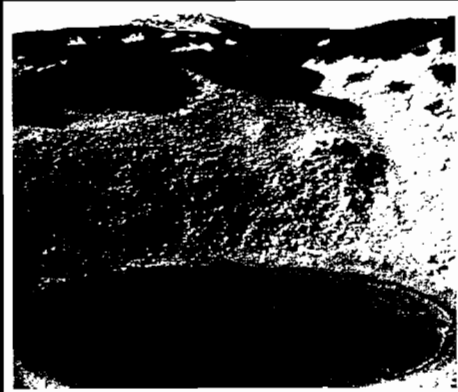
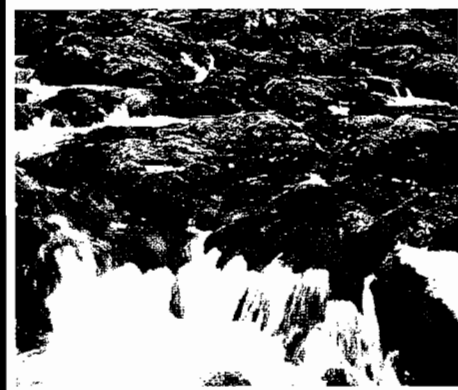


Inženjerska HIDROLOGIJA



*HUSNO
HRELJA*



**UNIVERZITET U SARAJEVU
GRAĐEVINSKI FAKULTET**



Univerzitetski udžbenik

Inženjerska HIDROLOGIJA

Dr Husno Hrelja
profesor Građevinskog fakulteta u Sarajevu

UNIVERZITET U SARAJEVU - GRAĐEVINSKI FAKULTET
Sarajevo, 2007.

Dr Husno Hrelja, dipl.inž.grad.
redovni profesor Univerziteta u Sarajevu
Inženjerska hidrologija

- Recenzenti: Dr Ognjen Bonacci, dipl.inž.grad.
redovni profesor Univerziteta u Splitu
Dr Zoran Milašinović, dipl.inž.grad.
redovni profesor Univerziteta u Sarajevu
- Izdavač: Građevinski fakultet u Sarajevu
- Urednik: Dr Branislav Verbič, dipl.inž.grad.
redovni profesor Univerziteta u Sarajevu
- Lektor: Džinić Lejla, dipl.bib.
- Naslovna strana: Autor
- Fotografije na naslovnoj strani: Valerijan Žujo „Nijaz Abadžić čovjek iz budućnosti“
Mediapress, Sarajevo, 2005.
- Kompjuterska obrada slika: NEX – Studio, Sarajevo
- Štampa: Štamparija Fojnica d.o.o., Fojnica

CIP – Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i univerzitetska biblioteka
Bosne i Hercegovine, Sarajevo

556 (075.8)
556:519.2 (075.8)

HRELJA, Husno
Inženjerska hidrologija / Husno Hrelja. –
Sarajevo : Građevinski fakultet Univerziteta,
2007. – XII, 1137 str. : graf. prikazi; 25 cm

Bibliografija uz svako poglavlje

ISBN 978-9958-638-14-5

COBISS.BH-ID 16280582

SADRŽAJ

| | |
|---|------------|
| PREDGOVOR | xi |
| 1. UVOD HIDROLOGIJU | 1 |
| 1.1. VODA I CIVILIZACIJA | 1 |
| 1.2. DEFINICIJA HIDROLOGIJE | 5 |
| 1.3. HISTORIJA HIDROLOGIJE | 10 |
| 1.4. ZADACI HIDROLOGIJE | 13 |
| 1.5. HIDROLOŠKI CIKLUS | 16 |
| 1.6. VODNI BILANS | 25 |
| 1.7. LITERATURA | 30 |
| 2. HIDROMETEOROLOGIJA | 33 |
| 2.1. ATMOSFERA | 34 |
| 2.2. SUNČEVO ZRAČENJE (RADIJACIJA) | 37 |
| 2.3. TEMPERATURA VAZDUHA | 41 |
| 2.4. VLAGA U VAZDUHU | 44 |
| 2.5. PRITISAK ATMOSFERE | 51 |
| 2.6. VJETAR | 53 |
| 2.7. ISPARAVANJE | 54 |
| 2.7.1. Opšti pojmovi i tipovi isparavanja | 54 |
| 2.7.2. Isparavanje sa slobodne vodene površine | 56 |
| 2.7.3. Evapotranspiracija | 73 |
| 2.8. PADAVINE | 91 |
| 2.8.1. Formiranje i nastanak padavina | 91 |
| 2.8.2. Tipovi padavina | 93 |
| 2.8.3. Uzroci prostorno-vremenske raspodjele padavina | 98 |
| 2.9. LITERATURA | 101 |
| 3. MJERENJE PADAVINA, OBRADA I ANALIZA PODATAKA MJERENJA | 103 |
| 3.1. INSTRUMENTI I METODE ZA MJERENJE PADAVINA | 108 |
| 3.2. OSNOVNA OBRADA PODATAKA MJERENJA PADAVINA | 119 |

Sadržaj

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3.3. | VARIJACIJE PADAVINA U PROSTORU | 131 |
| 3.3.1. | Procjena podataka koji nedostaju | 131 |
| 3.3.2. | Provjera homogenosti | 134 |
| 3.3.3. | Određivanje prosječnih padavina na površini/slivu | 138 |
| 3.4. | ANALIZA JAKIH KIŠA | 149 |
| 3.4.1. | Krive intezitet/visina-trajanje-povratni period javljanja kiše | 149 |
| 3.4.2. | Prostorna raspodjela jakih kiša | 160 |
| 3.5. | LITERATURA | 161 |
| 4. | MJERENJE HIDROLOŠKIH VELIČINA (HIDROMETRIJA) | 163 |
| 4.1. | MJERENJE NIVOVA VODE (VODOSTAJA) | 165 |
| 4.1.1. | Vodomjerna letva | 168 |
| 4.1.2. | Uređaji za kontinualno mjerenje nivoa vode | 170 |
| 4.2. | MJERENJE DUBINE VODE | 175 |
| 4.2.1. | Pribori i metode za mjerenje dubine vode | 176 |
| 4.3. | MJERENJE PADA VODNOG OGLEDALA | 184 |
| 4.4. | MJERENJE BRZINE VODE | 187 |
| 4.4.1. | Pulzacija brzina u turbulentnom toku | 187 |
| 4.4.2. | Teoretski raspored brzina po dubini toka | 190 |
| 4.4.3. | Mjerenje i raspored brzina u poprečnom profilu vodotoka | 195 |
| 4.4.4. | Metode i uređaji za mjerenje brzine vode | 202 |
| 4.5. | MJERENJE PROTICAJA VODE | 210 |
| 4.5.1. | Zapreminska metoda | 213 |
| 4.5.2. | Metoda površina – brzina | 214 |
| 4.5.3. | Metoda mješavina | 225 |
| 4.5.4. | Mjerni objekti | 228 |
| 4.5.5. | Elektromagnetna metoda | 233 |
| 4.5.6. | Indirektna metoda površina – pad | 235 |
| 4.5.7. | Indirektna metoda pada | 236 |
| 4.6. | MJERENJE PRONOSA RIJEČNOG NANOSA | 238 |
| 4.6.1. | Nastanak i podjela riječnog nanosa | 239 |
| 4.6.2. | Fizička svojstva riječnog nanosa | 242 |
| 4.6.3. | Metode mjerenja pronosa vučenog nanosa | 249 |
| 4.6.4. | Određivanje pronosa vučenog nanosa | 254 |
| 4.6.5. | Pronos suspendovanog nanosa | 257 |
| 4.6.6. | Metode mjerenja pronosa suspendovanog nanosa | 259 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 4.6.7. | Određivanje pronosa suspendovanog nanosa | 265 |
| 4.7. | MREŽA HIDROLOŠKIH STANICA | 268 |
| 4.7.1. | Vodomjerne stanice na riječnim tokovima | 270 |
| 4.7.2. | Gustina hidrološke mreže stanica | 272 |
| 4.7.3. | Minimalna gustina mreže stanica | 274 |
| 4.8. | ZAVISNOST IZMEĐU VODOSTAJA I PROTICAJA VODE | 276 |
| 4.8.1. | Hidrauličke osnove na kojima se zasniva veza između vodostaja i proticaja vode u vodotocima | 276 |
| 4.8.2. | Kriva proticaja | 283 |
| 4.8.3. | Nejednoznačne veze između vodostaja i proticaja | 289 |
| 4.8.4. | Ekstrapolacija krivih proticaja | 298 |
| 4.9. | ZAVISNOST IZMEĐU PRONOSA RIJEČNOG NANOSA I PROTICAJA VODE | 307 |
| 4.10. | OSNOVNA OBRADA HIDROLOŠKIH PODATAKA | 311 |
| 4.10.1. | Linija trajanja i linija učestalosti | 319 |
| 4.11. | LITERATURA | 326 |
| 5. | FIZIČKE KARAKTERISTIKE SLIVA | 329 |
| 5.1. | POVRŠINA I OBLIK SLIVA | 330 |
| 5.2. | HIDROGRAFSKA MREŽA | 336 |
| 5.3. | PAD TOKA I SLIVA | 344 |
| 5.4. | VISINSKI ODNOSI U SLIVU | 347 |
| 5.5. | KARAKTERISTIKE ZEMLJIŠTA | 349 |
| 5.5.1. | Fizička i vodna svojstva zemljišta | 350 |
| 5.5.2. | Vodena izdan | 361 |
| 5.6. | LITERATURA | 370 |
| 6. | PROCESI U SLIVU | 373 |
| 6.1. | INFILTRACIJA I FILTRACIJA VODE | 375 |
| 6.1.1. | Određivanje krivih infiltracije | 383 |
| 6.1.2. | Empirijske jednačine za određivanje krivih infiltracije | 390 |
| 6.1.3. | Hidrološke metode za određivanje infiltracionog kapaciteta | 395 |
| 6.1.4. | Metode za terensko mjerenje infiltracionog kapaciteta | 404 |
| 6.2. | INTERCEPCIJA (ZADRŽAVANJE) PADAVINA | 408 |

Sadržaj

| | | |
|-----------|--|------------|
| 6.2.1. | Empirijske metode za određivanje intercepcije | 409 |
| 6.2.2. | Mjerenje intercepcije | 413 |
| 6.3. | ZADRŽAVANJE VODE U DEPRESIJAMA | 414 |
| 6.4. | AKUMULISANJE I TOPLJENJE SNIJEGA | 416 |
| 6.5. | LITERATURA | 431 |
| 7. | PRIMJENA KONCEPTA SISTEMA NA CIKLUS OTICANJA | 433 |
| 7.1. | DEFINICIJE I OSNOVNE KARAKTERISTIKE SISTEMA | 433 |
| 7.2. | ANALIZA I SINTEZA HIDROLOŠKIH SISTEMA | 443 |
| 7.3. | METODE IDENTIFIKACIJE KONTINUALNIH I DISKRETNIH LINEARNIH DETERMINISTIČKIH SISTEMA | 447 |
| 7.4. | IDENTIFIKACIJA LINEARNIH STOHAŠTIČKIH SISTEMA PREKO NEPARAMETARSKIH MODELA | 452 |
| 7.5. | LITERATURA | 455 |
| 8. | PRIMJENA METODA MATEMATSKE STATISTIKE I TEORIJE VJEROVATNOĆE U HIDROLOGIJI | 457 |
| 8.1. | UVOD | 457 |
| 8.1.1. | Teorija vjerovatnoće | 458 |
| 8.1.2. | Matematska statistika | 460 |
| 8.2. | SLUČAJNE POJAVE I NJIHOVE RASPODJELE | 461 |
| 8.2.1. | Slučajni događaji | 462 |
| 8.2.2. | Vjerovatnoća | 466 |
| 8.2.3. | Slučajne promjenljive | 471 |
| 8.2.4. | Raspodjele slučajnih promjenljivih | 473 |
| 8.2.5. | Povratni period | 491 |
| 8.2.6. | Populacija i uzorak | 493 |
| 8.3. | NUMERIČKE KARAKTERISTIKE SLUČAJNE PROMJENLJIVE | 497 |
| 8.3.1. | Srednje vrijednosti | 498 |
| 8.3.2. | Pokazatelji disperzije | 506 |
| 8.3.3. | Statistički momenti i pokazatelji disperzije višeg reda | 513 |
| 8.4. | EMPIRIJSKE RASPODJELE SLUČAJNIH PROMJENLJIVIH | 518 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 8.4.1. | Krive učestalosti i kumulativne učestalosti slučajne promjenljive | 518 |
| 8.4.2. | Empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće | 526 |
| 8.4.3. | Parametri empirijskih raspodjela | 531 |
| 8.5. | TEORIJSKE FUNKCIJE RASPODJELE VJEROVATNOĆE | 538 |
| 8.5.1. | Ocjena parametara teorijskih funkcija raspodjele | 541 |
| 8.5.2. | Funkcije raspodjele za diskretnu slučajnu promjenljivu | 543 |
| 8.5.3. | Funkcije raspodjele za kontinualnu slučajnu promjenljivu | 554 |
| 8.6. | TEORIJA STATISTIČKOG OCJENJIVANJA NA OSNOVU UZORKA | 611 |
| 8.6.1. | Raspodjela aritmetičkih sredina uzoraka | 612 |
| 8.6.2. | Raspodjela varijansi uzoraka | 615 |
| 8.6.3. | Statističke procjene parametara | 616 |
| 8.6.4. | Intervali povjerenja parametara osnovnog skupa | 618 |
| 8.6.5. | Interval povjerenja za funkciju raspodjele vjerovatnoće | 628 |
| 8.7. | TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA I DOBROTE PRILAGOĐAVANJA | 636 |
| 8.7.1. | Generalne postavke | 636 |
| 8.7.2. | Testiranje saglasnosti empirijskih i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće | 647 |
| 8.8. | KORELACIJA I REGRESIJA | 661 |
| 8.8.1. | Stohastička povezanost | 661 |
| 8.8.2. | Definicije korelacije i regresije | 665 |
| 8.8.3. | Linearna regresija dvodimenzionalne slučajne promjenljive | 667 |
| 8.8.4. | Linearna korelacija dvodimenzionalne slučajne promjenljive | 685 |
| 8.8.5. | Varijacije oko regresione linije | 692 |
| 8.8.6. | Intervali povjerenja za ordinatu regresione linije | 697 |
| 8.8.7. | Signifikantnost koeficijenta linearne korelacije | 700 |
| 8.8.8. | Nelinearna korelacija i regresija | 703 |
| 8.8.9. | Višestruka linearna korelacija i regresija | 716 |

| | | |
|------------|---|------------|
| 8.9. | LITERATURA | 733 |
| 9. | HIDROGRAM OTICANJA | 737 |
| 9.1. | CIKLUS OTICANJA I KOMPONENTE OTICANJA | 737 |
| 9.2. | HIDROGRAM OTICANJA I NJEGOVE KOMPONENTE | 741 |
| 9.3. | FAKTORI KOJI UTIČU NA OBLIK HIDROGRAMA OTICANJA | 744 |
| 9.3.1. | Uticaj karakteristika slivne površine na oblik hidrograma | 746 |
| 9.3.2. | Uticaj klimatskih faktora na oblik hidrograma | 752 |
| 9.3.3. | Uticaj geoloških faktora na oblik hidrograma | 756 |
| 9.4. | ODVAJANJE KOMPONENTI HIDROGRAMA OTICANJA | 759 |
| 9.4.1. | Metode za odvajanje baznog oticanja | 760 |
| 9.4.2. | Analiza retardacione krive hidrograma oticanja | 762 |
| 9.5. | EFEKTIVNE PADAVINE I KOEFICIJENT DIREKTOG OTICANJA | 768 |
| 9.6. | GENEZA POVRŠINSKOG OTICANJA | 784 |
| 9.7. | JEDINIČNI HIDROGRAM | 788 |
| 9.7.1. | Definicije i principi teorije jediničnog hidrograma | 788 |
| 9.7.2. | Određivanje jediničnog hidrograma na osnovu podataka osmatranja kiše i oticanja vode | 800 |
| 9.7.3. | Promjena trajanja jediničnog hidrograma | 817 |
| 9.7.4. | Trenutni jedinični hidrogram | 828 |
| 9.7.5. | Sintetički jedinični hidrogram | 857 |
| 9.8. | LITERATURA | 877 |
| 10. | PROSJEČNE VODE | 881 |
| 10.1. | OPŠTA RAZMATRANJA | 881 |
| 10.2. | HOMOGENOST I CIKLIČNOST GODIŠNJIH PROTICAJA | 888 |
| 10.3. | ANALIZA VJEROVATNOĆE JAVLJANJA GODIŠNJIH I MJESEČNIH PROTICAJA | 891 |
| 10.4. | RASPODJELA OTICANJA UNUTAR GODINE | 898 |
| 10.5. | PROSJEČNA LINIJA TRAJANJA DNEVNIH PROTICAJA | 906 |
| 10.6. | PROSTORNA RASPODJELA OTICANJA VODE | 910 |

| | |
|--|-------------|
| 10.7. REGIONALNA ANALIZA PROSJEČNOG OTICANJA VODE | 911 |
| 10.8. LITERATURA | 915 |
| 11. MALE VODE | 917 |
| 11.1. OPŠTA RAZMATRANJA | 917 |
| 11.2. STATISTIČKA ANALIZA MALIH VODA | 925 |
| 11.2.1. Metoda godišnjih ekstrema | 926 |
| 11.2.2. Metoda pikova | 934 |
| 11.2.3. Analiza malovodnih perioda | 937 |
| 11.3. REGIONALNA ANALIZA MALIH VODA | 940 |
| 11.4. ANALIZA RETARDACIONE GRANE HIDROGRAMA | 945 |
| 11.5. ANALIZA LINIJE TRAJANJA PROTICAJA | 949 |
| 11.6. VODOPRIVREDNI ASPEKT MALIH VODA | 950 |
| 11.7. LITERATURA | 958 |
| 12. VELIKE VODE | 961 |
| 12.1. OPŠTA RAZMATRANJA | 961 |
| 12.2. METODE ZA ODREĐIVANJE VELIKIH VODA | 969 |
| 12.2.1. Probabilističke (statističke) metode | 975 |
| 12.2.2. Proračun velikih voda pomoću kiša jakog intenziteta | 1004 |
| 12.2.3. Proračun velikih voda na osnovu regionalnih krivih i drugih regionalnih zavisnosti | 1029 |
| 12.2.4. Proračun velikih voda pomoću empirijskih jednačina /formula | 1038 |
| 12.3. DEFINIRANJE RAČUNSKOG RIZIKA PREVAZILAŽENJA VELIKIH VODA | 1043 |
| 12.4. MJERODAVNE VELIKE VODE ZA DIMENZIONIRANJE HIDROTEHNIČKIH OBJEKATA | 1056 |
| 12.5. LITERATURA | 1062 |
| 13. PROPAGACIJA POPLAVNIH VALOVA | 1065 |
| 13.1. OPŠTA RAZMATRANJA | 1065 |
| 13.2. HIDROLOŠKI MODELI PROPAGACIJE VODNOG VALA | 1073 |
| 13.2.1. Kvazi-stacionarna metoda | 1076 |
| 13.2.2. Metoda Muskingum | 1098 |
| 13.3. LITERATURA | 1112 |

Sadržaj

| | |
|--------------------|-------------|
| STATISTIČKE TABELE | 1115 |
| INDEX | 1131 |

PREDGOVOR

Brzi napredak vodoprivrede, koji podstiče novo industrijsko doba, doveo je do oformljavanja inženjerske (korisničke) hidrologije, prvenstveno zbog potrebe za kvantitativnim informacijama o vodnim resursima i vodenim sredinama u svrhu planiranja, projektovanja, održavanja i korištenja vodoprivrednih objekata i sistema. Shodno tome, inženjerska hidrologija se bavi proučavanjem onih kvantitativnih i kvalitativnih karakteristika vodnog režima od kojih zavisi svrsishodnost, funkcionalnost i sigurnost inženjerskih objekata. Karakteristike vodnog režima zavise od velikog broja faktora, koji su skoro isključivo rezultat slučajnih procesa u prirodi. Pored toga, na njih se može znatno uticati i ljudskom aktivnošću čiji krajnji efekti se ne mogu uvijek sa sigurnošću predvidjeti. Obzirom na ove okolnosti inženjerska hidrologija nije egzaktna nauka. Bez obzira na to, u hidrološkoj praksi je prihvaćen čitav niz egzaktnih matematskih metoda koje su se razvile samostalno i nezavisno od hidrologije.

Može se reći, da je na primarna pitanja vodoprivrede odgovor jedino moguć iz sređenog saznanja o vodama i uz uvid u moguće, vjerovatne razvoje vodoprivrednih procesa. To je i osnovni razlog što su hidrološke metode postale neizbježan aparat u rukama inženjera koji se bave projektovanjem, izgradnjom i upravljanjem vodoprivrednim objektima i sistemima. Uz to hidrologija, kao naučna disciplina, je postala neizostavni dio nastavnih planova i programa dodiplomskih i postdiplomskih studija građevinarstva i drugih studija kao što su poljoprivreda, šumarstvo, geologija i meteorologija.

Prikaz baznih principa primjene hidroloških metoda i njihovih mogućnosti pri rješavanju različitih problema u planiranju i projektovanju vodoprivrednih objekata i sistema, je moja namjera kao autora ove knjige. Gradivo u knjizi razvrstano je i upotpunjeno tako da čitalac dobije zaokruženu cjelinu iz inženjerske hidrologije.

Knjiga je nastala kao rezultat dugogodišnjeg rješavanja raznovrsnih hidroloških zadataka u okviru vodoprivredne struke i iz predavanja koja sam u protekle tri decenije držao na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Sarajevu. Ta su predavanja u mnogome inspirirala ovu knjigu; upravo u kontaktu sa studentima najbolje je došlo do izražaja gdje je potreban drugačiji pristup da se postigne što bolje razumijevanje.

Ova knjiga je prvenstveno namijenjena studentima hidrotehničkog usmjerenja Građevinskog fakulteta u Sarajevu. Njom je obuhvaćen i najveći dio sadržaja koji je potreban studentima postdiplomske nastave na pomenutom fakultetu.

Sadržaj

Zbog moje želje da knjiga predstavlja jednu relativno zaokruženu cjelinu, obim većine poglavlja prevazilazi fond časova koji je rezervisan za predmet Inženjerska hidrologija na dodiplomskom, i predmet Hidrologija na postdiplomskom studiju.

Međutim, obimnija knjiga ne može predstavljati problem za studente. Naprotiv, ona može pomoći onima koji žele da prodube znanja iz ove oblasti ili rade diplomske radove iz predmeta Hidrologija. Nadalje, ona studentima može korisno poslužiti da po diplomiranju unaprijede metode hidroloških proračuna u praksi, odnosno da je mogu koristiti i građevinski inženjeri u hidrotehničkoj praksi koji nemaju šire hidrološko obrazovanje a u prilici su da rješavaju i neke od hidroloških problema.

Zamišljena je tako da čitaoca, uz odgovarajuće teoretske podloge, uvede u najveći dio metoda koje se u ovoj oblasti izučavaju, kako bi se pokazalo kako se teorija modifikuje u odgovarajuću praktičnu primjenu. Iz tog razloga knjiga obuhvata primjere rješavanja značajnog broja praktičnih hidroloških problema i to možda detaljnije nego je to uobičajeno u knjigama ove namjene. Postupci rješavanja zadataka i procedure proračuna su detaljnije obrazložene, što se stručnjacima koji su duže u kontaktu sa tretiranom materijom može učiniti pretjeranim detaljisanjem. Međutim, iz iskustva autora, studenti koji se po prvi put susreću sa ovom problematikom (a kojima je ova knjiga u prvom redu namijenjena) imaju poteškoća upravo sa procedurama proračuna i analiza.

Velikim dijelom knjiga je i sukcesor skripti pripremljenih za slušaoce predmeta Hidrologija koje je pripremio autor ove knjige u toku posljednje dvije decenije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Sarajevu.

Recenzentima ove knjige zahvaljujem na kritičkim primjedbama i korisnim sugestijama.

Autor se unaprijed zahvaljuje čitaocima koji mu ukažu na eventualne propuste kao i na zaostale greške u tekstu.

Sarajevo, Novembar, 2007.

Autor

«Bilo gdje da se pojavi i u bilo kom obliku, svaka kap vode na zemljinoj lopti je zarobljena unutar hidrološkog ciklusa.»

(Svjetska meteorološka organizacija)

1

UVOD U HIDROLOGIJU

1.1. VODA I CIVILIZACIJA

Voda je najčudniji mineral na našoj planeti. Ona se neprestano kreće, određuje klimu na Zemlji, formira reljef kopna. Voda je najveći čovjekov prijatelj, ali pokatkad i njegov najljući neprijatelj. Milione godina pripremala je «vječno tekuća» voda našu planetu da postane kolijevka života. Voda je rušila stijene, formirala zemljište, ujednačavala i ublažavala klimu. Prvo sama, a zatim sa živom materijom, voda je neprekidno mijenjala Zemljino lice. U tijesnoj saradnji Voda i Život su dali beskrajnu raznovrsnost organske i neorganske prirode na Zemlji. Život i voda su nerazdvojni. Nema života bez vode, i skoro da nema vode bez života. Teško je zamisliti svijet bez vode. Ali slike sa Mjeseca i Marsa jasno pokazuju kakav bi on bio bez nje. Voda je neophodna za piće, sanitarne potrebe, industriju, poljoprivredu i mnoge druge potrebe. Život na Zemlji je počeo u vodi; sada voda donosi život žednim gradovima i biljkama, i obezbjeđuje mjesto življenja mnogim živim bićima. Međutim, voda može značiti smrt i razaranja. Poplave su najgori vid prirodnih katastrofa, koje ubijaju više ljudi i uništavaju više materijalnih dobara nego zemljotresi, vulkanske erupcije ili slične katastrofe. Zagađena voda donosi bolest i smrt onima koji je piju i ubija ptice, ribe i druge forme života koje vodu trebaju za preživljavanje. Još u najstarija vremena, skoro kod svih naroda je postojao ne samo kult Sunca, već i kult Vode. Tako, kod starih

Grka vlast nad vodom su imala najmoćnija, najljepša božanstva: na kopnu je to bio gonič oblaka Zevs, a na moru je gospodario njegov brat – veličanstveni Posejdon.

U svojoj historiji čovjek se neprestano bavio problemima odbrane od štetnog djelovanja vode, kao i problemima u vezi korišćenja vode za razne namjene. Historija vodoprivrednih djelatnosti kroz vijekove potvrda je značaja kojeg je voda imala u razvoju ljudskih kultura i društva uopće.

Još u vrlo dalekoj prošlosti, ljudi nomadi trebali su vodu za piće, susretali su se sa poplavama, te koristili rijeke, jezera i more za ribarenje. Nešto poslije, kada je čovjek postao i poljoprivrednik, on se, najčešće uz velike rijeke, počeo baviti i navodnjavanjem poljoprivrednih posjeda i gradnjom nasipa za zaštitu tih prostora od poplava. Čovjek je u toj dalekoj prošlosti čak razvio i točak za navodnjavanje, razvio tehnologiju ribarenja i poznao osnove tehnike navigacije. Međutim, već i ovi zadaci iz domena vodoprivrede su zahtijevali organizovano društvo, i time ujedno pomagali u stvaranju elemenata države a sa njima i civilizacije.

Još u civilizacijama staroga vijeka čovjek je napravio vodenicu, usavršio postupke navodnjavanja, gradio kanale, akvadukte i cijevi za transport vode, pa čak gradio i objekte na vodi iz čisto estetske pobude.

Poznate hidrotehničke građevine, kako one najstarije tako i one iz novijeg doba, nastale su u najrazvijenijim, najnaprednijim i najmoćnijim državama svoga doba. Uz to, one su skoro u pravilu i najveće i najimpozantnije građevine koje je čovjek sagradio. Otvorenim ostaje pitanje da li su snaga i bogatstvo tih društava omogućili gradnju tako značajnih građevina i sistema ili je pak gradnja tih objekata omogućila nagli procvat i razvoj tih društava. Istina je vjerovatno negdje u sredini, te su uzroci i posljedice međuzavisni i komplementarni.

Proučavanja i upoznavanja glavnih karakteristika vodnog režima povezana su sa nastankom prvih drevnih civilizacija. Drevne civilizacije razvile su se uz rijeke Tigris i Eufrat u Mezopotamiji, Nil u Egiptu, Ind u Indiji, te Huang-ho u Kini. Sve su četiri civilizacije nastale u sličnim geografskim uslovima, u područjima gdje se javlja malo padavina, a ljeta su vrlo topla i koja su se nalazila u blizini rijeka s nestalnim vodnim režimima. Iz takvih je prirodnih uslova proizašla potreba čovjeka da se brani od djelovanja velikih voda i gradi sisteme za navodnjavanje kako bi mogao proizvoditi hranu potrebnu za život.

Neosporno je da su veliki hidrotehnički zahvati starih izumrlih civilizacija iziskivali poznavanje izvjesnih hidroloških procesa i zakona. Ti enormni radovi na izgradnji natapnih sistema u Mesopotamiji, Egiptu i Kini, rimskih vodovoda, objekata za snabdijevanje vodom u Arabiji i odvodnih sistema u Indiji, objekata za

navodnjavanje i zaštitu zemljišta od erozije u libijskom bazenu i mnogi drugi radovi svakako govore u prilog tome da su te realizacije od prije 2500 i više godina iziskivale ogromno stručno znanje. To se može potvrditi time što su ti radovi bili dokazano funkcionalni.

Neki poznati hidrotehnički objekti i sistemi iz staroga vijeka mogu se porediti sa ostvarenjima modernoga doba. Naprimjer, u Kini je još oko 700. godine prije nove ere sagrađen tzv. Carski kanal dužine oko 400 km i širine do 300 m, koji je povezivao tri glavne rijeke: Bijelu, Plavu i Žutu. U srednjoj Italiji je, oko 120. godine prije nove ere, izvršeno isušenje jezera Fućino (proboj tunela dužine 5,6 km i poprečnog presjeka 11 m^2) čime je isušeno 25.000 ha zemljišta. Takođe, značajni su i rimski vodovodi kojih je za vrijeme Frontinusa (97-104 godine nove ere) bilo jedanaest sa ukupnom dužinom dovoda od 350 km i kapaciteta oko milion m^3 vode dnevno, što je u odnosu na potrošnju po stanovniku znatno iznad današnje. Stari Feničani, potom Grci, a po ugledu na ove i Rimljani, su gradili i pristaništa. U dokumentima Rimske imperije (1 vijek p.n.e. i kasnije) čitava poglavlja bila su posvećena vodosnabdijevanju i mjerenju vode.

Egipatska kultura se ne može odvojiti od sistema za navodnjavanje u dolini rijeke Nila. O tome se vrlo korisni podaci mogu naći u hijeroglifskim natpisima brojnih spomenika staroga Egipta. To se, naročito, odnosi na razdoblje od 2500 godine prije nove ere pa na ovamo. Iz tih natpisa saznajemo da je Egipat u to doba imao "Ministarstvo za navodnjavanje", a svaka provincija i grad imali su upravu za vodoprivredu, tzv. "vodoprivrednu kuću". U spisima se takođe pominju radna mjesta, odnosno položaji kao što su "šef kanalskih radnika", "nadzornik Nilometra", "inspektor odbrane od poplava", "čuvar nasipa", itd. Ovi zakoni (pravila) o navodnjavanju impresioniraju još i danas specijaliste iz oblasti navodnjavanja. Prva izučavanja vodnog režima vezana su za odbranu od poplava i navodnjavanje (prehrana stanovništva). Na Nilu su se dogodile velike poplave 1827. g.p.n.e. i pronađeno je oko 180 oznaka o toj poplavi.

