

Metode optimizacije

Zadaci za vježbu

1. Naći opšte rješenje sledećih diferencijalnih jednačina:

(a) $y''' - 6y'' + 9y' = xe^{3x} + e^{3x} \cos 2x$;

(b) $y'' + y' - 2y = 3xe^x$;

(c) $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$;

(d) $y^{(4)} + 4y'' + 3y = 0$;

(e) $y'' + y = 4xe^x$;

(f) $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$;

(g) $y'' - 2y' + y = 6xe^x$;

(h) $y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x$;

(i) $y^{(4)} + y'' = 7x - 3 \cos x$.

2. Naći opšte rješenje sledećih sistema diferencijalnih jednačina:

(a)

$$\dot{x} = 4x - y;$$

$$\dot{y} = 5x + 2y;$$

(b)

$$\dot{x} = x + y;$$

$$\dot{y} = 3y - 2x;$$

(c)

$$\dot{x} = 3x - y;$$

$$\dot{y} = 4x - y;$$

(d)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y + z; \\ \dot{y} &= x + y - z; \\ \dot{z} &= 2x - y;\end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y + z; \\ \dot{y} &= -2x - z; \\ \dot{z} &= 2x + y + 2z;\end{aligned}$$

(f)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - 2y - z; \\ \dot{y} &= -x + y + z; \\ \dot{z} &= x - z;\end{aligned}$$

(g)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y; \\ \dot{y} &= x + 3y - z; \\ \dot{z} &= 2y + 3z - x;\end{aligned}$$

(h)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - 2z - x; \\ \dot{y} &= 4x + y; \\ \dot{z} &= 2x + y - z;\end{aligned}$$

(i)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y; \\ \dot{y} &= 2y + 4z; \\ \dot{z} &= x - z;\end{aligned}$$

(j)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + 2e^t; \\ \dot{y} &= x + t^2;\end{aligned}$$

(k)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - 4y + 4e^{-2t}; \\ \dot{y} &= 2x - 2y;\end{aligned}$$

(l)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2y - x + 1; \\ \dot{y} &= 3y - 2x;\end{aligned}$$

(m)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y + e^t; \\ \dot{y} &= -2x + 2t;\end{aligned}$$

(n)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y + 2e^t; \\ \dot{y} &= x + 2y - 3e^{4t};\end{aligned}$$

(o)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y + 8t; \\ \dot{y} &= 5x - y;\end{aligned}$$

3. Sistem sa upravljanjem je zadat sa:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \alpha x_3 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_1 - x_2 + x_3 + u \\ y &= \alpha x_3\end{aligned}$$

Za koje vrijednosti parametra α je sistem:

- potpuno kontrolabilan i potpuno observabilan?
- potpuno kontrolabilan ali nije potpuno observabilan?
- potpuno observabilan ali nije potpuno kontrolabilan?
- nije ni potpuno kontrolabilan ni potpuno observabilan?

4. Sistem sa upravljanjem je zadat sa:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2x_1 + \alpha x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_2 + u \\ y &= \beta x_1 + x_2\end{aligned}$$

Za koje vrijednosti parametara α i β je sistem:

- potpuno kontrolabilan i potpuno observabilan?
- potpuno kontrolabilan ali nije potpuno observabilan?
- potpuno observabilan ali nije potpuno kontrolabilan?
- nije ni potpuno kontrolabilan ni potpuno observabilan?