

# Prenos digitalnih signala modulisanim nosiocem (2)

---

## □ Sistemi prenosa sa FSK

- Limiter diskriminotor
- Detektor presjeka sa nulom
- Diferencijalni detektor
- Koherentni demodulator
- Nekoherentni demodulator (detektor anvelope)
- Vjerovatnoća greške za FSK sisteme

# Sistemi prenosa sa FSK

- Značajan parametar sinusoidalnog nosioca je njegova učestanost.
- Pošto je riječ o prenosu digitalnih signala, to frekvencijski modulisan signal ima konstantnu amplitudu, a njegova učestanost u nekom signalizacionom intervalu ima jednu diskretnu vrijednost iz konačnog skupa različitih vrijednosti.
- Sistemi sa FSK su našli dosta široku primjenu u prenosu digitalnih signala iz više razloga:
  - Realizacija sistema je jednostavna.
  - Zbog svoje konstantne amplitude, FSK signal je slabo osjetljiv na uticaj nelinearnosti sklopova kroz koje se prenosi, što naročito dolazi do izražaja u vezama u opsegu mikrotalasa gdje se linearost pojačavača ne ostvaruje tako lako.
  - FSK signal je izuzetno podesan u radio vezama koje su izložene uticaju specifičnih smetnji, jer ne utiče na položaj praga odlučivanja.
- Međutim, širina opsega učestanosti potrebna za prenos FSK signala je relativno velika što predstavlja ozbiljan nedostatak, naročito kada su u pitanju veliki digitalni protoci. Tada se pribjegava **M-arnoj** frekvencijskoj modulaciji, ali u tom slučaju se povećava složenost sistema.

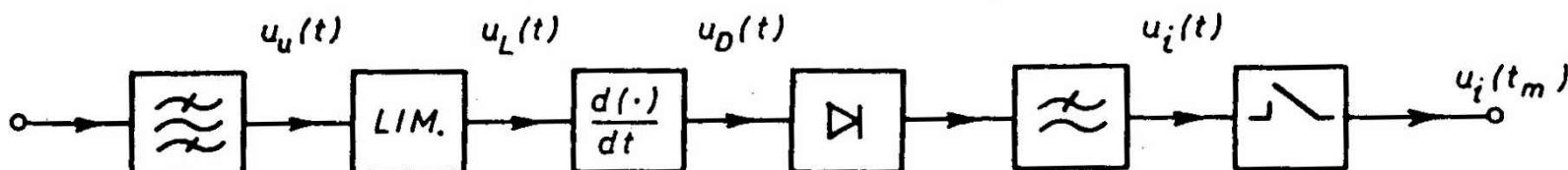
# Sistemi prenosa sa FSK

- U zavisnosti od toga kako se obavlja demodulacija, razlikuje se nekoliko FSK sistema. Performanse cijelog sistema zavise od načina demodulacije. FSK sistemi se prema načinu demodulacije dijele na:
  - FSK sisteme sa limiter-diskriminatorom
  - FSK sisteme sa detektorom presjeka sa nulom
  - FSK sisteme sa diferencijalnim detektorom
  - FSK sisteme sa koherentnim demodulatorom (CFSK)
  - FSK sisteme sa DA (nekoherentnim demodulatorom NCFSK)

# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa limiter-diskriminatorom

- Na ulazu u prijemnik se nalazi filter propusnik opsega učestanosti čija je funkcija da propusti korisni signal, a da šum i sve ostale neželjene signale izvan tog propusnog opsega potisne.
- Propusni opseg ovog filtra treba da bude što uži, kako bi što manje šuma ušlo u prijemnik i time vjerovatnoća greške bila što manja.
- Imajući na umu širinu spektra FSK signala, propusni opseg treba da bude što širi kako signal ne bi bio izobličen.
- Rješenje mora biti kompromis.
- Limiter treba da obezbijedi da amplituda FSK signala ima konstantnu vrijednost. Limiter odsijeca pozitivne i negativne trenutne vrijednosti FSK signala tako da signal na njegovom izlazu ima skoro pravougaoni oblik. Presjeci ovog signala sa apscisom sadrže prenošenu poruku.



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa limiter-diskriminatorom

- Ako na ulaz limitera dolazi FSK signal oblika:

$$u_u(t) = U_u \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = U_u \cos \Phi_i$$

- Poruka je sadržana u devijaciji učestanosti  $\delta\omega_i = \frac{d\varphi(t)}{dt}$

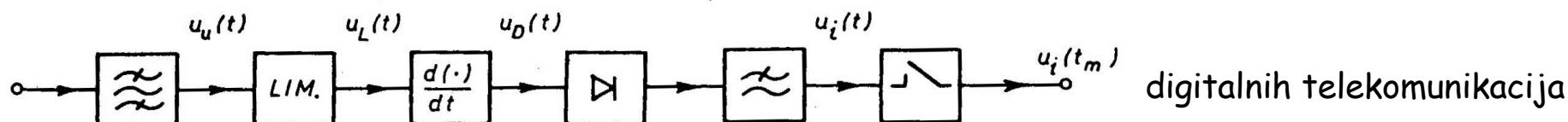
- Ako je ulazni signal u limiter pozitivan, na njegovom izlazu signal ima konstantnu vrijednost  $U_L$ , a ako je ulazni signal negativan, izlazni signal će biti  $-U_L$ , odnosno, za navedeni FSK signal koji pobuđuje limiter, izlazni signal će biti:

$$y(\Phi_i) = \begin{cases} U_L, & \cos \Phi_i > 0 \\ -U_L, & \cos \Phi_i < 0 \end{cases}$$