Mesopotamija, između ostalog, duguje svoju kulturu i uređenom sistemu voda rijeka Eufrat i Tigris, sa velikim kanalima za navodnjavanje. Tokom perioda od 10 vijekova p.n.e. mogu se naći brojni tragovi o korištenju i mjerenju vode u raznim dijelovima svijeta (Cejlon, Vavilon, Meksiko, Peru, itd.).

U Indiji je građenje akumulacija smatrano jednim od "sedam zaslužnih djela" koje čovjek može u svome životu izvršiti. Jedan od najljepših primjera toga staroga graditeljstva je brana Veliki Anikut na rijeci Kaliveri. Izgrađena je prije 1600 godina za navodnjavanje 400 000 ha zemljišta, a daje vodu i danas.

Uvod u hidrologiju

Karakteristični su i radovi u Holandiji i Italiji. Stanovništvo Holandije je od davnina nasipalo zemljište za poljoprivredno korišćenje, da bi ga otelo od visokih plima mora. Oko 800-te godine počinje izgradnja nasipa umjesto nasipanja zemljišta. Oko 1600-te godine je već dominantno ispumpavanje vode iza nasipa radi odvodnjavanja. Pogonska snaga je vjetar i na hiljade vjetrenjača su sve doskora radile u tu svrhu.

Preporod srednjeg vijeka pomogao je razvoj baznih principa hidraulike i stvorio i usavršio mnoge hidrauličke objekte korišćenjem novih materijala.

Industrijsko i postindustrijsko doba 19. i 20. vijeka stvorilo je moderne tehnologije vodosnabdijevanja, prikupljanja i odvodnje otpadnih voda, gradnje brana i akumulacija, hidroelektrana, navodnjavanja, odvodnjavanja, kontrole zagađenja voda, plovidbe kanalima i rijekama, itd. To je ujedno stvorilo i novu hidrotehničku disciplinu hidrologiju kao nauku o raspodjeli voda u prostoru i vremenu na zemljinoj površini.

Tokom vremena čovjek je počeo sve smjelije da prekraja kartu vodenih puteva na našoj planeti. Godine 1869. bio je otvoren Suecki kanal, koji je približio Indiju Evropi za 11000 km. 1895. godine Kilski kanal je povezo Baltičko sa Sjevernim morem, a 1914. godine prvi brodovi su uplovili u Panamski kanal.

U dvadesetom stoljeću sagrađen je veliki broj značajnih vodoprivrednih sistema, najčešće višenamjenskog karaktera, od kojih se većina nalazi u SAD i u zemljama bivšeg Sovjetskog saveza. Tako je za snabdijevanje vodom područja grada Los Angelesa sagrađen vodoprivredni sistem (Colorado River Aquaduct) koji čini skup akumulacija, hidroelektrana, pumpnih stanica, otvorenih i zatvorenih dovoda vode, kojim se 42 m³/s vode iz rijeke Kolorado prebacuje na udaljenost od oko 1.000 km i visinu oko 500 m. Značajni vodoprivredni sistemi u SAD su i State Water Project sa dužinom dovoda vode od oko 1 300 km, izgrađen takođe u Kaliforniji, Texas Water System za snabdijevanje vodom kapaciteta oko 430 m³/s, dužine oko 1.300 km i dizanjem vode do 1.000 m, zatim sistem doline Tenesi, itd.

U bivšem Sovjetskom savezu poznati vodoprivredni sistemi su Karakumski kanal dužine 850 km i kapaciteta 370 m³/s, zatim Sjevernokrimski kanal dužine 400 km sa proticajem oko 300 m³/s.

Bilo koja napredna civilizacija posjeduje skup političkih, socijalnih, ekonomskih, komunikacijskih, kulturnih i mnogih drugih infrastrukturnih sistema. U suprotnom, ona se ne bi mogla zvati civilizacijom. Voda, odnosno vodoprivredni sistemi kroz

svoj razvoj, očuvanje, kontrolu i zaštitu, na neki način, imaju veze za većinom tih sistema.

Djelovanjem čovjeka izmijenjen je hidrološki ciklus a ozbiljno su zagađene postojeće rezerve slatkih voda. Zbog povećanja broja ljudi globalno otjecanje na Zemlji po stanovniku u prosjeku se smanjilo od 1970. do 1995. sa 12.900 m³ vode po osobi na 7.600 m³ vode po osobi, što jasno ukazuje na postojanje i trend razvoja vodne krize /21/.

Suprotno smanjenju vodnih resursa, globalne potrebe za vodom rastu. Procijenjeno je da su potrebe, od 1900. do 1995. godine, porasle šest do sedam puta, više nego duplo od rasta svjetske populacije. To je rast koji ima trend ubrzanja u budućnosti, zato što se očekuje da će svjetska populacija dostići broj od 8,3 milijarde ljudi 2025. godine, a 10 do 12 milijardi 2050. godine /21/. Od današnjih procijenjenih svjetskih potreba za vodom u iznosu od oko 4000 km kubnih na godinu, na poljoprivredu otpada vjerovatno više od 80 procenata i to najviše za navodnjavanje. Ali značajane količine vode troše se i za potrebe industrije, za proizvodnju energije i mnoge druge svrhe kao i snabdijevanje vodom naselja. Podaci o korištenju voda su čak i rjeđi a ponekad i manje pouzdani od podataka o raspoloživim vodnim resursima, u osnovi zbog nedostatka mjerenja u mnogim zemljama.

1.2. DEFINICIJA HIDROLOGIJE

Etimologija starogrčke riječi hidrologija *hidro* (voda) i *logos* (nauka) ukazuje da je to nauka o vodi. Dakle, *Hidrologija* doslovno znači nauka o vodi, no sam naziv ne kazuje dovoljno. Zbog toga treba dodati da se pod tim nazivom u hidrotehnici podrazumijevaju ona izučavanja kojima je svrha procjena količina vode na određenim područjima i njihov vremenski i prostorni raspored.

Svjetska meteorološka organizacija (WMO) i Organizacija Ujedinjenih nacija za obrazovanje, nauku i kulturu (UNESCO) usvojile je slijedeće dvije definicije: «Hidrologija je nauka koja se bavi izučavanjem vode na površini ili u dubini zemlje, njenom pojavom, raspodjelom, cirkulacijom, kako na površini, tako i po prostoru, njenim biološkim, fizičkim i hemijskim osobinama, njenim uzajamnim dejstvom sa prirodnom sredinom». i « Hidrologija je nauka koja se bavi procesima upravljanja, mijenjanja i nadopunjavanja vodnih zaliha na Zemlji i tretira različite faze u hidrološkom ciklusu».

Hidrologija je nauka koja se bavi izučavanjem i opisivanjem pojave, cirkulacije i distribucije vode u vremenu i prostoru, njenim fizičkim i hemijskim osobinama, te

djelovanjem vode na okolinu uključujući djelovanje vode na živa bića. Ovo je definicija data od strane Chow /5/ prihvaćena u SAD.

Najšire, hidrologija se često klasificira u dvije grupe: *Naučnu hidrologiju* koja se uglavnom odnosi na njene akademske aspekte, dok *Inženjerska* ili *Primjenjena (Korisnička)* hidrologija uključuje: (i) procjenu vodnih resursa, (ii) studiju transmisionih procesa kao što su padavine, evaporacija, otjecanje i njihovi međusobni odnosi, (iii) razumijevanje osobina vode u prirodi i (iv) bavljenje sa prirodnim problemima kao što su suše i poplave. Međutim, dok većina nauka pravi relativno jasnu razliku između primijenjenih i naučnih aspekata, u hidrologiji to nije tako. Korisnička i naučna hidrologija su tako prepletene da njihovo razdvajanje predstavlja izazov za većinu hidrologa (Klemes, /13/).

Inženjerska hidrologija se bavi proučavanjem onih kvantitativnih i kvalitativnih karakteristika vodnog režima od kojih zavisi svrsishodnost, funkcionalnost i sigurnost inženjerskih objekata. Karakteristike vodnog režima zavise od velikog broja faktora, koji su skoro isključivo rezultat slučajnih procesa u prirodi. Pored toga, na njih se može znatno uticati i ljudskom aktivnošću čiji krajnji efekti se ne mogu uvijek sa sigurnošću predvidjeti. Obzirom na ove okolnosti inženjerska hidrologija nije egzaktna nauka. Bez obzira na to, u hidrološkoj praksi je prihvaćen čitav niz egzaktnih matematskih metoda koje su se razvile samostalno i nezavisno od hidrologije.

Inženjerska hidrologija se, kao primjenjena nauka, oslanja na veći broj drugih naučnih disciplina kao što su meteorologija, okeanografija, geologija, hidrogeologija i dr. S obzirom na naprijed navedene okolnosti teško je povući oštru granicu između hidrologije i tih nauka. Sa druge strane, rezultati hidroloških analiza služe kao podloga za čitav niz inženjerskih aktivnosti koje su vezane za vodoprivredu, društveni standard, poljoprivredu, šumarstvo i sl. Radi toga, interdisciplinarni karakter hidrologije i njena veza sa ovim djelatnostima biće istaknuti i u narednim poglavljima ove knjige kad god je to neophodno i moguće. Prema Jevđeviću /11/, istorijski razvoj hidrologije, bilo kao grane drugih nauka, ili kao vodoprivredne discipline, u posljednja dva vijeka, naročito u posljednjih stotinu godina, je imao tri osnovna pravca: *opisnu, korisničku (primjenjenu) i naučnu hidrologiju*. Najranije faze razvoja mogu se karakterisati kao *opisna hidrologija*, koja predstavlja dio geografije u kojem hidrološke cifre služe za opis i klasifikaciju količina i režima koji se odnose na vodu. Brzi napredak vodoprivrede, koji podstiče novo industrijsko doba, navelo je stručnjake u ovim oblastima da oforme *korisničku hidrologiju* koja se često različito naziva (na primjer: inženjerska, šumarska, poljoprivredna, kao i druge primjenjene hidrologije); njen napredak je prvenstveno izazvan potrebom za kvantitativnom informacijom u

vodnim resursima i vodenim sredinama zbog planiranja, projektovanja, održavanja i rada vodoprivrednih objekata i sistema. Formiranje *naučne hidrologije*, u kojoj je hidrologija u osnovi zamišljena kao geofizička disciplina sa namjerom da studira i opisuje karakteristike prostorne i vremenske raspodjele količine i kvaliteta vode na kontinentalnim površinama Zemlje.

Hidrologija je dio geofizike – opšte i najvažnije nauke o Zemlji. Osim hidrologije-fizike hidrosfere, geofiziku čine i meteorologija-fizika atmosfere i geologija-fizika litosfere.

Oštru granicu među ovim trima naukama nije moguće postaviti, a osnovni razlog tome leži u vodi kao elementu koji ih povezuje. Hidrološki ciklus, tj. kruženje vode u prirodi proces je koji kontinuirano veže ne samo tri navedene naučne discipline geofizike nego i ostale naučne discipline prirodnih, tehničkih ali i društvenih nauka. Razlog tome je voda koja ima jedinstvenu i nezamjenjivu ulogu u odigravanju mnogih procesa u prirodi, a ključna je za osiguranje života i organizaciju ljudskog društva.

Sve spomenute naučne discipline spadaju u opažачke ili osmatračke. Njihovo postojanje, a naročito razvoj i primjena nezamislivi su bez brojnih kvalitetnih i kontinuiranih osmatranja kojima je jedan od najbitnijih ciljeva predviđanje ili prognoza u najširem smislu te riječi. Svi procesi u navedenim naukama kontinuirane su prirode. Njihove stalne varijacije u vremenu i prostoru kao i kontinuirani i direktni međuodnosi stvaraju naučnicima i praktičarima brojne teškoće u njihovom opisivanju i analizi.

U okviru meteorologije izdava se za hidrologiju posebno značajna poddisciplina – hidrometeorologija. Ona se definiše kao nauka o atmosferskim procesima koji utiču na vodne resurse na Zemlji a od interesa su za hidrologiju. Svjetska meteorološka organizacija (WMO) na svom Četvrtom kongresu održanom 1963. u Ženevi usvojila je slijedeću definiciju: «Hidrometeorologija se odnosi na izučavanje dijela hidrološkog ciklusa u atmosferi i pri tlu, s naglaskom na analizu njihovog međuodnosa».

Prema sredini istraživanja, hidrologija se dijeli u tri grupe:

- Voda u atmosferi,
- Voda na zemljinoj površini,
- Voda u podzemlju.

Vodom u atmosferi bavi se meteorologija.

Izučavanje vode na zemljinoj površini dijeli se u više posebnih grupa:

Uvod u hidrologiju

Potamologija – izučavanje pojave i zakonitosti kretanja vode na površini terena, a posebno izučavanjem rijeka (riječna hidrologija). Potamologija je zajedničko i dodirno polje geomorfologije, hidraulike i hidrologije.

Limnologija – (nauka o jezerima) bavi se izučavanjem jezera. Ona obuhvata i druge pojave u jezerima (toplotni bilans, hemizam jezerske vode, život u jezeru).

Izučavanje močvara je poseban dio hidrologije u onim zemljama u kojima ti problemi imaju veći praktični značaj.

Glaciologija – bavi se proučavanjem kretanja ledenih masa (nauka o lednicima).

Okeanologija – bavi se pojavama u morima i okeanima, najčešće prevazilazeći okvire hidroloških istraživanja (hidrologija, hidrofizika, hidrohemija).

Voda u podzemlju:

Hidrogeologija – izučava kretanje podzemnih voda.

Hidrogeologija krša – izučava kretanje podzemnih voda u kršu.

U zavisnosti od načina tretiranja hidroloških podataka, hidrologija se može podijeliti u različite poddiscipline, kao na primjer:

1. Matematska hidrologija,
2. Statistička hidrologija,
3. Stohastička hidrologija,
4. Sistemska hidrologija,
5. Empirijska (iskustvena) hidrologija,
6. Operativna (praktična) hidrologija,
7. Numerička hidrologija.

Stari koncepti primjenjene hidrologije i naučne hidrologije, to jest polja njihovih istraživanja, koja se odnose na vodu, prerastaju u koncepte korisničkih poddisciplina i hidroloških nauka (sada su ove posljednje postale institucija koja se zove Međunarodna asocijacija hidroloških nauka) /10/. Ove poddiscipline ili individualne nauke uključuju *hidrometeorologiju* (uglavnom izučava procese padavina i evaporacije), *površinsku hidrologiju*, *potpovršinsku hidrologiju* (proučavanje procesa podzemnih voda i potpovršinskih procesa), *hidrologiju snijega i leda*, *hidrologiju nanosa* (erozija, transport i taloženje nanosa), *potamologiju* (nauku o rijekama), *limnologiju* (nauku o jezerima i rezervoarima), *hidrologiju ušća*, *hidrologiju karsta*, i slične discipline.

Sadašnje tendencije su okrenute razvoju pojedinih novih korisničkih poddisciplina hidrologije ili novih naučnih hidrologija s aktivnostima koje zahtijevaju nove potrebe i problemima iskrslim zbog različitih razvojnih pravaca u ljudskom društvu. Primjeri ovakvih tendencija se sastoje u daljem formiranju ovih hidroloških disciplina /10/:

1. *Hidrologija kvaliteta voda*, koja ima za cilj proučavanje i opisivanje osnovnih prirodnih procesa, a povezana je sa raznim svojstvima kvaliteta vode i njihovim promjenama.
2. *Hidrološka ekonomija* koja se uglavnom bavi ekonomskim aspektima dobavljanja hidroloških informacija pod uslovima vrlo velike složenosti hidroloških sredina, procesa i odnosa.
3. *Hidrologija zaštite okoline* čija je namjena da sintetizuje informacije iz svih hidroloških poddisciplina ili nauka; naročito je usmjerena na sticanje osnovnih znanja pomoću kojih se rješavaju problemi i konflikti.
4. *Komparativna hidrologija* sa namjenom da istražuje različitosti i sličnosti između različitih regionalnih hidrologija, naročito onih koji su rezultat nezanemarljivih razlika u klimi, topografiji, geologiji, biološkom pokrivaču i lokaciji riječnih slivova na kontinentima.
5. *Hidrologija ekstrema*, čija je namjena da obavlja studiozna istraživanja hidroloških ekstrema, naročito poplava i suša. Ta istraživanja su studioznija od obavljenih klasičnim hidrološkim prilazima, da bi se pomoglo pri kompleksnim rješenjima raznih mjera usmjerenih na ublažavanje uticaja ekstrema koji pogađaju ljudske zajednice.

Hidrologija se teško može zamisliti bez osmatranja i mjerenja. Prikupljanje i obrada podataka su sada, i dalje će to biti, baza većine hidroloških aktivnosti u praksi i osnovna informacija za izvođenje hidroloških zakona i pravila. Prema tome, osnovni zadaci hidrologije nastaviće da budu izdvajanje informacija iz podataka u formi najefikasnijoj za rješavanje praktičnih problema u domenu korisničke hidrologije i izvođenje hidroloških zakona i propisa na naučnoj strani.

Hidrologija je u najširem i doslovnom smislu nauka o vodi, njenim osobinama, pojavi i raspodjeli. Iz praktičnih razloga, međutim, termin koji koriste naučnici i inženjeri dobiva nešto užu smisao da bi se isključili određeni aspekti. Na primjer, ona ne mora pokriti izučavanje oceana (oceanografiju).

Generalno, u okviru hidrologije prepoznaje se pet posebnih poddisciplina: (a) *hidrometeorologija* – izučavanje problema koji su zajednički i za hidrologiju i za meteorologiju; (b) *limnologija* – bavi se izučavanjem jezera; (c) *kriologija* – bavi se izučavanjem snijega i leda; (d) *hidrogeologija (geohidrologija)* – izučava

podzemne vode; i (e) *potamologija* – bavi se izučavanjem riječnih tokova (riječna hidrologija).

Međutim, samo mali broj problema se može ograničiti na samo jednu od gore pobrojanih naučnih disciplina. Ono što je daleko češće, obzirom na interdisciplinarnost izučavanih pojava, rješenje problema jedino se može postići interdisciplinarnim pristupom naučnika iz jedne ili više navedenih oblasti. Činjenica je da je hidrologija jedna izuzetno široka naučna oblasti zbog čega obilno koristi saznanja iz mnogih drugih naučnih disciplina koja ih integriše za svoje interpretacije i potrebe. To su najčešće slijedeće nauke: fizika, matematika, hemija, geologija, geografija, poljoprivreda, mehanika fluida, statistika, operaciona istraživanja, šumarstvo, ekologija, ekonomija, sociologija, pravo, informatika, i druge. Oštro razgraničenje hidrologije od ostalih srodnih nauka je vrlo teško, pošto između pojava i zakonitosti u hidrologiji i zakonitosti bliskih nauka postoji uzajamna veza.

Linsley et al. /14/ sugerišu da u hidrologiji postoje tri najčešća (najvažnija) problema: (a) mjerenje, osmatranje i publikovanje osnovnih hidroloških veličina (podataka); (b) analiza osnovnih hidroloških veličina u cilju razvoja i dopune fundamentalnih teorija (zakona); i (c) primjena tih zakona i podataka za rješavanje praktičnih problema. U suštini hidrologija nije u potpunosti prirodna nauka, obzirom da je objekat analize obično usmjeren praktičnoj primjeni. Obzirom na to, termin *primjenjena hidrologija* se često koristi da bi se naglasila njena praktična važnost.

1.3. HISTORIJA HIDROLOGIJE

Generalno uzevši istorijski razvoj hidrologije sastoji se iz jednog niza različitih perioda. Budući da se ovi periodi preklapaju, njihove vremenske granice ne treba smatrati kao potpuno tačne. Historija i razvoj hidrologije je fascinantna tema. Sažeti pregled razvoja hidrologije primarno je urađen na osnovu izvrsne knjige A. K. Biswas-a «Historija razvoja hidrologije» /1/, kao i V. T. Chow-a «Primjenjena hidrologija» /5/. Prema V. T. Chow-u /5/, razvoj hidrologije dijeli se na osam karakterističnih perioda.

Rani period (do 1400): Zbog veoma malo zabilježenih podataka stari vijek, odnosno taj period razvoja hidrologije često se naziva period nagađanja. U V. T. Chow-ovoj podjeli /6/ ovaj se period tretira kao jedinstven, no unutar njega vidljiva su dva bitno različita osnovna pristupa hidrologiji /17/: (i) zaključivanje na osnovu podataka prikupljenih na osnovu hidroloških osmatranja i mjerenja, pristup koji se razvio u visokim drevnim civilizacijama u vezi sa korištenjem vode za

navodnjavanje i za odbranu od velikih voda (doline rijeka Nila, Eufrata, Tigrisa, Inda, Huang-hoa) i (ii) objašnjavanje kruženja vode u prirodi, koje se uglavnom razvijalo u područjima gdje nije bilo intenzivnoga korištenja vode za navodnjavanje i sistemskih hidroloških osmatranja. Proučavanjem hidrološkog ciklusa bavili su se u stara vremena mnogi mislioci, na primjer Homer, Tales, Platon i Aristotel iz Grčke, te Lukrecijus, Seneka i Plinije iz Rima. Njihovi koncepti dobrim dijelom su bili pogrešni. Međutim, Markus Vitruvijus, koji je živio otprilike u Hristovo vrijeme, prvi je bazično dobro opisao hidrološki ciklus, konstatirajući da podzemna voda potiče uglavnom od dijelova kiše i snijega koji su infiltrirali u podzemlje sa površine terena. Za vrijeme ovog perioda došlo se do izvjesnih grubih hidroloških spoznaja koje su korištene pri projektovanju i izvođenju raznih hidrotehničkih objekata, na primjer bunara u Arabiji, sistema za navodnjavanje u Mesopotamiji i Egiptu, rimskih akvadukta, sistema za vodosnabdijevanje u dolini rijeke Inda, kanala, melioracionih sistema i objekata za odbarnu od poplava u Kini, irigacionih sistema Indijanaca u jugozapadnom dijelu SAD iz 11. i 12. vijeka, kao i objekata Asteka u Južnoj Americi.

Period osmatranja (1400 – 1600): Početak hidrologije kao nauke može se vezati za period renesanse. Za vrijeme perioda renesanse prelazilo se postepeno sa čisto filozofskog razmatranja u hidrologiji na praksu osmatranja hidroloških procesa. Na osnovu osmatranja je svestrani genij Leonardo da Vinci (1452-1519) napisao djelo «O kretanju i mjerenju vode», a poslije Bernard Palissy (1510-1590) «Divan razgovor o prirodi voda i izvora ...» u kojem su postavljena ispravna gledanja na hidrološko kruženje vode, posebno na poniranje padavina i vraćanje voda na površinu putem izvora.

Period mjerenja (1600 – 1700): Može se smatrati da je hidrologija kao savremena nauka počela da se razvija u 17. vijeku sa mjerenjima hidroloških veličina. E. Torricelli (1643) postavio je formulu za određivanje brzine istjecanja tekućine iz posude. Engleski fizičar R. Hook razvio je uređaj za mjerenje brzine vode i uređaj za mjerenje dubine mora. P. Perault 1697. godine na slivu rijeke Sene kod Pariza izračunao dotok vode u Seni na osnovu izmjerenih visina padavina i izmjerenoga isparavanja. Te je rezultate potvrdio P. Mariotte mjerenjem proticaja rijeke Sene kod Pariza (mjereći poprečni presjek rijeke i brzine toka). E. Halley je (oko 1700.) pokazao da je isparavanje iz okeana i mora jedan od glavnih izvora vlage za formiranje padavina.

Period eksperimentalnih istraživanja (1700 – 1800): U toku 18. vijeka znatno se radilo na hidrauličko-hidrološkim eksperimentalnim istraživanjima. Pojavljuju se i prve studije izmjerenih veličina, koje izrađuje niz stručnjaka, kako iz hidrologije tako i iz hidraulike. U njima su objavljena temeljna hidraulička otkrića, npr.

Uvod u hidrologiju

Bernoullijeva jednačina, Venturijev vodomjer, Woltmanovo kolo za mjerenje brzine vode, te Chezyjeva formula iz 1769. godine. Ova otkrića su znatno ubrzala razvoj hidrologije.

Period modernizacije (1800 – 1900): Ranije uvedena osmatranja, mjerenja i ispitivanja prirodnih pojava u ovom periodu se unapređuju nizom teorijskih doprinosa koji predstavljaju osnovu savremene hidrotehnike, pa tako i hidrologije. U izučavanju površinskih voda u to se doba razvija i hidrometrija, počinju se provoditi sistemska hidrološka mjerenja i osmatranja i izvode brojne praktične formule za proračun proticaja vode. Hidrologija se unapređuje iznalaženjem važnih iskustvenih formula za proračun maksimalnih proticaja vode. To je prvenstveno racionalna formula (1847) za proračun maksimalnog oticanja sa sliva. Najviše značajnih doprinosa iz ovog perioda su iz oblasti hidrologije podzemnih voda i mjerenja u okviru hidrologije površinskih voda. Značajna otkrića dali su Darcy, Poiseuille, Dupuit, Meyer, Hazen, i drugi. Od naročitog značaja za hidrologiju površinskih voda je i znatan napredak hidrometrije. Ovo se odnosi na određivanje raznih formula za određivanje brzine tečenja i proticaja, većeg broja hidroloških mjernih uređaja i instrumenata i početak razvoja mreže osmatračkih stanica hidrometeorološke službe. Ističu se radovi autora kao što su Francis, Ganguillet, Kutter, Manning, Ellis, Price, Dalton, i drugi.

Period empirizma (1900 – 1930): Iako je u 19. stoljeću učinjeno mnogo za osavremenjavanje hidrologije, početkom 20. stoljeća u hidrološkim proračunima preovladava iskustveni (empirijski) pristup. Neke od vrlo poznatih formula su formula E. Maillet-a, Keller-a. Sve do početka dvadesetog vijeka nije bilo osjetnijeg napretka u izradi hidroloških metoda za kvantitativno određivanje pojedinih hidroloških veličina. Za to nije bilo ni razvijenih fizičkih baznih teorija kao ni organizovanih naučnih programa za njihovo određivanje. Krajem 19 vijeka i tokom prvih 30 godina 20 vijeka došlo je do znatnog razvoja empirijskih formula i modela u hidrologiji. Za pojedine probleme hidrolog je imao mnogo ponuđenih empirijskih formula, pa je izbor formule, koeficijenata i parametara zavisio znatno od subjektivnog rasuđivanja i ličnog iskustva samog hidrologa. Hidrologija se kao izdvojena naučna oblast u punom smislu počinje razvijati uporedo sa osnivanjem posebnih hidrometeoroloških službi (ili odvojenih hidroloških i meteoroloških službi), instituta i zavoda, te uvođenjem hidrologije kao predmeta na univerzitetima početkom 20. stoljeća /6/.

Period racionalizacije (1930 – 1950): U toku ovog perioda pojavio se jedan broj velikih hidrologa koji su upotrijebili racionalnu analizu umjesto empirijskih prilaza za rješenje izvjesnih hidroloških problema. Neki od njih su Sherman, Horton, Theis, Gumbel, Hazen, Bernard i H. Einstein. Mnoge hidrauličke i hidrološke

laboratorije doživjele su pravi procvat u ovo vrijeme. Značajna je 1932. godina kada se javlja Sherman sa svojim jediničnim hidrogramom. To je jedan od prvih pokušaja da se od empirizma pređe na racionalnu analizu u ovom slučaju na relaciji: jake kiše-oticanje. Otkrića iz ovoga perioda prihvaćena su kao osnova savremene hidrologije i uspješno se primjenjuju u današnjoj hidrološkoj praksi. Pri tome se naročito ističu: teorija jediničnog hidrograma i Hortonov model infiltracije, Gumbelova raspodjela vjerovatnoće ekstremnih vrijednosti, Penmanova formula za proračun isparavanja, Mayer-Peterova formula za proračun pronosa suspendovanog nanosa, te Einsteinova formula za proračun vučenog nanosa.

Period teorijskog razvoja (1950 – danas): Teorijski prilazi i razmatranja hidroloških problema naglo su se razvili počevši od 1950. godine. Tome je doprinjela i solidna osnova već razvijenih raznih racionalnih hidroloških principa, koji su sada mogli da budu podvrgnuti matematičkoj analizi, kao i upotreba računara. Primjeri ovakvih teorijskih hidroloških razvoja su linearna i nelinearna analiza hidroloških sistema, primjena teorije vjerovatnoće i matematske statistike u svim oblastima hidrologije sa pojavom izvanrednih teorijskih hidroloških modela od kojih se mnogi uspješno primjenjuju u praksi, primjena termodinamike za objašnjenje pojava iz oblasti isparavanja, primjena fizike zemljišta za objašnjenje pojava u vezi sa vlažnošću zemljišta, stohastičko generisanje hidroloških podataka, primjena operacionih istraživanja, itd. Većina sadašnjih saznanja iz hidrologije datira od 1930. godine. Prema tome, hidrologija je relativno mlada nauka, u kojoj je još uvijek priličan broj pojava i problema samo grubo teorijski razjašnjen.

U ovom periodu ustanovljene su mnoge hidrološke aktivnosti na međunarodnom planu. Tako je ustanovljen Centar za razvoj vodnih resursa (Water Development Centres-WRDS), Svjetska meteorološka organizacija (World Meteorological Organization-WMO) i Međunarodno udruženje za naučnu hidrologiju (International Association of Scientific Hydrology-IASH).

Imajući u vidu gore navedeno, može se zaključiti da počeci hidrologije sežu u daleku prošlost – još u drevne visoko razvijene civilizacije. Napredak u hidrološkim istraživanjima ovisio je, a ovisi i danas, prvenstveno o potrebama ljudi za korištenjem voda i zaštitom od voda. Kao posebna grana hidrotehnike, hidrologija se vremenom razvijala uporedo s drugim naukama, koristeći po potrebi i njihova dostignuća.

1.4. ZADACI HIDROLOGIJE

Na osnovu prethodnih izlaganja, moguće je zaključiti da je kao nezamjenjiva životna namirnica, sirovina, sredstvo za rad i najrasprostranjeniji biotop, voda bila izvor kontinuirane preokupacije za ljude od početka civilizacije. Ista pitanja i

problemi iz prošlosti su preovladavajući i danas. Koliko vode ima na određenom mjestu ili prostoru? Odakle dolazi voda? Gdje odlazi voda? Kakav je kvalitet vode i kako ga možemo kontrolisati? Šta trebamo raditi kada vode imamo suviše ili premalo? Na sva ova pitanja a i druga, odgovor treba da da hidrologija-nauka o vodi.

Za inženjere koji se bave planiranjem i gradnjom hidrotehničkih objekata hidrologija je nezaobilazan alat. Može se reći, da je na primarna pitanja vodoprivrede, odgovor jedino moguć iz središnjeg saznanja o vodama, i uz uvid u moguće vjerovatne razvoje vodoprivrednih procesa.

U vodoprivrednoj praksi redovno se traže odgovori na niz pitanja kao što su: na koji proticaj treba dimenzionirati regulisano korito vodotoka, preliv na brani ili glavni kolektor kišne kanalizacije, itd., ili do koje kote treba podizati nasipe, dokle može da se podigne podzemna voda i slično. Slična pitanja nameću se i kod niza objekata koji nisu vodoprivredni, ali su u dodiru sa vodom. Tako se mogu postaviti slijedeća pitanja: koji se maksimalni vodostaj može očekivati kod mosta i koji proticaj treba da prođe ispod njega; koliki proticaj treba da propusti propust ispod puta ili pruge, da li i koliko često se može očekivati plavljenje puta. Dokle može da se podigne nivo podzemne vode i kakav je tada njegov uticaj na temelje zgrade? Vrijednosti ovih veličina zavise od budućih događaja čije vrijednosti se ne mogu odrediti prije nego što se događaj desio. Odgovori na postavljena pitanja i slična, presudni su za projektovanje vodoprivrednih i niza drugih objekata. Podaci sa kojima se raspolaže, metodi i kriterijumi koji se primjenjuju, manja ili veća pouzdanost, odnosno neizvjesnost, određuju kakvi će se uslovi nametnuti u projektovanju objekata.

