ETF Matematika 1:

Integrali

Zadaci za samostalni rad

ETF, UCG, Novembar 2020.

U zadacima 1-6 izračunati neodređene integrale.

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{(e^x+1)^5 \cdot \sqrt{1+2e^{-x}}}\,dx.$

2. $\displaystyle\int \ln\left((x^2+1)e^{\sqrt{\operatorname{tg} x}}\right)\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{\ln(1+\sqrt{\operatorname{tg}^3 x})}{\cos^2 x}\,dx$

4. $\displaystyle\int \frac{\arcsin\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x}\,dx$

5. $\int \dfrac{\operatorname{arctg}\sqrt{\sqrt[5]{x^2}-1}}{\sqrt[5]{x^7}}\,dx.$

6. $\displaystyle\int \frac{\frac{\sin(2x)\cdot\cos^2 x}{\sqrt[4]{1+\cos^4 x}}+\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos^4 x}\,dx$

7. Izračunati: $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x\ln x}{(1+x^2)^2}\,dx.$

8. Figuru F čine tačke skupa $\{(x,y)\mid y\geq 1,\ x+y\leq 2,\ x^2+y^2\leq 4y\}$. Izračunati obim i površinu figure F.

9. Na krivu $x=2y-y^2$ je postavljena normala u tački $(0,0)$. Izračunati dužinu luka koji ta normala odsijeca od date krive.

10. Izračunati površinu dijela ravni koji leži u četvrtom kvadrantu i ograničen je krivama $y=-\frac{1}{2}+\left|\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right|$ i $y=\ln|1-x|$.

11. Dokazati da je funkcija $f(x)=\dfrac{e^x}{1+e^{2x}}$ parna, a zatim izračunati površinu dijela ravni određenog krivom $y=f(x)$ i njenom horizontalnom asimptotom.

12. Neka je F figura ograničena krivama $y=\operatorname{tg} x$ i $y=-\sqrt{2}\sin x$ na intervalu $[\pi,\frac{3\pi}{2}]$. Skicirati figuru F, a zatim izračunati zapreminu tijela koje nastaje njenom rotacijom oko Ox ose.

13. Izračunati zapreminu tijela koja nastaje rotacijom oko Ox ose dijela krive $y=-1+\ln^2 x$ koji leži u četvrtom kvadrantu koordinatne ravni.

14. Neka je l luk krive $y=e^{-x}$ određen presječnim tačkama te krive s krivom $y=e^{-x^2}$. Izračunati površinu površi koja nastaje rotacijom uočenog luka oko Ox ose.

15. Neka je F figura ograničena krivama $x=|y^2-y|$ i $y=x-3$ koja leži u prvom kvadrantu. Skicirati figuru F, a zatim izračunati površinu tijela koje nastaje rotacijom figure F oko Ox ose.