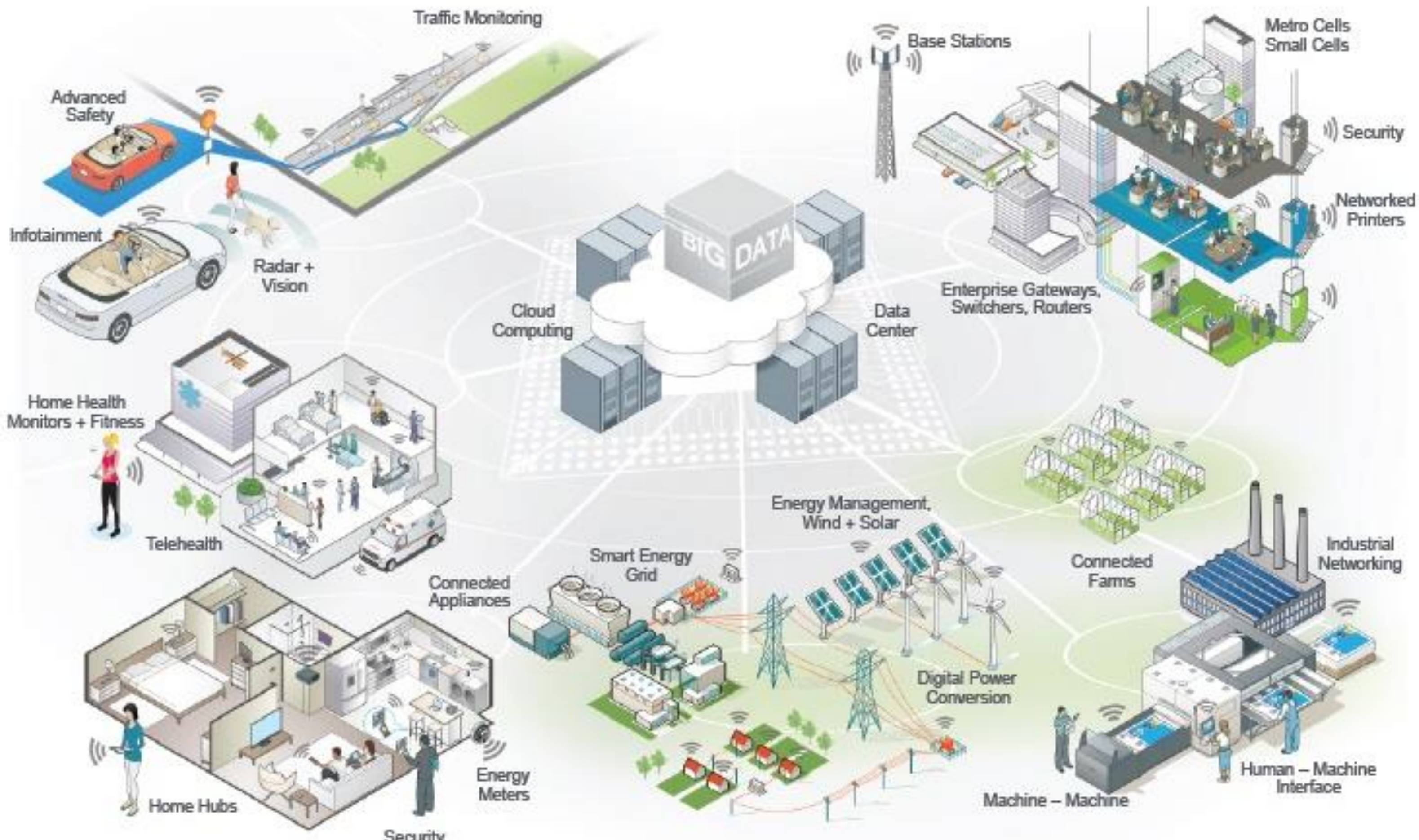
Značajna digitalizacija društva započela je krajem XX vijeka i ubrzana je u prvoj deceniji XXI vijeka, podstičući danas aktuelnu **digitalnu transformaciju.**

Digitalnu transformaciju karakteriše fuzija naprednih tehnologija i integracija fizičkih i digitalnih sistema, dominantnost inovativnih poslovnih modela i novih procesa i stvaranje pametnih proizvoda i usluga.



Nova paradigma- IoT

Naredne decenije će karakterisati milijarde pametnih uređaja, trilioni eura u privrednom rastu i uštedi troškova, kao i zettabytes podataka generisanih od strane senzora i drugih uredjaja. Povezani uređaji (sa ograničenenim mogućnostima u pogledu računarske snage, memorije i trajanja baterija) će uskoro formirati novu vrstu Interneta: **Internet of Things (IoT).**



