

Mikrotalasna tehnika

Zapreminski rezonatori

B. Lutovac

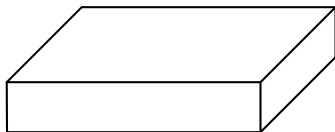
Elektrotehnički fakultet

Decembar 2021. godine



Zapreminski rezonatori

- Niže učestanosti - koriste se oscilatorna kola sa koncentrisanim parametrima L i C .
- U mikrotalasnom dijapazonu teško je realizovati takva kola (zbog veoma malih vrijednosti za L i C). Zbog toga se u mikrotalasnoj tehnici koriste **zapreminski rezonatori** (ili rezonantne šupljine). To su oscilatorna kola sa raspodijeljenim parametrima.
- Mogu biti proizvoljnog oblika, ali se najčešće izvode kao odsječci mikrotalasnih vodova. Prema tome da li su potupno metalizovani ili ne, razlikujemo **zatvorene** i **otvorene** rezonatore.
- Zatvoreni rezonatori su najčešće izvedeni kao odsječci metalnih talasovoda koji su pregrađeni (metalizovani) na krajevima. Koriste se u dijapazonu santimentarskih i milimetarskih talasa. Na slici su prikazani pravougaoni a), kružni b) i koaksijalni rezonator c).



a)



b)

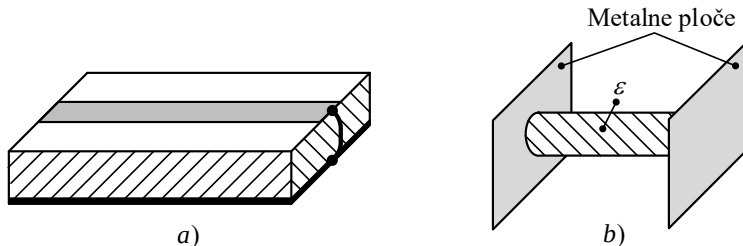


c)



Otvoreni rezonator na bazi trakastog voda

- Na slici a) je prikazan otvoreni rezonator realizovan na bazi mikrotrakastog voda, dok slika b) prikazuje otvoreni talasovod realizovan na bazi dielektričnog talasovoda.



- Zapreminski rezonatori imaju beskonačno mnogo rezonantnih učestalosti. Takođe, zbog veoma malih gubitaka imaju velike vrijednosti sopstvenog faktora dobrote, teorijski do $\sim 10^5$ (za oscilatorna LC kola reda $\sim 10^2$).
- Zapreminski rezonatori imaju veliku primjenu u mikrotalasnoj tehnici. Najvažnije su:
 - 1 primjena u mikrotalasnim filtrima
 - 2 primjena kod mikrotalasnih oscilatora i pojačavača
 - 3 za mjerenje učestanosti

- Razlikujemo dvije vrste oscilacija u zapreminskim rezonatorima:
 - 1 Slobodne.
 - 2 Prinudne.
- **Slobodne oscilacije** su oscilacije koje mogu da postoje u odsustvu izvora.
- To su, ustvari, moguća rješenja Maksvelovih jednačina za dati rezonator.
- Pošto u svakom rezonatoru postoje gubici, ove oscilacije se brzo prigušuju.
- **Prinudne oscilacije** nastaju u rezonatoru pod dejstvom spoljašnjeg izvora koji kompenzuje gubitke u rezonatoru.
- Da bi se u rezonatoru pobudile prinudne oscilacije potrebno je da učestanost izvora bude jednaka ili vrlo bliska jednoj od rezonantnih učestanosti rezonatora.



Slobodne oscilacije cilindričnog rezonatora bez gubitaka

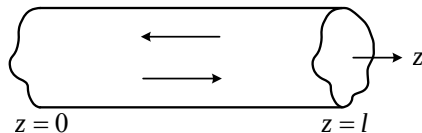
Posmatrajmo odsječak proizvoljnog metalnog talasovoda kroz koji se prostire određeni tip talasa. Ukupna transverzalna komponenta električnog polja u talasovodu je zbir direktnog i reflektovanog talasa.

$$\vec{E}_{\perp} = \vec{E}_{0\perp}^{+} e^{-j\beta z} + \vec{E}_{0\perp}^{-} e^{+j\beta z}$$

- Pretpostavimo da smo talasovod pregradili (metalizovali) na mjestima $z = 0$ i $z = l$.
- Tada mora biti zadovoljen granični uslov $\vec{E}_{\perp} = 0$ za $z = 0$ i za $z = l$.
- Zadovoljenje prvog uslova daje $\vec{E}_{0\perp}^{-} = -\vec{E}_{0\perp}^{+}$ tj.

$$\vec{E}_{\perp} = -2j\vec{E}_{0\perp}^{+} \sin \beta z \equiv \vec{E}_{0\perp} \sin \beta z$$

- Prisustvo faktora $\sin \beta z$ ukazuje da polje u talasovodu ima karakter čistog stojećeg talasa.



- Zadovoljenje drugog uslova ($\vec{E}_{\perp} = 0$ za $z = l$) daje $\beta l = p\pi$ odakle dobijamo

$$\beta = \frac{p\pi}{l}$$

- p je cio broj
- S druge strane, za svaki talasovod važi $k_{\perp}^2 = k^2 + \gamma^2 = k^2 + (j\beta)^2 = k^2 - \beta^2$, odakle je

$$k^2 \equiv \omega^2 \epsilon \mu = k_{\perp}^2 + \beta^2 = k_{\perp}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2$$

Slobodne oscilacije cilindričnog rezonatora bez gubitaka...

- Iz zadnje relacije dobijamo rezonante učestanosti rezonatora

$$\omega \equiv \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}.$$

- Ima ih beskonačno mnogo i zavise od tri cjelobrojna indeksa jer transversalni talasni broj $k_{\perp}$ zavisi od dva cjelobrojna indeksa m i n .
- Svakom izboru m , n i p odgovara jedna rezonantna učestanost, a njoj dva tipa oscilacija TE_{mnp} i TM_{mnp} .
- Možemo definisati i rezonantnu talasnu dužinu

$$\lambda \equiv \lambda_0 = \frac{v}{f_0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}}{\frac{\omega_0}{2\pi}} = \frac{2\pi}{\sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{kr}}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}}$$

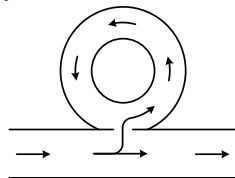
- Dužina rezonatora može imati samo određene diskretne vrijednosti.
- Naime, iz relacije $\beta = (p\pi)/l = (2\pi)/\Lambda$ dobijamo vrijednost za dužinu rezonatora $l = p\Lambda/2$, gdje je $p = 0, 1, 2, 3, \dots$ tj. dužina rezonatora za $p \neq 0$ mora biti jednaka cijelom broju polovina talasnih dužina u talasovodu.

Slobodne oscilacije cilindričnog rezonatora bez gubitaka...

- Najčešće, uzimamo $p = 1$ odnosno, najmanju dužinu. Razmotrimo sada slučaj kada je $p = 0$. U tom slučaju je $\vec{E}_\perp = 0$ tj. talas u talasovodu ima samo longitudinalnu komponentu električnog polja (talas TM tipa).
- Rezonantne učestanosti za ovakav tip oscilacija (TM_{mno}) računaju se prema relaciji

$$\omega_0 = \frac{k_\perp}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{2\pi\nu}{\lambda_{kr}} = 2\pi f_{kr} = \omega_{kr}$$

- Ove učestanosti su jednake kritičnim učestanostima za talase TM tipa. Pošto je za $p = 0$, $\lambda = \lambda_{kr}$, slijedi da je $\Lambda = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{kr})^2} = \infty$. U tom slučaju, dužina rezonatora $l = p\Lambda/2$ je jednaka $0 \cdot \infty$ što znači da može imati proizvoljnu vrijednost.
- Elektromagnetsko polje u cilindričnom rezonatoru ima oblik čisto stojećeg talasa. Međutim, moguće je realizovati i rezonator sa progresivnim talasom.
- Talasovod je preko otvora elektromagnetski spregnut sa talasovodom savijenim u krug čija je dužina jednaka cjelobrojnom umnošku talasne dužine na rezonansi ($\Lambda \equiv \Lambda_0$).



- Talas iz osnovnog talasovoda prelazi jednim dijelom u savijeni talasovod a zatim se stalno superponira u fazi na otvoru za spregu. Na račun toga amplituda talasa u savijenom talasovodu se povećava do velike vrijednosti (ograničene)

Neka svojstva cilindričnih rezonatora bez gubitaka

1 Ukupna energija u rezonatoru ima konstantnu vrijednost.

Dokaz: Posmatrajući izraz kojim je definisana Pointigova teorema

$$P_g = P_j + \frac{dW}{dt} + \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) d\vec{S}$$

i znajući da nema izvora ($P_g = 0$), gubitaka ($P_j = 0$) i razmjene energije sa okolnom sredinom (jer je rezonator metalizovan) $\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) d\vec{S} = 0$, dobijamo

$$\frac{dW}{dt} = 0 \Rightarrow W = \text{const}$$

Isto svojstvo važi i za LC oscilatorno kolo.