- Funkcija je periodična, pa je odgovarajući Fourierov red:

$$y(\Phi_i) = U_L C(\pm 1) = \frac{4}{\pi} U_L \left( \cos \Phi_i - \frac{1}{3} \cos 3\Phi_i + \frac{1}{5} \cos 5\Phi_i + \dots \right)$$

$$y(\Phi_i) = y[\omega_0 t + \varphi(t)] = \frac{4}{\pi} U_L \left( \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] - \frac{1}{3} \cos 3[\omega_0 t + \varphi(t)] + \dots \right)$$



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa limiter-diskriminatorom

- Ako je ispunjen uslov da su značajne komponente u spektru signala  $\cos[3(\omega_0 t + \varphi(t))]$  dovoljno daleko od opsega u kome se nalazi spektar signala  $\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$ , tako da uticaj preklapanja spektara nije velik, onda se filtrom propusnikom opsega može odvojiti:

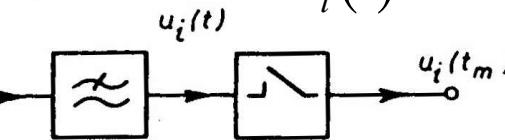
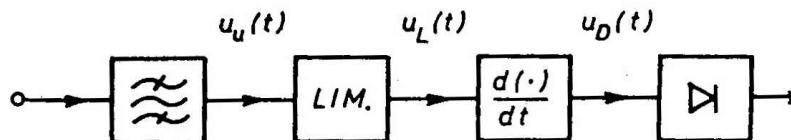
$$u_L(t) = \frac{4}{\pi} U_L \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

- Ovo je ujedno i signal na ulazu u diferencijator, pa će signal na njegovom izlazu biti:

$$u_D(t) = k \frac{4}{\pi} U_L \left[ \dot{\omega}_0 + \dot{\varphi}(t) \right] \sin[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

- Vidi se da je anvelopa signala direktno srazmjerna signalu  $\dot{\varphi}(t)$ . Detektorom anvelope dobiće se signal koji nosi poruku. Ako se taj signal propusti kroz niskofrekvencijski filter i ako se izdvoji jednosmerna komponenta, izlazni signal je:

$$u_i(t) = D \dot{\varphi}(t) = D \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad D = \text{const}$$



digitalnih telekomunikacija

# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa limiter-diskriminatorom

- Ako je nosilac na predaji bio frekvencijski modulisan digitalnim signalom oblika:

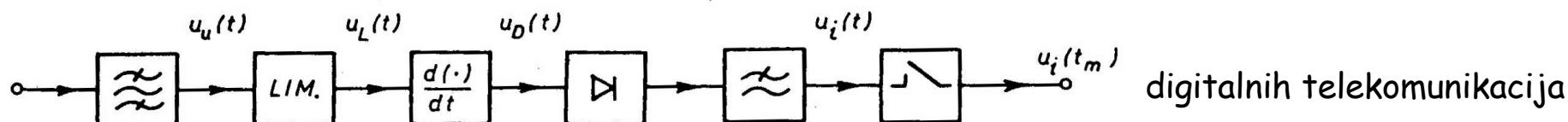
$$u_m(t) = \sum_{k=-N}^N a_k x(t - kT)$$

- trenutna devijacija učestanosti FSK modulisanog signala iznosi:

$$\delta\omega_i = \frac{d\varphi(t)}{dt} = ku_m(t)$$

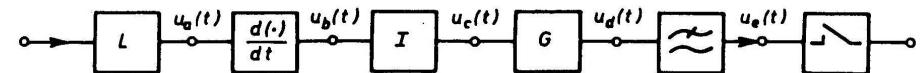
- odnosno, signal na izlazu (ulazu u sklop za odlučivanje) je:

$$u_i(t) = D \sum_{k=-N}^N a_k x(t - kT)$$



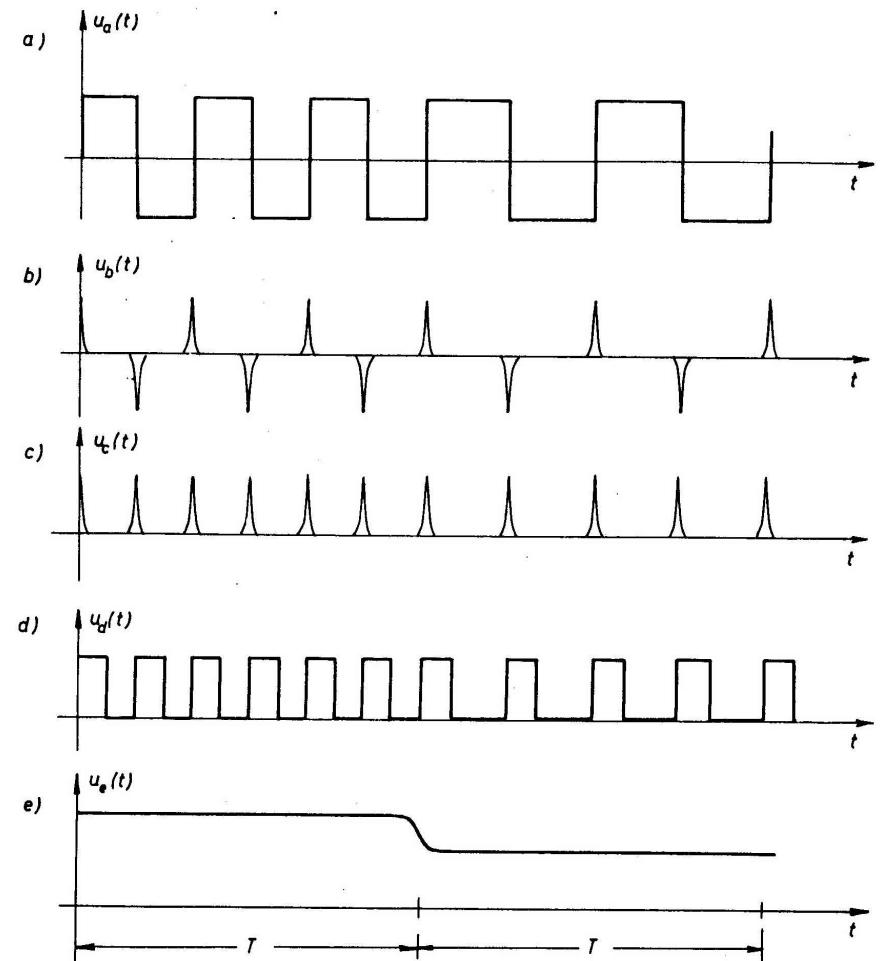
digitalnih telekomunikacija

# Sistemi prenosa sa FSK



## FSK sistemi sa detektorom presjeka sa nulom

- Kada se na ulaz limitera dovede FSK signal, na njegovom izlazu se dobija signal sastavljen od skoro pravougaonih impulsa.
- Ovakav signal na izlazu diferencijatora daje povorku naizmjeničnih impulsa.
- Kada se impulsi negativnog polariteta isprave ispravljačem I, dobija se povorka impulsa kao na slici c). Ova povorka upravlja radom generatora impulsa G.
- Na njegovom izlazu dobijaju se pravougaoni impulsi jednakih trajanja i jednakih amplituda. Njihov broj po jedinici vremena predstavlja broj presjeka FSK signala sa nulom. Na taj način, taj broj istovremeno predstavlja i trenutnu učestanost FSK signala.
- Usrednjavanjem ovih impulsa iz povorke sa slike d), što je moguće učiniti propuštanjem kroz NF filter, dobiće se signal kao na slici e).
- Ovaj signal se dovodi na sklop za odabiranje i na osnovu uzetih odbiraka se donosi odluka.



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa diferencijalnim detektorom

- Neka je ulazni FSK signal, pošto prođe kroz filter propusnik opsega učestanosti, dat izrazom:

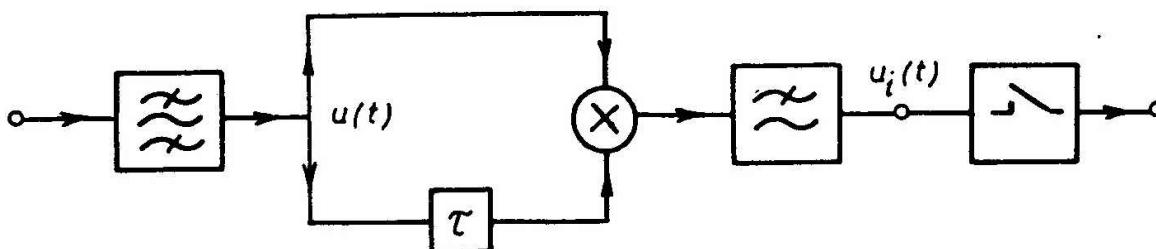
$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$$

- Ovaj signal se dijeli u dvije grane. Jednom granom dolazi direktno na jedan ulaz množića, a drugom granom preko sklopa za kašnjenje stiže na njegov drugi ulaz. Ako uneseno kašnjenje iznosi  $\tau$ , onda se na izlazu množića dobija signal:

$$\begin{aligned} & U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] U_0 \cos[\omega_0(t - \tau) + \varphi(t - \tau)] = \\ & \frac{1}{2} U_0^2 \cos[\omega_0 \tau + \varphi(t) - \varphi(t - \tau)] + \frac{1}{2} U_0^2 \cos[2\omega_0 t - \omega_0 \tau + \varphi(t) + \varphi(t - \tau)] \end{aligned}$$

- Filter propusnik niskih učestanosti sprečava prolaz komponente signala koja ima učestanost  $2\omega_0$ , pa se na ulazu u odabirač dobija signal:

$$u_i(t) = \frac{1}{2} U_0^2 \cos[\omega_0 \tau + \varphi(t) - \varphi(t - \tau)]$$



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa diferencijalnim detektorom

- Ako se podesi da je  $\omega_0\tau = \pi/2$ , tada je:

$$u_i(t) = -\frac{1}{2} U_0^2 \sin[\varphi(t) - \varphi(t - \tau)]$$

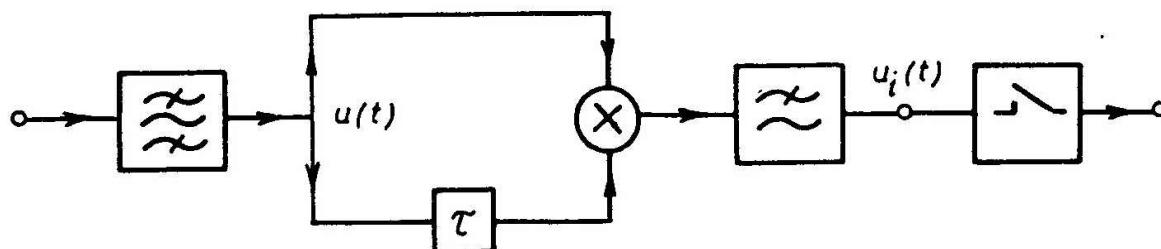
- Ako je kašnjenje  $\tau$  malo, onda je i razlika  $\varphi(t) - \varphi(t - \tau)$  mala, pa se približno može pisati:

$$u_i(t) \approx \frac{1}{2} U_0^2 [\varphi(t) - \varphi(t - \tau)]$$

- U ovom slučaju priraštaj funkcije  $\varphi(t)$  može da se aproksimira priraštajem na tangenti u posmatranoj tački, pa će izlazni signal biti:

$$u_i(t) \approx \frac{1}{2} U_0^2 \dot{\varphi}(t) \tau \propto \dot{\varphi}(t) \tau$$