SADRŽAJ

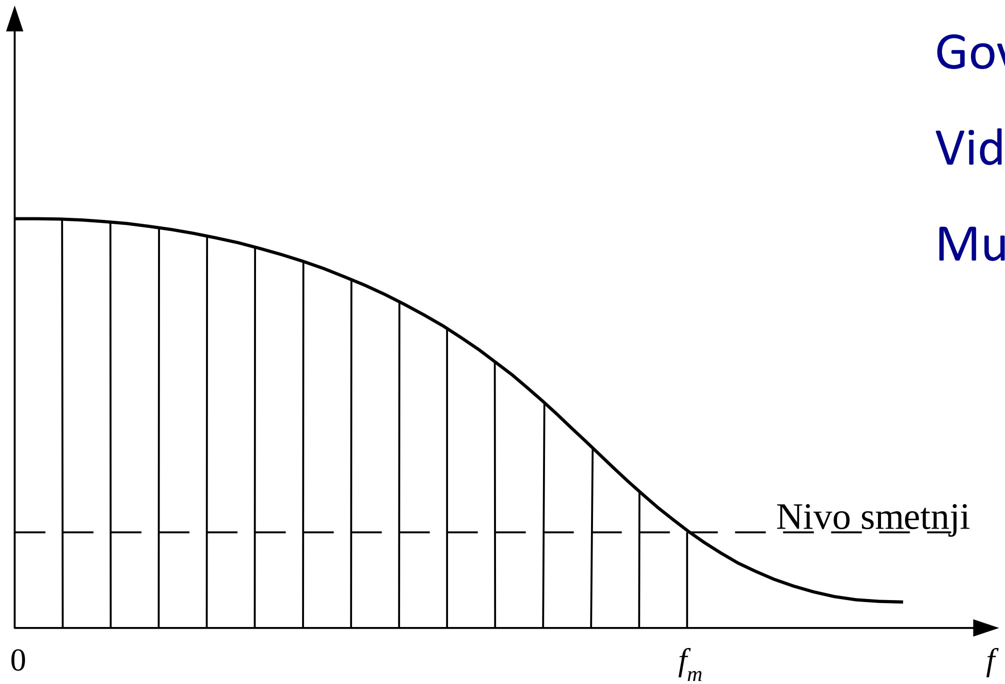
- Diskretizacija signala
  - po vremenu (odabiranje),
  - po trenutnim vrijednostima (kvantizacija)
- Impulsne modulacije
  - Impulsna amplitudska modulacija
  - Impulsna modulacija po trajanju
  - Impulsna položajna modulacija
  - Impulsna kodna modulacija
  - Delta modulacija
  - Adaptivna delta modulacija
  - Diferencijalna impulsno kodna modulacija

SADRŽAJ

- Električno predstavljanje diskretnih poruka i oblici digitalnih signala
- Prenos digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti
  - ISI
  - Uslovi prenosa bez ISI
  - Nyquistovi kriterijumi
  - Uticaj slučajnog šuma
  - Optimizacija sistema za prenos
- Prenos digitalnih signala modulisanim nosiocem
  - ASK
  - FSK
  - PSK (B-PSK, DPSK i QPSK)
  - QAM
- Upoređenje sistema za prenos digitalnih signala

DISKRETIZACIJA KONTINUALNIH SIGNALA

- Poruke i signali u koje se one transformišu uslovno se dijele na dvije grupe:
  - kontinualne i
  - diskretne.
- Shodno ovoj podjeli postoje i dvije vrste prenosa:
  - analogni i
  - digitalni prenos.
- Harmonijskom analizom funkcija koje predstavljaju kontinualne signale može se pokazati da ih je moguće diskretizovati, a da se pri tome ne promijene osobine koje imaju kao nosioci poruka. Drugim riječima, to znači da postoji principijelna mogućnost da se kontinualne poruke prenose u vidu diskretnih signala.
- Sve realne kontinualne poruke predstavljaju slučajne procese. Takvi su i odgovarajući signali. Kada se sprovede statistička analiza ovakvih signala, dolazi se do zaključka da je osnovni i glavni dio njihovog spektra koncentrisan u nekom konačnom opsegu učestanosti. To praktično znači da iznad neke učestanosti f_m, spektralna gustina amplituda ovakvih signala postaje toliko mala da može da bude maskirana uvijek prisutnim bijelim Gausovom šumom. Taj dio spektra nema smisla prenositi.



Govor f_m=3.4kHz

Video f_m=5MHz

Muzika f_m=15kHz

U suštini, spektar signala koji predstavljaju realne poruke ograničen je u realnim uslovima frekvencijskim karakteristikama para izvor-korisnik.

- Ovakva konstatacija omogućava da sve kontinualne poruke predstavimo kontinualnim signalima, čiji je spektar strogo ograničen nekom učestanošću f_m. Za ovakve signale, u matematici postoji teorema koja specificira uslove pri kojima je moguće svaki takav signal predstaviti njegovim vrijednostima uzetim u diskretnim trenucima vremena. To je **Koteljnikova teorema** ili **teorema o odabiranju**. Zahvaljujući ovoj teoremi može da se napravi prvi korak u diskretizovanju kontinualne funkcije, a to je **diskretizacija po vremenu.**