Ilustraciju zadatka jednog hidrologa E. M. Wilson /22/ predstavio je na slijedeći način.

Pretpostavimo, na primjer da se neko naselje želi snabdjeti vodom ili poboljšati svoje uslove snabdijevanja. Inženjer hidrotehničar prvo mora istražiti izvore vodosnabdijevanja; ako je možda prethodno našao nenaseljenu slivnu površinu u planinskom regionu, on mora izvršiti procjenu kapaciteta potencijalnih izvorišta na tom prostoru sa kojih će vršiti snabdijevanje naselja. Koliko kiše može pasti na tu slivnu površinu? Koliko mogu trajati sušni periodi i ako u tim periodima nema dovoljno vode, koliku će zapreminu akumulacije trebati izgraditi za obezbjeđenje potrebnog proticaja? Koliko će oticanje biti umanjeno zbog gubitaka na isparavanje i transpiraciju? Da li je bolje snabdjeti se vodom zahvatanjem površinskih voda ili je vodu bolje zahvatiti iz podzemlja putem bunara? Pitanja ovdje ne prestaju. Ako se za potrebe formiranja akumulacije gradi brana koliki kapacitet preljeva na njoj treba projektovati? Koliki dijametar treba da ima cjevovod za dovod vode do

naselja? Za sva ova pitanja i mnoga druga koja se mogu pojaviti kod rješavanja ovog problema hidrolozi moraju obezbijediti relevantne odgovore. Često će to biti kvalificirani odgovori a često će biti dati kao vjerovatne vrijednosti, sa željenim odstupanjima u određenom vremenskom periodu.

Poznavanje hidrologije je neophodno i za inženjere koji se bave navodnjavanjem i odvodnjavanjem, izgradnjom autoputeva, odnosno njihovom odvodnjom, vodosnabdijevanjem stanovništva i industrije, iskorištavanjem vodnih snaga za proizvodnju električne energije, odbranom od poplava i nizom drugih inženjerskih djelatnosti.

Neke od ključnih činjenica koje treba razmotriti kod planiranja i projektovanja hidrotehničkih objekata za gore navedene inženjerske djelatnosti su:

- vrijednosti maksimalnih proticaja koji se mogu pojaviti (očekivati) na mjestima izgradnje hidrotehničkih objekata,
- vrijednost minimalne zapremine akumulacije potrebne za zadovoljenje potreba za vodom svih planiranih korisnika te akumulacije,
- vrijednost minimalnih proticaja koji se mogu pojaviti tokom nekog sušnog perioda na mjestima izgradnje hidrotehničkih objekata,
- veličina mogućeg smanjenja poplavnih valova nizvodno, nakon izgradnje objekata za smanjenje poplava,
- mogućnost zahvatanja određenih količina vode iz neke rijeke za potrebe navodnjavanja, proizvodnju električne energije, snabdijevanje vodom stanovništva i industrije,
- podobnost vodotoka za odvijanje plovidbe, uzgajanje riba, rekreaciju, i drugo.
- količine riječnog nanosa koje data rijeka pronosi u profilima (lokacijama) od interesa,
- termički režim date rijeke na njenim odabranim lokacijama,
- kvalitet voda u profilima (lokacijama) od interesa.

Hidrologija treba da osigura potrebne podatke i za rješavanje slijedećih praktičnih zadataka /17/:

- prikupljanje i obradu hidroloških podataka (rezultata osmatranja i mjerenja hidroloških veličina),
- pravilno vodoprivredno računanje,
- ekonomično dimenzioniranje objekata,
- procjenu sigurnosti objekata od velikih voda, od podlokavanja vodom i rušenja,
- procjenu uticaja režima vodotoka, jezera i podzemnih voda na razne tehničke i privredne probleme i objekte,
- uticaj objekata i raznih mjera na režim vodotoka, jezera i podzemnih voda,

Uvod u hidrologiju

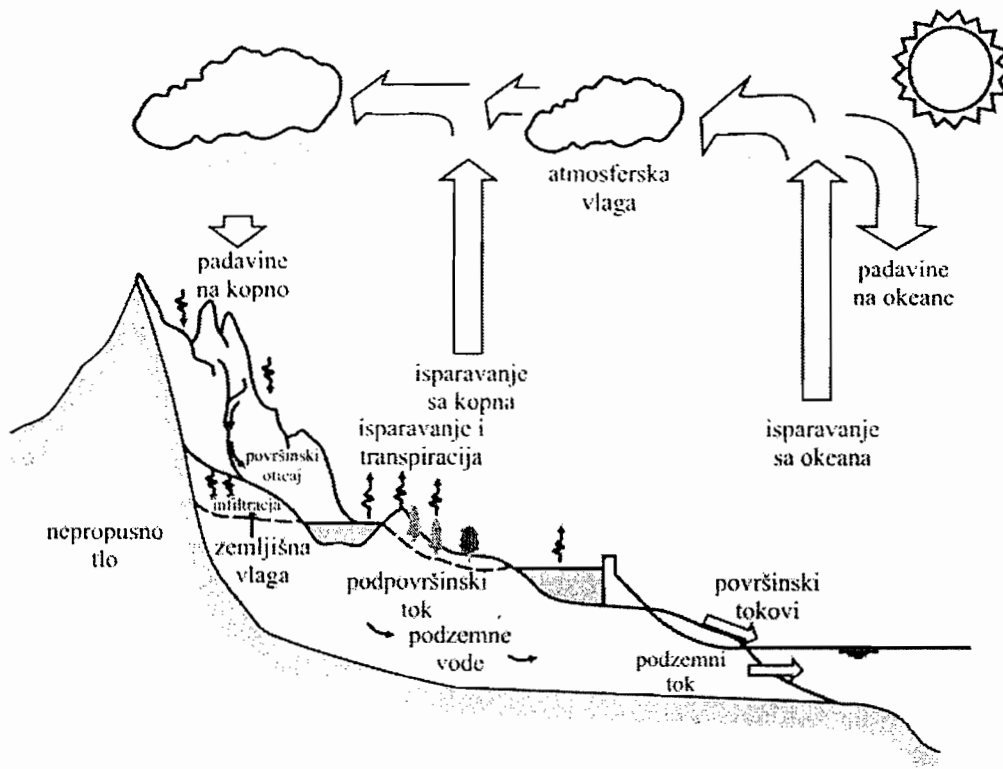
- katastriranje raspoloživih vodnih resursa,
- izučavanje zakonitosti i iznalaženje metoda za predviđanje hidroloških pojava.

Općenito se mogu izdvojiti dva jednako vrijedna područja hidrološke djelatnosti:

- prikupljanje i obrada hidroloških podloga (osmatranja i mjerenja),
- sistematsko analiziranje tih podloga uz maksimalno moguće korištenje teoretskih dostignuća, te uz naglašenu tendenciju da rezultati tih istraživanja budu oblikovani na način, koji će odgovarati potrebama hidrotehničke prakse.

1.5. HIDROLOŠKI CIKLUS

Kružno kretanje vode od okeana, mora, jezera, zatim sa vlažnog tla, kao i sa lišća biljaka do atmosfere, a zatim u vidu padavina natrag na zemlju, gdje se jedan dio te vode skuplja u potoke i rijeke te dopijeva do mora i okeana, naziva se hidrološki ciklus /19/. Glavne komponente hidrološkog ciklusa su padavine, isparavanje i oticanje (površinsko i podzemno) sa kopna. Na putu od atmosfere do okeana dolazi do transporta vode, njenog povremenog zadržavanja i mijenjanja agregatnog stanja. Znatna dio vode koja padne na kopno ne dopijeva do okeana i mora nego se neposredno varaća u atmosferu kao vodena para. Mada se ova pojava dešava u vidu izvjesnog ciklusa, ona je ipak prilično komplikovana. Prvo, jedan dio vode ne mora da prođe kroz cio ciklus, već samo neke faze ciklusa. Na primjer, padavine se mogu izlučiti direktno na more, na jezera ili na rijeke. Drugo, postoji prilična vremenska neravnomjernost među pojedinim ciklusima. Za vrijeme dugotrajnih suša stiče se utisak kao da je ciklus stao. Treće, na intezitet i povratni period ciklusa utiču fizičko-geografske karakteristike i klima, budući da je glavni pokretač hidrološkog ciklusa, odnosno dinamičkih procesa formiranja i transporta vodene pare sunčeva energija, koja opet varira u zavisnosti od geografske širine i doba godine. Glavna pokretačka snaga za pojave padavina i tečenja u vodotocima su termodinamički procesi u atmosferi i sila gravitacije. Najzad, pojedine faze hidrološkog ciklusa mogu biti veoma složene, a čovjek svojom aktivnošću može izvršiti izvjestan uticaj na režim oticanja površinskih, pa i podzemnih voda. Slikoviti prikaz hidrološkog ciklusa, sa njegovim osnovnim komponentama, dat je na slici 1.1.



Slika 1.1. Prikaz hidrološkog ciklusa /12/

Voda isparava sa površine okeana, mora, jezera i rijeka, kao i sa vlažnog tla pod uticajem sunčeve energije. Padavine se javljaju u vidu snijega, grada ili kiše. Jedan dio tih padavina na kopnu formira mrežu vodotoka i voda teče natrag prema okeanima i morima. Dio od padavina koji se izluči na kopnu infiltrira u tlo i ponire naniže (perkolacija) do slojeva zemlje zasićenih podzemnom vodom, koji se nalaze ispod nivoa podzemne vode ili tzv. freatske površine. I ova podzemna voda se često kreće, mada vrlo sporo, kroz vodonosne slojeve do nekog vodotoka ili se pak kreće dalje direktno do mora. Jedan dio vode zadržava se u zemljištu iznad freatske površine u vidu zemljišne vlage. Svojim korjenovima biljke upijaju jedan dio vode iz zemljišta, i veći dio te vode isparava kasnije sa lišća tih biljaka u atmosferu putem procesa transpiracije /19/.

Voda koja dospije na površinu terena dijelom ispari u atmosferu, a dijelom otiče po površini terena skupljajući se u potoke, rječice i rijeke. Isparavanje se vrši i sa površine vodotoka i jezera. Onaj dio površinskog oticaja koji ne ispari, konačno dospije do okeana ili mora. Podzemna voda se kreće veoma lagano, i njen najveći dio dospije do nekog vodotoka ili do morske obale, i cio ciklus ponovo počinje. Voda prodire u Zemljinu koru do dubine od stotine i hiljade metara. Vijugavim podzemnim putevima ona ponekad teče na vrlo velike daljine i izlazi na površinu u vidu jezera, potočića i močvara, napaja rijeke u sušno godišnje doba, ili

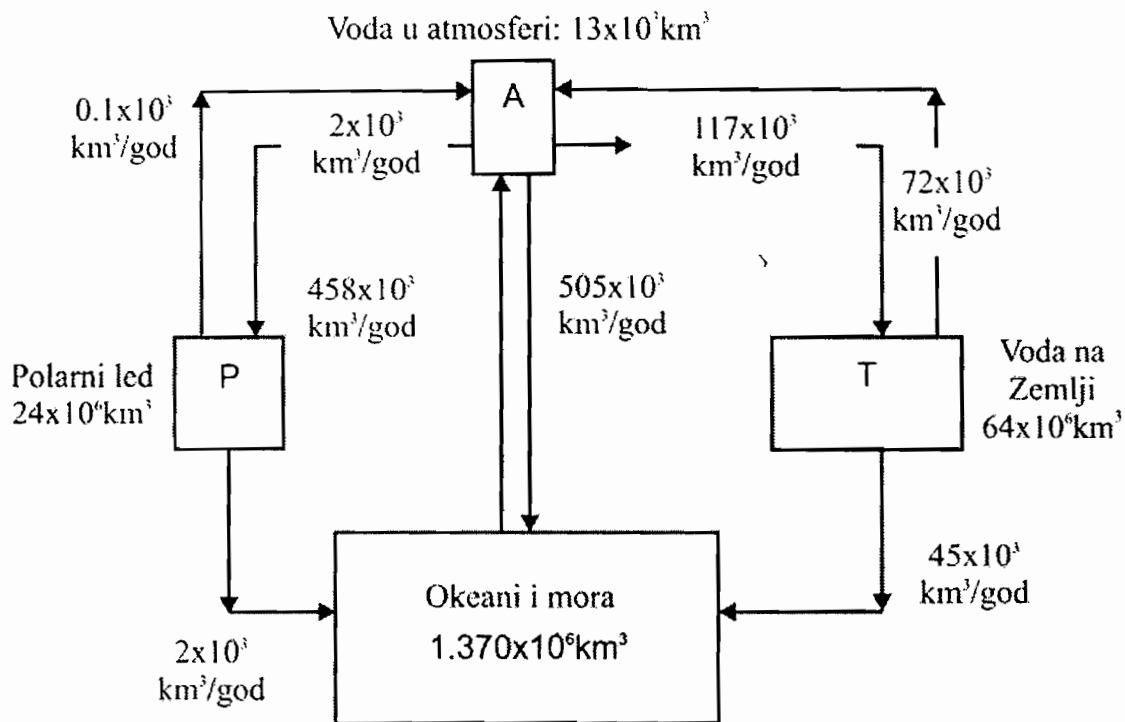
jednostavno utiče u mora i okeane. Ali kada zemlja, dovoljno zasićena vodom, ne može da primi kišnu vodu, ova otiče po njenoj površini, skupljajući se u nadzemne potoke, stvara velike vodene površine, koje u konačnici opet otiču u okean. Jedan dio vode koja je ovlažila zemlju upija korjenje biljaka. Zasićena hranjivim solima, ona se diže kroz stabla i stabljike, i preko lišća vraća se u atmosferu u vidu vodene pare. Voda može da padne na zemlju i u vidu snijega. Tada će se, težeći ka okeanu, zadržati do proljeća. A ako snijeg padne na vrhove visokih snježnih planina, na Antarktiku ili Grenlandu, on tamo može da ostane mnoge desetine, stotine pa čak i hiljade godina; tokom vremena pretvoriće se u led, u glečere koji se polahko kreću nadole. Na taj način, voda ima mnogo puteva na Zemlji, pa je zaista nemoguće unaprijed reći kakva sudbina, kakav put – dugačak ili kratak, prav ili vijugav – predstoji vodenoj kapi koja je napustila okean prije nego što će se vratiti nazad.

Hidrološki ciklus se dešava u atmosferi, hidrosferi (na površini) i litosferi. Voda prodire u zemlju prosječno do 1 km, a u atmosferu do 12 km, pa se čitav proces dešava u amplitudi od oko 13 km.

Najznačajnije komponente hidrološkog ciklusa sa aspekta primjenjene hidrologije su: isparavanje i transpiracija, padavine, intercepcija, površinsko oticanje, infiltracija, i podzemne vode. Za hidrološku praksu je potrebno gore pobrojane elemente hidrološkog ciklusa izraziti kvantitativno u toku određenog vremenskog intervala, i opisati učestalost hidroloških ciklusa.

Postoje različiti kvantitativni prikazi hidrološkog ciklusa, odnosno njegovih najznačajnijih komponenti, zavisno od autora. Međutim, svi oni, bez obzira na neznatne razlike u vrijednostima pojedinih komponenti hidrološkog ciklusa, omogućavaju njegovo bolje razumijevanje.

Jedan od mogućih sažetih prikaza raspoređenosti voda na zemlji sa svim ključnim komponentama vodnog bilansa dat je na slici 1.2. Iz tog prikaza vidi se da od oko $1,46 \times 10^9 \text{ km}^3$ vode na Zemlji samo $45 \times 10^3 \text{ km}^3$ (3%) otpada na obnovljive slatke vode, koje kao pozitivna razlika između padavina i isparavanja na kopnu otiču prema morima. Sunce, kao osnovni izvor energije na Zemlji obavi čitav rad na kruženju vode zagrijavanjem. S mora isparava $458 \times 10^3 \text{ km}^3$, a sa kopna $72 \times 10^3 \text{ km}^3$, dok na kopno pada oko $117 \times 10^3 \text{ km}^3$ padavina. Kada bismo zapreminu vode koja ispari sa cijele Zemljine lopte prosuli po čitavoj planeti, nastao bi sloj vode debljine oko jedan metar. Zahvaljujući isparavanju i ponovnoj kondenzaciji vodni resurs ima tri izuzetno značajne komponente obnovljivosti: obnovljivu količinu, obnovljiv kvalitet i obnovljivu potencijalnu energiju, definisanu padom.



Slika 1.2. Raspored voda na Zemlji i globalni bilans /7/

Iz prethodnog prikaza slijedi da se hidrološki ciklus može podijeliti na tri glavne faze: (i) padavine, (ii) isparavanje i (iii) površinsko i podzemno oticanje (sa kopna). Pri tome, u ovim fazama dolazi do: (a) transporta vode, (b) privremenog zadržavanja i (c) promjene agregatnog stanja vode. Sa slike 1.2 se takođe vidi da dobar dio vode koja je pala na kopno ne dopijeva do okeana, nego se neposredno vraća u atmosferu kao vodena para. Tabela prikaz tri glavne faze na Zemlji dat je u tabelama 1.1 i 1.2, a raspored istih faza po kontinentima u tabeli 1.3.

Tabela 1.1. Kvantitativni globalni prikaz bilansa voda na Zemlji /12/

| Oblast | Površina | | Padavine, P | | Oticanje, Q | | Isparavanje, E | |
|--------|---------------------|-----|-------------|---------------------|-------------|---------------------|----------------|---------------------|
| | 10^6 km^2 | % | mm | 10^3 km^3 | mm | 10^3 km^3 | mm | 10^3 km^3 |
| Okeani | 361 | 70 | 1120 | 405 | 0 | 0 | 1250 | 451 |
| Kopno | 149 | 30 | 720 | 107 | 310 | 46 | 410 | 61 |
| Ukupno | 510 | 100 | 1000 | 512 | | | 1000 | 512 |

Tabela 1.2. Kvantitativni globalni prikaz bilansa voda na Zemlji /6/

| | Površina 10 ⁶ km ³ | Padavine P | | Evapo- transpiracija ET | | Oticanje (doticanje) u more Q | | | | | |
|----------------------------|---|---------------|-----------------|-------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|--------|-----------------|
| | | mm | km ³ | mm | km ³ | Površinsko | | Podzemno | | Ukupno | |
| | | | | | | mm | km ³ | mm | km ³ | mm | km ³ |
| Planeta Zemlja | 510 | 1130 | 577000 | 1130 | 577000 | - | - | - | - | - | - |
| Okeani i (mora) | 361 | 1270 | 458000 | 1400 | 505000 | 124 | 44700 | 6 | 2200 | 130 | 47000 |
| Kopno (ukupno) | 149 | 800 | 119000 | 485 | 72000 | 300 | 44700 | 15 | 2200 | 315 | 47000 |
| Kopno (sa oticanjem) | 119 | 924 | 110000 | 529 | 63000 | 376 | 44700 | 19 | 2200 | 395 | 47000 |
| Kopno (bez oticaaja) | 30 | 300 | 9000 | 300 | 9000 | - | - | - | - | - | - |

Iz tabele 1.1. za kopno, na osnovu jednačine bilansa:

$$P_k = Q_k + E_k \quad (1.1)$$

se dobija $E_k = P_k - Q_k = 720 - 310 = 410 \text{ mm/god.}$ i prosječni koeficijent oticanja (odnos otekle prema paloj vodi) $310/720=0,43$. Ako se pak izdvoji dio kopna sa kojeg voda ne otiče, sa površinom od oko $30 \cdot 10^6 \text{ km}^2$, i padavinama od 300 mm/god. (tabela 1.2), na površinu sa oticanjem otpada $119 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ sa visinom padavina 924 mm/god. (tabela 1.2), pa je koeficijent oticanja $300/924=0,33$, dok je prosječno isparavanje sa te površine $924-300=624 \text{ mm/god.}$ Oticanje sa okeana je nula, što ne proizilazi iz tabele 1.1. Ako se uzme u obzir dotok sa kopna od 310 mm , onda je odgovarajući sloj vode u okeanu $310 \cdot 0,3/0,7=130 \text{ mm}$, pa je isparavanje sa okcana $E_o = 1120 + 130 = 1250 \text{ mm/god.}$ Koeficijenti 0,3 i 0,7 predstavljaju učešće kopna, odnosno okeana u ukupnoj površini planete.

Tabela 1.3. Raspodjela količine slatke vode po kontinentima /16/

| | Površina 10 ⁶ km ² | Padavine mm km ³ | | Oticaj | | | Isparavanje mm km ³ | |
|-----------------------------------|---|-----------------------------------|--------|--------|-----------------|---------------------------------------|--------------------------------------|-------|
| | | | | Ukupni | | Potpo- vršinski km ³ | | |
| | | | | mm | km ³ | | | |
| Evropa ^{a)} | 9,8 | 734 | 7165 | 319 | 3110 | 1065 | 415 | 4055 |
| Azija | 45,0 | 726 | 32690 | 293 | 13190 | 3410 | 433 | 19500 |
| Afrika | 30,3 | 686 | 20780 | 139 | 4225 | 1465 | 547 | 16555 |
| Sjeverna Amerika ^{b)} | 20,7 | 670 | 13910 | 287 | 5960 | 1740 | 383 | 7950 |
| Južna Amerika | 17,8 | 1648 | 29355 | 583 | 10380 | 3740 | 1065 | 18975 |
| Australija ^{c)} | 8,7 | 736 | 6405 | 226 | 1965 | 465 | 510 | 4440 |
| SSSR | 22,4 | 500 | 10960 | 198 | 4350 | 1020 | 300 | 6610 |
| Cjelo kopno ^{d)} | 132,3 | 834 | 110305 | 294 | 38830 | 11885 | 540 | 71468 |
| Australija | 7,7 | 440 | 3390 | 47 | 362 | 54 | 393 | 3028 |
| Novi Zeland | 0,265 | 2059 | 546 | 1481 | 387 | | 599 | 159 |

a) sa Islandom

b) bez Kanadskog arhipelaga, ali sa srednjom Amerikom

c) sa Tasmanijom, Novom Gvinejom i Novim Zelandom

d) bez Antartika, Grenlanda, i Kanadskog arhipelaga

U tabelama 1.4. i 1.5. prikazane su količine vode na zemlji, atmosferi i litosferi. Ove procjene variraju od autora do autora.

Tabela 1.4. Globalna raspodjela vode na Zemlji po Ljvoviču /16/

| | Površina u 10 ⁶ km ² | Zapremina u 10 ³ km ³ | % od ukupne zapremine |
|------------------------|---|--|--------------------------|
| Okeani | 360 | 1 370 000 | 93,93 |
| Podzemna voda (ukupno) | | 60 000 | 4,39 |
| Polarni led i glečeri | 16 | 24 000 | 1,65 |
| Jezera | | 280 | 0,016 |
| Zemljina vlaga | | 80 | 0,005 |
| Atmosferska voda | 510 | 14 | 0,001 |
| Rijeke | | 1,2 | 0,0001 |
| Ukupno hidrosfera | | 1 454 375 | 100,00 |

Tabela 1.5. Globalna raspodjela vode na Zemlji /6/

| N ^o | Dio hidrosfere | Površina km ² | Zapremina km ³ | Udio u vodnim rezervama Zemlje | |
|----------------------|--|--------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| | | | | u odnosu na ukupne rezerve | u odnosu na rezerve slatke vode |
| LITOSFERA (L) | | | | | |
| 1 | Podzemna voda | 134 800 000 | (*) 23 400 000 | 1,7 | - |
| | Slatka | 134 800 000 | 10 530 000 | 0,76 | 30,1 |
| HIDROSFERA (H) | | | | | |
| 1 | Okeani i (mora) | 361 300 000 | 1 338 000 000 | 96,5 | - |
| 2 | Zemljišna vlaga | 82 000 000 | 16 500 | 0,001 | 0,05 |
| 3 | Glečeri, stalni snijeg, podzemni led u vječito zaleđenim tlima | 16 227 500 | 24 364 100 | 1,766 | 69,56 |
| 4 | Jezer | 2 058 700 | 176 400 | 0,013 | - |
| | Slatka | 1 236 400 | 91 000 | 0,007 | 0,26 |
| | Slana | 822 300 | 85 400 | 0,006 | - |
| 5 | Voda u močvarama | 2 682 600 | 11 470 | 0,0008 | 0,03 |
| 6 | Voda u rijekama | 148 800 000 | 2 120 | 0,0002 | 0,006 |
| 7 | Biološka voda | 510 000 000 | 1 120 | 0,0001 | 0,003 |
| VODA U ATMOSFERI (A) | | 510 000 000 | 12 900 | 0,001 | 0,04 |
| UKUPNE VODNE REZERVE | | 510 000 000 | 1 385 984 610 | 100 | - |
| SLATKA VODA | | 148 800 000 | 35 029 210 | 2,53 | 100 |

(*) Nisu uzete u obzir podzemne rezerve vode na Antartiku procjenjene na 2 miliona km³. U ovom broju sadržan je 1 milion km³ slatke vode.

Prema tabeli 1.5., od ukupnih rezervi vode na planeti Zemlji u iznosu 1.386×10^6 km³, oko 2,5 % je slatka voda, a ostatak je morska i zaslanjena voda. Slatka voda, čije se rezerve procjenjuju na 35×10^6 km³, raspoređena je neravnomjerno na, u i ispod površine tla. Čak 69 % slatke vode je uskladišteno u ledenjacima i vječitom snijegu, dok se 30 % nalazi u podzemnoj vodi. Samo 0,1 % ili $0,1 \times 10^6$ km³ slatke vode se nalazi u jezerima i riječnim tokovima. Ostali oblici slatke vode (vlaga u tlu, voda u močvarama, itd.) procjenjuju se na 0,08 % što iznosi oko $0,03 \times 10^6$ km³.

U hidrološkom ciklusu kreću se ogromne količine vode na Zemlji. Dijelovi ovog ciklusa su vrlo brzi. Prosječno vrijeme izmjene vode u otvorenim vodnim tokovima je oko 16 dana a u atmosferi 8 do 10 dana. S druge strane izmjena vode u ledenjacima traje stoljećima a podzemna se voda mijenja zavisno o dubini

zaližeganja od desetak do hiljade godina. Svi se procesi odvijaju istovremeno i neprekidno na raznim dijelovima planete.

Sa površine kopna od oko 150 miliona km^2 godišnje otiče u okean 45.000 km^3 vode, od čega: 58 % - u Atlanski okean i u Sjeverno more, a 40 % - Tihi i Indijski okean. Ostala 2 % zadržavaju se u oblastima gdje nema oticanja, gdje vlaga koja padne na zemlju ispari ne stigavši u okean. Rijeke su posljednja etapa vode koja se vraća u okean.

Oko polovinu atmosferskih padavina koriste biljke. One iz vode izvlače hranjive soli i za sebe ostavljaju samo neznatnu količinu vode. Glavnu vodenu masu biljke otpremaju natrag u atmosferu. Na primjer, u toku vegetacionog perioda pšenica prebacuje iz zemlje u atmosferu 2000 m^3 vode sa jednog hektara površine.

Podzemna voda je dragocjen i najrasprostranjeniji resurs na zemlji i za razliku od drugih mineralnih resursa, ona ima svoje godišnje obnavljanje padavinama. Procjenjuje se da se od akumulirane podzemne vode, samo oko 0,3 % ($40 \cdot 10^4 \text{ km}^3$) može ekonomično iskoristiti sa danas dostupnom tehnologijom, ostatak je nedostupan obzirom da se nalazi ispod dubine od 800 m. Tako je podzemna voda najveći izvor svježje vode na Zemlji izuzev lednika i polarnih pokrivača od leda. Procjenjuje se da je količina vode unutar 800 m dubine više od 30 puta veća od svježje vode u jezerima i akumulacijama, a oko 3000 puta veća od količine u vodnim tokovima /15/. Danas blizu jedne petine korištene vode na svijetu se dobiva iz podzemnih izvora. Poljoprivreda je najveći korisnik sa oko 80 % potrošnje ukupne količine. Grubo govoreći, treba 1000 m^3 vode za proizvodnju jedne tone žitarica a 2000 m^3 za proizvodnju jedne tone riže.

Koristeći se postojećim (historijskim) podacima, hidrolozi su uradili bezbroj procjena prosječnih godišnjih proticaja svih rijeka na Zemlji. Njihov zbir varira od 35 000 do 50 000 $\text{km}^3/\text{godinu}$, vjerovatno manje od 1 % ukupne zapremine slatkih voda, sa njihovom značajnom varijacijom kako iz godine u godinu, tako od jednog do drugog regiona. Čak do 80 % ukupnog godišnjeg proticaja neke rijeke može proteći tokom perioda velikih (poplavnih) voda uzrokovanih topljenjem snijega ili intenzivnih padavina, a nekoliko mjeseci kasnije taj proticaj može biti izuzetno mali ili čak jednak nuli. Tako rijeka Amazon sa slivnom površinom od 5 870 000 km^2 , drenira 4 % ukupne površine tla na Zemlji. Ona , sa 16 %, doprinosi ukupnom oticanju na Zemlji, dok aridna i semi-aridna područja na zemlji produkuju samo 2 % ukupnog oticanja, uprkos tome što ona obuhvataju više od 40 % ukupne površine tla na Zemlji.

Uvod u hidrologiju

Dužina deset najvećih rijeka: Amazon (6.480 km), Nil (6.450 km), Misisipi sa pritokom Misuri (6.230 km), Parana (4.700 km), Amur (4.350 km), Ob (4.345 km), Lena (4.320 km) Kongo (4.320 km), Volga (3.690 km) i Jenisej (3.350 km). Uzete zajedno dužine ovih rijeka premašuju dužinu ekvatora.

Opšte poznata velika slana jezera koja obično nazivaju morima su: Kaspijsko, Aralsko i Mrtvo. Najveća slatkovodna jezera su Gornje jezero u Sjevernoj Americi ($82 \times 10^3 \text{ km}^2$), Viktorija u Africi ($68 \times 10^3 \text{ km}^2$).

Najveći lednik na svijetu nalazi se na Antarktiku. To je lednik Filhner. Dugačak je 925 km, debeo oko 4.000 m, a površina koju zaprema jednaka je površini države Kalifornija.

Međutim, ključne nevolje svijeta u vezi sa vodom leže u prostornoj i vremenskoj neravnomjernoj raspoređenosti obnovljivih voda. Prosječne padavine na čitavoj planeti su oko 1000 mm (tabela 1.1), ali se mijenjaju u izuzetno širokom rasponu: od pustinjskih zona praktično bez padavina, do nekih zona u tropskom pojasu sa padavinama preko 10.000 mm. Pored prostorne neravnomjernosti velike teškoće nastaju i zbog vremenske neravnomjernosti, koja čak i u vodom bogatim područjima stvara ozbiljne vodoprivredne probleme. Od obnovljivih slatkih voda procjenjuje se, zavisno od autora, da je oko 1/3 stabilan bazni proticaj, dok su ostale 2/3 proticaja vremenski vrlo neravnomjerne, zbog čega je njihovo korištenje vezano sa velikim teškoćama, prije svega zbog neophodnosti izgradnje velikih akumulacija.