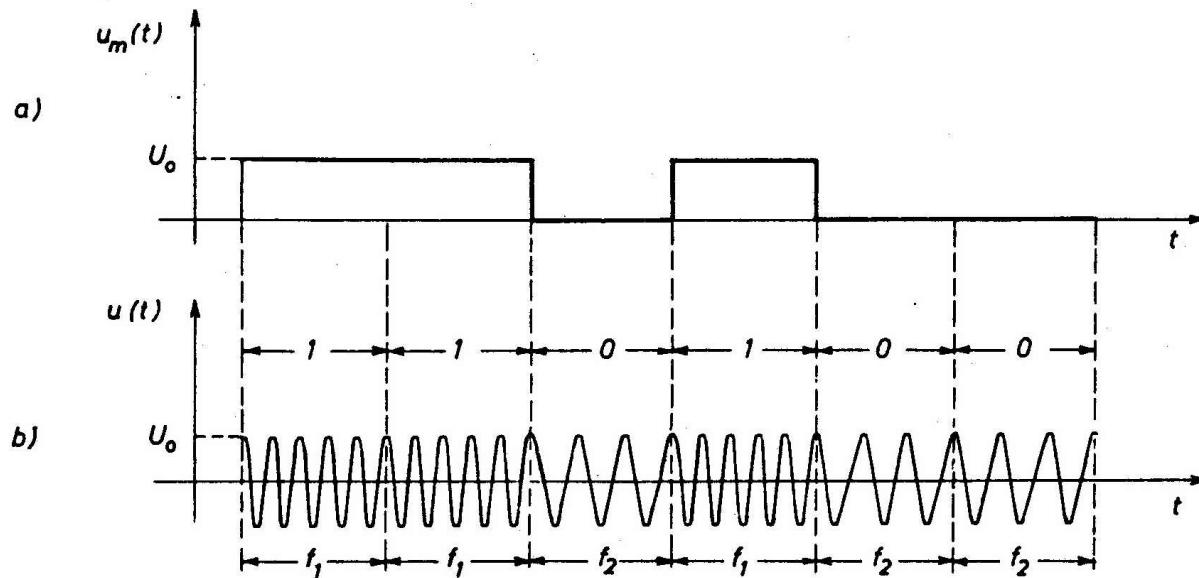
- Izlazni signal srazmjeran je trenutnoj devijaciji učestanosti, tj. poslatom signalu.



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa koherentnim demodulatorom

- Neka je modulišući signal unipolarni binarni  $u_m(t)$  i njim frekvencijski modulisan signal  $u_{FSK}(t)$ . Binarnom digitu 1 odgovara sinusoidalni nosilac učestanosti  $f_1$ , a binarnom digitu 0 nosilac učestanosti  $f_2$ .



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa koherentnim demodulatorom

- FSK signal se može predstaviti kao zbir dva amplitudski modulisana signala (tipa "sve ili ništa") različitim nosiocima:
  - modulišućim signalom  $u_m(t)$  se amplitudski moduliše nosilac učestanosti  $f_1$  i dobijeni ASK signal biće:

$$u_m(t) \cos \omega_1 t$$

- modulišućim signalom, ali takvim da signal postoji u onim vremenskim intervalima u kojima prethodni ASK signal ne postoji i da ne postoji u onim intervalima u kojima prethodni signal postoji, amplitudski se moduliše nosilac učestanosti  $f_2$ . Takav ASK signal je dat izrazom:

$$[U_0 - u_m(t)] \cos \omega_2 t$$

- Zbir ova dva signala daje:

$$u_{FSK}(t) = u_m(t) \cos \omega_1 t + [U_0 - u_m(t)] \cos \omega_2 t$$

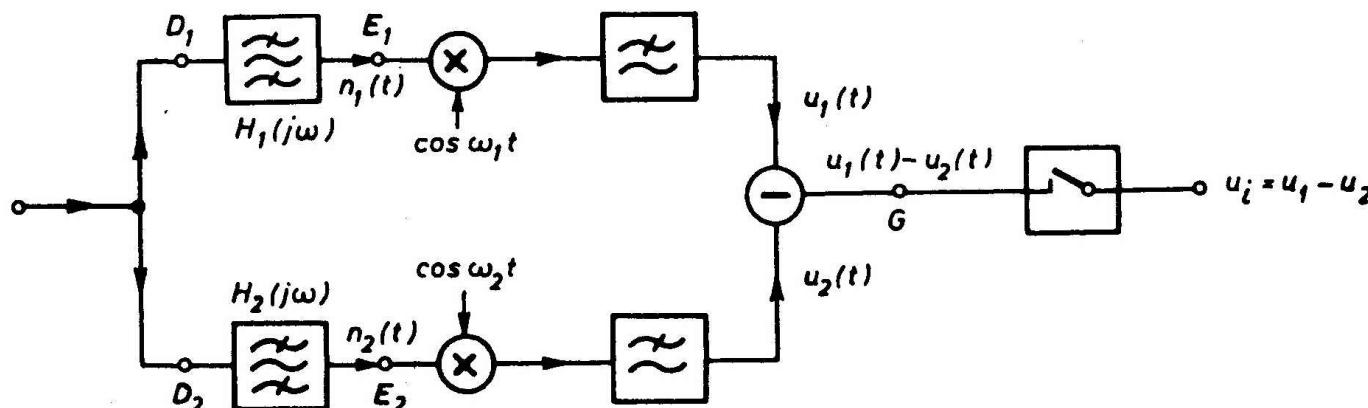
# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa koherentnim demodulatorom