2 Ukupna energija jednaka je maksimalnoj vrijednosti električne energije ili maksimalnoj vrijednosti magnetske energije.

Električno i magnetsko polje u rezonatoru pomjereni vremenski za $\pi/2$ tj. četvrtinu periode.

Pošto je energija konstantna možemo je izračunati u trenucima kada je $\vec{E} = 0$, tada je $\vec{H} = \vec{H}_{\max}$

S druge strane, ako energiju izračunamo u trenucima kada je $\vec{H} = 0$ tada je $\vec{E} = \vec{E}_{\max}$ dobijamo

$$W = W_{e\max}$$



Slobodne oscilacije u cilindričnim rezonatorima pri postojanju gubitaka.

Sopstveni faktor dobrote

- Uzmimo prvo da postoje gubici samo u sredini koja ispunjava rezonator. To možemo formalno uzeti u obzir preko kompleksne dielektrične konstante

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{\omega}\right)^2} e^{-j\arctg\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)}$$

- Pošto je specifična provodnost σ veoma mala ($\sigma/\omega \ll \varepsilon$) možemo pisati

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon e^{-j\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)} = \varepsilon e^{-j\operatorname{tg}\delta}$$

gdje je $\operatorname{tg}\delta = \sigma/\omega\varepsilon$ tangens ugla gubitaka. Sada je i rezonantna učestanost formalno kompleksna veličina

$$\underline{\omega} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} e^{j\operatorname{tg}\delta/2} = \omega' + j\omega''$$



Slobodne oscilacije u cilindričnim rezonatorima pri postojanju gubitaka. Sopstveni faktor dobrote...

- Realni i imaginarni dio kompleksne rezonantne učestanosti su

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} \cos\left(\frac{\text{tg}\delta}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} \equiv \omega_0,$$
$$\omega'' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} \sin\left(\frac{\text{tg}\delta}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2} \cdot \frac{\text{tg}\delta}{2} \equiv \omega_0 \frac{\text{tg}\delta}{2}$$

gde je ω_0 rezonantna učestanosti za slučaj kada nema gubitaka. Dakle,

$$\underline{\omega} = \omega' + j\omega'' \approx \omega_0 \left(1 + j\frac{\text{tg}\delta}{2}\right).$$

Šta fizički znači kompleksnost rezonantne učestanosti? Faktor $e^{j\underline{\omega}t}$ koji se javlja u svim komponentama polja je

$$e^{j\underline{\omega}t} = e^{j(\omega' + j\omega'')t} = e^{-\omega''t} e^{j\omega't}$$

što znači da polja eksponencijalno slabe (sa vremenskom konstantom $T'' = 1/\omega'' \approx 2/(\omega_0 \text{tg}\delta)$).



Slobodne oscilacije u cilindričnim rezonatorima pri postojanju gubitaka.

Sopstveni faktor dobrote...

- Na primjer

$$E_x(t) = E_x(0)e^{-\omega''t}$$

i slično za ostale komponente električnog i magnetskog polja. Pošto je energija proporcionalna kvadratu polja, zakon promjene energije biće

$$W(t) = W(0)e^{-2\omega''t}$$

Primjenimo na rezonator Pointingovu teoremu

$$P_g = P_{jd} + \frac{dW}{dt} + \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}$$

- S obzirom da je $P_g = 0$ i $\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = 0$, slijedi

$$P_{jd} = -\frac{dW}{dt} = W(0)2\omega''e^{-2\omega''t} = 2\omega''W$$

- Definišemo: **sopstveni faktor dobrote rezonatora usled gubitaka u dielektriku** (Q_{0d})

$$Q_{0d} = \frac{\omega' W}{P_{jd}} \approx \frac{\omega_0 W}{P_{jd}}$$



Slobodne oscilacije u cilindričnim rezonatorima pri postojanju gubitaka.

Sopstveni faktor dobrote...

- Pošto je $P_{jd} = 2\omega'' W \approx 2\omega_0 (\text{tg}\delta/2) W = \omega_0 \text{tg}\delta W$ dobijamo: $Q_{0d} = \frac{1}{\text{tg}\delta}$
- Ako pored gubitaka u dielektriku postoje i gubici u provodniku rezonatora definisaćemo **sopstveni faktor dobrote rezonatora** (Q_0)

$$Q_0 = \frac{\omega' W}{\sum P_j} = \frac{\omega' W}{P_{jd} + P_{jp}}$$

- Recipročna vrijednost ovog faktora je jednaka

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{\frac{\omega' W}{P_{jd}}} + \frac{1}{\frac{\omega' W}{P_{jp}}} = \frac{1}{Q_{0d}} + \frac{1}{Q_{0p}} \quad (1)$$

gdje smo sa Q_{0p} označili sopstveni faktor dobrote usled gubitaka u provodnicima rezonatora.

- Pošto je (na osnovu Pointingove teoreme) $P_{jd} + P_{jp} = \sum P_j = 2\omega'' W$ imamo da je: $Q_0 = \frac{\omega'}{2\omega''}$ pa kompleksnu rezonantnu učestanost možemo zapisati

$$\underline{\omega} = \omega' + j\omega'' = \omega' \left(1 + j\frac{\omega''}{\omega'} \right) = \omega' \left(1 + j\frac{1}{2Q_0} \right) \approx \omega_0 \left(1 + j\frac{1}{2Q_0} \right)$$

- Komponente polja imaće faktor $e^{-\omega'' t} = e^{-(\omega'/2Q_0)t} \approx e^{-(\omega_0/2Q_0)t}$ a energija $e^{-(\omega_0/Q_0)t}$.



Sopstveni faktor dobrote usled gubitaka u provodnicima

- Relacija za izračunavanje sopstvenog faktora dobrote Q_{0p} usled gubitaka u provodnicima

$$Q_{0p} = \frac{\omega' W}{P_{jp}} \approx \frac{\omega_0 W}{P_{jp}} = \frac{\omega_0 \mu}{R_s} \frac{\int_V |\vec{H}|^2 dV}{\oint_S |\vec{H}_{tg}|^2 dS}$$

- gdje su R_s i d **površinska otpornost** i **dubina prodiranja**.
- Pošto je

$$\frac{\omega_0 \mu}{R_s} = \frac{\omega_0 \mu}{\frac{1}{\sigma_p d}} = \frac{\omega_0 \mu \sigma_p d^2}{d} = \frac{\omega_0 \mu \sigma_p}{d} \cdot \frac{2}{\mu_p \sigma_p \omega_0} = \frac{2 \mu}{d \mu_p}$$

izraz za Q_{0p} može se pisati i u obliku

$$Q_{0p} = \frac{2 \mu}{d \mu_p} \frac{\int_V |\vec{H}|^2 dV}{\oint_S |\vec{H}_{tg}|^2 dS}$$

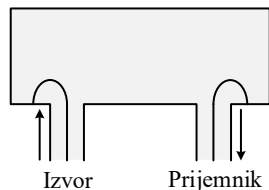
- Obično su permeabilnosti dielektrika μ i provodnika μ_p jednake permeabilnosti vakuuma, pa je

$$Q_{0p} = \frac{2}{d} \frac{\int_V |\vec{H}|^2 dV}{\oint_S |\vec{H}_{tg}|^2 dS}$$



Sopstveni faktor dobrote usled gubitaka u provodnicima...

- Kod metalnih rezonatora preovlađuju gubici u provodnicima ($P_{jp} \gg P_{jd}$) pa je $Q_{0p} \ll Q_{0d}$. Shodno tome, iz relacije (1) dobijamo da je $Q_0 \approx Q_{0p}$
- Sopstveni faktor dobrote Q_0 naziva se još i faktor dobrote neopterećenog rezonatora, jer je rezonator izolovan od spoljašnje sredine.
- Međutim, u praksi to nije slučaj. Da bi se oscilacije održale neprigušenim potrebno je u rezonator dovoditi energiju od nekog izvora. Osim toga, energija iz rezonatora se najčešće izvlači i vodi u neki prijemnik (slika desno).
- U ovom slučaju govorimo o opterećenom rezonatoru.
- Ukupni gubici sastoje od gubitaka u rezonatoru (dielektriku i provodnicima)



i gubitaka u spoljašnjim kolima (izvora i prijemnika).

- Sada možemo definisati **Q - faktor dobrote opterećenog rezonatora**, koji, za razliku od Q_0 , ima praktičan značaj:

$$Q = \frac{\omega' W}{P_{jp}} = \frac{\omega' W}{P_{jd} + P_{jp} + P_{sp}}$$

odakle slijedi da je: $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{sp}}$

gdje je $Q_{sp} = \omega' W / P_{sp}$ tzv. **spoljašnji faktor dobrote**. Iz poslednje relacije slijedi da je $Q < Q_0$.

Tipovi rezonatora. Pravougaoni rezonator

- Rezonantne učestanosti su:

$$\omega \equiv \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2}$$

- Rezonantne talasne dužine

$$\lambda \equiv \lambda_0 = 2 \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2}$$

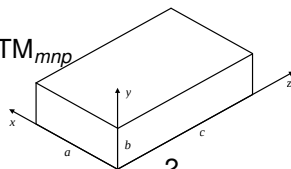
- Odgovarajući tipovi oscilacija su TE_{mnp}

($m, n = 0, 1, 2, \dots$; $m = n = 0$ se isključuje, $p = 1, 2, \dots$) i TM_{mnp}

($m, n = 1, 2, 3, \dots$; $p = 0, 1, 2, \dots$).