Mjerenje elemenata hidrološkog ciklusa koji kontrolišu vodne resurse na pravilan način je neophodan preduslov za definiranje koliko vode je raspoloživo za korištenje. Ovi elementi uključuju kako padavine, isparavanje i proticaje u rijekama, tako i količinu vode koja se nalazi u tlu, akviferima, akumulacijama i ledenjacima. U tabeli 1.7. je dat globalan pregled broja stanica na kojima se vrši mjerenje različitih elemenata karakteristika voda na Zemlji, a tabeli 1.6. pregled nacionalnih institucija koje prikupljaju podatke o hidrološkim mrežama na Zemlji.

Uprkos velikom ukupnom broju hidroloških mjernih stanica, pokrivenost mrežom je nedovoljna, naročito u zemljama u razvoju gdje su potrebe za podacima o režimu voda najveće. Zaista, nacionalne mreže u mnogo zemalja se smanjuju tako da je na osnovu podataka koji se prikupljaju danas teže definirati karakteristike vodnih resursa nego naprimjer 1967. godine. Ustanovljavanjem «Global Runoff Data Centre» u Koblencu-Njemačka i WMO-ovog «GEMS Collaborating Centre for Surface Water and Ground Water Quality» u Burlingtonu-Kanada situacija je poboljšana /21/.

Tabela 1.6. Pregled nacionalnih institucija koje prikupljaju podatke o hidrološkim mrežama na Zemlji /21/

| <i>Osmatrana veličina</i> | <i>Broj institucija</i> |
|---------------------------|-------------------------|
| Sve veličine | 480 |
| Količine površinskih voda | 416 |
| Podzemne vode | 189 |
| Klimatske karakteristike | 280 |
| Pronos nanosa | 158 |
| Kvalitet voda | 220 |

Tabela 1.7. Osnovne karakteristike mreže hidroloških stanica na Zemlji /21/

| <i>Osmatrana veličina</i> | <i>Broj stanica</i> |
|-------------------------------|---------------------|
| Padavine | 194 000 |
| Isparavanje | 14 000 |
| Proticaji | 64 000 |
| Nanos (suspendovani i vučeni) | 16 000 |
| Kvalitet vode | 44 000 |
| Podzemne vode | 146 000 |

1.6. VODNI BILANS

Hidrološki ciklus opisuje sveukupni proces cirkulacije i preraspodjele vode u atmosferi i na zemlji. Ciklus oticaja je dio hidrološkog ciklusa koji opisuje raspodjelu vode i njenu evoluciju od trenutka kada je kiša pala na tlo, do momenta kada je voda dospjela do površinskih vodotoka, ili se neposredno vratila u atmosferu putem evapotranspiracije.

Dio padavina koji otiče površinskim ili podzemnim putem naziva se oticanje («višak» padavina, efektivne ili neto padavine). Razlika između ukupnih (bruto) padavina i neto padavina predstavlja «gubitke» (sa stanovišta oticanja). Gubici su, dakle, preostala kiša koja ne doprinosi oticanju.

Ciklus oticaja se u hidrološkoj praksi uvijek posmatra za neko ograničeno područje (prostor). Kvantifikacija ciklusa oticaja u smislu da se svi faktori

uključeni u ciklus izraze kvantitativno i dovedu u međusobnu zavisnost naziva se vodnim bilansom.

Dakle, bilans se može definirati kao rezultat svih faktora koji djeluju na jedan ograničen prostor bilo da se radi o akumulacionom jezeru, kanalu riječnog toka, slivnom području jednog vodotoka ili o administrativno teritorijalnoj jedinici (recimo teritorij Bosne i Hercegovine). Svako od vodnih područja može se definirati kao jedan sistem.

U hidrološkim razmatranjima upotrebljava se naziv «vodni bilans» zbog toga što se upravo pravi račun o ulazu, izlazu i zalihi voda posmatranog područja, i on se mora «knjigovodstveno» slagati – baš kao i svaki bilans, gdje se uvijek obračunaju i sravnjuju, odnosno uravnotežuju (sama riječ «bilans» znači baš to) ulazi i izlazi (prihodi i rashodi) i zaliha (stanje) /9/.

Vodni bilans može se prikazati za bilo koje područje i za bilo koji period. Samo po sebi je jasno, ali treba podsjetiti, da se prethodno moraju utvrditi granica prostora za koji se radi bilans i da se moraju istovremeno posmatrati ulaz, izlaz i promjena stanja u prostoru (sistemu). Uz ovo, svi uticaji se moraju izraziti u istodimenzionalnim veličinama. Na primjer, sve u zapreminama, ili sve u visini sloja vode (zapremina vode podjeljena sa površinom područja koje se izučava), ili sve u zapremini u jedinici vremena (što se naziva proticaj).

Za određeni omeđeni prostor kroz određeno vrijeme razlika doticanja (ulazna količina) i oticanja (izlazna količina) kroz površinu koja omeđava taj prostor, mora da bude jednaka promjeni količine vode u tom prostoru (sistemu). To proizilazi iz stava o konstantnosti mase, jer ne može voda jednostavno nestati, ili se naprasno stvoriti – to je načelo na kome se zasniva i jednačina o konstantnosti, ili jednačina kontinuiteta mase u Mehanici fluida.

Imajući u vidu naprijed rečeno, osnovna jednačina hidrološkog bilansa u najopštijoj formi se može napisati:

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_u(t) - Q_i(t) \quad (1.2)$$

gdje je:

$V(t)$ – stanje sistema, odnosno zapremina akumulirane vode u posmatranom sistemu,

$Q_u(t)$ – ulaz u sistem, odnosno doticaj vode u sistem,

$Q_i(t)$ – izlaz iz sistema, odnosno oticaj vode iz sistema.

Sve varijable u jednačini (1.2) su kontinuirane funkcije vremena. U hidrološkoj praksi rad sa kontinuiranim promjenljivim skoro nikada nije neophodan. Zbog toga se varijable posmatraju samo u određenim tačkama vremena, uz pretpostavku da su varijacije između tih tačaka zanemarljivo male.

Uvažavajući ovu pretpostavku, jednačina (1.2) se može napisati u slijedećem obliku:

$$\frac{V(t + \Delta t) - V(t)}{\Delta t} = Q_u(t) - Q_i(t) = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (1.3)$$

gdje je:

$V(t)$ – stanje sistema u vremenu (t) ,

$V(t+\Delta t)$ – stanje sistema u vremenu $(t+\Delta t)$,

$Q_u(t)$ i $Q_i(t)$ – imaju isto značenje kao i u jednačini (1.2) samo što su ovdje posmatrani u određenim trenucima vremena.

Komponente bilansa $Q_u(t)$ i $Q_i(t)$ se u principu sastoje od više elemenata. Tako na primjer, komponente ulaza u jedan akumulacioni bazen mogu biti površinski doticaj i podzemni doticaj, dok komponente izlaza mogu biti ispuštanje iz akumulacije, isparavanje i procjeđivanje kroz dno akumulacije. Neke komponente bilansa su teško mjerljive, pa se u takvim slučajevima jednačina (1.3) upotrebljava za određivanje jedne nepoznate veličine.

Značaj pojedinih članova bilansa u odnosu na čitav sistem zavisi od velikog broja faktora koji karakterišu posmatrani sistem. Radi toga ne postoji jednostavan recept u pogledu jednačine bilansa koja će se primijeniti na svaki sistem.

Oblik jednačine bilansa zavisi i od vremenskog razmaka Δt . Ukoliko je ovaj period veliki, bilans će biti grublji, a pojedini elementi mogu se čak i izgubiti. Naprotiv, ako je Δt dovoljno malo, bilans će biti tačniji.

Radi razjašnjavanja vodnog bilansa data su dva primjera – izabrani tako da se uviđa njihov praktični smisao. U prvom (slika 1.3.) se količina vode koja će oteći u rijeku upoređuje sa količinom padavina, što je, kako će se kasnije vidjeti, redovni zadatak hidroloških razmatranja. U drugom (slika 1.4.) se ukazuje na bilans jedne akumulacije stvorene da se zahvat vode iz nje može prilagoditi zahtjevanim potrebama, a ne mora biti pod neposrednim uticajem trenutnog doticaja.

Uvod u hidrologiju

Za prvi primjer, jednačina bilansa, uz uzimanje u obzir samo najbitnijih članova izraženih u jedinici zapremine za neki posmatrani vremenski interval Δt , se može napisati kao:

$$Q_u(t) - Q_i(t) = P - (I + G + Q) = \pm \Delta V \quad (1.4)$$

gdje su:

P – padavine pale na posmatrani prostor (slivnu površinu),

I – isparavanje sa slivne površine,

G – gubici (sa stanovišta oticanja) sa slivnog područja, odnosno oticanje vode u podzemlje poniranjem,

Q – oticanje (rijekom) sa slivne površine,

ΔV – promjena sadržaja vode (vlage) u sistemu (tlu).

Kod ovog primjera ΔV se najčešće može zanemariti, pa jednačina (1.4) prelazi u slijedeću jednačinu:

$$Q = P - I - G \quad (1.5)$$

Potrebno je naglasiti da je ovo pojednostavljeno posmatranje vodnog bilansa za slivnu površinu nekog riječnog toka na posmatranom lokalitetu, obzirom, kako će to biti pokazano u narednim poglavljima, da se pojedini članovi bilansne jednačine (I, G i Q) mogu dalje raščlanjivati na podkomponente. Na primjer, isparavanje se može posmatrati kao suma dvije komponente: isparavanja sa tla i isparavanja sa biljaka, a oticanje sa slivne površine kao suma dvije komponente: površinskog i podzemnog oticanja. I neke od pobrojanih podkomponenti, kao što je na primjer podzemno oticanje mogu se dalje raščlanjivati na svoje podkomponente.

Kod drugog primjera, bilansna jednačina se može napisati u slijedećoj formi:

$$(Q + q + P) - (G + I + Z_1 + Z_2) = \Delta V \quad (1.6)$$

gdje su:

Q – doticaj u akumulaciju rijekom,

P – padavine pale na površinu akumulacije,

q – doticaj vode u akumulaciju površinskim slijevanjem sa obala akumulacije,

G – gubici vode iz akumulacije poniranjem (ukoliko postoji),

I – isparavanje vode sa akumulacije,

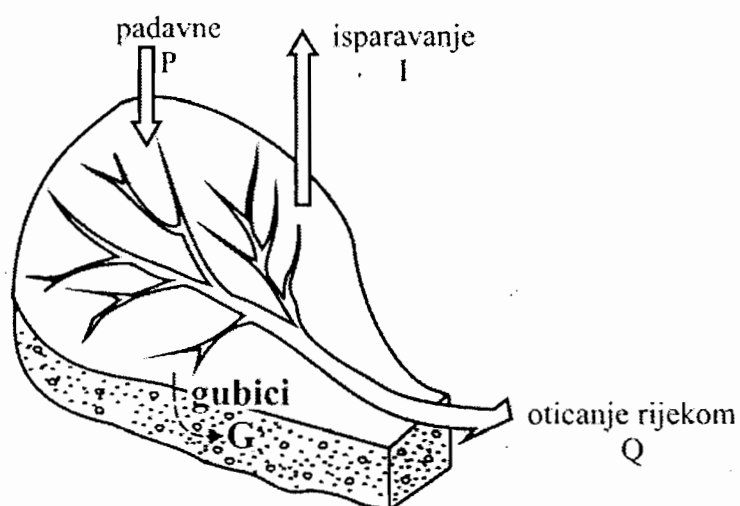
Z_i – ispuštanje vode iz akumulacije za zadovoljenje potreba nizvodnih korisnika,

Z_2 – odvođenje vode iz akumulacije za zadovoljenje potreba korisnika akumulacije (na primjer za proizvodnju električne energije ili vodosnabdijevanje),

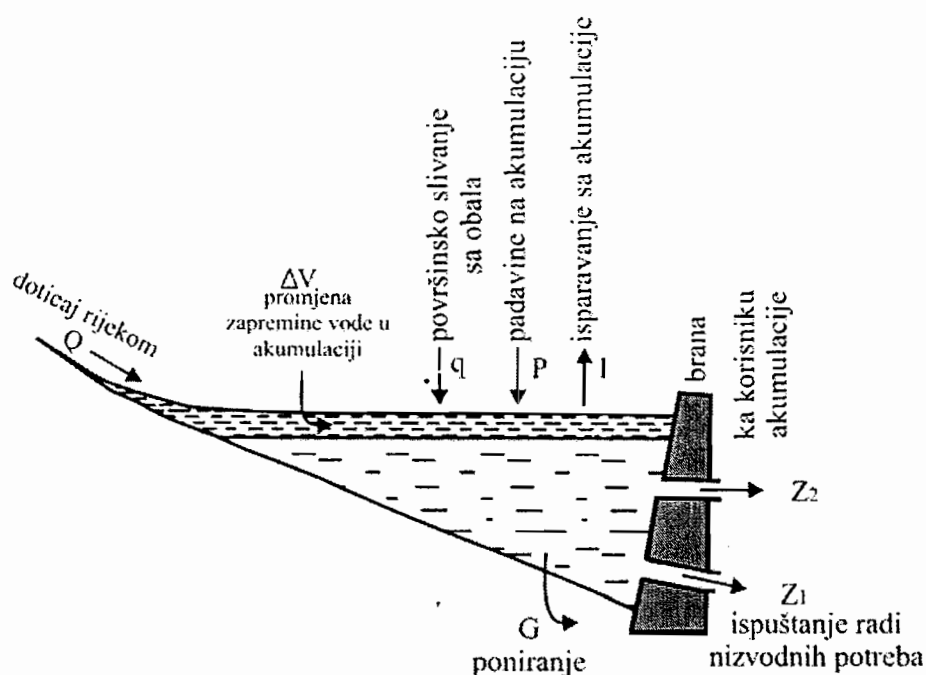
ΔV – promjena zapremine vode u akumulaciji.

U praktičnim razmatranjima gdje su promjene zapremine akumulacije znatne, sa njima i doticaj i ispuštanje iz akumulacije, zanemaruju se ostali članovi bilansne jednačine u odnosu na navedene uticaje, pa jednačina (1.6) prelazi u jednačinu:

$$Q - (Z_1 + Z_2) = \Delta V \quad (1.7)$$



Slika 1.3. Grafički prikaz bilansa voda za slivnu površinu /9/



Slika 1.4. Grafički prikaz bilansa voda za akumulaciju

1.7. LITERATURA

1. Biswas, A. K., 1970. *History of Hydrology*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
2. Bonacci, O., 2003. *Ekohidrologija vodnih resursa i otvorenih vodotoka*, Građevinsko-arhitektonski fakultet Sveučilišta u Splitu i IGH d.d. Zagreb.
3. Bonacci, O., 2004. *Trenutačno stanje i potrebe razvoja hidrologije*, Hrvatske vode, Godina 12, Broj 47., Zagreb.
4. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
5. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
6. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
7. Đorđević, B., 1990. *Vodoprivredni sistemi*, Naučna knjiga i Građevinski fakultet Beograd, Beograd.
8. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
9. Hajdin, G., 1976. *Osnovi hidrotehnike – I deo*, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd
10. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija- I dio*, Hidrotehnički institut «Jaroslav Černi», Beograd.

11. Jevđević, V., 1991. *Tendencije u hidrološkim istraživanjima i njihova primena u 21. veku*, Vodoprivreda 23., Beograd.
12. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
13. Klemes, V., 1986. *Dilettantism in Hydrology-Transition or Destiny?*, Water Resour. Res., 22., No. 9.
14. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
15. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
16. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
17. Raghunath, H. M., 1987. *Ground Water*, Wiley Eastern Limited, New Delhi, India.
18. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
19. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
20. Žugaj, R., 2000. *Hidrologija*, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb.
21. WMO i UNESCO, 1997. *The World's Water – Is There Enough?*
22. Wilson, E. M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britain.

... „Vode bi, možda, u globalu i bilo dovoljno da zadovolji sve potrebe. Međutim, ona kao da teži da se nađe u pogrešno vrijeme, na pogrešnom mjestu, sa pogrešnim kvalitetom.“

(Maksima sa I Konferencije
OUN o vodama, 1977.)

2

HIDROMETEOROLOGIJA

Kao što je to već rečeno u poglavlju 1.2. *hidrometeorologija*, kao dio meteorologije, se definiše kao nauka o atmosferskim procesima koji utiču na vodne resurse na Zemlji a od interesa su za hidrologiju, a time i za sve stručnjake koji se bave hidrotehnikom, odnosno planiranjem, projektovanjem, izgradnjom i upravljanjem vodoprivrednim sistemima i objektima. U ovom udžbeniku, posebna pažnja je posvećena isparavanju i padavinama, koje, pored oticanja, predstavljaju dvije fundamentalne faze hidrološkog ciklusa. Pomenute su i druge pojave u atmosferi koje su ili u vezi sa pomenutim procesima, ili su pak značajne za pojedine oblasti vodoprivrede, odnosno građevinarstva šire.

Klimatologija kao dio meteorologije je nauka o klimi, pri čemu se primarno misli na kolektivno stanje atmosfere na određenom mjestu unutar dužeg vremenskog razdoblja /15/. *Klimatologija*, takođe, proučava karakteristična stanja (prosječna i ekstremna) u atmosferi koja nastaju kao posljedica prirodnih procesa, ili antropogenih uticaja.

Klima se definiše kao skup klimatskih elemenata i faktora koji karakteriziraju srednje fizičko stanje atmosfere iznad određenog mjesta koje može biti malo, ali i vrlo prostrano po površini. Veliki uticaj na klimu ima čovjek, koji mijenja fizička svojstva tla ili atmosfere, kao što su sječa i podizanje šuma, sistematsko navodnjavanje zemljišta, zagađivanje vazduha i sl.

Vrijeme, u klimatološkom smislu, se definira kao srednje stanje meteoroloških promjenljivih u određenom kraćem vremenskom razdoblju i na određenom mjestu u prostoru. Ove promjenjive se izražavaju kvantitativno kao sunčeva radijacija, temperatura i pritisak vazduha, vjetar, sadržaj vlage u vazduhu, količina padavina.

U atmosferskoj fazi hidrološkog ciklusa, sunčevo zračenje (radijacija) predstavlja energiju koja održava ovaj ciklus. Isparavanjem, koje je posljedica toplotne energije koja se dobija od Sunca, mijenja se agregatno stanje vode i obnavlja vlaga u atmosferi. Ovome je suprotan proces formiranja padavina, gdje se vrši konverzija vodene pare u čvrsto ili tečno stanje i oslobađa energija.

Koje klimatske elemente treba izučavati da bi se dobila realna slika klime iznad nekog područja zavisi od svrhe za koju se koriste rezultati klimatskih istraživanja. Sa gledišta hidrometeorologije, koja izučava atmosferske procese koji utiču na vodne resurse na Zemlji, od interesa su klimatski elementi koji imaju direktan uticaj na pojedine faze hidrološkog ciklusa. To su, prije svega, slijedeći klimatski elementi: sunčeva radijacija, zračenje tla, temperatura vazduha, vazdušni pritisak, vlažnost vazduha, oblačnost i trajanje sunčevog sjaja, vjetar, padavine, isparavanje.

2.1. ATMOSFERA

Atmosfera je gasoviti omotač Zemlje. Gasoviti omotač čini vazduh, koji u suhom stanju sadrži 75,51% azota, 23,15% kiseonika, 1,28% argona, zatim ugljen dioksida i drugih gasova oko 0,06%. Promjenljivi sastojci gasovitog omotača su, prije svega, voda u sva tri agregatna stanja, zatim čvrste čestice: prašina, dim, soli. Čvrste čestice reflektuju i rasipaju sunčevu radijaciju i imaju značajnu ulogu u kondenzaciji vodene pare, formiranju oblaka i u procesu nastajanja padavina.

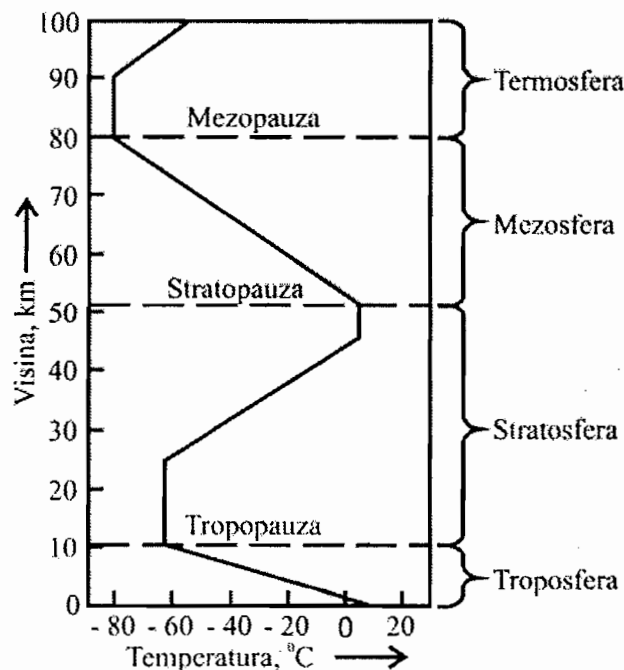
Atmosfera se generalno dijeli na dva sloja i to donji i gornji, a njihova se granica nalazi na visini od oko 50 km. Gustina atmosfere postepeno opada sa visinom, da bi gustina postala beznačajna na visini od oko 600 km. Devet desetina mase atmosfere se nalazi ispod visine od 20 km, a dvije trećine ispod 10 km. Gustina vazduha (ρ) opada sa porastom temperature. Tako, na primjer, pri pritisku od 1013 mb i za temperaturu vazduha $t=-20^{\circ}\text{C}$ gustina iznosi vazduha $\rho=1,395\text{ kg/m}^3$, za $t=0^{\circ}\text{C}$, $\rho=1,292\text{ kg/m}^3$, za $t=20^{\circ}\text{C}$, $\rho=1,204\text{ kg/m}^3$.

U formiranju klime primarnu ulogu igra donji, bitno gušći sloj atmosfere u kojem je koncentrisano 99 % mase atmosfere i unutar koga se odvija gotovo cjelokupni transfer energije bitan za procese na Zemlji.

Atmosferski omotač oko Zemlje se dijeli u pet koncentričnih omotača /10/: *troposferu*, *stratosferu*, *mezosferu*, *termosferu*, i *egzosferu*. Na slici 2.1. prikazani su pomenuti omotači sa pripadajućim temperaturnim profilom.

Troposfera je sloj atmosfere u direktnom kontaktu sa površinom Zemlje. On sadrži svu vlagu, prašinu i gotovo tri četvrtine ukupne mase atmosfere. Unutar njega nastaju padavine i vjetrovi što meteorološke procese u prostoru i vremenu čini jako promjenljivim. Sve ono što zovemo vremenom uglavnom se dešava u troposferi. Debljina troposfere je varijabilna, na polovima iznosi oko 8 do 9 km a iznad ekvatora dostiže 16 do 17 km.

Stratosfera kao drugi sloj atmosfere debljine je od 25 do 50 km. Između nje i troposfere nalazi se prelazni sloj debljine od 1 do 3 km koji se naziva *tropopauzom*. U stratosferi je skoncentrisana najveća količina ozona pa se taj sloj naziva i *ozonosferom*. U prelaznom sloju se javlja *izotermija*, tj. u njemu se temperatura gotovo ne mijenja sa visinom. Izotermija se nastavlja i u stratosferi do visine od 20 do 25 km. Ozon je od primarnog značenja za život na Zemlji pošto on apsorbira najveći dio ultraljubičastog zračenja opasnog za život na Zemlji. Stratosfera završava slojem koji se naziva stratopauza u kojem nema promjene temperature.



Slika 2.1. Grafička predstava podjele atmosfere sa naznačenim temperaturnim profilom /3/

Hidrometeorologija

Na navedene slojeve nastavlja se *mezosfera* do visine od oko 80 km. U tom sloju temperatura naglo opada te na granici u sloju *mezopauze* koja predstavlja prelazni sloj između termosfere i mezofere iznosi -70°C do 80°C .

Četvrti sloj, odnosno *termosfera* dostiže visinu od oko 600 km a temperatura se u njoj mijenja od 1000°C (noću) do 2000°C (danju). Ovako visoke temperature izazvane su djelovanjem Sunčeve energije. U gornjem dijelu mezofere i u cijeloj termosferi javlja se ionizacija gasova pa se taj sloj naziva i *ionosferom*.

Završni sloj atmosfere naziva se *egzosfera*.

Osim navedene podjele postoji i podjela na *homosferu* (od 0 do 100 km) i *heterosferu* (od 100 do 600 km).

Atmosferskom cirkulacijom se naziva pomjeranje vazdušnih masa u atmosferi.

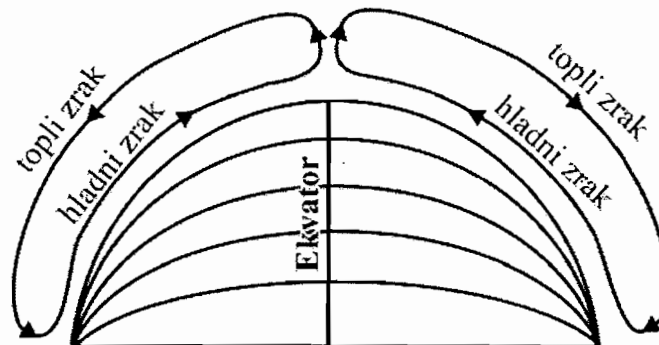
U pojednostavljenom slučaju (uz pretpostavku da Zemlja ne rotira) potpuna toplotna cirkulacija vazdušnih masa bi bila rezultat energije koja dolazi od Sunca kao njenog izvora.

Kretanje vazdušnih masa izaziva razlika u pritisku vazduha između dva regiona, od regiona gdje je pritisak veći, ka regionu sa manjim pritiskom. Osnovni razlog promjene pritiska je neravnomjerno zagrijavanje površina okeana i kopna od Sunca, na raznim širinama i pri različitim oblicima reljefa.

Pod idealnim uslovima, vazduh iznad ekvatora bi se usljed zagrijavanja izdizao i odatle kretao prema sjeveru i jugu postepeno se hladeći. Kad temperatura ove vazdušne mase u blizini polova dovoljno padne, ona bi padala u niže slojeve uz istovremeno stvaranje povećanog vazdušnog pritiska. Zatim bi, na nižim visinama, vazduh nastavio svoj kružni put prema ekvatoru. Pojednostavljena šema atmosferske cirkulacije data je na slici 2.2. Međutim, stvarna atmosferska cirkulacija je vrlo kompleksan proces. Naprijed opisana jednostavna šema je poremećena Zemljinom rotacijom oko sopstvene ose (12 sati hlađenja i 12 sati zagrijavanja vazduha), kao Coriolisovom silom koja utiče na vazdušne tokove od ili prema ekvatoru. Proces atmosferske cirkulacije je poremećen i zbog činjenice da je Zemljina osa nagnuta u odnosu na ravan rotacije oko sunca, odnosno kao rezultat sezonskih promjena. Nadalje, značajan uticaj na cirkulaciju imaju različite termičke osobine kopna i okeana, te prirodne barijere kao što su planinski masivi.

Vazdušni tokovi mogu se formirati iznad morskih površina i kopna. Svojstva im nisu identična i zato razlikujemo morske (vlažne) i kopnene (suhe) vazdušne struje.

Vazduh u kontaktu sa površinom Zemlje se zagrijava procesom *kondukcije* koji predstavlja razmjenu molekula između susjednih (graničnih) tijela zbog molekularnih kretanja. Tim procesom, većina toplotne energije koju zrači Zemljina površina se apsorbira vodenom parom i ugljen dioksidom u donjem sloju atmosfere. Drugi gasovi u kontaktu sa vodenom parom i ugljen dioksidom se zagrijavaju procesom kondukcije. Zbog toga što se gasu koji se zagrijava smanjuje gustina, vazduh koji je u kontaktu sa Zemljinom površinom i zagrijan procesom kondukcije teži da postane lakši. Međutim, pošto se Zemljina površina sastoji od različitih tvari, vazduh u kontaktu sa njima se različito zagrijava, što rezultira u razlikama u gustini vazduha. Sile pritiska usmjeravaju lakši i zagrijaniji vazduh da se penje kroz okolni gušći i hladniji vazduh. Uzlazeći topli vazduh se zbog manjeg atmosferskog pritiska širi i zbog toga hladi. On se i dalje hladi procesom kondukcije i mješanja sa okolnim vazduhom. Kada se uzlazeći vazduh dovoljno proširio i izgubio dovoljno toplote tako da njegova gustina postane jednaka gustini okoline, on se prestane penjati. Penjući, topli vazduh, se naravno zamjenjuje okolnim hladnijim vazduhom. Čitav proces je poznat pod nazivom konvekcija, i predstavlja transport toplote kretanjem materije.



Slika 2.2. Pojednostavljena šema atmosferske cirkulacije na Zemlji

2.2. SUNČEVO ZRAČENJE (RADIJACIJA)

Najvažniji izvor energije koju dobija površina Zemlje je energija zračenja od Sunca (sunčevo zračenje). Budući da Sunce svoju energiju emitira radijalno, sunčevo se zračenje često naziva radijacija. Energija zračenja od Sunca je rezultat odvijanja termonuklearnih procesa na toj planeti usljed specifičnih fizičkih uslova, a primarno visokog pritiska i temperature. Sunce tu energiju zrači u svemir u dva tipa zračenja: (i) zračenje čestica ili korpuskularno zračenje i (ii) elektromagnetsko zračenje. Energija čestica je jako promjenljiva i zanemariva u odnosu na energiju elektromagnetskog zračenja koje je kontinuirano, približno istog intenziteta i

konstantne brzine širenja. Prema tome, skoro sva energija koju prima Zemlja i njena atmosfera dolazi sa Sunca. Od ukupne energije koju Sunce emitira na Zemlju dolazi tek vrlo mali dio koji iznosi ok 5×10^{-10} % od ukupne emisije Sunčeve energije. I taj uslovno govoreći mali dio energije praktički pokreće većinu procesa na Zemlji.

Energija koja tokom dana sa Sunca dolazi na gornju granicu atmosfere ovisi o tri faktora: (i) udaljenosti Zemlje od Sunca, (ii) ugla upada Sunčevih zraka na površinu Zemlje i (iii) dužini svijetloga dijela dana. Sunčeva energija pri svom ulasku u atmosferu u mnogome zavisi od geografske širine i godišnjeg doba i na taj način nastaje tzv. solarna klima. Pod uticajem klimatskih faktora (modifikatora), koji se po svom značaju dijele na tri reda i posebne faktore, iz solarne se klime oblikuje realna (stvarna) klima na Zemljinoj površini. Ti faktori su: procesi u atmosferi, nejednolika raspodjela kopna i mora na površini Zemlje, visina i smjer pružanja planinskih lanaca, reljef zemljišta i položaj mjesta u odnosu na Sunce, i dr.

Ukupna solarna radijacija u jedinici vremena na granici atmosfere, pod pravim uglom u odnosu na sunčeve zrake i na srednjoj udaljenosti Zemlje od Sunca iznosi $1,39 \text{ kW/m}^2$ i naziva se *solarna konstanta*.

Samo jedan dio energije Sunca dopijeva do površine Zemlje kao direktna radijacija, dok preostalu energiju reflektuje, rasipa ili apsorbuje atmosfera ili površina Zemlje. Količina primljene energije zavisi od prirode Zemljine površine i osobine atmosfere. U nekim prosječnim uslovima (oblačnost 52%), 42% energije se rasipa i reflektuje (u svemir), 15% apsorbuju vodena para i ostali gasovi, a 43% sunčeve energije (direktne i rasute) dopijeva do Zemljine površine.