- Ovaj signal predstavlja jedan poseban slučaj binarnog FSK signala. Prelaz sa jedne učestanosti na drugu se dešava u onim trenucima u kojima postoji fazni sinhronizam oba nosioca, tj. kada učestanosti nosioca  $f_1$  i  $f_2$  zadovoljavaju uslov:

$$T = \frac{m}{f_1} = \frac{n}{f_2}, \quad m, n \text{ cijeli pozitivni brojevi}$$

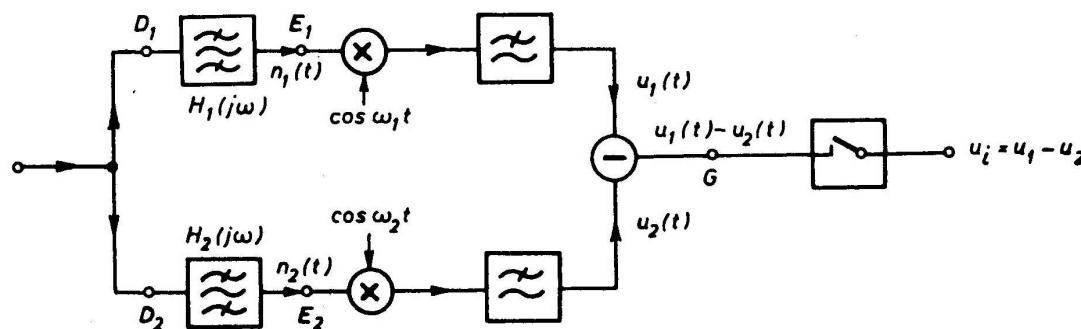
- Ako je navedeni uslov ispunjen i ako je u početku postignut fazni sinhronizam, u svim ostalim trenucima promjene učestanosti neće doći do diskontinuiteta u fazi.
- S obzirom da je ovako dobijeni FSK signal sastavljen od dva ASK signala, demodulacija se može ostvariti na način koji se primjenjuje za demodulaciju ASK signala. Blok šema koherentnog demodulatora FSK signala je prikazana na slici:



# Sistemi prenosa sa FSK

## FSK sistemi sa koherentnim demodulatorom

- U jednu granu dolazi signal učestanosti  $f_1$ , a u drugu onaj čija je učestanost  $f_2$ , i u njima se obavlja koherentna demodulacija (razdvajanje signala se vrši filtrima propusnicima opsega  $H_1(j\omega)$  i  $H_2(j\omega)$ ).
- Nakon demodulacije, u gornjoj grani, na izlazu iz propusnika niskih učestanosti, dobija se unipolarni binarni signal srazmjeran sa  $u_m(t)$ , a u donjoj grani binarni unipolarni signal srazmjeran sa  $[U_0 - u_m(t)]$  koji je komplementaran signalu  $u_m(t)$ .
- Njihova razlika je binarni polarni signal koji nosi poruku i koji se dovodi na sklop za odlučivanje. Koherentna demodulacija binarnih FSK signala, pored svih svojih dobrih strana, ima veliki nedostatak u tome što su na prijemu potrebna dva lokalna nosioca.



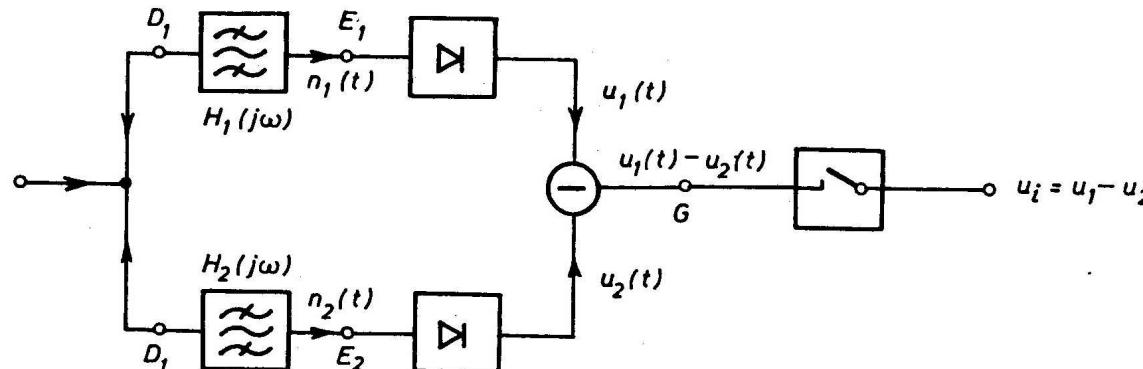
# Sistemi prenosa sa FSK

FSK sistemi sa detektorom anvelope (nekoherentnim demodulatorom)

- Binarni FSK signal definisan kao u prethodnom slučaju, i dat izrazom:

$$u_{FSK}(t) = u_m(t) \cos \omega_1 t + [U_0 - u_m(t)] \cos \omega_2 t$$

- može da se demoduliše pomoću dva detektora anvelope kojima prethode dva filtra.



- Pomoću filtra propusnika opsega u gornjoj grani, na ulaz detektora anvelope dolazi signal čiji nosilac ima učestanost  $f_1$ , i on odgovara poslatoj binarnoj 1. Kroz filter u donjoj grani na detektor stiže nosilac čija je učestanost  $f_2$ , i on odgovara binarnoj 0. Na izlazu iz detektora u gornjoj grani dobija se binarni signal koji odgovara anvelopi signala u tački  $E_1$ , a na izlazu iz detektora u donjoj grani njegov komplementarni unipolarni signal jednak anvelopi signala u tački  $E_2$ . Njihova razlika predstavlja binarni polarni signal koji se dovodi na sklop za odlučivanje. Na osnovu odbiraka tog signala uzetih u tački  $G$ , donosi se odluka tako što će se smatrati da je poslata brojka bila 1 ako je napon ovog odbirka pozitivan, a ako je taj napon negativan, primljeni signal je 0.