- Osnovni tip oscilacija je onaj sa najmanjom rezonantnom učestanošću, odnosno, sa najvećom rezonantnom talasnom dužinom.

Ako je y – osa usmjerena duž najmanje stranice ($b < a, b < c$), najveća vrijednost za λ_0 dobija se ako se uzme $m = 1, n = 0, p = 1$.



$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}}$$

Rezonantna talasna dužina osnovnog tipa oscilacija istog reda veličine kao i dimenzije rezonatora.

Primjer 1.

Odrediti sopstveni faktor dobrote Q_0 pravougaonog rezonatora sa osnovnim tipom oscilacija TE_{101} . Dimenzije rezonatora su a , b i c , dielektrik je vazduh, a provodnik ima parametre μ_0 i γ .

Rješenje

Potrebno je odrediti magnetsko polje u rezonatoru za tip TE_{101} . Ovaj tip oscilacija nastaje kada se u pravougaonom talasovodu sa talasom TE_{10} pregrade krajevi $z = 0$ i $z = c$. Električno polje u talasovodu je

$$E \equiv E_y = -E_0^+ \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} + \left(-E_0^- \sin \frac{\pi x}{a} e^{+j\beta z} \right)$$

Gračni uslovi su $E = 0$ za $z = 0$ i $z = c$, pa dobijamo (uzimajući $p = 1$)

$$E \equiv E_y = 2jE_0^+ \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{c} \equiv E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{c}$$

Magnetsko polje je

$$\vec{H} = -\frac{1}{j\omega_0\mu_0} \text{rot} \vec{E} = j \frac{E_0}{Z_0} \frac{\lambda_0}{2} \left(-\frac{1}{c} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{c} \vec{i}_x + \frac{1}{a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{c} \vec{i}_z \right)$$

Rješenje

- U prethodnoj relaciji je $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$.
- λ_0 se računa prema relaciji:

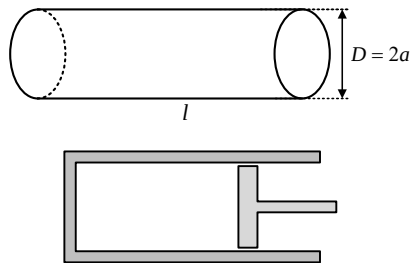
$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}}$$

- Nalaženjem integrala u relaciji za Q_{0p} dobijamo

$$Q_0 = \frac{1}{d} \frac{abc(a^2 + c^2)}{ac(a^2 + c^2) + 2b(a^3 + b^3)}$$

- Na primjer, za $a = 4\text{ cm}$, $b = 2\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$, $\sigma = 57 \cdot 10^6\text{ S/m}$ dobijamo ($\omega_0 = 3.02 \cdot 10^{10}\text{ Hz}$, $d = 0.96 \cdot 10^{-6}\text{ m}$) $Q_0 \approx 10.840$.
- Posmatrajući gornju relaciju za izračunavanje Q_0 zaključujemo, da se povećanjem svih dimenzija k puta, sopstveni faktor dobrote povećava $\sqrt{k}$ puta.

- Kružni rezonator je prikazan na slici desno.
- Kada je $(D/l)^2 < 0.97$ ($l > 2.03a$) osnovni tip oscilacija je TE_{111} , a kada važi obrnuta nejednakost, osnovni tip je TM_{010} .
- Najznačajniji tip oscilacija je TE_{011} koji ima veoma male gubitke, te prema tome veliku vrijednost sopstvenog faktora dobrote ($Q_0 \sim 10^5$).
- Ovaj tip oscilacija ima komponente polja E_φ , H_r i H_z , dok površinska gustina struje J_s ima samo kružnu φ – komponentu.
- Pri praktičnom korišćenju ovog tipa oscilacija javlja se problem eliminisanja tipa TM_{111} koji ima istu rezonantnu učestanost.

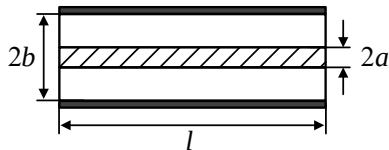


- Ovo se može postići ako se napravi uzan procjep između kružnog dijela rezonatora i jednog od pregradnih zidova (druga slika).
- Takav procjep ne utiče na oscilovanje tipa TE_{011} (jer ne presijeca linije površinske gustine struje), ali prigušuje tip TM_{111} . Pregradni zid je pokretan, čime se lako mijenja dužina rezonatora a samim tim i rezonantna učestanost.

Koaksijalni rezonator

- Izgled rezonatora je prikazan na slici desno.
- Razmotrimo samo oscilacije TEM tipa. Pošto je za koaksijalni kabl $k_{\perp} = 0$, rezonantne učestanosti su

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{p\pi}{l}, \quad p=1,2,3,\dots$$



- Odgovarajući tip oscilacija je TEM_p .
Rezonantna talasna dužina je $\lambda_0 = 2l/p$.
Osnovni tip oscilacija je TEM_1 sa rezonantnom talasnom dužinom $\lambda_0 = 2l$.
Komponente polja osnovnog tipa se dobijaju iz relacije:

$$E \equiv E_r = \frac{A}{r} e^{-j\beta z} + \frac{B}{r} e^{+j\beta z}$$

- Dobija se (uzimajući $p=1$)

$$E \equiv E_r = \frac{E_0}{r} \sin \frac{\pi z}{l}$$

- Dok je

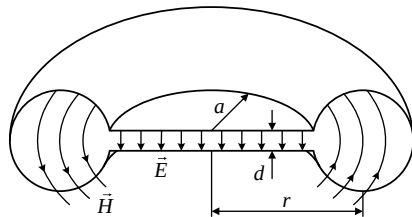
$$H \equiv H_{\phi} = j \frac{E_0}{Z_0 r} \cos \frac{\pi z}{l}$$

i graničnih uslova $E = 0$ za $z = 0$ i $z = l$.



Kvazistacionarni rezonatori

- Kod predhodnih rezonatora rezonantna talasna dužina (za osnovni tip oscilacija) je istog reda veličine kao i dimenzije rezonatora.
- Električno i magnetsko polje u rezonatoru nijesu prostorno razdvojeni.
- Postoje rezonatori kod kojih je rezonantna talasna dužina mnogo veća od dimenzija rezonatora i kod kojih su električno i magnetsko polje praktično prostorno razdvojeni.
- Bliski oscilatornim kolima sa koncentrisanim parametrima, i rezonantna učestanost im se može izračunati približno po formuli $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.
- Ovi rezonatori se nazivaju **kvazistacionarnim**.



- Tipičan primjer kvazistacionarnog rezonatora je tzv. **torusni rezonator** (prikazana samo polovina).
- Električno polje je koncentrisano u procjepu između ploča, koje igraju ulogu kapacitivnosti, dok je magnetsko polje koncentrisano u torusnom dijelu, koji na taj način igra ulogu induktivnosti. Talasna dužina:

$$\lambda_0 = \pi a \sqrt{\frac{2}{d} \int_S \frac{dS}{r}}$$



Primjer 2.

Za torusni kvazistacionarni rezonator pravougaonog presjeka (slika desno) odrediti rezonantnu učestanost. Sredina je vazduh.

Rješenje:

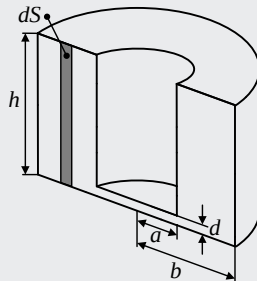
Za torusni kvazistacionarni rezonator prikazan na slici rezonantna učestanost je jednaka

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2d}{\int_S \frac{dS}{r}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2d}{\int_a^b \frac{h dr}{r}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2d}{h \ln \frac{b}{a}}}$$

- Rezonantna talasna dužina

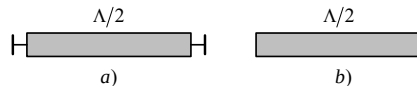
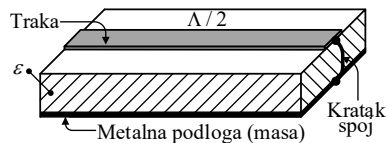
$$\lambda_0 = \pi a \sqrt{\frac{2h \ln \frac{b}{a}}{d}}$$

- Na primjer, za $a = 1 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$ i $d = 1 \text{ mm}$ dobija se $\lambda_0 \approx 26 \text{ cm}$. Torusni rezonator se koristi kod klistrona – jedne vrste mikrotalasnog oscilatora ili pojačavača.