Osim direktnog sunčevog zračenja, na Zemljinu površinu padaju i difuzni sunčevi zraci. Ovo difuzno zračenje nastaje usljed difuzne refleksije direktnog sunčevog zračenja pri njegovom prolazu kroz atmosferu. Jedan dio tog difuzno-refleksionog zračenja koje dolazi do Zemljine površine naziva se nebeskim zračenjem. Zbir direktnog i difuznog zračenja predstavlja tzv. globalno zračenje koje pada na Zemljinu površinu. Izvjestan dio ovog zračenja reflektuje se sa Zemljine površine nazad u atmosferu.

Procenat reflektovane radijacije od neke površine se naziva *albedo*. Prosječni albedo na Zemlji je 0,42 (za vedar dan je albedo 0,21, a za oblačno nebo 0,75). Procenti reflektovane radijacije (albedo) za neke karakteristične dijelove Zemljine površine su dati u tabeli 2.1.

Zemlja se obrće oko svoje ose, a istovremeno se okreće oko Sunca po eliptičkoj putanji, sa Suncem u jednom od fokusa, pri čemu je ekvatorijalna ravan Zemlje nagnuta u odnosu na ravan njene orbite za ugao od $23,5^{\circ}$. Ova dva kretanja utiču na sezonske promjene dužine dana, odnosno na trajanje sunčevog zračenja.

Podaci o prosječnoj dužini dana N u mjesecima godine (od izlaska do zalaska sunca) na pojedinim geografskim širinama su dati u tabeli 2.2.

Stvarno trajanje sijanja Sunca n zavisi od oblačnosti i može biti jednako ili manje od vrijednosti koje su date u tabeli 2.2.

Na osnovu položaja Zemlje u njenoj orbiti i tzv. solarne konstante može se izračunati sunčevo zračenje na površinu Zemlje R_c , u funkciji inteziteta sunčevog zračenja na granici atmosfere R_a , kao:

$$R_c = R_a \left(a + b \frac{n}{N} \right) \quad (2.1)$$

gdje vrijednosti koeficijenata a i b variraju sa geografskom širinom i sezonom (u prvoj aproksimaciji $a=0,2$ i $b=0,5$), n je stvarno trajanje sunčevog sjaja, N je moguće trajanje sunčevog sjaja, a vrijednost inteziteta sunčevog zračenja na granici atmosfere R_a date su u tabeli 2.3. u funkciji geografske širine mjesta i mjeseca u godini. Ako se uzme u obzir albedo r , količina zračenja koja dopijeva do površine Zemlje (dolazeća energija) je:

$$R_d = R_c (1 - r). \quad (2.2)$$

Iz jednačine (2.1) može se uočiti da za dan sa potpunom oblačnošću slijedi $n/N=0$, odnosno da samo oko 20 % solarne radijacije dopijeva na Zemljinu površinu, dok u potpuno vedrom danu dopijeva čak 70 % te radijacije.

Međutim, treba imati u vidu da Zemlja zrači kao crno tijelo i koje zavisi od srednje temperature vazduha, oblačnosti i, u manjoj mjeri, vodene pare u vazduhu. To znači da postoji i tzv. *odlazeća radijacija* (zračenje Zemlje), što onda zahtijeva i uvođenje pojma *neto zračenja* R_n , kao razlike između dolazeće radijacije (sunčevog zračenja na površinu Zemlje) R_d i zračenja Zemlje R_b :

$$R_n = R_d - R_b = R_c (1 - r) - R_b \quad (2.3)$$

Zračenje Zemlje R_b može se izračunati preko izraza /10/:

$$R_b = \sigma T_a^4 \left(0,56 - 0,078 \sqrt{e_d} \right) \left(0,1 + 0,9 \frac{n}{N} \right) \quad (\text{cal/cm}^2/\text{dan}) \quad (2.4)$$

gdje je: σT_a^4 teoretska radijacija crnog tijela, koja se modifikuje funkcijom vlažnosti vazduha (e_d) i stepenom naoblake (n/N). σ je tzv. Stefan-Boltzmanova konstanta ($\sigma=117,74 \times 10^{-9}$ cal/cm²dan, odnosno $\sigma=2,01 \times 10^{-9}$ mm/dan, pri čemu 59 cal/cm²dan isparava 1 mm/dan vode, dok se za istu visinu isparene vode troši 247 J/dan – 1 cal/cm²dan = 4,19 J/cm²dan), $e_d=e$ je stvarni pritisak vodene pare u mb, $T_a = (t \text{ } ^\circ\text{C} + 273)$ – prosječna temperatura vazduha u ⁰K.

Trajanje sunčevog zračenja mjeri se pomoću instrumenta koji se naziva heliograf i koji se sastoji od staklene kugle prečnika 10 cm. Sunčevi zraci fokusiraju se kroz kuglu i spaljuju crni papir na kome je označeno vrijeme. Na bazi ovoga se određuje dužina trajanja sijanja Sunca u dotičnom danu.

Tabela 2.1. Albedo za neke karakteristične površine /6/

| Površina tla | Albedo |
|---|-----------|
| Gusta i tamna šuma | 0,05 |
| Hrastova šuma | 0,18 |
| Jelova šuma | 0,14 |
| Trava, povrće | 0,26 |
| Golo zemljište | 0,10-0,20 |
| Snijeg | 0,46-0,81 |
| Vodena površina (zavisno od ugla zračenja) | 0,04-0,39 |

Tabela 2.2. Srednje dnevno trajanje maksimalnog mogućeg zračenja Sunca u časovima (N), /9/

| Geografska širina | Mjesec | | | | | | | | | | | |
|-------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| 50 ⁰ | 8,5 | 10,0 | 11,8 | 13,7 | 15,3 | 16,3 | 15,9 | 14,4 | 12,6 | 10,7 | 9,0 | 8,1 |
| 48 ⁰ | 8,8 | 10,2 | 11,8 | 13,6 | 15,2 | 16,0 | 15,6 | 14,3 | 12,6 | 10,9 | 9,3 | 8,3 |
| 46 ⁰ | 9,1 | 10,4 | 11,9 | 13,5 | 14,9 | 15,7 | 15,4 | 14,2 | 12,6 | 10,9 | 9,5 | 8,7 |
| 44 ⁰ | 9,3 | 10,5 | 11,9 | 13,4 | 14,7 | 15,4 | 15,2 | 14,0 | 12,6 | 11,0 | 9,7 | 8,9 |
| 42 ⁰ | 9,4 | 10,6 | 11,9 | 13,4 | 14,6 | 15,2 | 14,9 | 13,9 | 12,6 | 11,1 | 9,8 | 9,1 |
| 40 ⁰ | 9,6 | 10,7 | 11,9 | 13,3 | 14,4 | 15,0 | 14,7 | 13,7 | 12,5 | 11,2 | 10,0 | 9,3 |
| 35 ⁰ | 10,1 | 11,0 | 11,9 | 13,1 | 14,0 | 14,5 | 14,3 | 13,5 | 12,4 | 11,3 | 10,3 | 9,8 |

Tabela 2.3. Sunčevo zračenje na gornjoj granici atmosfere R_a (mm/dan), /9/

| Geografska širina | Mjesec | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| 50 ⁰ | 3,7 | 6,0 | 9,2 | 12,7 | 15,5 | 16,6 | 16,1 | 13,7 | 10,4 | 7,1 | 4,4 | 3,1 |
| 46 ⁰ | 4,7 | 7,0 | 10,3 | 13,4 | 15,8 | 16,7 | 16,0 | 14,0 | 11,0 | 7,8 | 5,1 | 4,0 |
| 45 ⁰ | 5,0 | 7,2 | 10,5 | 13,4 | 15,8 | 16,7 | 16,1 | 14,1 | 11,2 | 8,0 | 5,4 | 4,3 |
| 44 ⁰ | 5,2 | 7,5 | 10,7 | 13,7 | 15,8 | 16,7 | 16,1 | 14,1 | 11,3 | 8,2 | 5,6 | 4,5 |
| 43 ⁰ | 5,4 | 7,7 | 10,8 | 13,7 | 15,9 | 16,7 | 16,1 | 14,2 | 11,5 | 8,4 | 5,9 | 4,8 |
| 40 ⁰ | 6,2 | 8,4 | 11,1 | 13,8 | 15,9 | 16,7 | 16,3 | 14,7 | 12,1 | 9,3 | 6,8 | 5,6 |
| 30 ⁰ | 8,1 | 10,5 | 12,8 | 14,7 | 16,1 | 16,5 | 16,2 | 15,2 | 13,5 | 11,2 | 9,1 | 7,9 |

Za mjerenje sunčevog zračenja koristi se više tipova instrumenata. Najpoznatiji su tzv. aktinometri i aktinografi kojima se mjeri intenzitet globalnog zračenja. Najrasprostranjenije metode kvantitativnog uključivanja sunčeve radijacije baziraju se na osmatranjima sunčevih pjega, odnosno prethodnom ustanovljavanju veze između intenziteta sunčeve radijacije i pojave sunčevih pjega. Zato se često pri takvim analizama umjesto intenziteta sunčeve radijacije analiziraju sunčeve pjege.

Da bi se dobile kvantitativne karakteristike sunčeve radijacije koriste se različiti numerički pokazatelji, ustanovljeni empirijskim putem od kojih se najčešće koristi tzv. Volfov broj kojim se iskazuje relativan broj sunčevih pjega, odnosno koji pokazuje aktivnost Sunca u obrazovanju sunčevih pjega. Značaj ovog broja je u njegovoj jednostavnosti i postojanju veoma dugih vremenskih serija osmatranja. Serije godišnjih suma Volfvog broja postoje još od 1700. godine, a mjesečnih suma od 1749. godine. Ustanovljeno je da u sunčevoj aktivnosti, odnosno u vremenskim serijama Volfvog broja, postoji određena periodičnost. Dužine perioda variraju od 9 do 13 godina, sa srednjom vrijednošću od 11,4 godine, zbog čega su mnogi procesi na zemlji ciklični.

2.3. TEMPERATURA VAZDUHA

Na temperaturu vazdušnog omotača Zemlje utiče, između ostalog, sunčeva radijacija. Manji dio toplote koja se nalazi u atmosferi potiče od apsorpcije kratkotalasne sunčeve radijacije, dok pretežni dio toplote dopijeva sa površine Zemlje. Posljedica ovakvog procesa je promjena temperature sa visinom u najnižim slojevima atmosfere – troposferi.

Pošto je temperatura vazduha uglavnom kontrolirana radijacijom od Sunca, njena prostorna raspodjela veoma zavisi od geografske širine. Uprkos znatnim promjenama uzrokovanim drugim uticajima, linije istih temperatura generalno su u pravcu istok-zapad. Promjena temperature u toku godine je takođe u vezi sa geografskom širinom. U tropskim predjelima, gdje se dnevna solarna radijacija malo mijenja u toku godine, promjena temperatura u toku godine je takođe mala; na polovima je promjena solarne radijacije i temperature u toku godine znatno veća.

Na temperaturu vazduha utiču i vodene površine i kopno. Obzirom da se kopno mnogo brže zagrijava od vodenih površina pod uticajem solarne radijacije i mnogo brže hladi preko zračenja Zemljine površine, raspodjela kopna i mora na Zemljinoj lopti je vrlo uticajan faktor na promjenu temperatura sa geografskom širinom. U ljetnjem periodu, kada dolazeća radijacija premašuje odlazeću (radijaciju Zemljine površine) površina Zemlje postaje toplija od površine vode; u zimskom periodu, odlazeća radijacija premašuje dolazeću radijaciju pa se površina Zemlje znatno brže hladi od vodene površine. Zbog toga, temperatura vazduha u nižim slojevima bliže površini Zemlje pokazuje veće godišnje promjene na prostoru kopna nego na prostoru okeana i mora. Sličan ali mnogo manje uočljiv efekat dešava se između dana i noći.

Kada je riječ o uticaju orografije na temperature vazduha, obično temperature vazduha na površini opadaju sa porastom nadmorske visine.

Na temperature utiče i vegetacija, obzirom da drveće vrlo efektno apsorbuje dolazeću radijaciju tako da njen mali dio dolazi do tla. Tokom dana temperatura vazduha blizu površine tla je niža nego na visini drveća. Noću, drveće sprječava gubitke toplote sa tla koje se nalazi ispod. Zbog toga su minimalne temperature tla ispod drveća veće od temperatura tla okolo.

Kao i drugi meteorološki elementi, temperatura vazduha se mjeri kvantitativno najčešće u stepenima celzijusa ($^{\circ}\text{C}$). Za mjerenje temperature koriste se materijali koji mijenjaju svoje osobine pod uticajem temperature, kao što je živa ili alkohol u staklenim termometrima, dva metala koji se različito šire (bimetal) u termografima, itd. Na meteorološkim stanicama u Bosni i Hercegovini se najčešće koriste obični živini termometri (mokri i suhi), maksimalni živin i minimalni alkoholni termometar, termograf (instrument za registrovanje temperature u vremenu) i drugi. Suhi i mokri termometri služe za određivanje vlage vazduha, preciznije pritiska vodene pare e .

Mjerenje temperature vazduha vrši se u meteorološkim zaklonima koji se nalaze na visini od 2 m iznad površine Zemlje. Meteorološki zaklon štiti sve instrumente koji se u njemu nalaze od neposrednog uticaja zračenja, vjetrova i padavina, a izrađen je tako da osigura stalnu cirkulaciju sa vazduhom izvan zaklona, kako bi se omogućilo mjerenje realnih karakteristika vazduha.

Minimalne temperature vazduha se događaju pred izlazak Sunca, a maksimalne 0,5 do 3 sata nakon što je Sunce došlo u zenit. Vertikalni temperaturni gradijent je promjena temperature po jedinici visine i u prosjeku iznosi oko 6,5 °C/km. Sa porastom visine, pritisak vazduha opada tako da određena vazдушna masa poprima veću zapreminu pri čemu se hladi. Generalno uzevši, temperature su više u blizini ekvatora. Međutim, zbog različitih termičkih karakteristika kopna i mora, atmosferskih kretanja, sezone u godini, topografskih karakteristika terena, nadmorske visine i vegetacije ovo se ne može prihvatiti kao pravilo.

Ako se temperatura očitava diskontinualno, srednja dnevna temperatura vazduha se određuje na slijedeći način:

$$\bar{t} = (t_7 + t_{14} + 2t_{21}) / 4 \quad (2.5)$$

gdje indeksi označavaju vremena očitavanja temperature (7, 14 i 21 sat). Termometri i termograf su smješteni u tzv. meteorološkom zaklonu, na 2 m iznad površine tla.

Prosječne mjesečne temperature se određuju kao aritmetička sredina srednjih dnevnih temperatura u datom mjesecu. Višegodišnji prosjek se dobija kao aritmetička sredina mjesečnih temperatura u periodu osmatranja. U tabeli 2.4. su dat višegodišnji prosjeci mjesečnih temperatura koji su dobijeni mjerenjem na nekoliko meteoroloških stanica u Bosni i Hercegovini.

Tabela 2.4. Prosječne mjesečne temperature za nekoliko meteoroloških stanica u Bosni i Hercegovini

| Meteorološka stanica | Mjesec | | | | | | | | | | | | godina |
|----------------------|--------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|--------|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | |
| Sarajevo | -0,9 | 1,5 | 5,1 | 9,4 | 14,1 | 16,9 | 18,9 | 18,5 | 15,1 | 10,4 | 5,3 | 0,3 | 9,6 |
| Mostar | 4,8 | 6,6 | 9,6 | 13,3 | 17,9 | 21,5 | 24,7 | 24,2 | 20,4 | 15,3 | 10,1 | 6,2 | 14,6 |
| Tuzla | -0,7 | 1,7 | 5,7 | 10,4 | 14,8 | 17,7 | 19,3 | 18,9 | 15,4 | 10,6 | 5,6 | 0,9 | 10,0 |
| Banja Luka | -0,7 | 1,9 | 6,1 | 10,9 | 15,6 | 18,9 | 20,6 | 19,7 | 15,9 | 10,8 | 5,9 | 1,2 | 10,6 |
| Bihać | 0,3 | 2,3 | 6,1 | 10,7 | 15,1 | 18,3 | 20,0 | 19,2 | 15,9 | 11,3 | 6,3 | 1,7 | 10,6 |

2.4. VLAGA U VAZDUHU

Pod atmosferskom vlagom se podrazumijeva sadržaj vodene pare u vazduhu. Okeani koji pokrivaju 70 % površine Zemlje, apsorbuju znatan procenat sunčevog zračenja i predstavljaju izvor najvećeg dijela atmosferske vlage. Ostali izvori vodene pare su isparavanja sa površina mora, rijeka, močvara, bara, kao i od isparavanja sa vlažnog tla, i od isparavanja sa biljaka (trnspiracija). Manja količina vodene pare potiče i od ljudskih aktivnosti.

Većina vodene pare formira se isparavanjem sa vodenih površina na uobičajenim temperaturama. Isparavanje vode se javlja zbog toga što neke njene molekule sadržavaju dovoljno kinetičke energije da ih pronešu kroz površinu vode nasuprot silama privlačenja koje nastoje da ih zadrže u vodnom tijelu. Pošto je prirast temperature vode popraćen porastom brzine tih molekula i opadanjem površinskog napona, veličina isparavanja raste sa temperaturom. Molekule mogu napustiti i zaleđenu površinu vode kao što napuštaju površinu tečne vode. Ovaj proces, kojim čvrsta faza (led) prelazi direktno u stanje vodene pare bez prolaska kroz prelazno tečno stanje, naziva se sublimacija.

Svaki gas vrši pritisak zbog postojanja kinetičke energije njegovih molekula. U mješavini, svaki gas vrši parcijalni pritisak neovisno od drugih gasova. Parcijalni pritisak koji vrši vodena para naziva se pritisak vodene pare. Ako je ukupni pritisak vlažnog vazduha u zatvorenoj posudi jednak p i ako iz te posude uklonimo vodenu paru, pritisak preostalog samog suhog zraka p^* biti će manji od ukupnog pritiska p . Razlika $(p-p^*)$ koja je rezultat uklanjanja vodene pare je pritisak vodene pare (e). Za praktičnu upotrebu, maksimalna količina vodene pare koja postoji u nekom datom prostoru je funkcija temperature i nezavisna je od istovremenog prisustva drugih gasova. Kada dati prostor sadrži maksimalnu količinu vodene pare na datoj temperaturi, za taj prostor se kaže da je saturisan (zasićen). Izraz «vazduh je zasićen» se često koristi umjesto izraza «prostor je zasićen» što nije u potpunosti korektno. Pritisak saturisane (zasićene) vodene pare je pritisak nastao od vodene pare u saturisanom prostoru. Za sve parktične svrhe, to je maksimalni pritisak vodene pare moguć na datoj temperaturi.

Sadržaj vodene pare, ili vlažnost vazduha se obično izražava kao parcijalni pritisak vodene pare (u mješavini gasova od kojih se sastoji vazduh) i mjeri se u barima (1 bar=1000 mb=10⁵ N/m²=0,75 mmHg). Vodena para u atmosferi rasprostranjuje se difuzijom, ali poglavito horizontalnim i vertikalnim strujanjem vazduha (advekcijom i konvekcijom). Vodena para je lakša od vazduha i to u odnosu 0,622.

Značaj vodene pare u vazduhu je ne samo zbog njene uloge kod formiranja oblaka i padavina, nego i u tome što ona apsorbuje veliki dio dugotalasne radijacije Zemlje, čime se reguliše intezitet gubitaka toplote sa Zemlje.

Količina vodene pare u vazduhu varira i po vremenu i po prostoru, u zavisnosti od termodinamičkih karakteristika atmosfere i blizine izvora vlage. Najveće koncentracije vlage dešavaju se iznad površine okeana i mora i u blizini ekvatora. Koncentracija vlage smanjuje se sa nadmorskom visinom, sa geografskom širinom i sa rastojanjem od morske obale. Približno jedna polovina ukupne količine vlage u atmosferi sadržana je unutar prvih 1,7 km od površine Zemlje.

Pored drugih meteoroloških elemenata (temperatura, pritisak), vlažnost vazduha predstavlja važan faktor klime.

Nekoliko najvažnijih fizičkih karakteristika vlage u atmosferi su: (i) *zasićenje*, (ii) *tačka rose*, (iii) *deficit saturacije*, (iv) *latentna toplota isparavanja*, (v) *apsolutna vlažnost*, i (vi) *relativna vlažnost*.

Zasićenje. Kao što je već rečeno, kaže se da je vazduh zasićen (saturisan) ako sadrži maksimalnu količinu vodene pare koju može da primi pri datoj temperaturi i pritisku. Što je temperatura viša, potencijalni sadržaj vlage u vazduhu je veći. Za svaki pritisak vazduha i temperaturu postoji maksimalna vrijednost pritiska vodene pare koji se naziva pritisak zasićenja vodenom parom, e_s . Iznad vrijednosti e_s para prelazi u tečnost (kondenzacija) ili čvrsto stanje (sublimacija) ukoliko je temperatura ispod 0°C .

Takvo stanje koje se naziva zasićenim ili ravnotežnim, moguće je izraziti sa ravnotežnim pritiskom vodene pare ili pritiskom zasićenja p_v izraženim u (mb) za koji vrijedi Magnus-Tetensova formula [2]:

$$p_v = c_1 \exp(c_2 t / (c_3 + t)) \quad (2.6)$$

pri čemu su: t temperatura vazduha u $^{\circ}\text{C}$, c_1 ravnotežni pritisak vodene pare pri temperaturi od 0°C ($c_1=6,11$ mb), c_2 i c_3 konstante koje zavise o agregatnom stanju vodene površine pri čemu je c_2 bezdimenzionalna veličina a c_3 ima dimenziju temperature. Za temperature veće od 0°C , $c_2=17,1$ a $c_3=234,2$. Za temperature manje ili jednake 0°C za led $c_2=22,4$ a $c_3=272,4$ dok je za vodu $c_2=17,1$ a $c_3=245,4$.

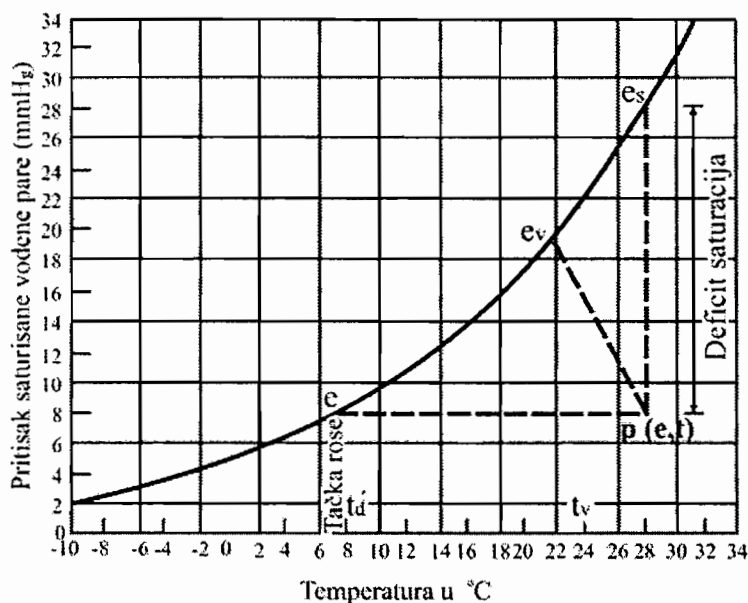
Za pravilno razumijevanje narednih fizičkih karakteristika vlage u atmosferi važan je dijagram koji povezuje pritisak saturisane vodene pare e_s i temperaturu vazduha

t , prikazan na slici 2.3. Za lakše korištenje, zavisnost pritiska saturisane vodene pare e_s i temperature vazduha od 0 do 45 °C data je u tabeli 2.5.

Tabela 2.5. Zavisnost pritiska saturisane vodene pare i temperature /10/

| Temperatura vazduha (°C) | Pritisak saturisane vodene pare | | Nagib krive A (mmHg/°C) |
|--------------------------|---------------------------------|-------|-------------------------|
| | (mmHg) | (mb) | |
| 0,0 | 4,58 | 6,11 | 0,30 |
| 5,0 | 6,54 | 8,72 | 0,45 |
| 7,5 | 7,78 | 10,37 | 0,54 |
| 10,0 | 9,21 | 12,28 | 0,60 |
| 12,5 | 10,87 | 14,49 | 0,71 |
| 15,0 | 12,79 | 17,05 | 0,80 |
| 17,5 | 15,00 | 20,00 | 0,95 |
| 20,0 | 17,54 | 23,38 | 1,05 |
| 22,5 | 20,44 | 27,95 | 1,24 |
| 25,0 | 23,76 | 31,67 | 1,40 |
| 27,5 | 27,54 | 36,71 | 1,61 |
| 30,0 | 31,81 | 42,42 | 1,85 |
| 32,5 | 36,68 | 48,89 | 2,07 |
| 35,0 | 42,81 | 57,07 | 2,35 |
| 37,5 | 48,36 | 64,46 | 2,62 |
| 40,0 | 55,32 | 73,14 | 2,95 |
| 42,5 | 62,18 | 84,23 | 3,25 |
| 45,0 | 71,20 | 94,91 | 3,66 |

Tačka rose je temperatura t_d pri kojoj neka masa nesaturisanog vazduha $P(e,t)$ postaje zasićena kada se hladi, pri pritisku koji ostaje konstantan (slika 2.3.). Ako se vazduh dalje hladi dolazi do kondenzacije vodene pare. Temperatura t_d je temperatura vazduha na kojoj stvarni sadržaj vodene pare ima maksimalni pritisak vodene pare. Dakle, kada vazduh sadrži najveću količinu vodene pare koju, pri datoj temperaturi, može primiti, onda se kaže da je ta vodena para zasićena. Napon zasićene vodene pare zove se maksimalni pritisak vodene pare ili zasićeni pritisak. Mjerenjima u planinskim predjelima ustanovljeno je da pritisak vodene pare opada mnogo brže sa porastom nadmorske visine nego što opada ukupni vazdušni pritisak. Tako je ustanovljeno da se pritisak vodene pare smanji u planinskim predjelima do visine 2000 m na polovinu one vrijednosti koju je imao pri morskome nivou.



Slika 2.3. Veza između pritiska saturisane vodene pare e_s i temperature vazduha

Primjenom već spomenute Magnus-Tetensove formule (2.6) moguće je izračunati temperaturu rosišta t_d (u $^{\circ}\text{C}$), slijedećim izrazom:

$$T_r = \frac{c_3 (\ln p_v - \ln c_1)}{c_2 - (\ln p_v - \ln c_1)} \quad (2.7)$$

Deficit saturacije je razlika između pritiska saturisane vodene pare pri temperaturi vazduha t i stvarnog pritiska (nesaturisane) vodene pare. Deficit saturacije ili zasićenja ($e_s - e$) ukazuje na dodatnu količinu pare koju bi mogao da primi vazduh na temperaturi t , prije nego što postane saturisan. Deficit saturacije značajan je kao pokazatelj mogućnosti isparavanja ali i padavina. Što je on veći mogućnost isparavanja je veća, a mogućnost formiranja i padanja padavina manja.

Latentna toplota isparavanja. Kada voda slobodno isparava troši se određena toplotna energija. Prema tome, kada raste vlažnost, odnosno pritisak pare, pritisak e u masi vazduha P postaje e_v pri temperaturi t_v (slika 2.3.). Ova temperatura t_v se naziva temperatura vlažnog termometra i predstavlja temeperaturu do koje se originalni vazduh (sa temperaturom t) može ohladiti pri isparavanju vode.

Isparavanje rezultira uklanjanjem toplotne energije iz tečnosti koja isparava, dok kondenzacija dodaje toplotnu energiju tečnosti kod koje se kondenzacija javlja.

Latentna toplota isparavanja je količina toplote absorbovane jedinicom mase supstance, bez promjene u temperaturi, pri prelasku iz tečnog u gasovito stanje. Suprotna promjena stanja otpušta ekvivalentnu količinu toplote koja se naziva latentnom toplotom kondenzacije.

Latentna toplota isparavanja vode L , varira u zavisnosti od temperature ali se može tačno definirati do temperature od 40°C pomoću slijedećeg izraza:

$$L = 597 - 0,56 t \quad (\text{cal/g}) \quad (2.8)$$

gdje je t temperatura površine vode u $^{\circ}\text{C}$.

Latentna toplota fuzije je količina toplote apsorbovana jedinicom mase supstance, bez promjene u temperaturi, pri prelasku iz čvrstog u tečno stanje. Može se i definirati kao količina toplote potrebna da pretvori jedan gram leda u tečnu vodu bez promjene u temperaturi. Kada se jedan gram tečne vode pretvori u led, oslobađa se latentna toplota fuzije od $79,7 \text{ cal/g}$.

Latentna toplota sublimacije je količina toplote apsorbovana jedinicom mase supstance, bez promjene temperature, pri direktnom prelasku iz čvrstog u gasovito stanje. To je ista količina toplote potrebna da pretvori jedan gram leda u paru na istoj temperaturi bez prolaska kroz prelazno, tečno stanje. Ona je jednaka zbiru latentne toplote isparavanja i latentne toplote fuzije (na 0°C oko 675 cal/g). Direktni prelazak vodene pare u led, pri istoj temperaturi, i bez prolaska kroz prelazno tečno stanje, oslobađa istu količinu toplote.

Apsolutna vlažnost ρ_v je ekvivalentna gustini vodene pare na datoj temperaturi:

$$\rho_v = \frac{\text{masa vodene pare (g)}}{\text{zapremina vazduha (m}^3\text{)}} = \frac{m_v}{V} \left(\text{g / m}^3 \right) \quad (2.9)$$

Gustina vodene pare se može izraziti i kao:

$$\rho_v = 0,622 \frac{e}{RT} \quad (2.10)$$

e – stvarni pritisak vodene pare u vazduhu,

R – konstanta suhog vazduha ($2,876 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}^2/^{\circ}\text{K}$),

T – apsolutna temperatura (pretpostavlja se jednaka temperaturi vazduha u kojoj je sadržana) – $^{\circ}\text{K}$,

0,622 – odnos gustine vodene pare prema gustini suhog vazduha na istoj temperaturi T i pritisku e .

Relativna vlažnost je odnos pritiska vodene pare (ili gustine) u vazduhu e i pritiska vodene pare (ili gustine) koji odgovara saturisanom vazduhu e_s , pri istoj temperaturi vazduha, tj.

$$r = 100 \rho_v / \rho_s = 100e / e_s \quad (\%) \quad (2.11)$$

Važno je podsjetiti se da su ρ_s i e_s funkcija samo temperature.

Relativna vlažnost se mijenja u zavisnosti od količine prisutne vlage i inverzno, od temperature. Drugim riječima, ako se količina vlage ne mijenja a temperatura raste, relativna vlažnost opada, i obrnuto. Radi se o pokazatelju koji se često koristi i koji je vrlo jednostavan za razumjevanje i praktičnu primjenu. Relativna vlažnost ukazuje koliko je vazduh zasićen s vodenom parom pa prema tome ukazuje i na potencijalnu mogućnost koliko još vlage vazduh može primiti.

Stvarni pritisak vodene pare u vazduhu e može se, za datu temperaturu t , odrediti prema slijedećem obrascu:

$$e = e_v - \gamma(t - t_v) \quad (2.12)$$

gdje su t i t_v tzv. temperature suvog i mokrog termometra, dok je e_v parcijalni pritisak zasićenja vodenom parom koji odgovara temperaturi t_v . γ je konstanta i iznosi $\gamma=0,66$ ako se e mjeri u (mb), odnosno $\gamma=0,485$ ako se e mjeri u (mmHg), za brzine vjetra veće od 1,5 m/s, a za manje brzine vjetra $\gamma=1,2$ ako se e mjeri u (mb).

