ADAPTIVNI DISKRETNI SISTEMI I NEURALNE MREŽE

LMS I RLS ALGORITAM. Varijante LMS algoritma. Primjene.
-ZADACI-

1. Numerički efikasne varijante LMS algoritma mogu se dobiti ako se u izrazu kojim se modifikuju koeficijenti koristi signum funkcija. Efikasnost ovih algoritama ispitaće se u problematici identifikacije "nepoznatog" sistema. Neka je ulazni signal $x(n)$ bijeli Gausov šum srednje vrijednosti $\mu_x = 0$ i varijanse $\sigma_x^2 = 1$, i neka se željeni signal $d(n)$ dobija njegovim prolaskom kroz FIR filtar sa prenosnom funkcijom.

$$G(z) = 4 - 5z^{-1} + 2z^{-2} - z^{-3}$$

   a) Naći optimalno rješenje primjenom
      - signed-error LMS algoritma
      - signed-regressor LMS algoritma
      - sign-sign LMS algorimma
   b) Nacrtati vremensku zavisnost koeficijenata adaptivnog sistema
   c) Prikazati signal greške u svim slučajevima ($10\log_{10}|e(n)|^2$), u istom grafičkom prozoru, te rezultat uporediti sa rezultatom koji se dobija primjenom LMS algoritma.

2. Sa sajta ETF-a preuzeti fajl *TestData*. Razmatra se problematika identifikacije nepoznatog sistema. Povećanje brzine konvergencije obavlja se korišćenjem normalizovanog LMS algoritma, a normalizacija je izvršena u odnosu na energiju posmatranih N odbiraka signala, gdje je N red adaptivnog filtra. Koristiti generalnu formu ovog algoritma za identifikaciju nepoznatog sistema, korak $\mu_{norm} = 0.5$ i $\alpha = 1$ ako su ulazni i zadati signal dati u spomenutom .mat fajlu.
   a) Odrediti koeficijente nepoznatog sistema.
   b) Nacrtati vremensku zavisnost koeficijenata adaptivnog sistema.
   c) Nacrtati signal greške $10\log_{10}|e(n)|^2$ koji se dobija primjenom normalizovanog LMS algoritma, i uporediti ga sa signalom greške običnog LMS algoritma.

3. Zadatke 1 i 2 ponoviti za slučaj RLS algoritma. Uporediti signale greške u logaritamskoj skali, $10\log_{10}|e(n)|^2$, za slučaj LMS algoritma, normalizovanog LMS algoritma i RLS algoritma.

   RLS algoritam se može realizovati primjenom sljedećih relacija:

$$\mathbf{g}(n) = \frac{\mathbf{C}(n-1)\mathbf{X}(n)}{\lambda + \mu(n)}$$

$$\mathbf{C}(n) = \tfrac{1}{\lambda}\mathbf{C}(n-1) - \tfrac{1}{\lambda}\mathbf{g}(n)\mathbf{X}^T(n)\mathbf{C}(n-1)$$

$$\mu(n) = \mathbf{X}^T(n)\mathbf{C}(n-1)\mathbf{X}(n)$$

$$e(n|n-1) = d(n) - \mathbf{X}^T(n)\mathbf{H}(n-1)$$

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + \mathbf{g}(n)e(n|n-1)$$

   gdje je $0 < \lambda < 0.995$ (tipično $0.95 < \lambda < 0.995$) faktor zaboravljanja, dok su početne vrijednosti $\mathbf{H}(0) = \mathbf{0}$ i $\mathbf{C}(0) = \mathbf{R}^{-1}(0) = \delta\mathbf{I}$, gdje je $\mathbf{I}$ jedinična matrica a $\delta >> 1$.

4. (Za vježbu) Poređenje sa RLS algoritmom ponoviti za slučaj nepoznatog sistema sa vremenski varijabilnim (nestacionarnim) koeficijentima, kao i za slučaj kada je ulazni signal $x(n)$ obojeni šum. Na koji način utiču varijacije koeficijenata i korelacija ulaznog signala na brzinu konvergencije RLS algoritma, LMS algoritma i normalizovanog LMS algoritma?

5. (8.14) Razmatra se primjena LMS algoritma u uklanjanju šuma. Pretpostaviti da je ulazni signal $\eta(n)$ bijeli Gausov šum srednje vrijednosti $\mu_\eta = 0$ i varijanse $\sigma_\eta^2 = 1$ dok je željeni signal oblika

$$s(n) = \cos(2\pi n / 512) + 0.5\sin(2\pi n / 256 + \pi / 3)$$

gdje je $0 \leq n \leq 5000.$ Šum na poziciji signala $s(n)$ je $\varepsilon(n) = 0.5\eta(n) - 0.7\eta(n-1).$

   a) Skicirati šemu sistema za uklanjanje smetnji primjenom LMS algoritma.
   b) Analitički odrediti optimalne koeficijente adaptivnog sistema.
   c) Implementirati adaptivni sistem zasnovan na LMS algoritmu (koristiti korake $\mu = 0.01$ i $\mu = 0.001$), i prikazati signal greške $e(n)$, kao i varijacije koeficijenata sistema tokom iteracija.