Trakasti rezonatori

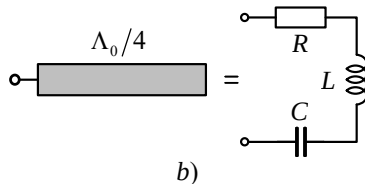
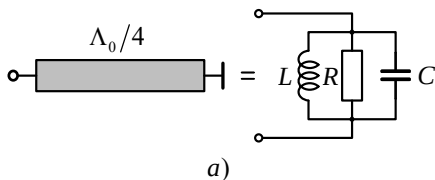
- Trakasti rezonatori se dobijaju kao odsječki mikrotalasnog ili trakastog voda dužine $\Lambda/2$ (najmanja vrijednost).
- Na slici desno je prikazan izgled trakastog rezonatora na bazi mikrotrakastog voda.
- Traka dužine $\Lambda/2$ (gdje je $\Lambda \equiv \Lambda_0$ talasna dužina na rezonansi), je na oba kraja kratko spojena na „masu”.
- Da je kao osnova uzet trakasti vod onda bi na strukturu sa slike gore desno, sa gornje strane postavili još jedan sloj dielektrika i preko njega još jednu metalnu podlogu spojenu sa donjom.
- Kada su u pitanju trakaste strukture, uobičajeno je da se crta samo traka, pa se rezonator sa gornje slike predstavlja kao što to pokazuje slika a).



- Na slici se vidi i uobičajena oznaka za kratki spoj (sa „masom”).
- Kod trakastog voda se prostire talas TEM tipa, a kod mikrotrakastog voda je to približno ispunjeno, kratki spojevi se mogu ukloniti jer se u pogledu refleksije, kratki spoj na kraju voda i otvoren kraj voda jednako ponašaju ($|\rho| = 1$).



- Još jedna vrsta trakastog rezonatora zasniva se na sledećem svojstvu: Kratkospojen (otvoren) vod sa gubicima i TEM talasom u okolini učestanosti ω_0 , za koju je njegova dužina jednaka četvrtini talasne dužine ($\Lambda_0/4$) ponaša se u okolini te učestanosti kao paralelno (redno) oscilatorno kolo, čija je rezonantna učestanost ω_0 .
- Na osnovu ovog svojstva (čiji je dokaz dat u sledećem primjeru) imamo dva trakasta rezonatora pokazana na slici a) i b).
- Ako vod nema gubitaka, onda je i odgovarajuće oscilatorno kolo bez gubitaka.



Primjer 3

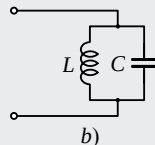
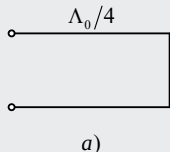
Pokazati da se kratko spojen vod bez gubitaka u okolini učestanosti ω_0 za koju je njegova dužina jednaka $\Lambda_0/4$ ponaša kao paralelno oscilatorno kolo bez gubitaka, rezonantne učestanosti ω_0 .

Rješenje:

Treba da pokažemo da su u okolini ω_0 ulazne admitanse kola na slici a) i b) identične kao funkcije od ω . Za kolo na slici a), normalizovana ulazna admitansa je $\hat{Y} = -j \operatorname{ctg} \beta l$ (gdje je $l = \Lambda_0/4$).

- Pošto je uslov da se ω nalazi u okolini ω_0 , možemo pisati $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, gdje je $\Delta\omega$ malo. Isto važi i za faznu konstantu $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$ ($\Delta\beta$ malo). Dalje

$$\beta_0 = \frac{\omega_0}{v_\phi}$$
$$\beta = \frac{\omega}{v_\phi}$$
$$\Delta\beta = \frac{\Delta\omega}{v_\phi} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \beta_0$$



- v_ϕ je fazna brzina koja je za vod TEM talasom nezavisna od učestanosti i jednaka brzini slobodnog prostiranja $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$.
- Sada za normalizovanu ulaznu admitansu možemo pisati:

Rješenje:

$$\hat{Y} = -j \operatorname{ctg} \left(\beta_0 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \beta_0 \right) \frac{\Lambda_0}{4} = -j \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right) = j \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right) \quad (2)$$

Koristeći izraz da je $\operatorname{tg} x \approx x$ ako je x malo relacija (2) postaje: $\hat{Y} \approx j \frac{\pi}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = j \frac{\pi}{2} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$
 Za kolo prikazano na slici b) ulazna admitansa je

$$Y = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega L} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{j\omega L} = j \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega \omega_0^2 L} \quad (3)$$

gdje je $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Pošto se ω nalazi u okolini ω_0 onda važi da je $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$ i $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ pa relacija (3) postaje: $Y \approx j2C\Delta\omega = j2C(\omega - \omega_0)$ ili $\hat{Y} = \frac{Y}{Y_c} = j \frac{2C}{Y_c} \Delta\omega = j \frac{2C}{Y_c} (\omega - \omega_0)$

Ako uporedimo relacije za ulazne admitanse i njihovim izjednačavanjem:

$$C = \frac{\pi Y_c}{4\omega_0}, \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{4}{\pi \omega_0 Y_c}$$

Primjer 4.

Pokazati da se struktura sa slike a), gdje su dužine l_1 i l_2 male ($l_1, l_2 < \Lambda/20$) ponaša kao redno oscilatorno kolo vezano paralelno na osnovni vod. Širina trake voda dužine l_1 je mnogo manja od širine trake voda dužine l_2 , pa je stoga $Z'_c \gg Z''_c$.

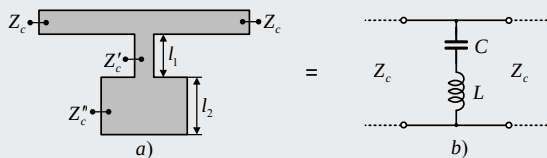
Rješenje:

Da bi pokazali ekvivalenciju struktura sa slika a) i b), nađimo i uporedimo ulaznu impedansu dva redno vezana voda dužine l_1 i l_2 (slika a)) (pri čemu je vod dužine l_2 otvoren) i redne veze L i C (slika b)).

- Ulazna impedansa otvorenog voda dužine l_2 sa slike a) (koja je impedansa prijemnika za vod dužine l_1) je

$$Z'' = -j Z''_c \operatorname{ctg} \beta l_2 = -j \frac{Z''_c}{\operatorname{tg} \beta l_2} \equiv Z_p$$

- Ulazna impedansa redne veze vodova na slici a) jednaka je:



$$Z = Z'_c \frac{-j \frac{Z''_c}{\operatorname{tg} \beta l_2} + j Z'_c \operatorname{tg} \beta l_1}{Z'_c + j \left(-j \frac{Z''_c}{\operatorname{tg} \beta l_2} \right) \operatorname{tg} \beta l_1} \approx Z'_c \frac{j \left(Z'_c \beta l_1 - \frac{Z''_c}{\beta l_2} \right)}{Z'_c + \left(\frac{Z''_c}{\beta l_2} \right) \beta l_1}$$

Primjer 4...

Rješenje

Pošto je $Z_c'' \ll Z_c'$, a l_1 i l_2 veličine istog reda, može se u imeniocu zanemariti drugi član, gornja relacija postaje:

$$Z \approx j \left(Z_c' \beta l_1 - \frac{Z_c''}{\beta l_2} \right)$$

Zamjenom vrijednosti za $\beta = \omega / v_\phi = \omega / v$ imamo

$$Z \approx j \left(\frac{Z_c' l_1}{v} \omega - \frac{Z_c'' v}{l_2 \omega} \right)$$

što se u zavisnosti od učestanosti ponaša kao redna veza L i C (slika b))

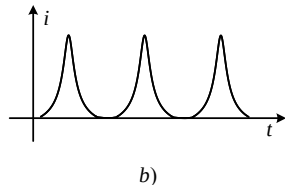
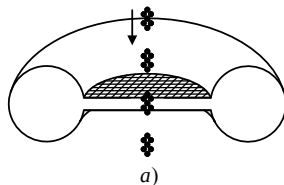
$$Z = j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

sa odgovarajućim vrijednostima za L i C . Iz ekvivalentne šeme sa slike b) je očigledno da struktura sa slike a) predstavlja prost primjer filtra nepropusnika opsega.

Pobuđivanje rezonatora

Pobuđivanje rezonatora može da se vrši pomoću:

- ① sonde
 - ② petlje
 - ③ proreza
 - ④ gustinski modulisanog elektronskog mlaza
(kod kvazistacionarnih rezonatora)
- Prva tri načina primjenjuju se pod istim uslovima kao kod talasovoda. Pri tome treba da bude ispunjen dopunski uslov da **učestanost generatora mora da bude jednaka ili veoma bliska rezonantnoj učesatnosti tipa oscilacija koji pobuđujemo.**
 - Pobuđivanje torusnog rezonatora pomoću gustinski modulisanog mlaza prikazano je na slici a).

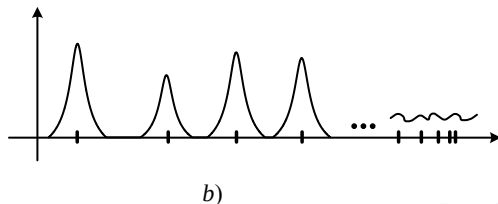
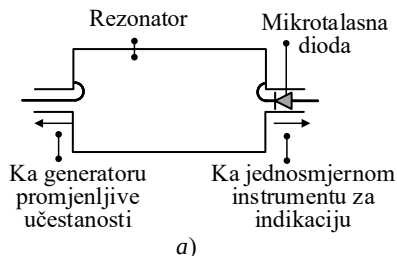


- Gustinska modulacija znači da su elektroni grupisani u grupe (pakete), koje se kreću određenom brzinom kroz procjep rezonatora.
- Ploče su urađene u obliku fine guste rešetke. Faktički, u procjepu imamo vremenski promjenjivu struju u obliku serije impulsa, koji se ponavljaju sa određenom učestanošću (slika b)).
- Ta učestanost treba da bude jednaka ili veoma bliska rezonantnoj učestanosti rezonatora.