Na osnovu prosječne vrijednosti relativne vlažnosti vazduha često se definira i pet vrsta klime i to: (i) *perhumidna klima* (> 80% vlažnosti), (ii) *humidna klima* (60-80% vlažnosti), (iii) *subhumidna klima* (40-60% vlažnosti), (iv) *semiaridna klima* (20-40% vlažnosti) i (v) *aridna klima* (< 20% vlažnosti).

Kada se govori o vlažnom ili suhom vazduhu, onda se uvijek misli na relativnu vlažnost vazduha. Vazduh je zimi u ovom geografskom području vlažan, a ljeti suh, iako zimi ima mnogo manje vodene pare nego ljeti. Za ilustraciju na slici 2.4. prikazan je raspored relativne vlažnosti unutar godine za meteorološke stanice Mostar i Tuzla.

Za mjerenje vlažnosti vazduha, pored pomenutog načina pomoću mokrog i suhog termometra, koriste se i higrometri i higrografi. Higrometar je instrument kod koga

Hidrometeorologija

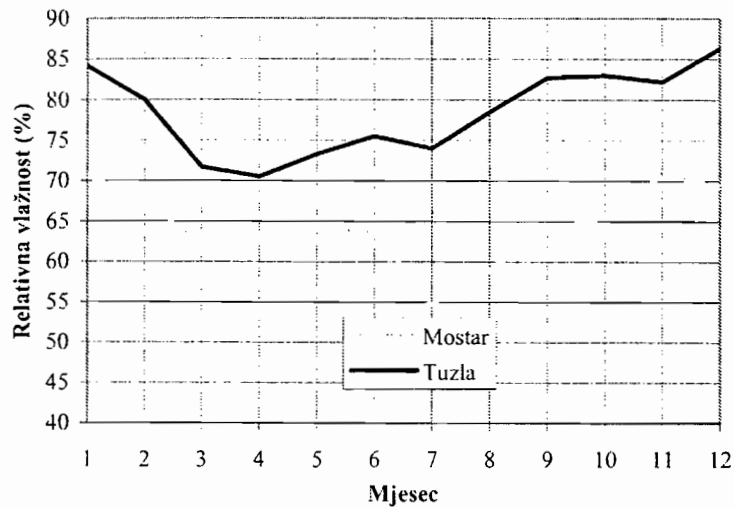
glavnu ulogu igra ljudska dlaka (vlasi kose). Nakon odstranjivanja masnoće ova dlaka postaje veoma hidroskopna. Ovlaživanjem dlaka se izdužuje, a pri sušenju skraćuje. Higrograf je instrument za kontinualno bilježenje stanja vlažnosti vazduha. Na meteorološkim stanicama određuje se pritisak vodene pare e i relativna vlažnost r .

Postoji generalna tendencija da atmosferska vlaga opada sa porastom geografske širine, iako drugi uticaji remete ovu raspodjelu značajno. Relativna vlažnost, koja je inverzna funkcija temperature, ima tendenciju rasta sa porastom geografske širine.

Pošto je izvor atmosferske vlage Zemljina površina, slijedi da sadržaj vodene pare u atmosferi na nekom prostoru značajno zavisi od veličine prostora i karakteristika površine. Realno je očekivati da ako se zanemare drugi uticajni faktori da će atmosferska vlaga biti veća iznad vodenih površina nego iznad tla.

Pošto je Zemljina površina izvor atmosferske vlage, maksimalni sadržaj vodene pare je gotovo uvijek na tlu. Nadalje, količina vodene pare koju može sadržavati neki prostor (zapremina) varira sa temperaturom, koja generalno opada sa porastom visine. Ova dva efekta rezultiraju u opadanju sadržaja vlage sa porastom visine, pri čemu je intenzitet opadanja veći bliže površini. Praktično sva atmosferska vlaga je sadržana u prvih 8 km atmosfere.

Vremenska raspodjela sadržaja atmosferske vlage unutar godine, u većini regiona, je praktično identična raspodjeli temperatura vazduha, tj. pojavljuje se ljetnji maksimum i zimski minimum. To nije slučaj sa relativnom vlažnošću, osim između ekvatora i 30° geografske širine. Na većim geografskim širinama, relativna vlažnost je veća zimi uprkos maloj apsolutnoj vlažnosti, zbog malih temperatura i shodno tome malom pritisku saturisane vodene pare. Odatle, iako stvarni pritisak vodene pare obično ima ljetnji maksimum, relativna vlažnost ima minimum u tom periodu.



Slika 2.4. Unutar godišnja raspodjela relativne vlažnosti za meteorološke stanice Tuzla i Mostar

2.5. PRITISAK ATMOSFERE

Pritisak vazduha (atmosferski pritisak) se definiše kao pritisak stuba vazduha od površine Zemlje do granice atmosfere, na površinu od 1 cm^2 . Jedinica za mjerenje pritiska je Paskal (Pa); obično se koriste milibari (mb) - (ranije: visina stuba žive - mmHg). Odnos ovih mjernih jedinica je slijedeći:

$$1 \text{ bar} = 1000 \text{ mb (milibara)} = 10^5 \text{ Paskala} = 10^2 \text{ kPa} = 750 \text{ mmHg}$$

Vazdušni pritisak opada sa visinom, približno 1 mb za 10 m u nižim slojevima atmosfere. Mjeri se živinim ili aneroidnim barometrom. Drugi instrument sadrži aneroidnu ćeliju (senzor); to je hermetički zatvorena kutija iz koje je (djelimično) izvučen vazduh. Kako se mijenja atmosferski pritisak tako se pomjeraju zidovi kutije; ovo kretanje se prenosi na polugu (pokazivač) kod aneroidnog barometra, odnosno na pisaljku koja bilježi pritisak u funkciji vremena, kod barografa.

Standardni pritisak vazduha na nivou mora pri temperaturi od 15°C iznosi 1013,2 mb. Za približne i praktične proračune srednja vrijednost pritiska vazduha, p , u funkciji nadmorske visine H (uz pretpostavke vertikalnog gradijenta temperature od $0,5^\circ\text{C}$ na 100 m visine i pritiska vazduha na nivou mora od 1013,2 mb) može se izraziti kao /10/:

$$p = 1013(1 - 0,0225 H)^{5,225} \quad (2.13)$$

pri čemu je pritisak vazduha, p izražen u mb, a nadmorska visina, H u km.

Ukupni pritisak vazduha je jednak sumi parcijalnih pritisaka gasova od kojih je sastavljen vazduh (Daltonov zakon). U ranijem tekstu je parcijalni pritisak vodene pare označen sa e , a (parcijalni) pritisak saturisane vodene pare sa e_s .

Ako se pritisak vazduha očitava diskontinualno, srednja dnevna vrijednost vazdušnog pritiska se određuje na slijedeći način:

$$\bar{p} = (t_7 + t_{14} + t_{21}) / 3 \quad (2.14)$$

gdje indeksi označavaju vremena očitavanja pritiska (7, 14 i 21 sat).

Prosječne mjesečne vrijednosti pritiska se određuju kao aritmetička sredina srednjih dnevnih vrijednosti pritiska u datom mjesecu. Višegodišnji prosjek se dobija kao aritmetička sredina mjesečnih vrijednosti pritiska u periodu osmatranja.

Od pritiska vazduha zavisi pravac i brzina vjetra. Njegova promjena (uzrokovana neravnomjernim zagrijavanjem površine okeana i kopna od Sunca, na raznim širinama i pri različitim oblicima reljefa) utiče na proces isparavanja. Sa smanjenjem pritiska vazduha isparavanje se povećava. U predjelima gdje se pritisak vazduha malo mijenja, njegov uticaj na isparavanje je zanemarljiv. U višim predjelima uticaj pritiska na isparavanje je značajan. Osnovni značaj pritiska vazduha je u tome što utiče na kretanje vazdušnih masa.

Naime, razlika u pritisku vazduha između dva područja izaziva kretanje vazdušnih masa od regiona gdje je pritisak veći, ka regionu sa manjim pritiskom. Područja sa povišenim vazdušnim pritiskom nazivaju se *anticikloni*, a sa umanjenim pritiskom *cikloni*. Vazdušni tokovi mogu se formirati iznad morskog površina i kopna. Karakteristike im nisu identične i zato razlikujemo *morske* (vlažne) i *kopnene* (suhe) vazdušne struje. Veliki značaj u snabdijevanju kopna vlagom imaju područja povišenog pritiska nad morima i okeanima. Na proces kretanja vazdušnih masa veliki uticaj imaju geografski faktori određenog područja. Reljef može značajno da utiče na kretanje vazdušnih masa. Vazdušni tokovi, koji se formiraju u različitim geografskim uslovima i zonama, imaju niz karakteristika. Razlikuju se u velikoj mjeri uslovno /11/: (i) arktički (hladan sa malim sadržajem vlage, formiran u zoni arktika), (ii) polarni (vazduh srednjih širina, topliji i vlažan, dolazi sa zapada i sjeverozapada i donosi padavine koje su osnovni izvor prihranjivanja rijeka), (iii) tropski (topao i vlažan, dolazi u srednje širine iz suptropskih oblasti), i (iv)

ekvatorski (veoma topao i vlažan i ide od ekvatora prema većim geografskim širinama).

2.6. VJETAR

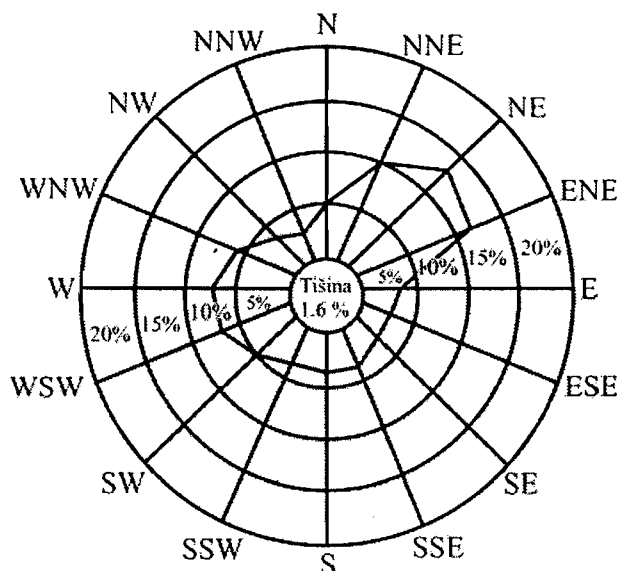
Vjetar je strujanje vazduha koje je posljedica nejednakog rasporeda pritiska vazduha. Vjetar ima značajnu ulogu u procesu isparavanja kao i u transportu vlage. Dugotrajne i obilne padavine dopijevaju na kontinentalna područja zahvaljujući vjetru koji donosi vlažne vazdušne mase koje se formiraju iznad okeana.

Osim razlike atmosferskih pritisaka između područja odakle i prema kojima vjetar puše (sile gradijenta pritiska), na njegovo formiranje utiču još sila teže, devijacijska sila rotacije Zemlje (Coriolisova sila), i trenje s podlogom. S aspekta hidrometeorologije najbitnija uloga vjetra sastoji se u tome da on donosi vlagu i padavine na kontinentalna područja. Obilne padavine donešene su isključivo vazdušnim masama formiranim iznad okeanskih prostora. Važno je napomenuti da vazdušne mase u kretanju imaju određenu vertikalnu komponentu koja se, zbog toga što je znatno manja od one horizontalne, zanemaruje. To se odražava i kod mjerenja karakteristika vjetra, kada se pomoću anemometara mjeri isključivo horizontalno kretanje vazduha, paralelno sa površinom Zemlje.

Shodno tome, horizontalna komponenta kretanja vazduha paralelna sa površinom Zemlje naziva se vjetar; to je vektorska veličina koja ima pravac, smjer i intenzitet (jačinu, brzinu). Vertikalna komponenta (vazdušna struja) je manja po intenzitetu ali je značajna za kondenzaciju vodene pare. Pravac vjetra se mjeri na osam ili šesnaest tačaka kompasa i izražava se u stepenima od sjevera. Kada se govori o pravcu vjetra, to je pravac iz kojeg vjetar puše. Na primjer, sjeverozapadni vjetar je vjetar koji dolazi iz sjeverozapadnog pravca (puše ka jugoistoku). Brzina vjetra mjeri se anemometrom (propelernim ili sa čašicama). Propelerni tip anemometra mjeri obje komponente vjetra: smjer i jačinu. Drugi tip se konstruiše u kombinaciji sa vjetrokazom. Za kontinuirano bilježenje karakteristika vjetra se koriste razni tipovi anemografa. Brzina vjetra se izražava u metrima u sekundi, kilometrima na čas, čvorovima i boforima. Periodi vremena bez vjetra, kada je brzina vjetra nula, nazivaju se *tišine*.

Za inženjersku praksu uobičajeno je prikazivanje vjetrova u obliku ruže vjetrova. Načelno postoje dva tipa ruža vjetrova: (i) *ruža učestalosti puhanja vjetrova* po smjerovima i (ii) *ruža brzina puhanja vjetrova*, također po smjerovima. Na slici 2.5. prikazan je tipičan izgled ruže učestalosti puhanja vjetrova.

Ruže vjetrova po učestalosti nose značajnu informaciju o smjerovima s kojih vjetrovi pušu, pa se zbog toga mogu i trebaju koristiti kao kriterij kod izbora lokacije velikih industrijskih postrojenja, termoelektrana, luka, skladišta, toplana, palionica smeća, itd. Ruža vjetrova po brzini može se dati u vrijednostima srednjih brzina ili ekstremnih brzina, što je posebno zanimljivo za dimenzioniranje građevinskih objekata.



Slika 2.5. Tipičan izgled ruže učestalosti puhanja vjetrova

2.7. ISPARAVANJE

2.7.1. Opšti pojmovi i tipovi isparavanja

Pod isparavanjem se podrazumijeva prelaz vode iz tečnog (ili čvrstog) stanja u vodenu paru (gas). Isparavanje predstavlja bitan dio hidrološkog ciklusa; ono preraspodjeljuje toplotnu energiju između površine Zemlje i atmosfere.

Do isparavanja dolazi sve dok postoji izvor vlage, gradijent pritiska vodene pare između površine vode i atmosfere i izvor energije. Energija ili latentna toplota se dobija od Sunca, iz zemljišta, iz vazduha i iz same vode. Sa slike 2.3. se vidi da isparavanje zavisi od deficita saturacije ($e_s - e$). Kada voda isparava, vazduh iznad vode se postepeno približava zasićenju i, pošto ne može (pri datoj temperaturi) da primi više vlage, postaje zasićen vodenom parom te isparavanje prestaje. Ako se saturisani vazduh zamjenjuje sa suhljim vazduhom, nastavlja se proces isparavanja.

Prema tome, ovdje brzina vjetra igra značajnu ulogu. Isparavanje sa vodene površine zavisi od relativne vlažnosti vazduha i što je ona manja isparavanje je veće. Treba podsjetiti da je relativna vlažnost vazduha odnos između momentalne stvarne količine vlage u vazduhu i maksimalno moguće količine koju vazduh može da primi, a ova (maksimalno moguća) je zavisna od temperature, i veća je što je temperatura veća. Ovo znači da se sa povećanjem temperature relativna vlažnost smanjuje (jer sada vazduh može da primi više vlage) a to pospješuje isparavanje. Obrnuto, padom temperature, zatečena vlažnost može da postane maksimalno moguća pa se isparavanje zaustavlja ili postaje čak suvišna (pa počinje pretvaranje pare u vodu). Padavine i njihov raspored imaju uticaj na vlažnost vazduha, a kroz to i na isparavanje. Vjetar ima takođe neposredno dejstvo, on odnosi vazduh iznad površine vode koji je već zasićen vlagom, a donosi suhlji manje relativne vlažnosti što pogoduje isparavanju. Svi navedeni uticaji (temperatura, vjetar, padavine) imaju posredan uticaj na isparavanje. Oni, kako je objašnjeno, mijenjaju relativnu vlažnost, a od nje neposredno zavisi isparavanje.

Dakle, isparavanje zavisi od raspoložive energije, temperature vode i vazduha, deficita saturacije i brzine vjetra.

Osim navedenih faktora, važnu ulogu u isparavanju imaju i osobine površina s kojih se viši isparavanje. Površine s kojih voda isparava mogu biti slijedeće: slobodna vodena površina (jezera, mora, itd.), gola zemljišta s različitim modifikacijama zasjenčenosti ili pokrivenosti, tj. s različitom morfologijom, te zemljišta obrasla vegetacijom.

Evaporacija je transfer vode u atmosferu sa slobodne vodene površine, golog zemljišta i vode koja se nalazi sadržana na vegetaciji ili drugim predmetima.

Transpiracija je isparavanje kroz otvore (pore) na vanjskom sloju stanica lišća, dakle, kroz vegetaciju. Treba napomenuti da su pore noću zatvorene.

Evapotranspiracija predstavlja uzajamno događanje evaporacije i transpiracije.

Postoji veliki broj metoda i pristupa za određivanje evapotranspiracije ili pojedinih njenih komponenti, s tim da je neophodno naglasiti da ni jedna od njih nije prihvatljiva pod svim uslovima. Moguće je izdvojiti tri glavna pristupa i to /2/: (i) *teoretski pristupi bazirani na fizici procesa*, (ii) *analitički pristupi zasnovani na bilansu energije ili vode*, i (iii) *empirijski pristupi*. Mogućnost primjene jednačina bilansa funkcija su moguće tačnosti određivanja pojedinih članova te jednačine.

Da bi uopšte moglo doći do isparavanja, treba da nužno budu ispunjena dva fizička zakona. Primarno na raspolaganju mora stajati energija (latentna toplota isparavanja). Odmah zatim, isparena voda mora biti otklonjena s kontaktne površine u atmosferu, kako bi se proces isparavanja kontinuirano nastavio. Za to je

neophodno potreban mehanizam turbulentne izmjene vlažnosti u slojevima vazduha iznad kontaktne površine. Povczano sa ova dva neophodna fizička uslova određena su i dva različita pristupa, od kojih se prvi naziva pristup bilansa energije, a drugi turbulentni transfer ili transfer masa. Ako se mjeri dio Sunčeva sijanja koji utiče na isparavanje, te, ako na raspolaganju postoji dovoljna količina vode, isparavanje se može računati putem bilansa energije. U situacijama kada je moguće odrediti turbulentnu izmjenu vlažnosti, tada se za vertikalni tok pare s površine u atmosferu mogu primjeniti drugi navedeni pristupi.

2.7.2. Isparavanje sa slobodne vodene površine

Mjerenje isparavanja ispariteljima

Količine vode koje ispare sa vodene površine u posudi mogu se odrediti jednostavnim mjerenjem snižavanja nivoa. Isparavanje ili evaporacija mjeri se visinom, a posuda gdje se isparavanje mjeri naziva se isparitelj ili evaporimetar. Ako je tokom vremena za koje se određuje isparavanje pala i kiša u posudi će se nivo povisiti za (padavine – isparavanje) čime je određeno isparavanje, jer se padavine takođe mjere. Zadatak je određivanje isparavanja sa vodene površine (jezera ili akumulacije na primjer) ili sa tla, a mjeri se iz posude, pa se postavlja pitanje: da li će iz isparitelja ispariti isto toliko vode koliko sa površine jezera na kojoj isparitelj pliva; ili, da li isto toliko ispari sa tla koliko iz isparitelja postavljenog na tlo? Svakako da postoje razlike i zbog toga i dolazi do znatnih teškoća kod određivanja isparavanja. Isparitelj koji pliva na površini vode unosi poremećaj u proces isparavanja jer posuda prima toplotu i sprečava strujanje vode, pa postoji razlika u isparavanju iz posude i sa okolne površine vode, ali ta razlika se smanjuje ako je posuda veće površine i dublja. Uvode se i empirijski koeficijenti za popravke izmjerenih vrijednosti da bi se otklonila navedena razlika, o čemu će biti riječi u nastavku.

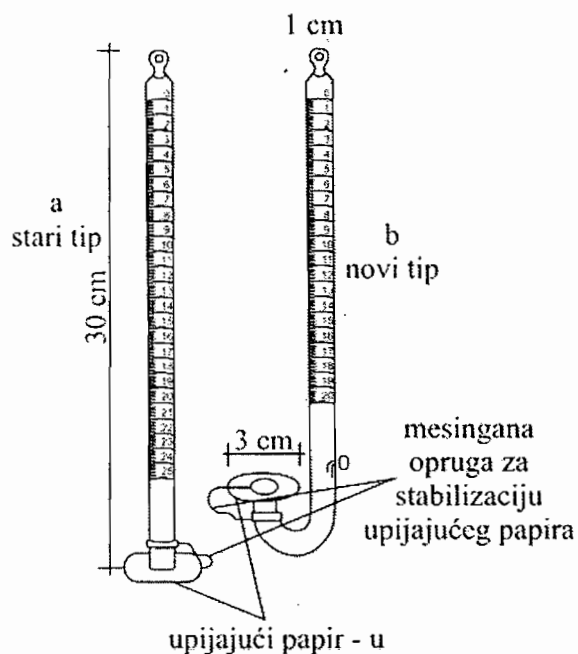
Isparavanje sa slobodne vodene površine se mjeri različitim tipovima mjernih instrumenata, koji se uglavnom dijele u slijedeće grupe: (i) isparitelji, (ii) plivajući bazeni, i (iii) ukopani bazeni.

Isparitelji. Tri vjerovatno najčešća korištena tipa isparitelja su Wildov isparitelj, Pisheov isparitelj i isparitelj klase A.

Wildov isparitelj je najstariji tip isparitelja korišten na prostorima naše zemlje. Mjerenja sa ovim ispariteljem ne daju zadovoljavajuće rezultate, odnosno podaci dobijeni mjerenjem ovim instrumentom ne odgovaraju stvarnim vrijednostima

isparavanja u prirodnim uslovima, bilo sa slobodne vodene površine, bilo sa Zemljine površine ili vegetacije.

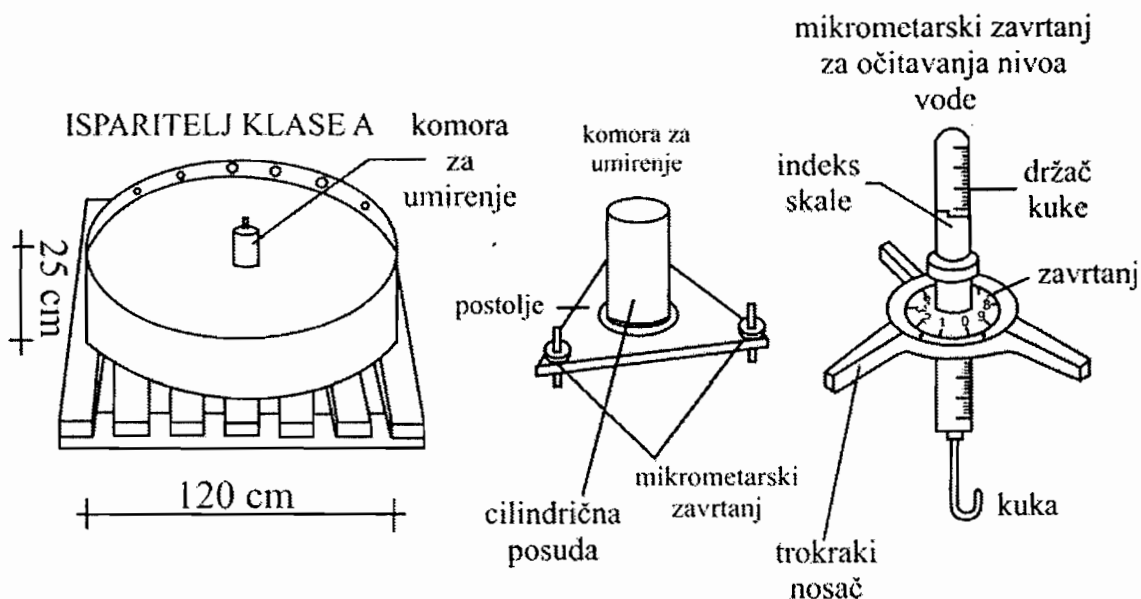
Pishe-ov isparitelj novijeg tipa instalira (vješa) se u većim meteorološkim zaklonima, a prikazan je na slici 2.6, zajedno sa starijim tipom. Ima savijenu cijev s uskim prolazom za vazduh (o). Kroz ovaj otvor za vazduh ulazi postupno, mjehurić po mjehurić, te ispunjava prazninu koja nastaje na vrhu cijevi usljed isparavanja vode koja se u njoj nalazi. Isparavanje se vrši s papira koji upija vodu (U), a isparena voda se stalno nadoknađuje vodom iz cijevi. Količina isparavanja mjeri se u mm ili cm^3 , budući da svaki zarez na skali odgovara vrijednosti od 0,1 mm ili 0,1 cm^3 .



Slika 2.6. Pishe-ov isparitelj //

Isparitelj klase A prikazan je detaljno na slici 2.7. U njemu se redovno mjeri razlika vode u posudi, dok se pala padavina mjeri pomoću kišomjera. Za potrebe detaljnijeg izučavanja uslova isparavanja, uz isparitelj klase A na kojem se mjeri isparavanje sa slobodne vodene površine, locirana je manja meteorološka stanica na kojoj se mjere temperatura i vlažnost vazduha, brzina vjetera, te eventualno trajanje sijanja Sunca i globalno zračenje. Obavezno je i mjerenje temperature površinskog sloja vode u isparitelju. Instrument mora biti postavljen na ravno i otvoreno mjesto na koje nikakve prepreke ne smiju baciti sjenku, ni u koje doba godine. Površinu vode treba održavati u čistom stanju i paziti da joj životinje (ptice naročito) ne mogu slobodno pristupiti. Isparitelj klase A sastoji se od metalne

cilindrične posude prečnika 121 cm i dubine 25,5 cm koji se puni vodom. Posuda se puni se vodom do visine 5 cm ispod gornje ivice posude, koja je postavljena na impregnirano drveno postolje. Sastavni dio isparitelja je komora za umirenje vode (mesingani cilindar), koja se postavlja na dnu posude isparitelja, u blizini njegove sjeverne strane. U suštini, mjeri se sniženje nivoa vode, koja se usljed isparavanja tokom određenog vremenskog perioda gubi iz posude.



Slika 2.7. Isparitelj klase A sa pripadajućim dijelovima //

Plivajući bazeni. To su posude koji se postavljaju na vodenu površinu pod skoro istim uslovima pod kojima se nalazi voda na površini.

Ukopani bazeni. To su manji bazeni ili posude ukopane na obali, pored velikih vodenih površina, sa većim ili manjim dubinama ispod ili iznad površine terena, odnosno iznad ili ispod vodene površine.

Za sve isparitelje koji funkcionišu na principu mjerenja iz suda ili bazena, dnevna suma isparavanja dobije se kao razlika nivoa vode u sudu od jednog do drugog dana, uzimajući u obračun visinu padavina, ako ih je bilo. Nivo vode se održava na referentnoj ravni na 5 cm ispod gornje ivice suda. Ako je nivo vode u sudu viši, bilo koja količina kiše može da isprska do 10% vode izvan suda, što ima za posljedicu lažno uvećanje isparavanja.

Procjena isparavanja metodom vodnog bilansa

U nedostatku mjernih podataka, isparavanje sa slobodne vodene površine može se ocijeniti jednom od slijedećih pet metoda: (i) vodnog bilansa, (ii) bilansa energije, (iii) transfera masa (iv) empirijskih formula.

Postupak za procjenu isparavanja po ovoj metodi svodi se na određivanje svih ostalih komponenti vodnog bilansa nekog vodnog tijela (jezera ili akumulacije) za odabrani vremenski period Δt , tako da se isparavanje dobija kao rezultirajući ostatak. U tom slučaju jednačina vodnog bilansa može se napisati u slijedećoj formi:

$$E = \sum U - \sum I \pm \Delta V \quad (2.15)$$

gdje je:

E – veličina isparavanja,

$\sum U$ – suma ulaza vode u vodno tijelo (akumulaciju),

$\sum I$ – suma ostalih izlaza vode (isparavanje je također izlaz) iz vodnog tijela (akumulacije),

ΔV – promjena zapremine vodnog tijela za odabrani vremenski interval Δt .

Ako se posmatraju glavne komponente ove jednačine koje se odnose na ulaz i izlaz iz akumulacije, jednačina (2.15) se može napisati kao:

$$E = (P + Q_{du} + Q_{pu}) - (Q_{di} + Q_{pi} + T) \pm \Delta V \quad (2.16)$$

gdje je: E isparavanje sa slobodne vodene površine, P padavine na vodnu površinu, Q_{du} površinski doticaj, Q_{pu} podzemni doticaj, Q_{di} površinski oticaj, Q_{pi} podzemni oticaj, T gubici na transpiraciju (najčešće zanemarljivi) i ΔV promjena zapremine vodnog tijela za period diskretizacije vremena Δt . Mjerenje svih članova jednačine bilansa je moguće izuzev Q_{pu} i Q_{pi} , te T ako je značajno prisutno.

Metoda vodnog bilansa nije uvijek pogodna za određivanje isparavanja sa velikih vodenih površina, jer zahtijeva precizno određivanje svih komponenti vodnog bilansa. S druge strane, dubina vodnog tijela znatno utiče na veličinu isparavanja. Kod plitkih jezera srednja dnevna temperatura vode i vazduha se ne razlikuje značajno, pa isparavanje uglavnom prati dnevni hod sunčevog zračenja. Međutim, kod dubokih voda dolazi do faznog zaostajanja temperature vode u odnosu na

temperaturu vazduha. Zbog hladnije vode od vazduha kod dubokih jezera ljeti, a toplije zimi, isparavanje dubokih jezera je manje ljeti, a veće zimi.

Iako ovaj metod ima izvjesne prednosti zbog svoje teoretske jednostavnosti, on ima i određene nedostatke koji se uglavnom ogledaju u greškama mjerenja članova koji ulaze u bilansiranje. Neke od teškoća su i:

- ako su ulaz i izlaz iz akumulacije značajno veći od potencijalnog isparavanja, tada se može pojaviti velika greška u sračunatom isparavanju,
- iako se veličina padavina palih na vodnu površinu u formi kiše može izmjeriti relativno dobro, mjerenje padavina u obliku snijega može izazvati niz problema, i to uglavnom zbog problema u određivanju vodnog ekvivalenta snijega palog na vodnu površinu,
- možda najveći problem za mjerenje predstavlja količina vode koja se podzemno gubi iz akumulacije ukoliko je ona uočena.,
- ukoliko se jednačina bilansa formira za male vremenske intervale (na primjer sedmica ili dan) određene probleme može izazvati i određivanje promjene zapremine ΔV unutar tog intervala.

Konačno, može se konstatovati da iako je teoretski moguće koristiti metodu vodnog bilansa za određivanje veličine isparavanja sa vodne površine, to je obično nepraktično zbog veličine grešaka koje se čine kod mjerenja komponenti, odnosno članova bilansne jednačine. Veličina tako određenog isparavanja može biti zamagljena tom greškom ukoliko je njena veličina relativno mala u odnosu na druge članove jednačine.

PRIMJER 2.1.