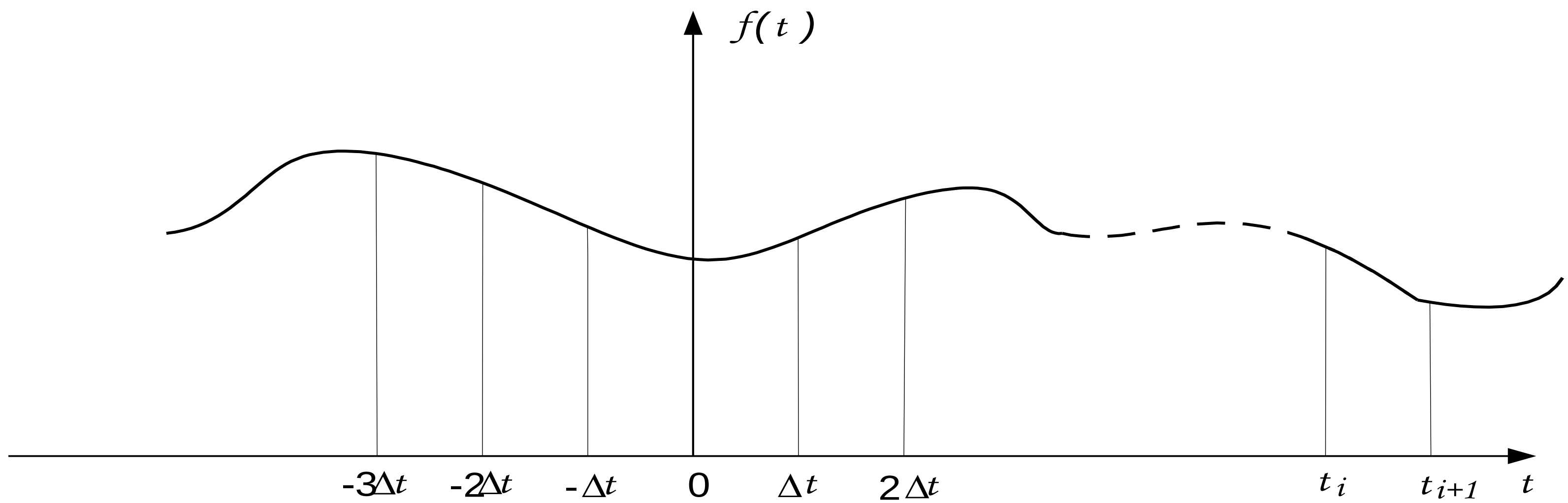
- Međutim, poruke se međusobno razlikuju, pa su različiti i signali kojima se one prenose. Dakle, radi se o čitavom skupu vremenskih funkcija koje se razlikuju po vrijednostima u određenim trenucima vremena. Kad je riječ o skupu, o neograničenom broju različitih formi funkcija, sve odabrane vrijednosti gledane zajedno, kontinualno se mijenjaju u određenim granicama. Zato je potrebno obaviti još jednu diskretizaciju – **diskretizaciju po trenutnim vrijednostima vremenske funkcije.** Ona se još naziva i diskretizacijom po nivou ili kvantizacijom. Slično ovome, diskretizacija po vremenu se naziva i kvantizacijom po vremenu.

- Znači, da bi se kontinualni signali diskretizovali, potrebno je obaviti diskretizaciju po vremenu i diskretizaciju po trenutnim vrijednostima signala.

DISKRETIZACIJA PO VREMENU

TEOREMA O ODABIRANJU

Ako kontinualni signal f (t) ima spektar koji se nalazi u opsegu učestanosti od 0 do f_m, onda je taj signal u potpunosti definisan svojim trenutnim vrijednostima, uzetim u ekvidistantnim tačkama medjusobnog rastojanja $\Delta t = t_{i+1} - t_i = (1/2f_m)$. Za proizvoljni signal f (t), ovaj skup odabranih vrijednosti je ilustrovan na slici:



Interval Δt se naziva *period odabiranja.* Vrijednosti ordinata u trenucima n Δt (n cio broj) se zovu odbircima signala *f(t).*

<u>Dokaz teoreme:</u>

Neka je f(t) kontinualna funkcija koja predstavlja kontinualni signal čiji je spektar ograničen učestanošću $f_{m.}$

Fourierova transformacija ovog signala je:

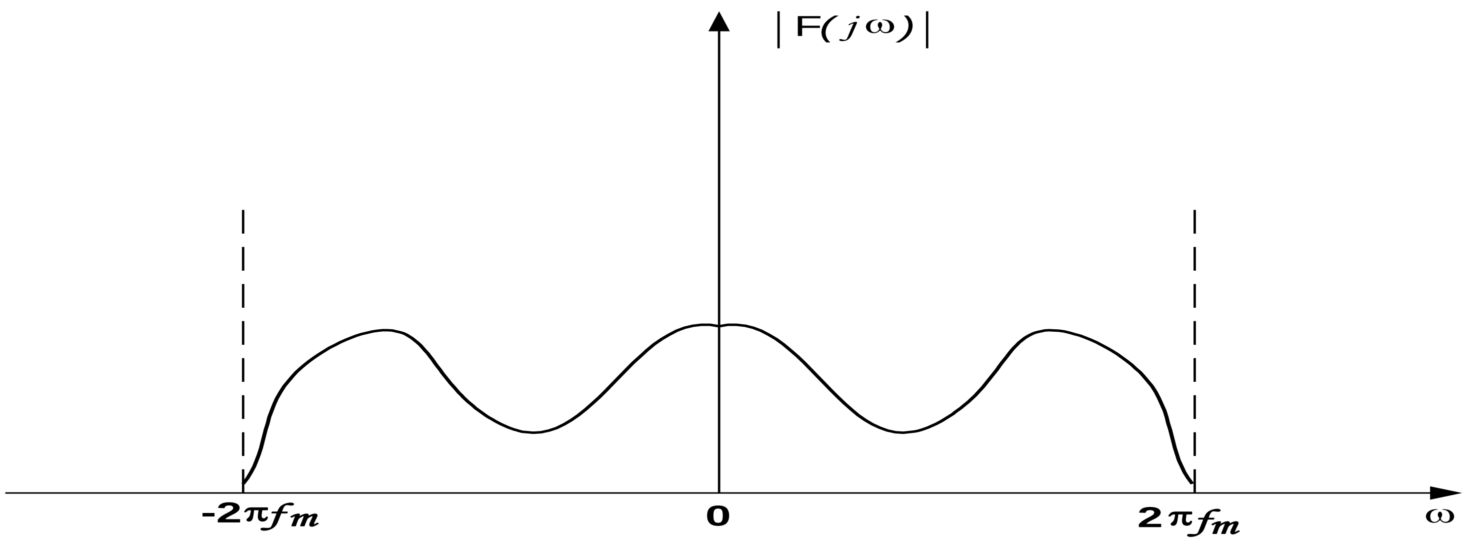
$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

Signal se može odrediti kao inverzna Fourierova transformacija funkcije F(jω):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\left(j\omega\right)e^{j\omega t}d\omega$$

Shodno učinjenoj pretpostavci, spektar ovog signala je ograničen učestanošću f_m , tako da je:

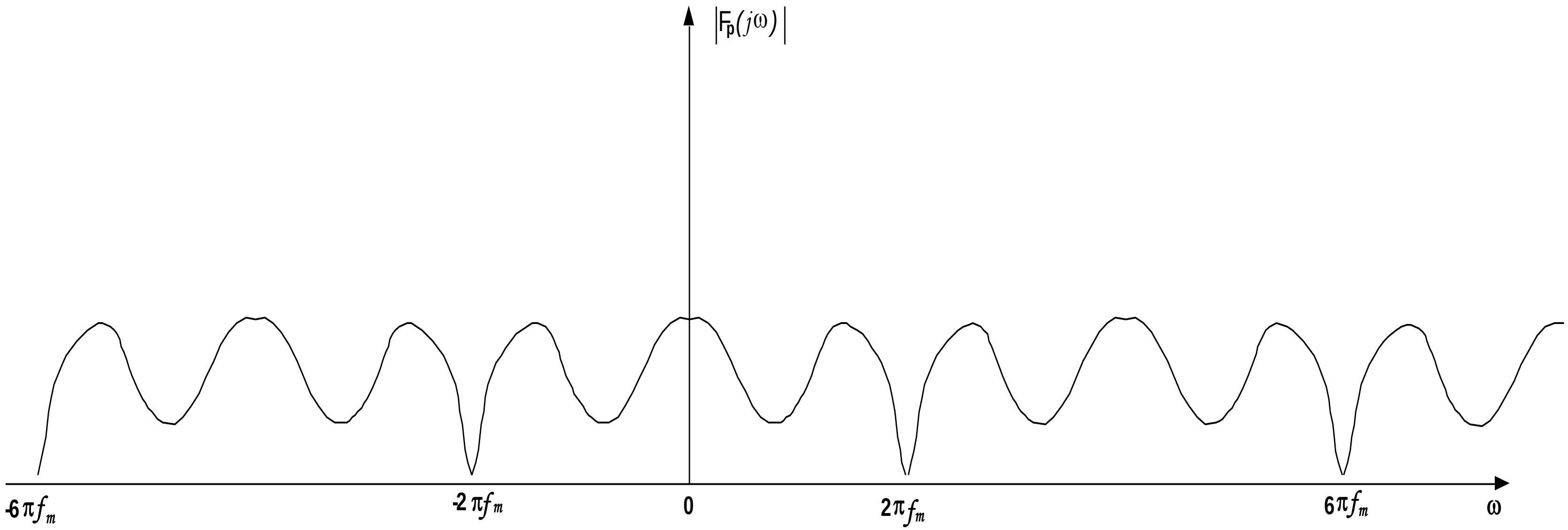
$$F(j\omega) = 0, \text{ za } |\omega| > 2\pi f_m$$



Spektralna gustina amlitude signala f (t) čiji je spektar ograničen

Izvršimo periodično produženje kompleksnog spektra *F(jω)* sa periodom $4\pi\, f_m$.