Pobuđivanje rezonatora...

- Kada govorimo o pobuđivanju rezonatora, radi se o prinudnim oscilacijama.
- Rezonantna karakteristika rezonatora može se snimiti kao na slici a). Pokazivanje jednosmjernog instrumenta za indicaciju prikazano je na slici b).
- U okolini prvih nekoliko rezonantnih učestanosti (koje su dovoljno udaljene jedna od druge) imamo karakteristične, uske rezonantne krive (kao za oscilatorno kolo sa koncentrisanim parametrima, gdje postoji samo jedna takva kriva).
- Povećanjem učestanosti, rezonantne učestanosti se zbližavaju, pa se rezonantne krive međusobno spajaju i rezonantna karakteristika poprima neregularan oblik.
- Možemo reći da se u okolini svake od nekoliko prvih rezonantnih učestanosti rezonator ponaša kao oscilatorno kolo sa koncentrisanim parametrima i može se njime ekvivalentirati.

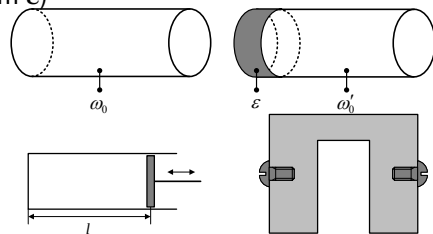


Promjena rezonantne učestanosti rezonatora

Promjena rezonantne učestanosti rezonatora može se vršiti

- 1 promjenom parametara sredine (najčešće promjenim ϵ)
- 2 promjenom dimenzija ili oblika rezonatora

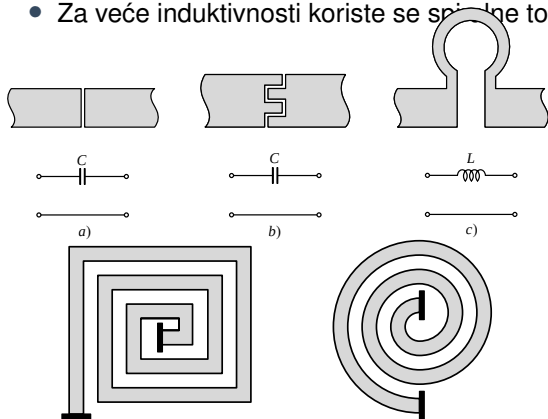
- Prvi način se često primjenjuje za mjerenje dielektrične konstante (slika desno gore).
- Izračuna se, ili se izmjeri, rezonantna učestanost rezonatora ω_0 kada je dielektrik vazduh. Zatim se u rezonator unese dielektrik određenog (prostog) oblika i malih dimenzija, pa se izmjeri nova rezonantna učestanost ω'_0 . Ako je unešeni dielektrik malih dimenzija i prostog oblika, moguće je teorijski doći do formule za promjenu rezonantne učestanosti $\omega'_0 - \omega_0$ (u funkciji dielektrične konstante ϵ), pa se zatim taj izraz iskoristi za nalaženje ϵ .



- Primjer ^{a)} za promjenu rezonantne učestanosti talasa tipa TE_{011} kod kružnog rezonatora pokazan je na slici a).
- Promjenom položaja klipa mijenja se dužina rezonatora a samim tim i rezonantna učestanost.
- Promjena oblika rezonatora koristi se za promjenu rezonantne učestanosti kvazistacionarnih rezonatora. ^{b)}

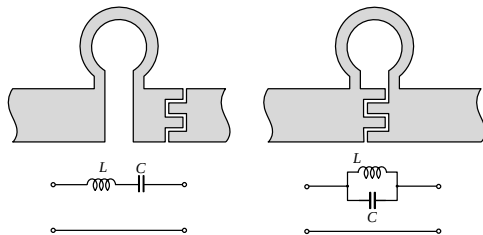
Rezonatori sa koncentrisanim parametrima

- Na vrlo visokim učestanostima nije jednostavno realizovati oscilatorna kola (rezonatore) sa koncentrisanim parametrima jer su potrebne vrijednosti za L i C veoma male. Međutim, razvojem tehnologije i to je postalo moguće.
- Najjednostavnija realizacija koncentrisane kapacitivnosti je u vidu uskog procjepa napravljenog u traci mikrotrakastog voda (slika a)). Radi povećanja kapacitivnosti, procjep se izvodi kao na slici b). Najjednostavnija realizacija induktivnosti je pokazana na slici c).
- Za veće induktivnosti koriste se spiralne topologije.



B. Lutovac (ETF Podgorica)

Na slici su prikazana dva oscilatorna kola sa koncentrisanim parametrima.



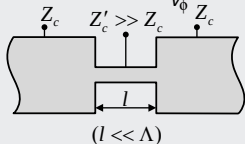
Primjer 5.

Dokazati da se znatno suženje trake mikrotrakastog ili trakastog voda na manjoj dužini ($l \ll \Lambda$) ponaša kao redno vezana induktivnost.

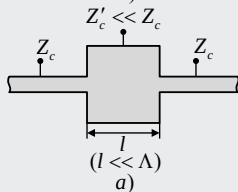
Rješenje:

Dovoljno je uporediti parametar S_{11} za šeme na slici a) i b). Za šemu sa slike a). Upoređujući relacije vidimo da su isti po obliku (kao funkcije ω) pa imamo: $\frac{\omega L}{Z_c} = \frac{\omega l}{v_\phi n^2}$ odakle nalazimo

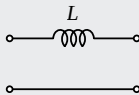
$$\text{induktivnost } L = \frac{l Z_c'}{v_\phi}$$



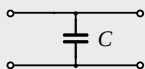
a)



a)

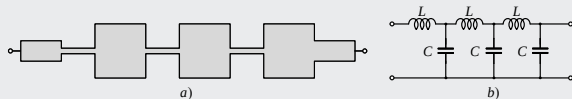


b)



b)

Na slici je pokazan filter niskih učestanosti koji koristi induktivnosti i kapacitivnosti koje su prikazane na slikama lijevo.

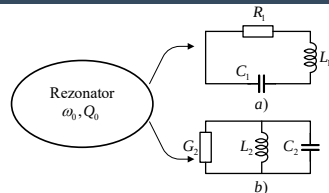


a)

b)

Rezonator kao element mikrotalasnih kola i njegove ekvivalentne šeme

- Rezonator možemo predstaviti ekvivalentnom šemom u obliku rednog ili paralelnog oscilatornog kola, pri čemu je potrebno odrediti parametre tih kola.
- Posmatrajmo prvo neopterećeni rezonator (sa slobodnim oscilacijama).
- Neka je ω_0 rezonantna učestanost posmatranog tipa oscilacija, a Q_0 njegov sopstveni faktor dobrote.
- Uslovi: rezonantne učestanosti ekvivalentnih kola jednake rezonantnoj učestanosti rezonatora, i da su sopstveni faktori dobrote ekvivalentnih kola jednake sopstvenom faktoru dobrote rezonatora.
- Dobijamo po dvije jednačine za određivanje parametara ekvivalentnih kola.



- Redno oscilatorno kolo
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad Q_0 = \frac{\omega_0 L_1}{R_1}$$
- Paralelno oscilatorno kolo:
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad Q_0 = \frac{\omega_0 C_2}{G_2}$$

Rezonator se najčešće nalazi:

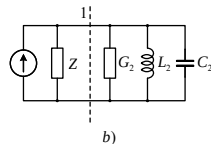
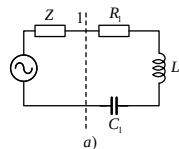
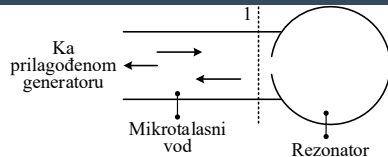
- 1) na kraju voda (kao prijemnik) – **reakcioni rezonator**
- 2) postavljen redno u vod između generatora i prijemnika – **transmisioni rezonator**
- 3) postavljen paralelno na vod između generatora i prijemnika – **apsorbcioni rezonator**

Reakcioni rezonator

- Reakcioni rezonator kao element mikrotalasnog kola se nalazi na kraju voda.
- Na ekvivalentnim šemama sa slike a) i b) impedansa Z je unutrašnja otpornost prilagođenog generatora, pa je zbog toga jednaka karakterističnoj impedansi ekvivalentnog voda, odnosno talasnoj impedansi tipa talasa koji se prenosi mikrotalasnim vodom.
- Ovdje definišemo tzv. koeficijent sprege rezonatora sa vodom β , koji se u principu može mjeriti i njegovo poznavanje daje treću dopunsku jednačinu za jednoznačno određivanje parametara ekvivalentnih kola.