Prema /10/ isparavanje iz jezera Naser (koga formira brana Asuan) je reda veličine 15% od prosječnog godišnjeg proticaja rijeke Nil što čini oko $V=13 \times 10^9 \text{ m}^3$ isparene vode godišnje. Sračunati vrijednost ekvivalentne energije potrebne da se ispari ova zapremina vode.

$$\text{Energija potrošena na isparavanje } E = V\rho L = (13 \times 10^9 \text{ m}^3) (10^6 \text{ g/m}^3) (2500 \text{ J/g})$$
$$E = 3,25 \times 10^{19} \text{ J/god} = 1,03 \times 10^{12} \text{ J/s} = 1,03 \times 10^{12} \text{ W} = 1,03 \times 10^3 \text{ MW}$$

gdje je:

E-energija u J/god,

ρ -gustina vode (10^6 g/m^3)

L-latentna toplota vode – približno 600 cal/g ili oko 2500 J/g (potrebna energija da se ispari određena masa vode pri određenoj temperaturi),

Procjena isparavanja metodom bilansa energije

Metoda ima široku primjenu za procjenu isparavanja sa nekog vodnog tijela (jezero, akumulacija, veliki vodi tokovi, i dr.). Metoda se bazira na principu konzervacije (održanja) energije, odnosno veličina isparavanja se računa iz energetskog bilansa vodnog tijela koje isparava. U formi jednačine pomenuti energetski bilans vodnog tijela se može izraziti kao:

$$R_c - R_r - R_b - R_h - R_e + R_v - R_w = R_\Theta \quad (2.17)$$

gdje su:

- R_c – ukupna ulazna solarna radijacija na površinu vodnog tijela pri vedrom danu,
- R_r – odbijena solarna radijacija,
- R_b – neto dugotalasne radijacije između vodnog tijela i atmosfere (unešena dugotalasna radijacija manje odbijena dugotalasna radijacija),
- R_h – osjetni (značajan) gubitak toplote iz vodnog tijela u atmosferu,
- R_e – energija iskorištena (utrošena) na isparavanje,
- R_v – energija unešena u vodno tijelo advekcijom,
- R_w – energija iznešena iz vodnog tijela masom isparene vode,
- R_Θ – promjena energije akumulirane u vodnom tijelu.

Kod korištenja metoda bilansa energije treba voditi računa o slijedećem:

- metoda ne razmatra tok toplote kroz dno vodnog tijela. On može biti značajan na primjer kod bilansiranja plitkih vodnih tijela (jezera, akumulacija),
- metoda pretpostavlja da korištenje tzv. Bowen-ovog odnosa obezbjeđuje dovoljno tačnu procjenu količine energije unešene u vodno tijelo iz atmosfere ili iznešene iz vodnog tijela u atmosferu u vidu osjetne toplote,
- metoda zanemaruje efekte radijacijske difuzije, stabilnosti vazduha i vodene pare,
- metoda je jako osjetljiva na mogućnost procjene komponenti energije unešene u vodno tijelo ili iznešene iz vodnog tijela,
- metodu treba pažljivo koristiti za vremenske periode bilansiranja manje od sedam dana. Računanje vrijednosti dnevnih isparavanja po ovom metodu je nepouzdanu obzirom na teškoće u mjerenju svih parametara uključenih u jednačinu (2.17).

Hidrometeorologija

U jednačini (2.17) pretpostavljeno je da količina energije iskorištena za transformaciju kinetičke energije u toplotu, toplotu koja je rezultat hemijskih i bioloških procesa, i gubljenje toplote kroz dno vodnog tijela su beznačajni.

Svi članovi bilansne jednačine energije se uobičajeno izražavaju u (cal/cm²dan).

Energija utrošena na isparavanje R_e može se izraziti preko veličine isparavanja E i latentne toplote isparavanja vode L , kao:

$$R_e = EL\rho_e \quad (2.18)$$

gdje je:

E – veličina isparavanja (cm/dan),

L – latentna toplota isparavanja vode (u prosjeku od 585 do 590 cal/g) ili

$L = 597 - 0,56 t$, gdje je t temperatura površine vode u °C (jednačina važi za $t < 40^\circ\text{C}$, za $t = 0^\circ\text{C}$, $L = 597$ cal/g),

ρ_e – gustina isparene vode (g/cm³).

Nadalje, osjetni gubitak toplote iz vodnog tijela u atmosferu R_h , može se izračunati kao:

$$R_h = BR_e \quad (2.19)$$

gdje je:

B – tzv. Bowen-ov odnos koji se definiše kao:

$$B = cp \frac{t_v - t_z}{100(e_v - e_z)} \quad (2.20)$$

gdje su:

p – atmosferski pritisak na površini vode (mb),

t_v – prosječna temperatura vode na površini (°C),

t_z – prosječna temperatura vazduha na visini z (°C),

c – konstanta (0,58-0,66),

e_v – prosječni pritisak zasićene vodene pare na temperaturi t_v ,

e_z – prosječni pritisak zasićene vodene pare na temperaturi t_z .

Uvrštavanjem R_e iz jednačine (2.18) u jednačinu (2.19) dobije se:

$$R_h = B\rho_e LE \quad (2.21)$$

Dalje se može napisati:

$$R_h + R_e = B\rho_e LE + \rho_e LE = \rho_e L(1 + B)E \quad (2.22)$$

ili

$$E = \frac{R_h + R_e}{\rho_e L(1 + B)} \quad (2.23)$$

Kako je iz jednačine (4.3)

$$R_h + R_e = R_c - R_r - R_b + R_v - R_w \pm R_\Theta \quad (2.24)$$

to je konačno:

$$E = \frac{R_c - R_r - R_b + R_v - R_w \pm R_\Theta}{\rho_e L(1 + B)} \quad (2.25)$$

Ukupna solarna radijacija na površinu vodnog tijela R_c . Dva su pristupa za određivanje ukupne solarne radijacije R_c : (i) direktnim mjerenjem odgovarajućim instrumentima, i (ii) indirektnom procjenom korištenjem lahko osmotrenih ili mjerljivih veličina. Vrlo često korišten obrazac za proračun R_c je ranije data jednačina (2.1):

$$R_c = R_a \left(a + b \frac{n}{N} \right) \quad (2.26)$$

gdje je:

R_c – solarna radijacija dospjela na horizontalnu površinu tijela,

R_a – sunčeva radijacija na granici atmosfere ($\text{cal}/\text{cm}^2\text{dan}$) – Angot-ova jednačina,

n – stvarno trajanje sunčevog sjaja (sati),

N – moguće trajanje sunčevog sjaja (sati),

a i b – konstante (vidi jednačinu 2.1).

Odbijena solarna radijacija R_r . Količina dolazeće (ulazne) radijacije koja se odbija od površine može sadržavati glavni gubitak energije. Njeno određivanje je dosta teško, pa se generalno u nedostatku direktnih mjerenja koristi empirijski izraz koji tu energiju računa kao procenat ukupne ulazne (dolazeće) radijacije kao:

$$R_r = k_r R_c \quad (2.27)$$

gdje je k_r koeficijent refleksije čija vrijednost zavisi od vrste površine od koju se energija reflektuje (odbija) i za vodu iznosi $k_r=0,05-0,15$, novi snijeg $k_r=0,80-0,90$, led $k_r=0,40-0,50$, pijesak $k_r=0,10-0,20$.

Neto dugotalasna radijacija R_b . Većina tijela upija dugotalasnu radijaciju. Nju je potrebno razmatrati po njene tri glavne komponente: (i) ulazne dugotalasne radijacije iz atmosfere, (ii) odbijene dugotalasne radijacije i (iii) dugotalasne radijacije koju emituje vodena površina. I za njen proračun zbog nedostatka adekvatnih mjerenja koriste se empirijski obrasci kao što je:

$$R_b^* = R_{ld} - R_{lu} \quad (2.28)$$

gdje su:

R_b^* - neto dugotalasna radijacija na površinu kod vedrog vremena,
 R_{ld} - dugotalasna ulazna radijacija,
 R_{lu} - dugotalasna izlazna radijacija.

Prema Bruntu /3/ odnos R_{ld}/R_{lu} se naziva «snaga zračenja» i definiše se kao:

$$R_{ld} / R_{lu} = \varepsilon = a + b\sqrt{e_a} \quad (2.29)$$

gdje je:

e_a - prosječni pritisak vodene pare u vazduhu (mb) obično izmjeren na visini od 2 m,
 a, b - empirijski određeni koeficijenti.

Različiti istraživači su pokazali da se vrijednost faktora ε za vodu kreće u rasponu od 0,906 do 0,985, a koeficijentata a i b najčešće, $a=0,4-0,9$; $b=0,03-0,08$.

Uvođenjem ε jednačina (2.28) se može napisati kao:

$$R_b^* = R_{lu}(\varepsilon - 1) \quad (2.30)$$

Za crno tijelo:

$$R_{lu} = \sigma T_a^4 \quad (2.31)$$

gdje je: σ – Stefan-Boltzman-ova konstanta ($117,74 \times 10^{-9}$ cal/cm²dan= $2,01 \times 10^{-9}$ mm vode/dan)

T_a – temperatura tijela (°K).

Zamjenom jednačine (2.31) u jednačinu (2.30) dobije se:

$$R_b^* = \sigma T_a^4 (\varepsilon - 1) \quad (2.32)$$

Penman /3/ je pokazao da odnos stvarne dugotalasne radijacije prema dugotalasnoj radijaciji pri vedrom nebu iznosi:

$$R_b / R_b^* = \left(0,1 + 0,9 \frac{n}{N} \right) \quad (2.33)$$

Kada se jednačina (2.32) uvrsti u jednačinu (2.33) konačno se dobije izraz za neto dugotalasnu radijaciju R_b kao:

$$R_b = \sigma T_a^4 (\varepsilon - 1) \left(0,1 + 0,9 \frac{n}{N} \right) \quad (2.34)$$

Korisno je uočiti da je to već korištena jednačina (2.4).

Energija unesena u vodno tijelo R_v i energija iznešena iz vodnog tijela R_w . To je mjera količine energije dobivene ili izgubljene ulaskom određene zapremine vode u vodno tijelo, putem vodnog toka, padavina, procjeđivanjem, kontrolisanim ispuštanjem vode, isparavanjem i kondenzacijom. Za evaluaciju ovog dijela energije, neophodno je mjeriti zapremine različitih komponenti i njihove temperature tokom vremenskog intervala za koji se pravi bilansna jednačina.

Očigledno, u određenim situacijama sve unesene i iznešene komponente treba razmotriti, dok u drugim situacijama one mogu biti beznačajne i zanemarljive. Kao

posljedica, mogućnost primjene jednačine bilansa energije za definiranje isparavanja sa nekog vodnog tijela (akumulacije, jezera) će najviše biti uslovljena mogućnošću procjene količine unešene energije. Zbog toga, za neka vodna tijela, će biti nemoguće primijeniti jednačinu bilansa energije za preciznije definiranje isparavanja.

Energija iznešena iz vodnog tijela se može sračunati kao:

$$R_w = c\rho_e(t_o - t_b) \quad (2.35)$$

gdje su:

t_o – temperatura isparavanja vodene površine ($^{\circ}\text{C}$),

t_b – bazna (polazna) temperatura ($^{\circ}\text{C}$)

c – specifična toplota vode pri konstantnoj temperaturi (cal/g).

Povećanje energije akumulirane u vodnom tijelu R_{θ} . U većini primjena metoda bilansa eneregije za velika vodna tijela vrlo je teško odrediti dio povećanja energije u vodnom tijelu, zbog problema koji se odnosi na definiranje zapremine vodnog tijela i rasporeda temperatura u njemu.

Bazna jednačina za njeno određivanje je:

$$R_{\theta} = \rho_1 c V_1 (t_1 - t_b) - \rho_2 c V_2 (t_2 - t_b) \quad (2.36)$$

gdje je:

ρ_1 i ρ_2 – gustina vode na početku i kraju vremenskog perioda za koji se pravi bilansna jednačina,

c - specifična toplota vode pri konstantnom pritisku ($\approx 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$),

t_1 i t_2 – temperatura vodnog tijela na početku i kraju vremenskog perioda za koji se pravi bilansna jednačina,

t_b – bazna (polazna) temperatura.

Procjena isparavanja metodom transfera masa

Kao što to kaže i ime metode, ona je bazirana na utvrđivanju mase vodene pare koja je prenešena (transferirana) sa vodene površine u atmosferu. Proračun veličine isparavanja sa vodene površine, po ovoj metodi, bazira se na aerodinamičkom zakonu postavljenom od strane Dalton-a /6/. Daltonov zakon uspostavlja vezu između isparavanja i pritiska vodene pare i može se izraziti kao:

$$E = b(e_o - e_a) \quad (2.37)$$

gdje je:

E – isparavanje,

b – empirijski koeficijent,

e_o i e_a – razlika pritiska vodene pare u kojoj je e_o pritisak saturisane vodene pare a e_a stvarni pritisak vodene pare iznad površine vode.

U nešto modifikovanoj formi jednačina (2.37) se može napisati kao:

$$E = \frac{Kf(u)(e_o - e_a)}{f(z_o)} \quad (2.38)$$

gdje je:

$f(u)$ – funkcija uticaja brzine vjetra,

$f(z_o)$ – parametar hrapavosti,

K - parametar koji uključuje efekat gustine i pritiska vazduha .

Jednačina (2.38) nije lahko rješiva zbog teškoća u određivanju članova K , $f(u)$ i $f(z_o)$.

Metoda transfera mase se može koristiti kada se može determinirati difuzija vrtloga u turbulentnom sloju vazduha iznad vodene površine. Za procjenu difuzije vrtloga obično se koriste dva pristupa: (i) teorija dužine miješanja i (ii) kontinualna teorija miješanja. Koncept teorije dužine mješanja ustanovili su Prandtl i Schmidt /6/ razmatrajući u procesu difuzije vrtloga i njihovom kretanju od jednog mjesta ka drugom, gdje nestaju ili gube svoje osobine kao masa različita od svoje okoline, prevaljeni put. Teorija kontinuiranog miješanja predložena od starne Sutton-a /6/ razmatra vrtloge kao masu fluida koji se kreće kao posebna masa i kontinuirano mješa sa svojom okolinom.

Dvije od najčešće korištenih jednačina za proračun isparavanja sa vodene površine – metodom transfera mase su jednačine Sverdup-a i Thornthwaite-a i Holzman-a /6/:

Jednačina Sverdupa:

$$E = \frac{0,623 \rho k_o^2 u_8 (e_o - e_s)}{p [\ln(800 / z_o)]^2} \quad (2.39)$$

Jednačina Thornthwait-a i Holzman-a:

$$E = \frac{0,623 \rho k_o^2 (u_8 - u_2) (e_2 - e_8)}{p [\ln(800 / 200)]^2} \quad (2.40)$$

gdje je:

E – isparavanje ($\text{g}/\text{cm}^2/\text{s}$ ili cm/s),

ρ – gustina vazduha (g/cm^3),

k_o – Karman-ova konstanta,

u_2, u_8 – brzine vjetra na visinama 2 i 8 m iznad površine vode (cm/s),

e_o – pritisak saturisane vodene pare na temperaturi površine vode (mb),

e_2, e_8 – pritisak vodene pare na 2 i 8 metara iznad površine vode (mb),

p – atmosferski pritisak (mb), i

z_o – parametar hrapavosti (cm).

Drugi, češće korišteni oblik jednačine Thornthwait-a i Holzman-a:

$$E = \frac{0,000119 (e_1 - e_2) (u_2 - u_1)}{p [\ln(h_2 / h_1)]^2} \quad (2.41)$$

gdje je značenje članova isto kao i u jednačini (2.40), s tim što indeksi 1 i 2 znače vrijednosti tih veličina na visinama h_1 i h_2 od vodene površine. Zahtijevane dimenzije članova u jednačini (2.41) su: za pritisak ($\text{Pa}=10^{-2}$ mb), za brzinu vjetra (m/s) i visinu (m). Dobiveno isparavanje ima dimenziju (m/s). Sve ove veličine moraju biti izmjerene vrlo preciznim instrumentima. Visina h_1 treba biti što manja, odnosno mjerenje pritiska saturisane pare i brzine vjetra na toj visini treba biti što bliže vodenoj površini-najčešće se uzima 3 cm.

PRIMJER 2.2.

Za temperaturu vazduha od 25°C , relativnu vlažnost od 98%, pritisak vazduha od 101300 Pa i brzinu vjetra 3 m/s na visini od 2 m iznad površine vode, sračunati gubitke na isparavnje sa vodene površine, uzevši visinu $h_1=3$ cm.

Pritisak $e_1=e_s$ (pritisak saturisane vodene pare) na temperaturi vazduha od 25°C na visini što bližoj površini vode, dobije se iz tabele 2.5. i iznosi 31,67 mb=3167 Pa.

Pritisak $e_2 =$ Relativna vlažnost $\times e_s=0,98 \times 3167=3104$ Pa.

$u_1=0$ na površini vode, $u_2=3$ m/s.

Uvrštavanjem u jednačinu (2.41) dobije se:

$$E = \frac{0,000119(e_1 - e_2)(u_2 - u_1)}{p[\ln(h_2 / h_1)]^2} = \frac{0,000119(3167 - 3104)(3 - 0)}{101300[\ln(2 / 0,03)]^2} =$$

$$= 1,2588 \times 10^{-8} \text{ (m / s)} = 1,2 \text{ (mm / dan)}$$

Procjena isparavanja korištenjem empirijskih formula

Za proračun isparavanja sa slobodne vodene površine vjerovatno najčešće se koriste empirijske metode (formule). U suštini, sve empirijske metode baziraju se na uspostavljanju zavisnosti veličine isparavanja u funkciji mjerenih meteoroloških parametara od kojih ono zavisi. Najčešće su to: pritisak saturisane vodene pare na temperaturi površine vode e_s , stvarni pritisak vodene pare na određenoj visini iznad površine vode e_o , i brzina vjetra na određenoj visini iznad površine vode u_o .

U nastavku je dat pregled nekoliko, u hidrometeorološkoj praksi najčešće korištenih metoda, za proračun isparavanja sa slobodne vodene površine, koje se baziraju na navedenoj postavci.

Za sve metode (formule) važi generalna jednačina koja glasi:

$$E = k f(u)(e_s - e_o) \quad (2.42)$$

gdje je:

E - veličina isparavanja na jedinicu vremena (na primjer mm/dan), ako je temperatura površine vode jednaka temperaturi zraka iznad,

k – empirijski koeficijent,

$f(u)$ – funkcija brzine vjetra na standardnoj visini mjerenja,

e_s - pritisak saturisane vodene pare na temperaturi površine vode,

e_o - stvarni pritisak vodene pare na određenoj visini iznad površine vode.

Za slučaj da temperatura površine vode i temperatura vazduha nisu jednake u jednačini (2.42) umjesto e_s treba uzeti e_s^* , odnosno vrijednost pritiska saturisane vodene pare u graničnom sloju između vode i vazduha, čija temperatura nije ista kao temperatura vode, odnosno vazduha i koju je praktično nemoguće izmjeriti.

Metoda Mayer-a

$$E = \left(1 + \frac{u}{16} \right) c (e_s - e_o) \text{ (mm/dan)} \quad (2.43)$$

gdje je: u – brzina vjetra u (km/h) na visini 9 m, $c=0,36$ za velika duboka jezera a $c=0,5$ za plitka jezera, pritisak vodene pare (mmHg).

Vrlo često se koristi i drugi oblik jednačine (2.43)

$$E = k_r (15 + 3u) d \text{ (mm/mjesec)} \quad (2.44)$$

gdje je:

u - srednja mjesečna brzina vjetra na visini 9 m od površine (m/s),

d – srednji mjesečni deficit vlažnosti vazduha – razlika između pritiska saturisane vodene pare i stvarnog pritiska vodene pare na visini 2 m od površine (mmHg),

$k_r = E_o/E_s$ – redukциони koeficijent koji predstavlja odnos isparavanja sa velikih vodenih površina E_o , prema isparavanju iz sudova i manjih bazena E_s (k_r se najčešće računa prema empirijskoj formuli Poljakova kao $k_r = 1,24 / \sqrt[3]{d}$). U praksi se najčešće koristi njegova srednja vrijednost od $k_r=0,7$).

Metoda Penman-a (za male akumulacije)

$$E = 8,9 (1 + 0,15u) (e_s - e_o) \text{ (mm/dan)} \quad (2.45)$$

gdje je u – brzina vjetra (km/h) na 2 metra iznad tla.

Metoda Marciano-a i Herbeck-a

$$E = 0,918 u (e_s - e_o) \text{ (mm/dan)} \quad (2.46)$$

gdje je u brzina vjetra (km/h) na 2 m iznad tla.

Metoda Davidova

$$E = 11,9 d^{0,81} (1 + 0,125 u) \text{ (mm/mjesec)} \quad (2.47)$$

gdje je:

d – srednji mjesečni deficit vlažnosti vazduha (mb)

u - srednja mjesečna brzina vjetra na standardnoj visini vjetrokaza (m/s).

U nedostatku podataka o brzinama vjetra Davidov preporučuje slijedeći izraz:

$$E = 19,5 d^{0,8} \quad (2.48)$$

Metoda Slayter-McIlroy-a

$$E = 0,30 (1 + 0,27 u_o) (e_s - e_o) \text{ (mm/dan)} \quad (2.49)$$

gdje je:

u_o – srednja dnevna brzina vjetra na površini (m/s),

e_s – pritisak saturisane vodene pare na površini isparavanja (mb),

e_o – stvaran pritisak vodene pare na određenoj visini iznad površine isparavanja – najčešće 2 m (mb).

Kada se brzina vjetra mjeri na 2 m visine iznad površine isparavanja, koriste se slijedeći oblici jednačine (2.49):

$$E = 0,13 (1 + 0,17 u_2) (e_s - e_2) \text{ (mm/dan)} - \text{ u Rusiji} \quad (2.50)$$

$$E = 0,13 u_2 (e_s - e_2) (\text{mm/dan}) - \text{u SAD} \quad (2.51)$$

gdje je:

u_2 – srednja dnevna brzina vjetra na 2 m iznad površine (m/s),
 e_s – pritisak saturisane vodene pare na površini isparavanja (mb),
 e_2 – stvaran pritisak vodene pare na visini 2 m iznad površine isparavanja (mb).

Metoda Ivanov-a

Formula Ivanov-a je možda najčešće korištena u našoj hidrološkoj praksi. Njen izvorni oblik ima slijedeću formu:

$$E = 0,0018 (25 + t)(100 - r) (\text{mm/mjesec}) \quad (2.52)$$

gdje je:

t – srednja mjesečna temperatura vazduha ($^{\circ}\text{C}$),
 r – srednja mjesečna relativna vlažnost vazduha (%).

Nakon testiranja ove formule za područje grada Beograda preporučena je korekcija formule Ivanov-a u oblik /11/:

$$E = 0,000805 (25 + t)^{2,29} (100 - r) \quad (2.53)$$

Ukoliko se raspolaze sa mjerenjem brzine vjetra na nekoj visini h koja ne odgovara visini koja se traži pojedinom formulom, visina na traženoj visini h_i može se odrediti iz slijedećeg izraza /10/, koji važi za visine do 500 m iznad tla:

$$u_{hi} = u_h \left(\frac{h_i}{h} \right)^{1/7} \quad (2.54)$$

PRIMJER 2.3.

Akumulacija prosječne površine $3,3 \text{ km}^2$ ima prosječnu mjesečnu temperaturu površine vode od $22,5^{\circ}\text{C}$ i relativnu vlažnost od $r=35\%$. Brzina vjetra mjerena na 2 m visine iznad tla iznosi 15 km/h. Sračunati prosječno isparavanje sa

akumulacije u (mm/dan), (mm/mjesec) i zapreminu isparene vode korištenjem metode Mayer-a /10/.

Za temperaturu vode od 22,5 °C iz dijagrama 2.3. pritisak saturisane vodene pare iznosi $e_s=27,95 \text{ mb}= 20,4 \text{ mmHg}$. $e_o=r \times e_s=0,35 \times 20,4=7,1 \text{ mmHg}$.

$$E = c \left(1 + \frac{u}{16} \right) (e_s - e_o) = 0,36 \left(1 + \frac{18,6}{16} \right) (20,4 - 7,1) = 10,3 \text{ mm / dan} = 309 \text{ mm / mje sec}$$

Zapremina isparene vode: $309 \text{ mm} \times 10^{-3} \times 3,3 \text{ km}^2 \times 10^6 = 1019700 \text{ m}^3$.

2.7.3. Evapotranspiracija

Kao što je to već rečeno u poglavlju 2.7.1., *evapotranspiracija* predstavlja sumarno isparavanje vode na nekom prostoru, najčešće na nekoj slivnoj površini, koje se sastoji od isparavanja vode sa tla (*evaporacija*) i isparavanja (*transpiracije*) biljaka. Isparavanje sa tla je veoma složen proces i nema praktičnog načina za njegovo pouzdano određivanje. Transpiracija je proces u kome biljke uzimaju vodu iz tla, troše je za svoje fiziološke potrebe, a višak vode ispuštaju u atmosferu u obliku vodene pare. Oko 99% vode koje biljke uzimaju iz tla putem korjena se gubi u atmosferu ovim procesom. Transpiracija je udružena sa procesom fotosinteze biljaka zbog čega je to proces koji se odvija tokom svijetlih sati dana. Pored drugih faktora zavisi od vrste i gustine biljaka. Biljke uzimaju vodu iz zemlje putem korjena kroz proces zvani osmoza. Isparavanje biljaka može se mjeriti u laboratorijama. Međutim, ono kao poseban proces nije od interesa za hidrologiju, već se, kao što je već rečeno, posmatra zajedno sa isparavanjem vode sa tla i naziva *evapotranspiracijom*.

Evapotranspiracija predstavlja pojavu, na koju, pored niza meteoroloških parametara, posebno utiče vlažnost zemljišta, a na obraslo zemljište i vrsta kulture koja na njemu raste, te stepen razvoja iste. Vlažnost zemljišta se ne mijenja samo sa padavinama i poniranjem vode, na nju utiče i kretanje vode u podzemlju (kapilarno izdizanje), gdje se kao uticajni faktori javljaju pedološki sastav tla i visina nivoa podzemne vode.

Da bi se za praktične potrebe omogućila ocjena evapotranspiracije, uveden je pojam *potencijalne evapotranspiracije* PET. Pod ovim pojmom se podrazumijeva maksimalni intezitet evapotranspiracije, koji bi se ostvario pod pretpostavkom da raspoloživa količina vode za evapotranspiraciju nije ograničena. U ovim uslovima PET zavisi samo do meteoroloških faktora koji su promjenljivi u vremenu i prostoru. Pri ograničenom obnavljanju vlage u zemljištu, količina vode koja ispari naziva se stvarna evapotranspiracija ET, pri čemu je $ET \leq PET$.

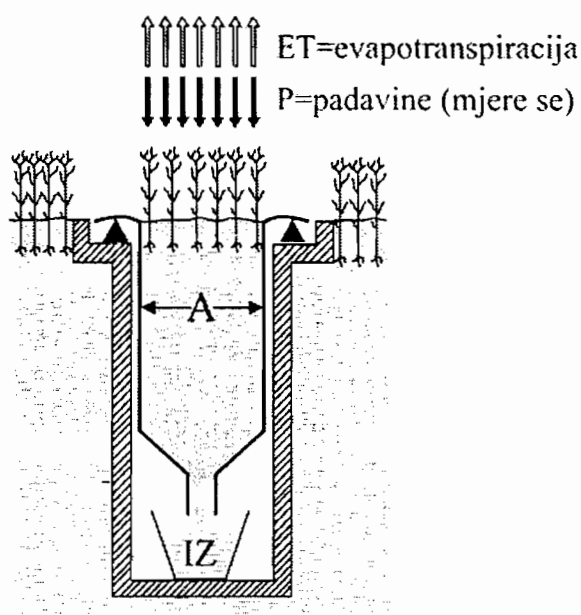
U nedostatku sistematskih i dugotrajnih podataka o mjerenjima evapotranspiracije za različite biljne kulture, u praksi se evapotranspiracija obično ocjenjuje pomoću dvije metode: (i) metode vodnog bilansa i (ii) empirijskim formulama.

Budući da evapotranspiracija uključuje oba procesa i transpiraciju i evaporaciju, očigledno je da će mnogi uticajni faktori, primarno oni klimatskog karaktera, koji utiču na isparavanje sa slobodne vodene površine, takođe uticati i na veličinu evapotranspiracije. Na primjer, intezitet i trajanje solarne radijacije, vjetar, relativna vlažnost, oblačnost, atmosferski pritisak i drugi. Uz njih, faktori tla i biljaka takođe utiču na proces evapotranspiracije.

Mjerenje evpotranspiracije lizimetrima

Ako se želi odrediti isparavanje sa tla, za to pouzdano ne mogu poslužiti isparitelji iz posude stavljene na tlo, pošto se radi o značajnijoj promjeni uslova za isparavanje. Isparavanje sa tla se određuje posredno, jer se mogu mjeriti padavine i količine vode koje upije zemljište, i njihovu razliku čini ono što je otišlo u atmosferu. To je, međutim, isključivo isparavanje samo ako je zemljište golo, neobraslo, a ako je pod vegetacijom, onda je isparavanje i transpiracija zajedno, što se naziva evapotranspiracija. Dakle, isparavanje sa golog ili evapotranspiracija sa obraslog zemljišta, ne mjere se neposredno, nego se sračunavaju na osnovu izmjerenih padavina i upijene vode u zemljištu.

Isparavanje sa tla, isto kao i isparavanje sa vodene površine, zavisi od temperature, padavina i vjetra, ali treba dodati i naglasiti uticaj nivoa podzemne vode i zavisnosti isparavanja od vrste zemljišta. Kako je već rečeno, isparavanje sa tla (ako je golo), odnosno zbir isparavanja i transpiracije (sa obraslog tla) određuje se posredno – ono je razlika između izmjerenih padavina i izmjerenog upijanja vode u zemljište. Uređaj kojim se mjeri količina vode koju je zemljište upilo naziva se lizimetar (što bi se moglo prevesti kao «mjerenje vaganjem», a to se ustvari i radi). Slika 3.3 poslužiće za lakše objašnjenje principa na kojima radi lizimetar, bez ulaženja u tehničke i praktične pojedinosti, napominjući da ima veoma mnogo različitih vrsta ovih uređaja.



Slika 2.8. Određivanje evapotranspiracije lizimetrom

To je ukopana posuda napunjena zemljištem tako da se postigne stanje što približnije prirodnom, a zasađen biljakama čija se evapotranspiracija određuje. Na dnu drenaža skuplja vodu koja dotle prodire, i to se mjeri. Takođe, mjere se i padavine, a mogu se uključiti i vještačke (zalijevanje), ako se želi odrediti evapotranspiracija za uslove koji će se stvoriti navodnjavanjem.

U uslovima bez dolijevanja vode, kako je to prikazano na slici 2.8 evapotranspiracija se može odrediti i iz jednačine bilansa, koja u konkretnim uslovima, za period diskretizacije vremena, Δt , glasi:

$$(P - ET)A = \Delta V + IZ \quad (2.55)$$

gdje su:

- P – padavine (mjere se) u (mm),
- ET – evapotranspiracija u (mm) – nepoznata,
- A – površina horizontalnog presjeka suda (poznata),
- ΔV – promjena zapremine vode u sudu (mjeri se),
- IZ – zapremina vode koja je istekla iz suda.

Evapotranspiracija će biti poznata ako se izmjeri promjena zapremine vode, odnosno priraštaj vode u sudu, ΔV , a to se može odrediti vaganjem suda, pošto je promjena težine ustvari promjena priraštaja vode u sudu.

Procjena evapotranspiracije korištenjem empirijskih formula

Empirijske formule za proračun potencijalne evapotranspiracije (PET)

Blaney-Criddle Metoda

Metoda je široko korištena od strane inženjera koji se bave problemom navodnjavanja za proračun potrebnih količina vode za navodnjavanje različitih poljoprivrednih kultura. Metoda se bazira na uspostavljanju veze između potencijalne evapotranspiracije sa temperaturom vazduha i trajanjem sunčevog sjaja. Trajanje sunčevog sjaja na nekoj lokaciji zavisi od geografske širine lokacije i promjenljivo je tokom godine. U tabeli 2.6. dati su procenti trajanja sunčevog sjaja u toku pojedinih mjeseci za različite geografske širine koji se koriste u jednačini Blaney-Criddle-a.