Spektralna gustina amplituda ovako dobijene pomoćne funkcije je prikazana na slici:



Spektralna gustina ampituda pomoćne funkcije $|F_P(j\omega)|$

Ovako dobijena, pomoćna, funkcija $F_P(j\omega)$ je periodična, pa se može razviti u Fourierov red:

$$F_p(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\frac{1}{2f_m}\omega}$$

U odnosu na uobičajeni izraz promjenljiva t je zamijenjena sa promjenljivom ω, a

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{sa} \quad \frac{2\pi}{4\pi f_m} = \frac{1}{2f_m}$$

Saglasno definiciji kompleksni spektar F_n funkcije $F_P(j\omega)$ će biti:

$$F_n = \frac{1}{4\pi f_m} \int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} F_p(j\omega) e^{-jn\frac{1}{2f_m}\omega} d\omega \qquad \text{..... (*)}$$

Na osnovu uvedene pretpostavke: $F(j\omega) = 0$ izvan intervala $(-2\pi f_m, 2\pi f_m)$, dok je $F(j\omega)= F_P(j\omega)$ u intervalu $(-2\pi f_m, 2\pi f_m)$. To znači da izraz za signal ograničenog spektra f (t) postaje :

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} F_p(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

Ako sada pronađemo vrijednost ovog signala u trenucima $t = t_n = -\frac{n}{2f_m}$, gdje je $n = 0, \pm1, \pm2 \ldots,$ dobijamo

$$f\left(-\frac{n}{2f_m}\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} F_p(j\omega)e^{-j\omega\frac{n}{2f_m}}d\omega = 2f_m \cdot F_n$$

gdje je F_n prethodno određeno relacijom (*).

Iz prethodne relacije možemo pronaći Fourierove koeficijente F_n za bilo koje n, gdje je n =. . .-3, -2, -1, 0, 1, 2, . . ., pod uslovom da znamo vrijednosti signala f (t) u odgovarajućim trenucima $t_n = -\frac{n}{2f_m}$.

Sada se izraz za funkciju $F_p(j\omega)$ može napisati kao:

$$F_p(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\frac{1}{2f_m}\omega} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2f_m} f\left(-\frac{n}{2f_m}\right) e^{jn\frac{1}{2f_m}\omega}$$

Kad je poznato $F_p(j\omega)$, može se odrediti i f (t) :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} F_p(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} \frac{1}{2f_m}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(-\frac{n}{2f_m}\right) e^{jn\frac{1}{2f_m}\omega}\right] e^{j\omega t} d\omega =$$

$$= \frac{1}{4\pi f_m}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(-\frac{n}{2f_m}\right) e^{j\omega\left(t+\frac{n}{2f_m}\right)} d\omega$$

• Izvođenjem ovog izraza dokazana je teorema o odabiranju. Pokazano je da je signal f (t), čiji je spektar ograničen, potpuno određen prethodnim izrazom. U njemu je jedino potrebno poznavati vrijednosti signala f (t) u trenucima $t_n = -\frac{n}{2f_m}$, koji se nazivaju trenucima odabiranja, pa da se naznačenim operacijama odredi f (t) za bilo koje *t.*

• Prethodni izraz može da se napiše i u još jednom, pogodnijem obliku. Zamjenom redoslijeda integracije i sumiranja u prethodnom izrazu:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi f_m} f\left(-\frac{n}{2f_m}\right) \int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} e^{j\omega\left(t+\frac{n}{2f_m}\right)} d\omega$$

Izvrši li se integracija, dobija se da je:

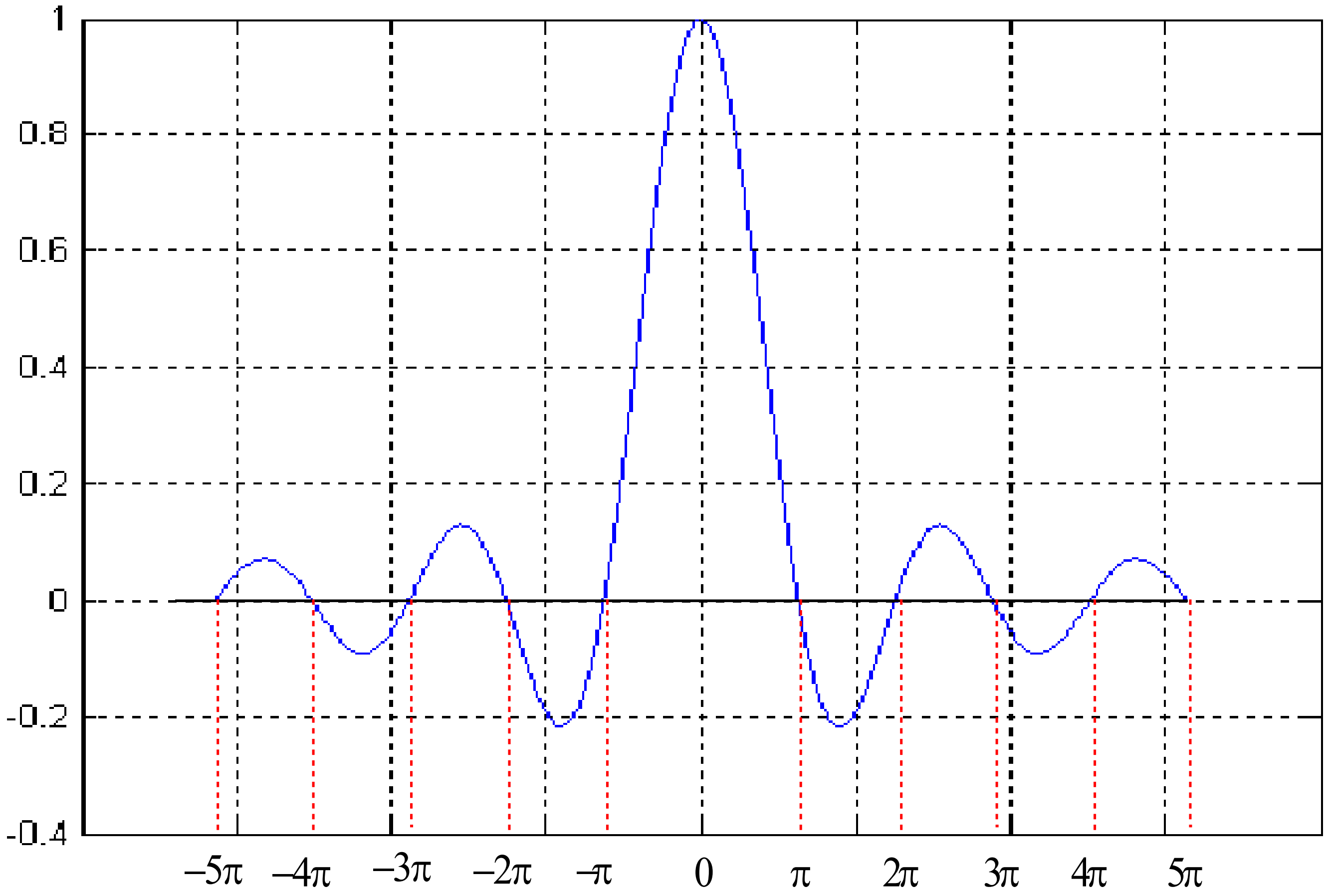
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(-\frac{n}{2f_m}\right) \frac{\sin 2\pi f_m\left(t+\frac{n}{2f_m}\right)}{2\pi f_m\left(t+\frac{n}{2f_m}\right)}$$

Pošto se sumiranje vrši za sve vrijednosti *n* od -∞ do ∞ , to prethodni izraz može da se napiše u obliku:

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_m}\right)\frac{\sin 2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}{2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}$$

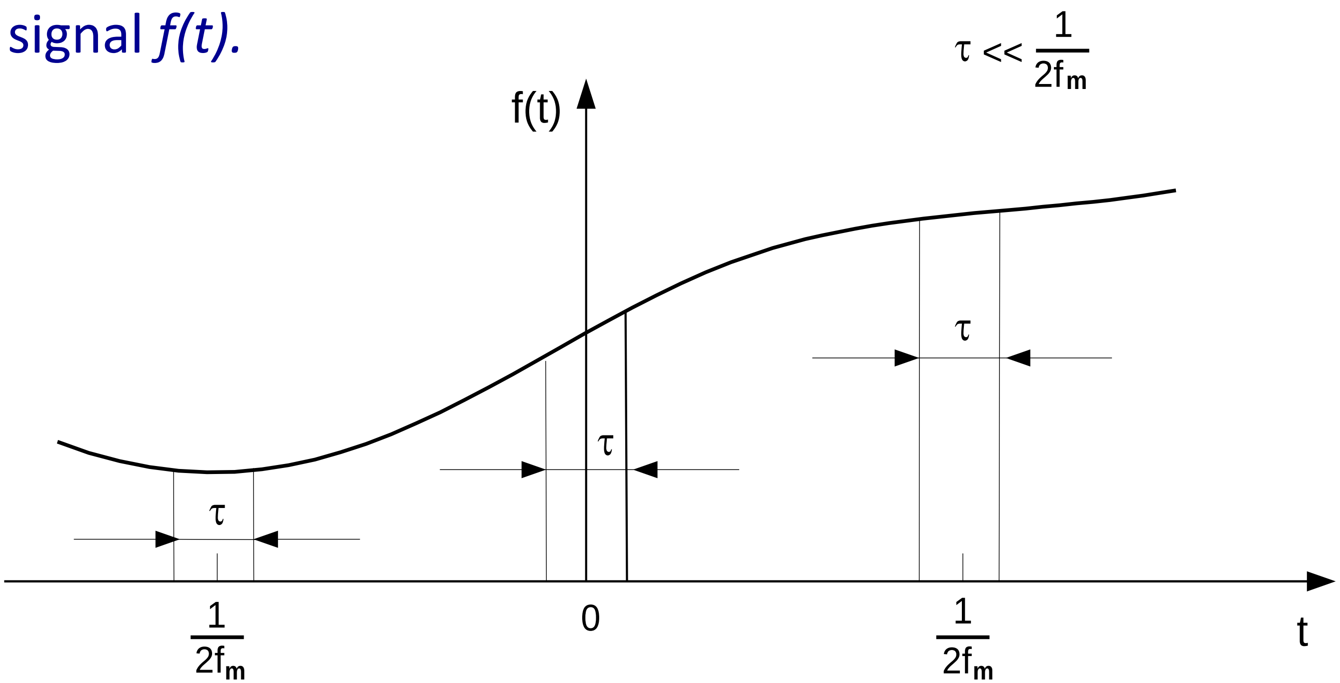
Ovaj izraz omogućava novu interpretaciju teoreme o odabiranju: Signal *f (t) ,* čiji je spektar ograničen učestanošću f_m , jednoznačno je određen beskonačnom sumom članova pri čemu je svaki od njih obrazovan od proizvoda vrijednosti signala *f (t)* u tački odabiranja $t = t_n$ i ***težinske funkcije*** tipa $\frac{\sin x}{x}$ centrirane u odgovarajućem trenutku odabiranja.