Po definiciji

$$\beta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q_0}{Q_{sp}} = \frac{\frac{\omega_0 W}{P_0}}{\frac{\omega_0 W}{P_{sp}}} = \frac{P_{sp}}{P_0}$$



- P_0 - sopstveni gubici u rezonatoru a P_{sp} gubici u spoljašnjem kolu. Koeficijent sprege rezonatora za šemu sa slike a) je:

$$\beta = \frac{P_{sp}}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} Z I^2}{\frac{1}{2} R_1 I^2} = \frac{1}{\frac{R_1}{Z}} = \frac{1}{\hat{R}_1} \text{ za sliku b)}$$

$$\beta = \frac{P_{sp}}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} \frac{U^2}{Z}}{\frac{1}{2} U^2 G_2} = \frac{1}{G_2 Z} = \frac{1}{\hat{G}_2} = \hat{R}_2$$

- pa je: $Q = \frac{Q_0}{1+\beta} < Q_0$

Transmisioni rezonator

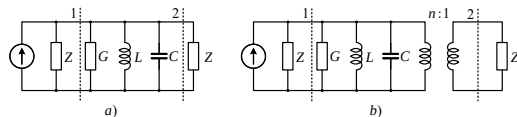
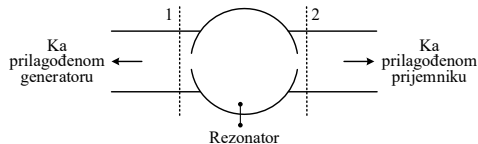
- Način vezivanja transmisionog rezonatora je prikazan na slici.
- Ovdje možemo definisati dva koeficijenta sprege i to koeficijent sprege rezonatora sa prilagođenim generatorom β_1 i koeficijent sprege rezonatora sa prilagođenim prijemnikom β_2

$$\beta_1 = \frac{Q_0}{Q_{sp1}} = \frac{P_{sp1}}{P_0} \quad \beta_2 = \frac{Q_0}{Q_{sp2}} = \frac{P_{sp2}}{P_0}$$

- Ako su gubici P_{sp1} i P_{sp2} (odnosno koeficijenti sprege) jednaki ekvivalentna šema izgleda kao na slici a).

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta = \frac{P_{sp1}}{P_0} = \frac{P_{sp2}}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} \frac{U^2}{Z}}{\frac{1}{2} U^2 G} = \frac{1}{\hat{G}} = \hat{R}$$

- Obično je u praksi $P_{sp1} \neq P_{sp2}$ odnosno $\beta_1 \neq \beta_2$, jer naponi u presjecima 1 i 2 na slici a) ne moraju biti jednaki.
- Zbog toga dopunjavamo ekv. šemu slika b)



- Odnos napona na krajevima 1 i 1 je $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n}{1}$ odakle slijedi da je $U_1 = nU_2$. Koeficijenti sprege su jednaki

$$\beta_1 = \frac{P_{sp1}}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} \frac{U_1^2}{Z}}{\frac{1}{2} U_1^2 G} = \frac{1}{\hat{G}} = \hat{R}$$

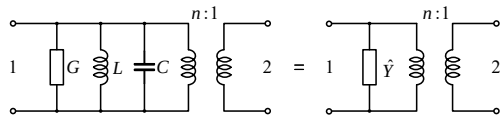
$$\beta_2 = \frac{P_{sp2}}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} \frac{U_2^2}{Z}}{\frac{1}{2} U_1^2 G} = \frac{1}{n^2 \hat{G}} = \frac{\hat{R}}{n^2} = \frac{\beta_1}{n^2}$$

- Iz zadnje relacije slijedi da je prenosni odnos jednak

$$n = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}$$

- Prenos snage od generatora ka prijemniku definisan je koeficijentom S_{21} četvorokrajnika između presjeka 1 i 2 što pokazuje slika desno.
- Pronađimo prvo izraz za $\hat{Y}$ u okolini rezonantne učestanosti ω_0

$$Y = G + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = G + \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega L} = G + \frac{1 - \omega^2/\omega_0^2}{j\omega L} = G + \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{j\omega\omega_0^2 L}$$



- Uzimajući u obzir da je $\omega + \omega_0 \approx 2\omega$ dalje uprošćavamo relaciju.

$$Y = G + j \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)C}{\omega} \approx G + j2\Delta\omega C$$

$$\approx G \left(1 + j \frac{2\Delta\omega\omega_0 C}{\omega_0 G} \right) = G \left(1 + j \frac{2Q_0\Delta\omega}{\omega_0} \right)$$

- Normalizovana admitansa jednaka je sada:

$$\hat{Y} \approx \hat{G} \left(1 + j \frac{2Q_0 \Delta\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{\beta_1} \left(1 + j \frac{2Q_0 \Delta\omega}{\omega_0} \right)$$

- Sada, na osnovu prethodnih relacija nalazimo S_{21}

$$S_{21} = \frac{2\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}}{\frac{\beta_1}{\beta_2} + 1 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{1}{\beta_1} \left(1 + j \frac{2Q_0 \Delta\omega}{\omega_0} \right)} = \frac{2\sqrt{\beta_1 \beta_2}}{1 + \beta_1 + \beta_2 + j \frac{2Q_0 \Delta\omega}{\omega_0}}$$

- Ovu relaciju možemo uprostiti uvođenjem faktora dobrote opterećenog rezonatora Q

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{sp1}} + \frac{1}{Q_{sp2}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{\beta_1}{Q_0} + \frac{\beta_2}{Q_0}$$

- Dalje slijedi da je

$$Q = \frac{Q_0}{1 + \beta_1 + \beta_2}$$

- Zamjenom dobijamo

$$S_{21} = \frac{\frac{2\sqrt{\beta_1 \beta_2}}{1 + \beta_1 + \beta_2}}{1 + j \frac{2Q \Delta\omega}{\omega_0}}$$

- Sada je

$$\left. \frac{P_2^-}{P_1^+} \right|_{P_2^+=0} = |S_{21}|^2 = \frac{\frac{4\beta_1 \beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2}}{1 + \left(\frac{2Q \Delta\omega}{\omega_0} \right)^2}$$



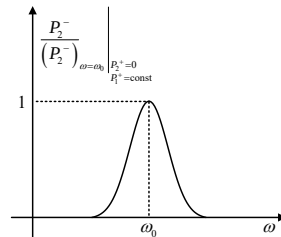
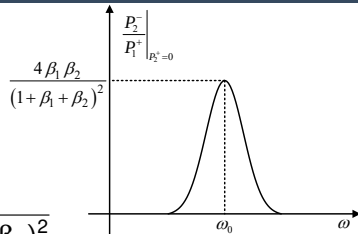
Transmisioni rezonator...

- Ovaj odnos, a samim tim i prenešena snaga, je najveći na rezonansi, kada je $\omega = \omega_0$, tj. $\Delta\omega = 0$

$$\max \left(\left. \frac{P_2^-}{P_1^+} \right|_{P_2^+=0} \right) = \left(\left. \frac{P_2^-}{P_1^+} \right|_{P_2^+=0} \right)_{\omega=\omega_0} = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1+\beta_1+\beta_2)^2}$$

- Grafik prenešene snage (tačnije odnosa P_2^-/P_1^+ pri $P_2^+ = 0$) dat je na slici gore.
- Obično crtamo odnos prenešene snage i prenešene snage pri rezonansi. Taj odnos se dobija kada je snaga od generatora P_1^+ konstantna.

$$\left. \frac{P_2^-}{(P_2^-)} \right|_{\omega=\omega_0} \bigg|_{\substack{P_2^+=0 \\ P_1^+=\text{const}}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2Q\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

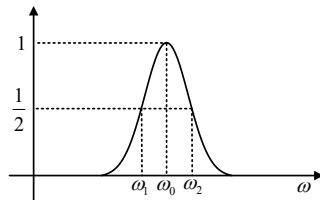
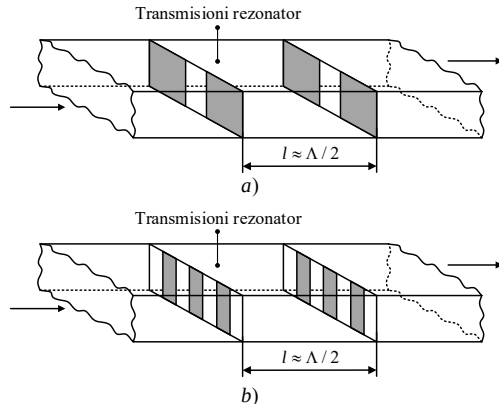


- Sa slikom zaključujemo da se transmisioni rezonator ponaša kao filter propusnik opsega odnosno propušta rezonantnu i njoj bliske učestanosti.