# Sistemi prenosa sa FSK

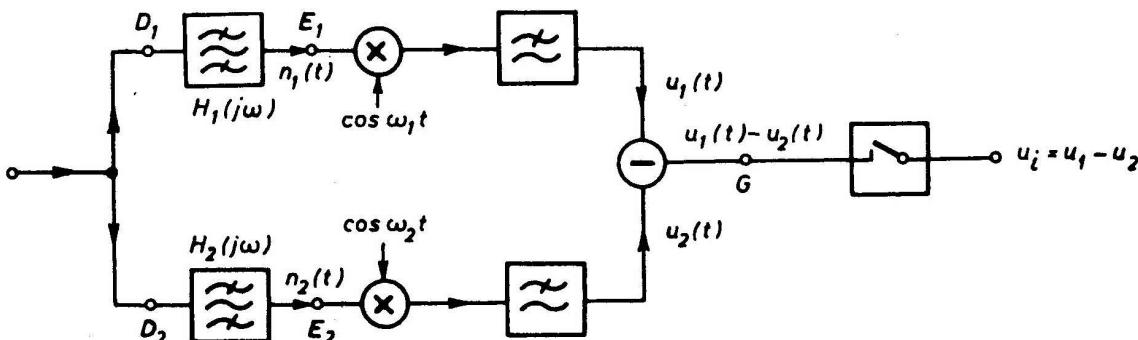
## Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa koherentnom demodulacijom

- Na ulazu sistema postoji bijeli Gausov šum
- Neka se posmatraju signalizacioni intervali u kojima se šalju binarni digit 1, kojima na strani predaje odgovara sinusoidalni nosilac učestanosti  $f_1$ . Tada će u tački  $E_1$  signal biti:

$$\begin{aligned} u_{E_1}(t) &= u_{S1}(t) + n_1(t) = U_S(t) \cos \omega_1 t + n_1(t) = \\ &= [U_S(t) + n_{c1}(t)] \cos \omega_1 t + n_{s1}(t) \sin \omega_1 t \end{aligned}$$

- U tom istom signalizacionom intervalu u donjoj grani nema signala. U tački  $E_2$  postoji samo šum, tj.:

$$u_{E_2}(t) = n_2(t) = n_{c2}(t) \cos \omega_2 t + n_{s2}(t) \sin \omega_2 t$$



# Sistemi prenosa sa FSK

Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa koherentnom demodulacijom

- Signal na izlazu (u tački G) je:

$$u_1(t) - u_2(t) = D[U_S(t) + n_{c1}(t) - n_{c2}(t)], \quad D = \text{const}$$

- Neka se sada šalju binarni digit 0. Njima na strani predaje odgovara sinusoidalni nosilac učestanosti  $f_2$ . Slično prethodnom razmatranju, u gornjoj grani imamo samo šum, a u donjoj i signal i šum. Na ulaz odabираča dolazi rezultantni signal:

$$u_1(t) - u_2(t) = D[-U_S(t) + n_{c1}(t) - n_{c2}(t)]$$

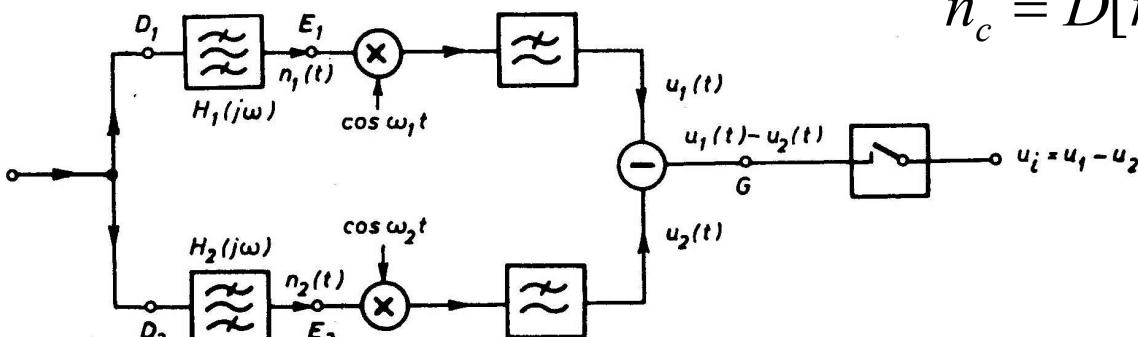
- Vrijednosti uzetih odbiraka su:  $u_i = u_1(t_m) - u_2(t_m) = U + n_c$

- U je amplituda odbiraka signala i ima jednu od dvije moguće vrijednosti:

$$U = D\{\pm U_S(t_m)\} = D\{\pm U_0\}$$

- Sa  $n_c$  je označena vrijednost odbirka koji potiče od ukupnog šuma i može imati vrijednost:

$$n_c = D[n_{c1}(t_m) - n_{c2}(t_m)] = D(n_{c1} - n_{c2})$$



# Sistemi prenosa sa FSK

## Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa koherentnom demodulacijom

- Šumovi  $n_1(t)$  i  $n_2(t)$  predstavljaju međusobno nezavisne Gaussove slučajne procese srednje vrijednosti 0, i varijansi  $\sigma^2$
- To znači da su slučajne promenljive  $n_{c1}$  i  $n_{c2}$  takođe nezavisne, jednakih varijansi koje iznose iznose  $\sigma^2$ ,
- kako je varijansa sume, odnosno razlike nezavisnih slučajnih promjenljivih jednaka sumi varijansi svake od njih, to je i  $n_c$  Gaussova slučajna promenljiva čija je varijansa

$$\sigma_e^2 = D^2 2\sigma^2$$

- Na osnovu rečenog, zaključuje se da se ovaj slučaj svodi na određivanje vjerovatnoće greške u prenosu polarnog binarnog signala u prisustvu aditivnog bijelog Gaussovog šuma. Poznato je da je u tom slučaju vjerovatnoća greške data izrazom:

$$P_e = \frac{1}{2} erfc \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma}$$