Funkcija $\frac{\sin x}{x}$ ima osobinu da je njena vrijednost za *x* = 0 jednaka 1, a za vrijednosti $x = k\pi$, gdje je *k* ma koji cio broj izuzev nule, ta vrijednost je jednaka nuli.



Težinska funkcija y=sinx/x

Teoremu o odabiranju je potrebno dokazati i u suprotnom smjeru: tj. dokazati da se na osnovu poznatih odbiraka uvijek može rekonstruisati originalan signal *f(t).*



Pretpostavimo da imamo kontinualni signal *f(t),* čija je maksimalna učestanost u spektru f_m. Uzmimo odbirke funkcije u trenucima $t_n = \frac{n}{2 f_m}$ gdje je $n = ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, ..$

Neka su odbirci predstavljeni vrlo uskim impulsima, trajanja $\tau << \frac{1}{2 f_m}$ što je u skladu sa mogućnošću njihove praktične realizacije.

Ako je τ (trajanje odbirka) mnogo manje od ($1/2f_m$), onda možemo pretpostaviti da se u tom kratkom intervalu vremena *f(t)* ne mijenja. Tada će Fourireova transformacija jednog ovakvog pojedinačnog impulsa biti:

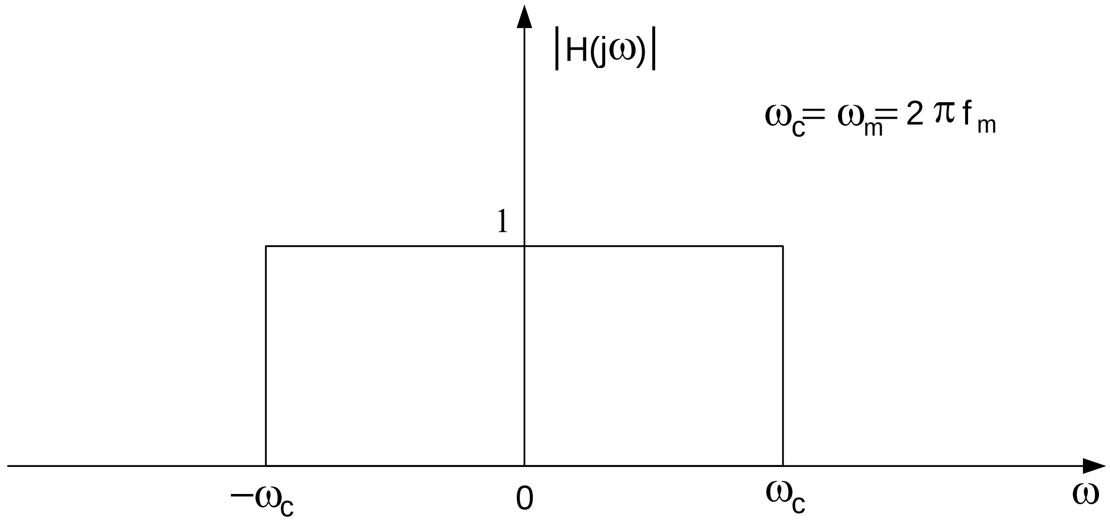
$$F_{(n)}(j\omega) = \int_{\frac{n}{2f_m}-\frac{\tau}{2}}^{\frac{n}{2f_m}+\frac{\tau}{2}} f\left(\frac{n}{2f_m}\right) e^{-j\omega t} dt \cong f\left(\frac{n}{2f_m}\right) \tau e^{-j\omega \frac{n}{2f_m}}$$

Fourireova transformacija delta impulsa je data sledećim izrazom:

$$\Delta(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t_0}$$

Uporedivši ova dva izraza, vidimo da je $F_{(n)}(j\omega)$ ustvari Fourireova transformacija delta impulsa čija je površina $\tau \cdot f\left(\frac{n}{2f_m}\right)$, pri čemu je taj impuls centriran u trenutku $t_n = \frac{n}{2f_m}$.

