

1 Dopunski materijal sa nekim osnovnim izvodima

Izvod konstante $f(z) = C$ jednak je nuli, odnosno,

$$\frac{d}{dz}(f(z)) = \frac{d}{dz}(C) = 0, C = \text{const}$$

Primjeri:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz}(5) &= 0 \\ \frac{d}{dz}\left(-\frac{5}{13}\right) &= 0\end{aligned}$$

Izvod N -tog stepena broja z , pomnoženog konstantom C , odnosno, izvod od $f(z) = Cz^N$, računa se po formuli:

$$\frac{d}{dz}(f(z)) = \frac{d}{dz}(Cz^N) = C \cdot Nz^{N-1}.$$

Primjeri:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz}(3 \cdot z^{15}) &= 3 \cdot 15z^{14} = 45z^{14} \\ \frac{d}{dz}(z^{-3}) &= -3z^{-3-1} = -3z^{-4} \\ \frac{d}{dz}(z^{-\frac{11}{3}}) &= -\frac{11}{3}z^{-\frac{11}{3}-1} = -\frac{11}{3}z^{-\frac{14}{3}}\end{aligned}$$

Izvod je linearan, odnosno, izvod zbira (razlike) generatorskih funkcija jednak je zbiru (razlici) izvoda pojedinačnih generatorskih funkcija:

$$\frac{d}{dz}(Af(z) + Bg(z)) = A\frac{d}{dz}(f(z)) + B\frac{d}{dz}(g(z)), A = \text{const}, B = \text{const}$$

Primjer.

$$\frac{d}{dz}(-3z^{20} + \frac{1}{2}z^{-5}) = -3 \cdot 20z^{20-1} + \frac{1}{2} \cdot (-5)z^{-5-1} = -60z^{19} - \frac{5}{2}z^{-6}$$

Primjer.

$$\frac{d}{dz}(-5 \cdot z^4 + 6 + \frac{1}{3}) = -5 \cdot 4z^{4-1} + 0 + 0 = -20z^3$$

Izvod proizvoda dvije generatorske funkcije računa se po sljedećoj formuli:

$$\frac{d}{dz}(f(z)g(z)) = \frac{d}{dz}(f(z)) \cdot g(z) + f(z) \cdot \frac{d}{dz}(g(z))$$

Primjer:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz}((4z - 3z^{-5})\left(\frac{11}{12}z^6 + 8z - 3\right)) = \\
= & \left(\frac{d}{dz}(4z - 3z^{-5})\right)\left(\frac{11}{12}z^6 + 8z - 3\right) + (4z - 3z^{-5})\left(\frac{d}{dz}\left(\frac{11}{12}z^6 + 8z - 3\right)\right) = \\
& = (4 + 15z^{-6})\left(\frac{11}{12}z^6 + 8z - 3\right) + (4z - 3z^{-5})\left(\frac{66}{12}z^5 + 8\right)
\end{aligned}$$

Izvod količnika dvije generatorske funkcije se računa po formuli:

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{f(z)}{g(z)}\right) = \frac{\frac{d}{dz}(f(z)) \cdot g(z) - f(z) \cdot \frac{d}{dz}(g(z))}{(g(z))^2}$$

Primjer:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dz}\left(\frac{6z^5 + z^{-2}}{3z + 4}\right) &= \frac{\frac{d}{dz}(6z^5 + z^{-2}) \cdot (3z + 4) - (6z^5 + z^{-2}) \cdot \frac{d}{dz}(3z + 4)}{(3z + 4)^2} = \\
&= \frac{(30z^4 - 2z^{-3})(3z + 4) - (6z^5 + z^{-2}) \cdot 3}{(3z + 4)^2}
\end{aligned}$$

Izvod generatorske funkcije oblika $f(g(z))$ računa se na sljedeći način:

$$\frac{d}{dz}[f(g(z))] = \frac{d}{du}(f(u)) \cdot \frac{d}{dz}(g(z))$$

gdje je $u = f(z)$. Primjer.

Traži se izvod izraza $f(g(x)) = (z^3 + z^{-2})^4$. Uočimo da je $f(z) = z^4$ i $g(z) = z^3 + z^{-2}$.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dz}[(z^3 + z^{-2})^4] &= 4(z^3 + z^{-2})^3 \cdot \frac{d}{dz}(z^3 + z^{-2}) = \\
&= 4(z^3 + z^{-2})^3(3z^2 - 2z^{-3})
\end{aligned}$$

Primjer.

Traži se izvod izraza $f(g(x)) = \frac{1}{(z^6 - 7z^{-2})^5}$. Uočimo da je $f(z) = \frac{1}{z^5} = z^{-5}$ i $g(z) = z^6 - 7z^{-2}$.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{(z^6 - 7z^{-2})^5}\right] &= -5(z^6 - 7z^{-2})^{-5-1} \frac{d}{dz}(z^6 - 7z^{-2}) = \\
&= \frac{-5}{(z^6 - 7z^{-2})^6} (6z^5 + 14z^{-3})
\end{aligned}$$