- Zamjenom odgovarajućih vrijednosti amplitude odbiraka i varijanse šuma dobija se izraz za vjerovatnoću greške u prenosu poruka binarnim FSK signalom i koherentnom demodulacijom:

$$P_e = \frac{1}{2} erfc \frac{DU_S(t_m)}{\sqrt{2}\sqrt{D^2 2\sigma^2}} = \frac{1}{2} erfc \frac{U_S(t_m)}{2\sigma} = \frac{1}{2} erfc \frac{U_0}{2\sigma}$$

# Sistemi prenosa sa FSK

## Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa nekoherentnom demodulacijom

- Neka se šalju binarni digit 1 kojima na strani predaje odgovara sinusoidalni signal učestanosti  $f_1$ . Neka je šum aditivni bijeli Gaussov  $n_1(t)$ , čija je varijansa  $\sigma^2$ . U tom slučaju, signal u tački  $E_1$  je suma signala i šuma:

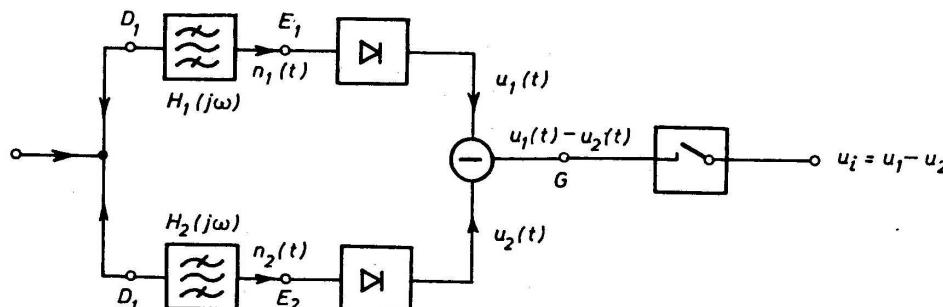
$$u_{E1}(t) = u_s(t) \cos \omega_1 t + n_1(t) = V_1(t) \cos[\omega_1 t - \theta_1(t)], \quad u_1(t) = V_1(t)$$

- U ovom istom signalizacionom intervalu, na izlazu iz detektor-a u donjoj grani postoji samo šum čiji je napon  $u_2(t)$  vrlo približno ravan anvelopi uskopojasnog šuma  $n_2(t)$  u tački  $E_2$ . Detektovani napon u donjoj grani je:

$$u_2(t) = V_2(t)$$

- Ako sa  $P(e|1)$  označimo vjerovatnoću greške kada se šalje binarna jedinica, ona će biti jednak vjerovatnoći da razlika odbiraka  $u_1(t_m) = u_1$  i  $u_2(t_m) = u_2$  bude negativna

$$P(e|1) = P(u_1 - u_2 < 0)$$



# Sistemi prenosa sa FSK

## Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa nekoherentnom demodulacijom

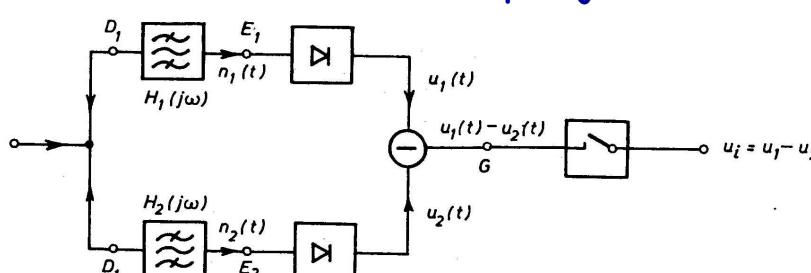
- Neka se šalju binarni digit 0. Tada će u donjoj grani postojati signal i šum, a u gornjoj samo šum. Slično se dolazi do zaključka da će vjerovatnoća greške u ovom slučaju biti:

$$P(e|0) = P(u_1 - u_2 > 0)$$

- Ukupna vjerovatnoća greške je:  $P_e = P(1)P(e|1) + P(0)P(e|0)$
- Izraz se može pojednostaviti ako uredimo pretpostavku da su vjerovatnoće slanja 1 i 0 jednake i:  $P(e|1) = P(e|0) \quad P(1) = P(0) = \frac{1}{2} \quad P_e = P(e|1) = P(u_2 > u_1)$
- Potrebno je naći vjerovatnoću da je  $u_2 > u_1$ .
- To se može uraditi na osnovu funkcije gustine vjerovatnoće envelope uskopojasnog šuma, koju karakteriše Rayleigh-eva raspodjela:

$$p_U(u_2) = \frac{u_2}{\sigma^2} e^{-\frac{u_2^2}{2\sigma^2}}$$

- i funkcije gustine vjerovatnoće amplitude sume uskopojasnog signala i uskopojasnog šuma, koju karakteriše Rice-ova raspodjela:



$$p_V(u_1) = \frac{u_1}{\sigma^2} e^{-\frac{u_1^2 + U_S^2(t_m)}{2\sigma^2}} I_0\left[u_1 \frac{U_S(t_m)}{\sigma^2}\right]$$

# Sistemi prenosa sa FSK

Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa nekoherentnom demodulacijom