Uzmimo sada jedan idealan filtar propusnik niskih učestanosti:



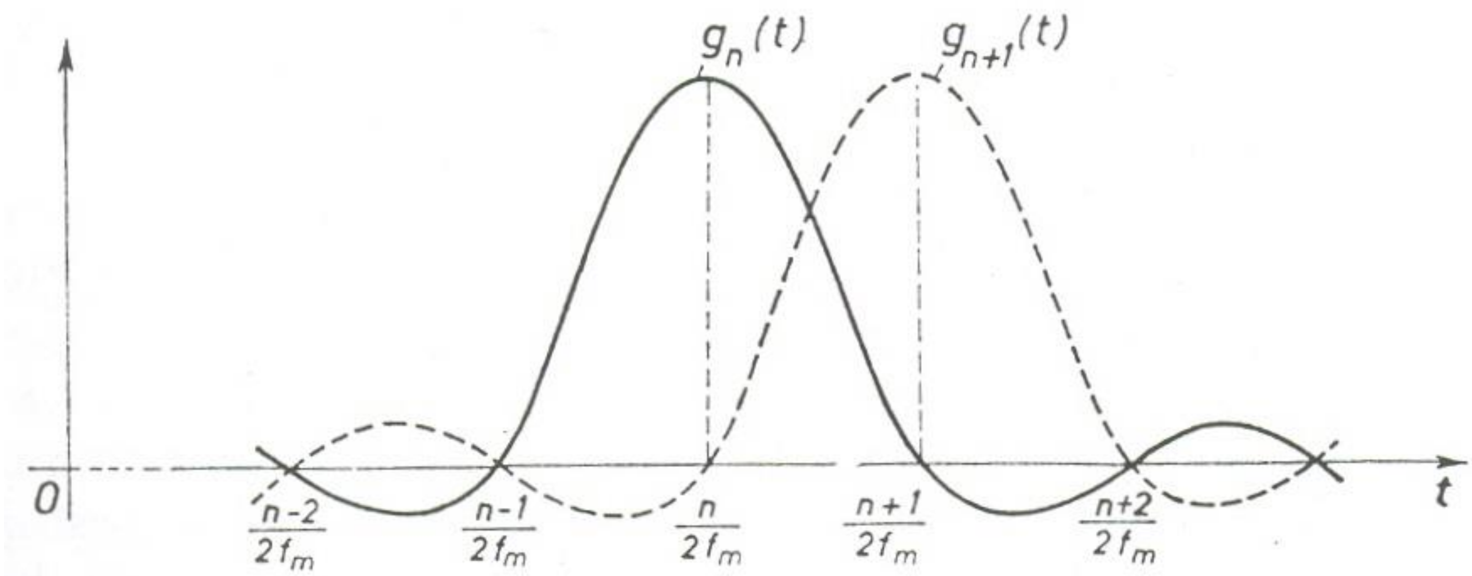
Pretpostavimo da se na ulaz ovakvog filtra dovede signal u vidu impulsa, čija je Fourierova transformacija $F_{(n)}(j\omega)$. Tada će se za odziv na njegovom izlazu dobiti:

$$g_n(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F_{(n)}(j\omega)H(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=f\left(\frac{n}{2f_m}\right)\tau\frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m}e^{j\omega\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}d\omega$$

Kada se izvrši integracija, dobija se:

$$g_n(t) = 2f_m \tau f\left(\frac{n}{2f_m}\right)\frac{\sin 2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}{2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}$$

Dobijeni odziv filtra na pobudu u vidu izabranog *n*-tog odbirka dat je na slici:



- Maksimum ove funkcije nalazi se u trenutku $t_n = \frac{n}{2f_m}$, dok u svim ostalim trenucima odabiranja funkcija $g_n(t)$ ima svoje nule.
- Ako se kroz ovaj filtar propusti drugi ovakav impuls koji je lociran u trenutku $t_{n+1} = \frac{n+1}{2f_m}$, dobio bi se odziv $g_{n+1}(t)$, koji je prikazan na slici isprekidanom linijom. Ovaj odziv ima maksimum u trenutku $t_{n+1} = \frac{n+1}{2f_m}$, a u svim ostalim tačkama odabiranja ima vrijednost nula.
- Ako se na ulaz ovog filtra dovede niz odbiraka, umjesto samo jednog odbirka, onda se na osnovu teoreme o superpoziciji dobija odziv:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n(t) = 2f_m\tau \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_m}\right) \frac{\sin 2\pi f_m\left(t - \frac{n}{2f_m}\right)}{2\pi f_m\left(t - \frac{n}{2f_m}\right)} = 2f_m\tau f(t)$$

Na ovaj način je pokazano da je signal *f(t)* u potpunosti definisan svojim odbircima. To znači da se signal može predstaviti diskretnim skupom vrijednosti uzetih u raznim, ali tačno definisanim, trenucima vremena.

Dakle, diskretizacija po vremenu nam omogućava da kontinualnu funkciju prikažemo kao niz odbiraka. Na taj način se kontinualna poruka ekvivalentira diskretnim signalom.

Korisniku treba poruka u originalnom obliku, kakva je i poslata. Da bi se to postiglo, treba propustiti diskretizovani signal kroz filtar propusnik niskih učestanosti.

U ovome i jeste smisao dokaza teoreme u oba smjera: diskretizuje se signal, a zatim se rekonstruiše originalna poruka propuštanjem kroz niskopropusni filtar granične učestanosti $f_c = f_m$.