- Dvije najjednostavnije verzije talasovodnog filtra propusnika opsega su pokazane na slici a) i b). Rezonator je u prvom slučaju obrazovan u pravougaonom talasovodu između dvije induktivne dijafragme, a u drugom, između dvije induktivne rešetke.
- Dužine rezonatora nijesu jednake polovini talasne dužine.
- Na osnovu zadnje relacije dobijamo granice propusnog opsega:

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \quad \omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right)$$

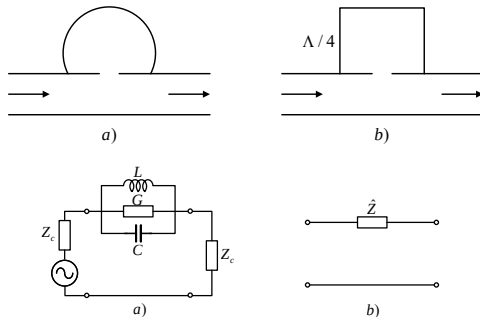
- Širina propusnog opsega je: $\nu = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$



Apsorpcioni rezonator

- To je rezonator vezan paralelno na vod između generatora i prijemnika (slika a)).
- U praksi, rezonator se obično realizuje u vidu kratkospojenog voda dužine $\Lambda/4$, spregnutim sa osnovnim vodom (slika b)).
- Taj vod u okolini učestanosti za koju je njegova dužina jednaka $\Lambda/4$ predstavlja paralelno oscilatorno kolo vezano redno na osnovni vod, pa je ekvivalentna šema kao na slici a).
- Prenosna svojstva su definisana elementom S_{21} četvorokrajnika na slici ??b) gde je $\hat{Z}$ paralelna veza G , L i C pri $\omega \approx \omega_0$.

$$\hat{Z} = \frac{1}{\hat{Y}} = \frac{1}{\hat{G} \left(1 + j \frac{2Q_0 \Delta \omega}{\omega_0} \right)}$$



- Za četvorokrajnik sa slike b)

$$S_{21} = \frac{2}{2 + \hat{Z}} = \frac{1 + j \frac{2Q_0 \Delta \omega}{\omega_0}}{\frac{1+2\hat{G}}{2\hat{G}} + j \frac{2Q_0 \Delta \omega}{\omega_0}}$$

- Dok je prenešena snaga:

$$\left. \frac{P_2^-}{P_1^+} \right|_{P_2^+=0} = |S_{21}|^2 = \frac{1 + \left(\frac{2Q_0 \Delta \omega}{\omega_0} \right)^2}{\left(\frac{1+2\hat{G}}{2\hat{G}} \right)^2 + \left(\frac{2Q_0 \Delta \omega}{\omega_0} \right)^2}$$

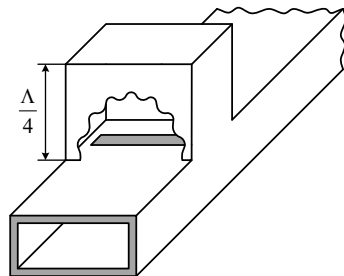
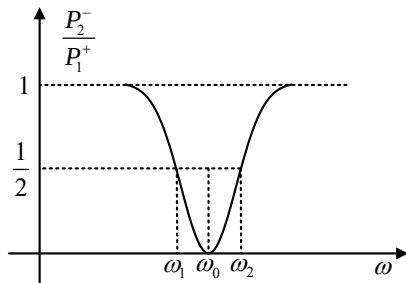
Apsorpcioni rezonator...

- Pri rezonansi, kada je $\omega = \omega_0$ relacija (40) postaje

$$\left(\frac{P_2^-}{P_1^+} \right)_{\omega=\omega_0} = \frac{(2\hat{G})^2}{(1+2\hat{G})^2} \approx 0$$

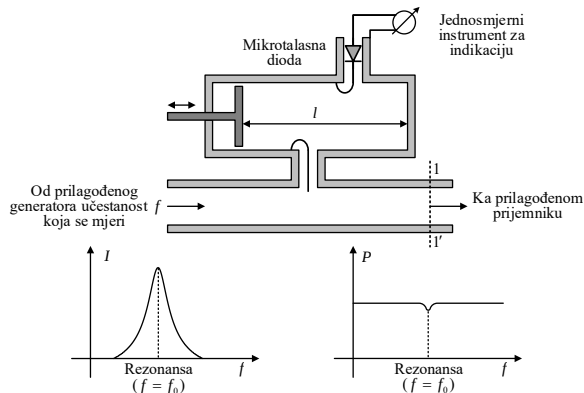
jer je $\hat{G} \approx 0$, zbog malih gubitaka u rezonatoru.

- Udaljavanjem od rezonanse, u brojiocu i imeniocu preovladava član $(2Q_0\Delta\omega)/\omega_0$ pa $(P_2^-/P_1^+) \rightarrow 1$.
- Grafik (P_2^-/P_1^+) pri prilagođenom izlazu prikazan je na slici.
- Vidimo da se apsorbcioni rezonator ponaša kao filter nepropusnik opsega učestanosti (FNO) – ne propušta rezonantnu učestanost i uzan opseg oko te učestanosti $[\omega_1, \omega_2]$.
- Talasovodna varijanta FNO.



Mjerenje učestanosti pomoću rezonatora

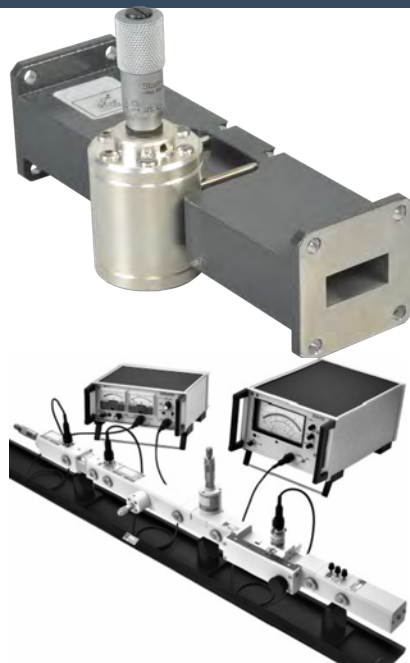
- Pri mjerenju učestanosti koristi se rezonator vezan po transmisionalnoj ili apsorpcionoj šemi. Razmotrićemo transmisionalnu šemu.
- Kružni rezonator sa tipom oscilacija TE_{011} je postavljen između generatora (kao pobude) i instrumenta za indicaciju (kao odziva) – odatle naziv transmisionalna šema.
- Pomjeranjem klipa mijenja se dužina rezonatora l a samim tim i rezonantna učestanost.
- Dokle god je klip u položaju kada se rezonantna učestanost znatno razlikuje od mjerene učestanosti, rezonator se ne pobuđuje i instrumenat pokazuje nulu.
- Kada se pomjeranjem klipa rezonantna učestanost približi mjerenoj, rezonator počinje da se pobuđuje i instrumenat počinje da reaguje.



- Pokazivanje instrumenata je maksimalno pri rezonansi (slika a)). Tada je mjerena učestanost jednaka rezonantnoj
- Međutim, u praksi, rezonator se prethodno baždari pa se mjerena učestanost direktno očitava na skali u obliku brojčanika vezanog sa klipom.

Talasovodna sekcija sa rezonatorom za mjerenje učestanosti

- Izgled rezonatora za mjerenje učestanosti pri transmisionalnoj šemi je prikazan na slici.
- ApSORPCIONA šema se razlikuje po tome što se indikacija rezonanse vrši na osnovu minimalnog pokazivanja instrumenta (koje je praktično jednako nuli).
- Indikacija rezonanse moguća je i ako se prati pokazivanje instrumenta za mjerenje snage koja se prenosi prilagođenom prijemniku
- Kada se pomjeranjem klipa približimo uslovu rezonanse ($f \approx f_0$) rezonator počinje da se pobuđuje, odnosno počinje da uzima malu snagu iz talasovoda što se manifestuje malim padom kazaljke na instrumentu za mjerenje snage (slika b)).
- Mikrotalasna klupa.

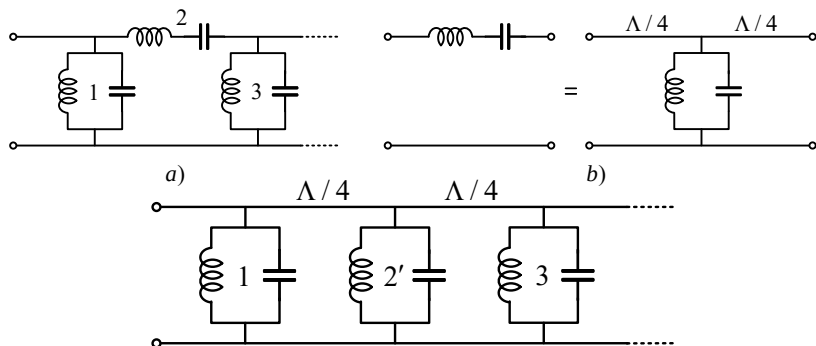


- U mikrotalasnoj tehnici uglavnom se koriste:
 - ① Filtri propusnici opsega (FPO).
 - ② Filtri nepropusnici opsega (FNO).
- Oni se projektuju tako što se prvo na osnovu postavljenih zahtjeva, koji se odnose na širinu propusnog (nepropusnog) opsega, maksimalno (minimalno) slabljenje u propusnom (nepropusnom) opsegu, oblik karakteristike u propusnom (nepropusnom) opsegu (Batervortova, Čebiševljeva, ...), proračunava filter sa oscilatornim kolima sa koncentrisanim parametrima koji se naziva **filter prototip**.
- U poslednjoj fazi projektovanja ova oscilatorna kola se zamjenjuju oscilatornim kolima sa raspodijeljenim parametrima.
- Bez ulaženja u detalje, razmotrićemo neke najčešće zastupljene mikrotalasne filtre propusnike i nepropusnike opsega.