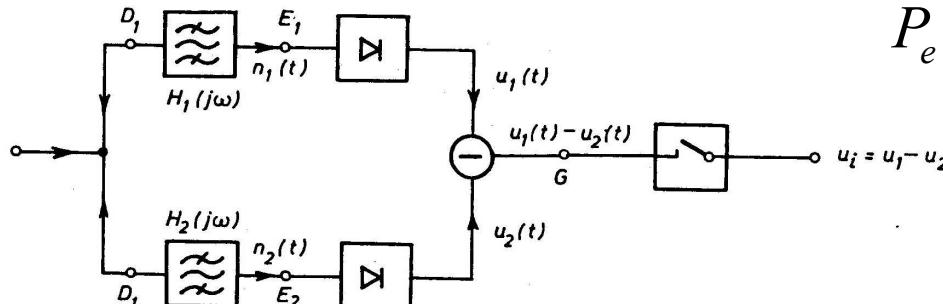
- Vjerovatnoća  $u_2 > u_1$  ( $u_1$  je zadata vrijednost) je:

$$\int_{u_2=u_1}^{\infty} p_U(u_2) du_2$$

- Vjerovatnoća da se napon na izlazu iz detektor-a u gornjoj grani nalazi između  $u_1$  i  $u_1 + du_1$  je:  $p_V(u_1)du_1$
- Prema tome, vjerovatnoća da je  $u_2 > u_1$  i da  $u_1$  bude između  $u_1$  i  $u_1 + du_1$  iznosi:

$$p_V(u_1)du_1 \int_{u_2=u_1}^{\infty} p_U(u_2) du_2$$

- I na kraju, vjerovatnoća greške u prenosu, odnosno, vjerovatnoća da je, uopšte uzevši,  $u_2 > u_1$  za sve vrijednosti  $u_1$  od 0 do  $\infty$  iznosi:



$$P_e = P(u_2 > u_1) = \int_0^{\infty} p_V(u_1) \int_{u_2=u_1}^{\infty} p_U(u_2) du_1 du_2$$

# Sistemi prenosa sa FSK

Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa nekoherentnom demodulacijom

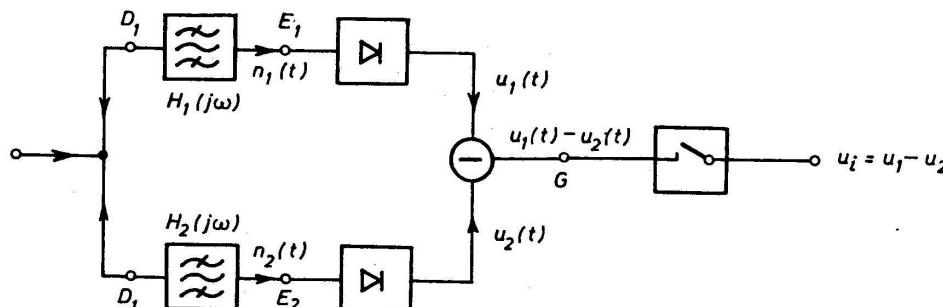
- Ako ovo uvrsti u izraz za vjerovatnoću greške, dobija se:

$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{u_1}{\sigma^2} e^{-\frac{u_1^2 + U_s(t_m)}{2\sigma^2}} I_0 \left[ u_1 \frac{U_s(t_m)}{\sigma^2} \right] \int_{u_2=u_1}^{\infty} \frac{u_2}{\sigma^2} e^{-\frac{u_2^2}{2\sigma^2}} du_1 du_2$$

- Kada se riješi unutrašnji integral po  $u_2$ , dobija se:

$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{u_1}{\sigma^2} e^{-\frac{u_1^2}{\sigma^2}} e^{-\frac{U_s^2(t_m)}{2\sigma^2}} I_0 \left[ u_1 \frac{U_s(t_m)}{\sigma^2} \right] du_1, \text{ smjena } z = \sqrt{2}u_1$$

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{U_s^2(t_m)}{4\sigma^2}} \int_0^{\infty} \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2 + \frac{1}{2}U_s^2(t_m)}{2\sigma^2}} I_0 \left[ z \frac{U_s(t_m)}{\sqrt{2}\sigma^2} \right] dz$$



# Sistemi prenosa sa FSK

## Vjerovatnoća greške za FSK sisteme sa nekoherentnom demodulacijom

- Integrant u poslednjem izrazu predstavlja funkciju gustine vjerovatnoće koja karakteriše Riceovu raspodjelu. Kako se integracija obavlja u granicama od 0 do  $\infty$ , to ovaj integral, po definiciji, mora biti jednak 1. Prema tome, izraz za vjerovatnoću greške u prenosu poruka binarnim FSK signalom i nekoherentnom demodulacijom, definitivno iznosi:

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{U_s^2(t_m)}{4\sigma^2}}$$

- Na kraju, interesantno je izvršiti poređenje FSK sistema sa koherentnom i nekoherentnom demodulacijom. Na osnovu izvedenih izraza za vjerovatnoću greške, za iste vrijednosti odnosa  $U_s(t_m)/2\sigma$ , vjerovatnoća greške je manja u sistemu sa koherentnom demodulacijom.
- Međutim, u slučaju da je odnos  $U_s(t_m)/2\sigma \gg 1$ , izraz za vjerovatnoću greške u FSK sistemima sa koherentnom demodulacijom približno glasi:

$$P_e \cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{U_s(t_m)}{2\sigma} \frac{1}{2} e^{-\frac{U_s^2(t_m)}{4\sigma^2}}$$

# Ispitna pitanja

- Sistemi prenosa sa FSK
  - Limiter diskriminotor
  - Detektor presjeka sa nulom
  - Diferencijalni detektor
  - Koherentni demodulator
  - Nekoherentni demodulator (detektor anvelope)
  - Vjerovatnoća greške za FSK sisteme