6. (8.15) Razmatra se signal $s(n)$, zašumljen jakim šumom $\varepsilon(n).$ Akvizicija signala se vrši primjenom dva mikrofona. Jedan mikrofon je u blizini izvora signala $s(n)$, dok je drugi daleko od ovog izvora. Signal $s(n)$ će biti modelovan kao nestacionarni Gausov šum srednje vrijednosti 0 i varijanse $\sigma_s^2(n) = 3\sin^4(\pi n/100).$ Signal $\varepsilon(n)$ je stacionarni bijeli Gausov šum, srednje vrijednosti 0 i varijanse $\sigma_\varepsilon^2(n) = 300.$ Šum na ulazu u prvi i drugi mikrofon modifikuje se prenosnim funkcijama

$H_1(z) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.2z^{-2} - 0.2z^{-3} + 0.1z^{-4}$

$H_2(z) = 1 - 0.2z^{-1} + 0.1z^{-2}.$

Korišćenjem adaptivnog sistema reda N = 10, redukovati (eliminisati) šum iz signala snimljenog prvim mikrofonom. Eksperimentalno odrediti vrijednost koraka μ tako da odnos signal-šum bude oko 10 dB.

7. (8.16) Razmatra se adaptivni sistem za uklanjanje sinusoidalne interferencije, sa ulaznim signalom

$$x(n) = s(n) + \sqrt{200}\cos\left(4\pi n / 32\right),$$

gdje je $s(n)$ stacionarni bijeli Gausov šum srednje vrijednosti nula, sa autokorelacionom funkcijom $r_{ss}(m) = \delta(m) + 0.25\delta(m-1).$ Simulirati adaptivni sistem reda N = 32 za eliminaciju sinusoidalne interferencije. Koristiti kašnjenje M = 3 i korak $\mu = 0.00002.$

   a) Skicirati šemu adaptivnog sistema za uklanjanje sinusoidalnih interferencija.
   b) Prikazati ulazni signal, signal $s(n)$ i signal greške.
   c) Prikazati vremenske varijacije koeficijenata tokom iteracija.
   d) Prikazati moduo Furijeove transformacije krajnjih koeficijenata adaptivnog sistema $|H(e^{j\omega})|$ (izvršiti adekvatno dodavanje nula u cilju boljeg prikaza rezultata). Prodiskutovati ovaj rezultat.

8. (8.17) Razmatra se adaptivni sistem za predikciju signala. Pretpostaviti da je signal $x(n)$ slučajni signal sa autokorelacionom funkcijom $r_{xx}(m) = \sigma_x^2\delta(m).$ Odrediti signal na izlazu iz sistema, pretpostavljajući da je adaptivni sistem ažurirao koeficijente tako da su oni jednaki optimalnim koeficijentima.

9. (8.18) Pretpostaviti da je u prethodnom zadatku ulazni signal stacionaran, sa autokorelacionom funkcijom $r_{xx}(m) = 2^{-|m|}.$ Odrediti optimalne koeficijente i formu optimalnog prediktora.

10. (8.19) Razmatra se signal

$$x(n) = -0.1x(n-1) + 0.72x(n-2) + \varepsilon(n)$$

gdje je $\varepsilon(n)$ bijeli šum srednje vrijednosti $\mu_\varepsilon = 0$ i varijanse $\sigma_\varepsilon^2 = 0.5$. Odrediti opimalne koeficijente sistema za predikciju jednog koraka (odbirka) unaprijed. Adaptivni sistem za predikciju je drugog reda.

a) Prikazati adaptaciju koeficijenata ako se koristi LMS algoritam sa koracima $\mu = 0.1$ i

b) $\mu = 0.01$. Izračunati i prikazati prosječnu vrijednost srednje kvadratne greške u predikciji na osnovu 100 realizacija, za oba posmatrana slučaja (u dB).

c) Koji je uslov koji korak μ treba zadovoljavati da bi bila moguća konvergencija.

(8.20) Razmatra se primjena adaptivnih sistema u poništavanju akustičnog ehoa. Pretpostaviti da je signal iz mikrofona odabran sa frekvencijom $f_s = 11025$ Hz. Brzina propagacije akustičnog signala je $f_s = 330$ m/s. Zvučnik je na udaljenosti od $r_0 = 27$ cm od mikrofona, što znači da direktna komponenta stigne do mikrofona sa kašnjenjem od $f_s / r_0 \approx 9$ odbiraka. Sistem je u prostoriji čije su dimenzije takve da reflektovane komponente koje prelaze putanje duže od 9 m mogu biti zanemarene. Na osnovu ove činjenice može se zaključiti da je maksimalno kašnjenje 100 odbiraka. Intenzitet reflektovanih komponenti je obrnuto proporcionalan dužini putanje propagacije. Uz navedene pretpostavke, impulsni odziv sistema koji prenosti signal $x(n)$ od zvučnika do ulaznog mikrofona može biti modelovan sa

$$h_{echo}(n) = \begin{cases} 1, & n = 9 \\ w_n / n, & 10 \le n \le 100 \\ 0, & \text{drugdje} \end{cases}$$

gdje je w_n nekorelisan, bijeli, Gausov šum srednje vrijednosti $\mu_w = 0$ i varijanse $\sigma_w^2 = 1$. Signal $x(n)$ se modeluje kao bijeli Gausov šum srednje vrijednosti $\mu_x = 0$ i varijanse $\sigma_x^2 = 25$. Akustični signal $s(n)$ se modeluje kao nestacionarni bijeli Gausov šum, srednje vrijednosti $\mu_s = 0$ i varijanse $\sigma_s^2 = 3\sin^4\left(n\pi / 250\right)$.

a) Nacrtati šemu adaptivnog sistema za poništavanje akustičnog ehoa.

b) Simulirati opisani signal i vizuelizovati akustični signal $s(n)$, signal mikrofona, $d(n)$ i izlazni signal $e(n)$.