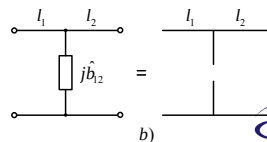
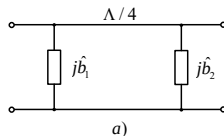
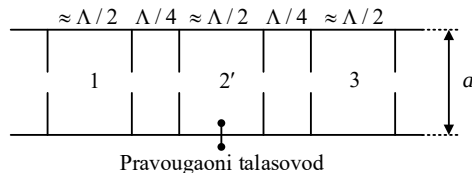
Filtri propusnici opsega (FPO)

- Šema filtra prototipa je prikazana na slici a), gdje se parametri nalaze shodno dobro razrađenim metodama sinteze električnih kola.
- Paralelna oscilatorna kola se lako realizuju u vidu transmisionih rezonatora.
- Redna oscilatorna kola se mogu transformisati u paralelna, kao što je to prikazano na slici b).
- Ekvivalencija četvorokrajnika na slici b) se može ustanoviti nalaženjem njihovih matrica rasijanja – one treba da su identične sa tačnošću do argumenata njihovih elemenata. Tako dolazimo do ekvivalentne šeme filtra prototipa na slici ispod.



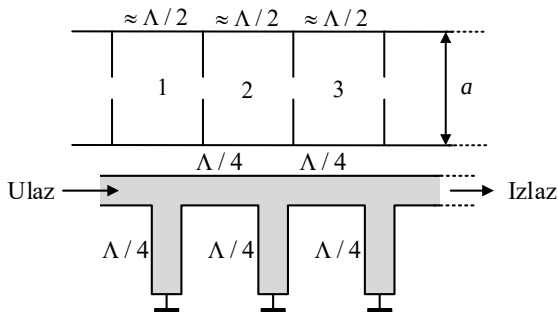
Filtri propusnici opsega (FPO)...

- Ova se šema sada može lako realizovati preko transmisionih rezonatora obrazovanih, u talasovodnoj varijanti, pomoću, npr. induktivnih dijafragmi.
- U ovoj konstrukciji, potrebno je proračunati dužine rezonatora (one su približno jednake $\Lambda/2$).
- Zbog četvrt-talasnih odsječaka između rezonatora ovakav tip filtra propusnika opsega (FPO) naziva se filter sa četvrt-talasnim spregama.
- Nepovoljna strana ovog filtra je njegova relativno velika dužina. Ako je broj rezonatora jednak n , onda je dužina filtra približno jednaka $n\Lambda/2 + (n-1)\Lambda/4$.
- Dužina filtra može se smanjiti na račun eliminacije četvrt-talasnih odsječaka. Kako se to postiže? Posmatrajmo četvrt-talasni odsječak između dva rezonatora. Njegova ekvivalentna šema je prikazana na slici a). Ovaj četvorokrajnik se može zamijeniti četvorokrajnikom na slici b) koji sadrži jedan diskontinuitet i dva kratka odsječka dužina l_1 i l_2 . Ovom četvorokrajniku odgovara jedna nova dijafragma sa dva kratka odsječka (slika b)).



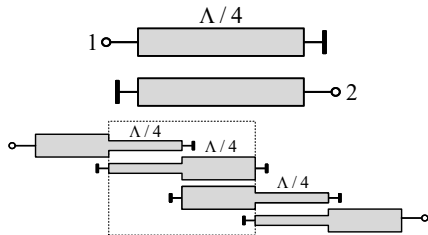
Filtri propusnici opsega (FPO)...

- Tako dolazimo do konstrukcije filtra propusnika opsega (FPO) koji je prikazan na slici.
- On ne sadrži četvrt-talasne odsječke i naziva se filtar sa neposrednim spregama.
- Njegova dužina je približno jednaka $n(\Lambda/2)$. Fotografija tog filtra na bazi pravougaonog talasovoda pokazana je na slici.
- Talasovodni filtri imaju prilično glomaznu konstrukciju.
- Mnogo jednostavniju konstrukciju imaju trakasti filtri, koji se realizuju na bazi mikrotrakastog ili trakastog voda u štampanoj tehnici.
- Topologija tog filtra kojom se realizuje ekvivalentna šema prikazana je na slici ispod.



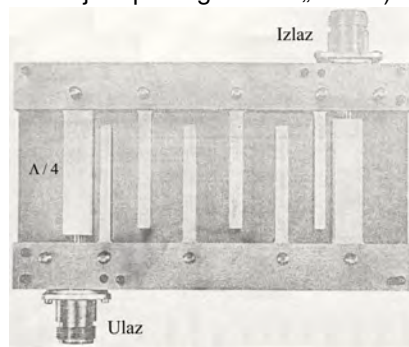
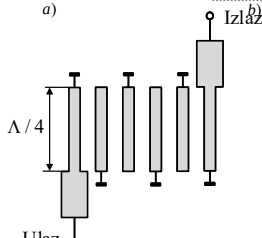
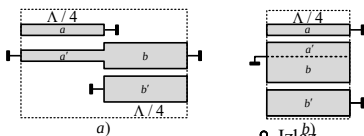
Filtri propusnici opsega (FPO)...

- Paralelna oscilatorna kola vezana paralelno na vod, realizovana su u vidu paralelnih kratkospojenih odsječaka dužine $\Lambda/4$
- Ovo je filter sa četvrt-talasnim spregama.
- I u ovom slučaju se mogu izbjeći četvrt-talasni odsječci između rezonatora, tako što se rezonatori postave bočno jedan uz drugi (slika dolje) a onda kaskadno vežu sa ostalim parovima rezonatora.
- Tako dobijemo filter sa neposrednim spregama (slika desno ispod).
- S obzirom na to da je kod TEM vodova praktično kratak spoj isto što i otvoren kraj (u oba slučaja je $|\rho| = 1$) mogu se kratki spojevi na slici ukloniti.
- Tada dobijamo filter propusnik opsega čija je konstrukcija na bazi mikrotrakastog voda prikazana na fotografiji desno.



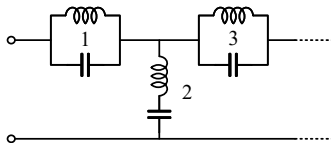
Filtri propusnici opsega (FPO)...

- Konstrukcija filtra sa predhodne slike može se napraviti kompaktnijom na sledeći način.
- Posmatrajmo dio filtra sa slike gore označen tačkastim linijama.
- Srednji rezonator (dužine $\Lambda/2$) ima čvor struje na sredini (struja je jednaka nuli).
- Taj rezonator se može presjeći na polovini i dobijene polovine možemo spojiti (bočno).
- Tako dobijamo modifikovanu konstrukciju na b), a sam filter sa slike dobija češljastu strukturu kao na slici ispod.
- Fotografija tog filtra je prikazana na slici desno i urađena je na bazi trakastog voda (radi preglednosti uklonjen je gornji poklopac koji zajedno sa donjom podlogom čini „masu”).

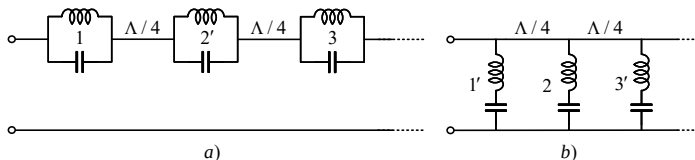


Filtri nepropusnici opsega (FNO)

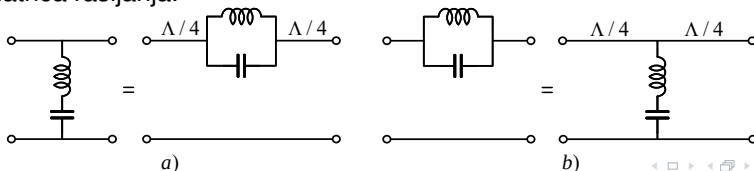
- Šema filtra prototipa je prikazana na slici.



- Ova šema se može zamijeniti sa dvije ekvivalentne šeme prikazane na slikama a) i b).

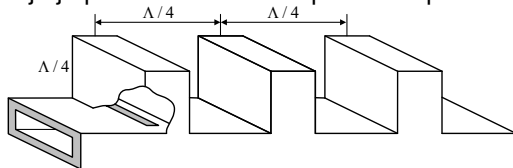


- Ekvivalencije koje se pri tom koriste prikazane su na slikama a) i b) ispod a njihova provjera se vrši preko matrica rasijanja.



Filtri nepropusnici opsega (FNO)...

- Filtar prototip (srednja slika predhodni slajd) je pogodan za talasovodnu realizaciju kada se paralelna oscilatorna kola zamjenjuju apsorbcionim rezonatorima.
- Odgovarajuća konstrukcija je pokazana na slici ispod i ona predstavlja filter sa četvrt-talasnim spregama.



- Prototip sa zadnje slike b) (predhodni slajd) pogodan je za trakaste varijante filtera.
- Dvije od njih su prikazane na slici ispod
- Na slici a) redna oscilatorna kola vezana paralelno na vod, izvedena su kao četvrt-talasni otvoreni odsječci vezani paralelno na osnovni vod. Na slici b), redna oscilatorna kola su realizovana kao dva redno vezana kratka odsječka od kojih je jedan veoma uzak a drugi veoma širok. Oba filtera su takođe, filteri sa četvrt-talasnim spregama.