Potencijalna evapotranspiracija za bilje kulture tokom vegetacionog perioda izražava se kao:

$$PET = \sum KF = K(0,0457 t_m + 0,8128) \cdot n \quad (\text{cm}) \quad (2.56)$$

gdje je:

K- tzv. biljna konstanta koji se definira na osnovu eksperimenata zavisno od vrste biljne kulture (tabela 2.7.),

t_m – prosječna mjesečna temperatura u ($^{\circ}\text{C}$),

n – mjesečni procenat trajanja jasnog sunčevog sjaja u godini (tabela 2.6.).

Tabela 2.6. Mjesečni procenat trajanja sunčevog sjaja (n)

| Sjeverna geografska širina ($^{\circ}$) | Mjesec | | | | | | | | | | | |
|---|--------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| 25 | 7,53 | 7,14 | 8,39 | 8,61 | 9,33 | 9,23 | 9,45 | 9,09 | 8,32 | 8,09 | 7,40 | 7,42 |
| 30 | 7,30 | 7,03 | 8,38 | 8,72 | 9,53 | 9,49 | 9,67 | 9,22 | 8,33 | 7,99 | 7,19 | 7,15 |
| 35 | 7,05 | 6,88 | 8,35 | 8,83 | 9,76 | 9,77 | 9,93 | 9,37 | 8,36 | 7,87 | 6,97 | 6,86 |
| 40 | 6,76 | 6,72 | 8,33 | 8,95 | 10,02 | 10,08 | 10,22 | 9,54 | 8,39 | 7,75 | 6,72 | 6,52 |
| 45 | 6,42 | 6,54 | 8,30 | 9,09 | 10,33 | 10,47 | 10,57 | 9,75 | 8,41 | 7,60 | 6,42 | 6,13 |
| 50 | 5,98 | 6,30 | 8,24 | 9,24 | 10,68 | 10,91 | 10,99 | 10,00 | 8,46 | 7,45 | 6,10 | 5,65 |

Tabela 2.7. Vrijednosti biljnog koeficijenta K

| Biljka | Riža | Pšenica | Kukuruz | Šećerna trska | Pamuk | Krompir | Povrće | |
|--------------|----------|----------|----------|---------------|---------|-----------|---------|---------|
| | | | | | | | Rijetko | Gusto |
| Vrijednost K | 1,1 | 0,65 | 0,65 | 0,90 | 0,65 | 0,70 | 0,80 | 1,20 |
| Raspon K | 0,85-1,3 | 0,5-0,75 | 0,5-0,75 | 0,8-1,0 | 0,5-0,9 | 0,65-0,75 | 0,7-1,0 | 1,1-1,4 |

Metoda Penman-a

Penman je razvio formulu baziranu na principu kombinovanja metoda bilansa energije i metoda transfera masa. Pojednostavljena jednačina bilansa energije uz izostavljanje zanemarljivih gubitaka glasi:

$$PET = \frac{(R_b A + \alpha E_a)}{(A + \alpha)} \text{ (mm/dan)} \quad (2.57)$$

gdje je:

α – psihometrijska konstanta $\alpha=0,49 \text{ mmHg}^{\circ}\text{C}$ ili $0,66 \text{ mb}^{\circ}\text{C}$,

A – nagib krive koja pokazuje zavisnost pritiska zasićene vodene pare i temperature za srednju temperaturu zraka (sl. 2.3 i tabela 2.5),

E_a – tzv. «mogućnost isušivanja» vazduha koja je funkcija brzine vjetra i deficita saturacije i računa se prema slijedećoj jednačini:

$$E_a = 0,002187 (160 + u_2) (e_s - e_o) \text{ (mm/dan)} \quad (2.58)$$

gdje je:

u_2 – prosječna brzina vjetra u (km/dan) mjerena 2 m iznad tla,

e_s – pritisak saturisane vodene pare na prosječnoj temperaturi vazduha (mmHg),

e_a – stvarni pritisak vodene pare (mmHg),

R_b – dnevna neto radijacija isparljive vode (mm/dan) i računa se prema slijedećoj jednačini:

$$R_b = R_a (1 - r) \left(0,29 \cos \Phi + 0,55 \frac{n}{N} \right) - \sigma T_a^4 \left(0,56 - 0,092 \sqrt{e_a} \right) \cdot \left(0,10 + 0,9 \frac{n}{N} \right) \quad (2.59)$$

gdje je:

R_a – solarna radijacija zemlje na gornjoj granici atmosfere unešena na ravnu površinu u (mm/dan) isparljive vode (tabela 2.3),

Φ – geografska širina lokacije za koju se računa evapotranspiracija ($^{\circ}$),

r – koeficijent refleksije čija vrijednost za guste biljke iznosi 0,15-0,25, za jalovo zemljište 0,05-0,45, za površinu vode 0,05,

n – stvarno trajanje sunčevog sjaja na datoj lokaciji,

N – maksimalno moguće trajanje sunčevog sjaja na datoj lokaciji,

σ – Stefan-Boltzman-ova konstanta ($2,01 \times 10^{-9}$ mm/dan),

t_a – prosječna temperatura vazduha u $^{\circ}\text{K} = (273 + ^{\circ}\text{C})$,

e_a – stvarni pritisak vodene pare (mmHg).

Ako je brzina vjetra mjerena na nekoj drugoj visini z različitoj od 2 m, brzina vjetra na visini od 2 m može se sračunati prema izrazu (2.54).

PRIMJER 2.4.

Koristeći metodu Penmana sračunati vrijednost potencijalne evapotranspiracije PET za mjesec juli i lokaciju čiji relevantni ulazni podaci su slijedeći: brzina vjetra mjerena na 2 m iznad površine $u_2 = 30$ km/dan, geografska širina lokacije 45°N , relativna vlažnost vazduha za mjesec juli 55% i srednja mjesečna temperatura 25°C .

Za srednju mjesečnu temperaturu od 25°C iz tabele 2.5 vrijednosti pritiska saturisane vodene pare iznosi $e_s = 23,76$ mmHg (31,67 mb) i nagib krive koja pokazuje zavisnot pritiska zasićene vodene pare i temperature za srednju temperaturu zraka $A = 1,4$ mm/ $^{\circ}\text{C}$. Za geografsku širinu lokacije od 45°N , iz tabele 2.3 slijedi vrijednost solarne radijacije zemlje unešene na ravnu površinu $R_a = 16,2$ mm vode/dan, iz tabele 2.2, maksimalno moguće trajanje sunčevog sjaja $N = 15,3$ sati, a iz tabele 2.6 stvarno trajanje sunčevog sjaja na datoj lokaciji $n = 10,57$ sati.

Stvarni pritisak vodene pare u vazduhu $e_a = e_s \times r = 23,76 \times 0,55 = 13,07$ mmHg.

Mogućnost isušenja

$E_a = 0,002187(160 + u_2)(e_s - e_o) = 0,002187(160 + 30)(23,67 - 13,07) = 4,14$
mm/dan, koeficijent refleksije $r=0,2$, psihometrijska konstanta $\alpha=0,46$,
 $\sigma=2,01 \times 10^{-9}$ mm/dan, $T_a=273+25=298^0\text{K}$.

$$R_b = R_a(1-r)(0,29 \cos \Phi + 0,55n/N) - \sigma T_a^4 (0,56 - 0,092\sqrt{e_a}) \cdot (0,1 + 0,9n/N)$$

$$R_b = 16,2(1-0,2)(0,29 \cos 45^0 + 0,55 \times 10,57 / 15,3) - 2,01 \cdot 10^{-9} \cdot 289^4 \cdot (0,56 - 0,092\sqrt{13,07}) - (0,1 + 0,9 \cdot 10,57 / 15,3) = 3,623 \text{ mm vode / dan}$$

$$PET = (AR_b + \alpha E_a) / (A + \alpha) = (1,4 \cdot 3,623 + 0,49 \cdot 4,14) / (1,4 + 0,49) = 3,788 \text{ mm / dan} = 117 \text{ mm / mje sec}$$

Metoda Christiansen-a

U ovom metodu različiti klimatološki podaci su uključeni u proračun potencijalne evapotranspiracije PET na način da nedostatak bilo kog klimatološkog podatka se zamjenjuje njegovom prosječnom vrijednošću. Generalna jednačina glasi:

$$PET = 0,473 R_a C \text{ (mm/dan)} \quad (2.60)$$

gdje je:

R_a - solarna radijacija Zemlje unešena na ravnu površinu u (mm/dan) pretvorena u mm isparene vode,

C – koeficijent koji se određuje iz slijedeće relacije:

$$C = C_T C_H C_U C_S C_E C_M \quad (2.61)$$

$$C_T = 0,393 + 0,02796(t_m) + 0,000119(t_m)^2 \quad (2.62)$$

gdje je t_m prosječna dnevna temperatura u ^0C (ako je nepozanata zamjenjuje se sa 20^0C).

$$C_U = 0,708 + 0,0034(u) - 0,0000038(u)^2 \quad (2.63)$$

Hidrometeorologija

gdje je u dnevna brzina vjetra u (km/dan), (ako je nepoznata zamjenjuje se sa 96,56 km/dan).

$$C_H = 1,25 - 0,0087(r_m) + 0,000075(r_m)^2 - 8,5 \times 10^{-11}(r_m)^4 \quad (2.64)$$

gdje je r_m relativna vlažnost vazduha mjerena u podne (ako je nepoznata zamjenjuje se sa 40%).

$$C_S = 0,542 + 0,0085(S) - 7,8 \times 10^{-6}(S)^2 + 6,2 \times 10^{-8}(S)^3 \quad (2.65)$$

gdje je S procenat jasnog sunčevog sjaja u satima uzeta kao $100n/N$ (ako je nepoznato zamjenjuje se sa 80%).

$$C_H = 0,97 + 0,0000984(H) \quad (2.66)$$

gdje je H nadmorska visina lokaliteta za koji se određuje isparavanje (ako je nepoznata zamjenjuje se sa 304,88 m).

C_m je mjesečni tzv. vegetativni koeficijent koji se definira empirijski. Njegova vrijednost se može uzeti i iz tabele 2.8, iako su vrijednosti u tabeli određene empirijski za geografsku širinu od 40° u USA.

Tabela 2.8. Vrijednosti vegetativnog koeficijenta C_m

| Mjesec | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| C_m | 1,08 | 1,06 | 0,93 | 0,89 | 0,88 | 0,87 | 0,88 | 0,91 | 0,99 | 1,07 | 1,13 | 1,16 |

PRIMJER 2.5.

Za podatke iz prethodnog primjera (2.4) i nadmorsku visinu lokaliteta od 50 m nad morem, sračunati vrijednost potencijalne evapotranspiracije za mjesec juli.

$$C_T = 0,393 + 0,02796(t_m) + 0,000119(t_m)^2 = 0,393 + 0,02796 \times 25 + 0,000119 \times 25^2 = 1,166$$

$$C_U = 0,708 + 0,0034(u) - 0,0000038(u)^2 = 0,708 + 0,0034 \times 30 - 0,0000038 \times 30^2 = 0,813$$

$$C_H = 1,25 - 0,0087(r_m) + 0,000075(r_m)^2 - 8,5 \times 10^{-11}(r_m)^4 = 1,25 - 0,0087 \times 55 + 0,000075 \times 55^2 - 8,5 \times 10^{-11} \times 55^4 = 0,998$$

$$C_S = 0,542 + 0,0085(S) - 7,8 \times 10^{-6}(S)^2 + 6,2 \times 10^{-8}(S)^3 = 0,542 + 0,0085 \times (100 \times 10,57 / 15,3) - 7,8 \times 10^{-6} \times 69^2 + 6,2 \times 10^{-8} \times 69^3 = 1,111$$

$$C_H = 0,97 + 0,0000984(H) = 0,97 + 0,0000984 \times 50 = 0,975$$

$$C_m = 0,88 \text{ iz tabele 2.8}$$

$$C = C_T C_H C_U C_S C_H C_M = 1,166 \times 0,813 \times 0,998 \times 1,111 \times 0,975 \times 0,88 = 0,901$$

R_a - solarna radijacija Zemlje unesena na ravnu površinu u (mm/dan) pretvorena u mm isparene vode (tabela 2.3), $R_a = 16,2$ mm vode/dan

$$PET = 0,473 R_a C = 0,473 \times 16,2 \times 0,901 = 6,90 \text{ mm / dan} = 214 \text{ mm / mje sec}$$

Metoda Thornthwait-a

Thornthwaite je ustanovio eksponencijanu vezu između prosječne mjesečne temperature t_m i prosječne mjesečne potencijane evapotranspiracije PET_m , u obliku:

$$PET_m = 16,2 R_f \left(\frac{10 t_m}{t_g} \right)^a \quad (\text{mm}) \quad (2.67)$$

gdje je:

Hidrometeorologija

R_f – tzv. redukcionni faktor čije vrijednosti su date u tabeli 2.9.

t_m – prosječna mjesečna temperatura u $^{\circ}\text{C}$,

t_g – godišnji toplotni indeks izražen kao:

$$t_g = \sum_{j=1}^{12} \left(\frac{t_m}{5} \right)^{1,514} \quad (2.68)$$

a – konstanta koja se računa iz slijedeće relacije:

$$a = 0,4923 + 0,01792 t_g - 0,0000771 t_g^2 + 0,000000675 t_g^3 \quad (2.69)$$

Gornji račun se provodi za mjesec sa 30 dana i dan sa 12 sati evapotranspiracije. Obzirom da broj dana u mjesecu varira od 28 do 31 te da parametri uključeni u jednačinu zavise i od geografske širine, vrijednost od 12 sati evapotranspiracije nije konstanta, zbog čega se jednačina množi sa redukcionim faktorom R_f .

Izraz (2.68) se može pojednostavljeno sračunati kao:

$$t_g = \sum_{i=1}^{12} 0,09 \cdot t_m^{3/2} \quad (2.70)$$

a izraz (2.69) kao:

$$a = 0,016 \cdot t_g + 0,5 \quad (2.71)$$

Tabela 2.9. Vrijednosti redukcionog faktora R_f za proračun PET prema Thornthwaite-u

| Geografska širina | Mjesec | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| 30 ⁰ S | 0,90 | 0,87 | 1,03 | 1,08 | 1,18 | 1,17 | 1,20 | 1,14 | 1,03 | 0,98 | 0,89 | 0,88 |
| 40 ⁰ S | 0,84 | 0,83 | 1,03 | 1,11 | 1,24 | 1,25 | 1,27 | 1,18 | 1,04 | 0,96 | 0,83 | 0,81 |
| 50 ⁰ S | 0,74 | 0,78 | 1,02 | 1,15 | 1,33 | 1,36 | 1,37 | 1,25 | 1,00 | 0,92 | 0,76 | 0,70 |

PRIMJER 2.6.

Koristeći se metodom Thornthwaite-a, sračunati vrijednost potencijalne evapotranspiracije PET, za područje grada Mostara – geografska širina lokacije $45^{\circ} N$ - (srednje mjesečne temperature preuzeti iz tabele 2.4).

$$t_g = \sum_{j=1}^{12} \left(\frac{t_m}{5} \right)^{1,514} = (4,8/5)^{1,514} + (6,6/5)^{1,514} + \dots +$$

$$+ (6,2/5)^{1,514} = 65,782$$

$$a = 0,4923 + 0,01792 t_g - 0,0000771 t_g^2 + 0,000000675 t_g^3 = 1,529$$

Vrijednost PET za mjesec januar:

$$PET_1 = 16,2 R_f \left(\frac{10t_1}{t_g} \right)^a = 16,2 \cdot 0,79x \left(\frac{10x4,8}{65,782} \right)^{1,529} = 7,9 \text{ mm}$$

Za ostale mjesece vrijednosti PET iznose: $PET_2=13,3$; $PET_3=29,46$; $PET_4=53,74$; $PET_5=95,88$; $PET_6=128,88$; $PET_7=161,81$; $PET_8=143,75$; $PET_9=93,32$; $PET_{10}=54,79$; $PET_{11}=24,66$; $PET_{12}=11,10$ mm, odnosno godišnje isparavanje $PET_g=818$ mm.



U tabeli 2.10. dat je pregled vrijednosti potencijalne evapotranspiracije za nekoliko lokaliteta u Bosni i Hercegovini sračunatih po metodi Thornthwaite-a, bez uzimanja u obzir redukcionog faktora R_f .

Tabela 2.10. Pregled vrijednosti potencijalne evapotranspiracije PET za nekoliko lokaliteta u Bosni i Hercegovini

| Meteorološka stanica Lokalitet | PET (mm/godinu) |
|-----------------------------------|--------------------|
| Sarajevo | 553 |
| Doboj | 588 |
| Tuzla | 571 |
| Goražde | 557 |
| Bihać | 584 |
| Bugojno | 534 |
| Banja Luka | 582 |
| Mostar | 718 |
| Trebinje | 688 |

Metoda Hargreaves-a

Hargreaves je predložio računanje koeficijenta evapotranspiracije k za različite grupe biljaka koji množenjem sa mjesečnom vrijednošću isparavanja mjerenom pomoću isparitelja daje potencijalnu evapotranspiraciju PET kao:

$$PET(E_t) = \sum k E_p \text{ (mm)} \quad (2.72)$$

gdje je:

k – koeficijent evapotranspiracije čija vrijednost zavisi od grupe biljaka,
 E_p – isparavanje mjereno pomoću isparitelja (mm).

Tabela 2.11. Vrijednosti koeficijenta evapotranspiracije « k » za proračun PET po Hargreaves-u

| Biljna kultura | Najznačajnije biljne vrste u grupi | $k=E_t/E_p$ |
|----------------|---|-------------|
| Grupa A | Krompir, Pamuk, Kukuruz, Grah, Grašak, ... | 0,20-1,00 |
| Grupa B | Paradajz, Maslina, Šljiva, i drugo slatko voće. | 0,15-0,75 |
| Grupa C | Luk, Grožđe, Dinja, Mrkva, Hmelj. | 0,12-0,60 |
| Grupa D | Pšenica, Ječam, Celer i druge travnate biljke. | 0,10-0,90 |
| Grupa E | Voćnjaci, itd. | 0,70-1,10 |
| Grupa F | Naranča, voće, citrusno bilje. | 0,60-0,60 |
| Grupa G | Šećerna trska, ... | 0,50-1,00 |
| Rižišta | Maksimum 50% rasta | 0,80-1,30 |

Metod Lowry-Johnson-a

Lowry i Johnson predložili su metod koji daje linearnu vezu između efektivne toplote i potencijalne evapotranspiracije u slijedećem obliku:

$$PET = 0,004755D_m + 24,4 \quad (\text{cm}) \quad (2.73)$$

gdje je:

D_m – suma stepen dana maksimalnih dnevnih temperatura za vegetacionu sezonu u ($^{\circ}\text{F}$ – iznad 32°F). Konverzija $^{\circ}\text{F}$ u $^{\circ}\text{C}$ može se obaviti preko izraza

$$^{\circ}\text{F} = \frac{(^{\circ}\text{C} \times 9)}{5} + 32.$$

Metoda Jensen-Haise-a

Metoda je predložena na osnovu 3000 ispitivanja tokom perioda od preko 35 godina.

$$PET = C_c(t - t_c)R_a \quad (\text{cm}) \quad (2.74)$$

$$C_c = \frac{1}{C_I + 7,6C_H}; \quad C_H = \frac{50 \text{ mb}}{(e_2 - e_1)}; \quad (2.75)$$

$$C_I = 38 - (2^{\circ}\text{C} \times \text{nadmorska višina u m}) / 305 \quad (2.76)$$

R_a – solarna radijacija (mm/dan),

e_2 i e_1 – pritisak saturisane vodene pare na prosječnoj maksimalnoj i prosječnoj minimalnoj temperaturi,

t – prosječna temperatura vazduha,

$$t_c = -2,5 - 0,14(e_2 - e_1) - \frac{\text{nadmorska višina lokacije (m)}}{550} \quad (2.77)$$

Empirijske formule za proračun stvarne evapotranspiracije (ET)

Metoda Turc-a

Na osnovu intenzivnih istraživanja i analiza padavina, temperatura i podataka o isparavanju, Turc je predložio slijedeću jednačinu za proračun stvarne evapotranspiracije:

$$ET = \frac{P}{\sqrt{0,9 + (P / C_T)^2}} \quad (\text{mm/godinu}) \quad (2.78)$$

gdje je:

P – godišnje padavine u (mm),

C_T – konstanta isparavanja vazduha koja se izražava u funkciji prosječne godišnje temperature t ($^{\circ}\text{C}$) kao:

$$C_T = 300 + 25t + 0,05t^3 \quad (2.79)$$

Turc je takođe predložio mnogo složeniji izraz za proračuna evapotranspiracije za kraći vremenski period. U slijedećem izrazu on je u proračun unio uticaj na evapotranspiraciju različite vlažnosti zemljišta za različite biljne kulture:

$$ET = \frac{P + ET_{10} + K}{\left[1 + \left(\frac{P + ET_{10}}{C_T} + \frac{K}{2C_T} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{mm/10 dana}) \quad (2.80)$$

gdje je:

ET_{10} – procijenjena evapotranspiracija sa golog zemljišta uz pretpostavku da nema padavina izražena u (mm/10 dana) – $ET_{10\text{max}}=10$ mm za vlažna tla i $ET_{10\text{min}}=1$ mm za suha tla,

P – visina padavina za period od 10 dana (mm),

K – biljni faktor koji predstavlja efekat vegetacije i računa se prema slijedećem izrazu:

$$K = 25(Mc / G)^{1/2} \quad (2.81)$$

gdje je:

100 M – prinos suhe materije (kg/ha),

10 G – dužina vegetacionog perioda (dana),

c – biljna konstanta (na primjer: kukuruz i šećerna repa c=0,67, krompir c=0,83, livadske trave c=1,33),

C_T – kapacitet isparavanja koji se računa prema slijedećem izrazu:

$$C_T = \frac{(t_{10} + 2)R_b^{1/2}}{16} \quad (2.82)$$

gdje je: R_b dolazeća radijacijska energija ($\text{cal/cm}^2/\text{dan}$) a t_{10} prosječna 10-to dnevna temperatura vazduha ($^{\circ}\text{C}$).

Kada zemljišna vlaga nije ograničena, u ljetnjem periodu kada je $CT > 10$, Turc je jednačinu (2.80) reducirao u slijedeću formu:

$$ET = \frac{P + ET_{10} + 70}{\left[1 + \left(\frac{P + ET_{10}}{C_T} + \frac{70}{2C_T} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{mm}/10 \text{ dana}) \quad (2.83)$$

Ukoliko se u izraz uključi i vlažnost jednačina (2.78) se modifikuje u slijedeće jednačine:

$$ET = \frac{0,013t(58,2R_b + 50)}{t + 15} \quad (\text{mm}/\text{dan}), \text{ za } r_m > 50\% \quad (2.84)$$

$$ET = \frac{0,013t(58,2R_b + 50)}{t + 15} \left(1 + \frac{50 - r_m}{70} \right) \quad (\text{mm}/\text{dan}), \text{ za } r_m < 50\% \quad (2.85)$$

gdje je:

R_b – neto dugotalasna radijacija (mm vode/dan),

r_m – relativna vlažnost vazduha (%).

PRIMJER 2.7.

Koristeći se metodom Turc-a, sračunati vrijednost stvarne evapotranspiracije ET , za područje grada Mostara (srednja godišnja temperatura vazduha $t=14,6^{\circ}\text{C}$, srednje godišnje padavine $P=1245\text{mm}$).

$$C_T = 300 + 25t + 0,05t^3 = 300 + 25 \times 14,6 + 0,05 \times 14,6^3 = 675,66$$

$$ET = \frac{P}{\sqrt{0,9 + (P / C_T)^2}} = \frac{1245}{\sqrt{0,9 + (1245 / 675,66)^2}} = 600,72 \text{ mm / godinu}$$

Modifikovana metoda Langbein-a

To je vjerovatno najčešće korištena metoda za proračun stvarne evapotranspiracije. U suštini metoda se sastoji u definiranju zavisnosti između odnosa prosječnog godišnjeg oticanja Q i temperaturnog faktora C_t i odnosa prosječnih godišnjih padavina i temperaturnog faktora C_t , tj.

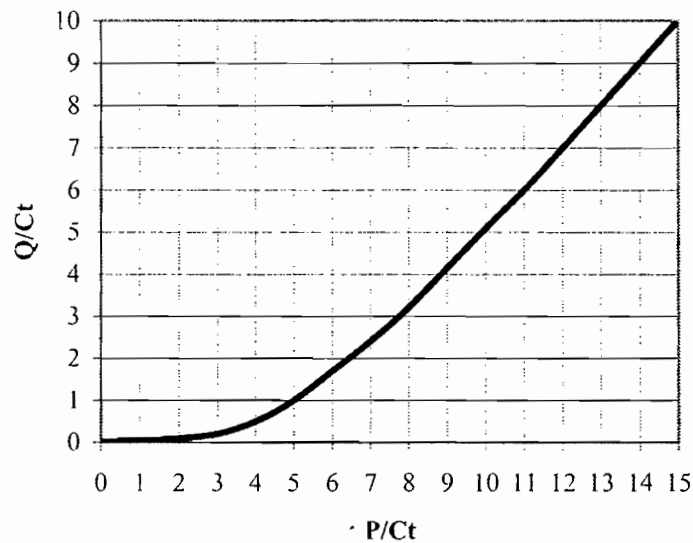
$$Q / C_t = f(P / C_t) \quad (2.86)$$

gdje se temperaturni faktor računa prema slijedećem izrazu:

$$C_t = 10^{(0,027\bar{t} + 0,886)} \quad (2.87)$$

gdje je \bar{t} prosječna godišnja temperatura vazduha ($^{\circ}\text{C}$).

Zavisnost $Q / C_t = f(P / C_t)$ data je na slici 2.9.



Slika 2.9. Zavisnost $Q/C_t = f(P/C_t)$ za proračun ET po Langbein-u

Za poznate vrijednosti \bar{t} i P konkretnog sliva (lokaliteta), određuje se vrijednost temperaturnog faktora C_t , odnosno P/C_t , a pomoću zavisnosti $Q/C_t = f(P/C_t)$ odnos Q/C_t , tj. vrijednost oticanja Q .

Iz jednačine bilansa slijedi $ET=P-Q$, gdje je ET stvarna godišnja evapotranspiracija u (cm).

Metoda Kuzmin-a

Metoda služi za određivanje stvarne godišnje evapotranspiracije sa tla sa nedovoljnom vlažnošću i bazira se na uspostavljanju zavisnosti između stvarne evapotranspiracije ET i godišnjih padavina, te deficita vlažnosti, izraženog kao deficit vodene pare u vazduhu do potpunog zasićenja:

$$ET = aP^2 d \quad (\text{mm/godinu}) \quad (2.88)$$

gdje je:

P – godišnja suma padavina (mm),

a – koeficijent koji zavisi od geografske širine područja i kreće se u intervalu od 0,000477 do 0,000654,

d – srednji godišnji deficit vlažnosti (mmHg).

Procjena isparavanja sa površina pokrivenih snijegom

Osim definisanja veličine isparavanja sa tla i transpiracije preko biljaka, važno je definisati veličinu isparavanja sa snježnog pokrivača u periodima kada ovaj postoji. Snijeg ima veće isparavanje u odnosu na vodenu površinu pri istoj temperaturi vazduha, jer je na 1 cm² površine veća aktivna površina snijega od vode, zbog veće površine kristala u odnosu na istu vodenu površinu.

Jedan od načina da se sračuna veličina isparavanja sa snježnog pokrivača je korištenje formule Semenov-a:

$$ES = 2n(0,36d - 0,09) \quad (2.89)$$

gdje je:

ES – isparavanje sa snježnog pokrivača u (mm/posmatrani period),

n – broj dana sa snježnim pokrivačem,

d – srednji deficit vlažnosti vazduha u posmatranom periodu.

Metoda Kuzmin-a:

$$ES = (0,018 + 0,098u_{10})(e_0 - e_2) \quad (2.90)$$

gdje je:

ES – isparavanje sa snježnog pokrivača (mm/dan),

u_{10} – prosječna dnevna brzina vjetra na visini 10 m od tla (m/s),

e_2 – pritisak vodene pare u vazduhu na 2m od tla (mb),

e_0 – pritisak saturisane vodene pare na temperaturi površine snijega (mb).

Isparavanje leda je manje od isparavanja snijega pri istoj temperaturi. Ono je manje važno od isparavanja snijega, jer je rasprostiranje snijega u prirodi češće i zahvata veća prostranstva. Prema [6], zimsko isparavanje sa snijega nije veliko i ono približno iznosi:

$$ES = 1,0 - 2,5 \text{ mm/dekadu, za } t = -20 \text{ do } -10^{\circ}\text{C,}$$

ili

$$ES = 2,5 - 11,0 \text{ mm/dekadu, za } t = -10 \text{ do } 0^{\circ}\text{C.}$$

2.8. PADAVINE

2.8.1. Formiranje i nastanak padavina

Voda je prisutna u atmosferi u gasovitom (vodena para), tečnom (vodene kapljice u oblacima) i čvrstom stanju (ledeni kristali). Vodena para, koja potiče sa površine Zemlje (najvećim dijelom kao posljedica isparavanja mora i okeana), se zbog turbulencije i vertikalnih strujanja podiže u gornje slojeve atmosfere. Kako količina vodene pare u određenoj zapremini vazduha zavisi od temperature, sadržaj vodene pare varira sa visinom, na sličan način kao i temperatura. Postoji, znači vertikalni gradijent sadržaja vodene pare, sa maksimalnom vrijednošću blizu površine.

Slijedeći procesi u atmosferi utiču na vertikalno strujanje vazdušnih masa, što može dovesti do kondenzacije vodene pare i, eventualno, do formiranja padavina: (i) turbulencija, (ii) horizontalna konvergencija (horizontalno se kreću jedna prema drugoj dvije mase vazduha i zbog jednačine kontinuiteta dolazi do vertikalnog kretanja naviše), (iii) orografsko podizanje (podizanje usljed neke fizičke barijere-planinski lanac), (iv) konvekcija (podizanje usljed zagrijavanja vazduha u kontaktu sa tlom), (v) frontovi (zone koje odvajaju velike mase vazduha sa različitim fizičkim karakteristikama).

Oblaci pa i padavine, ako do njih dođe, često se klasifikuju obzirom na procese koji utiču na njihovo formiranje. Turbulencija velikih razmjera daje oblake kumulonimbose, kretanje preko planinske barijere – orografske (oblake) padavine, konvekcija – konvektivne oblake i padavine, a kada su u pitanju vazdušne mase preko neke druge mase koja ima različitu temperaturu, dolazi do formiranja frontalnog oblačnog sistema i frontalnih padavina. Nefrontalne padavine se javljaju u slučaju procesa pod (iv) kada vazdušne mase ulaze u područje niskog pritiska.

Dvije najznačajnije karakteristike oblaka su njegova baza (nivo na kome počinje kondenzacija) i njegov oblik koji zavisi od procesa koji doprinosi njegovom formiranju. Na osnovu toga, najjednostavnija klasifikacija oblaka bi bila: (i) visoki oblaci (baza na visini od 6 do 12 km): cirusi, cirokumulusi i cirostratusi, (ii) srednji (baza od 2 do 6 km): altokumulusi i altostratusi i (iii) niski oblaci (baza od površine zemlje do 2 km): kumulusi, kumulonimbusi, stratusi i dr.).

Nastanak padavina. Rast već formiranih kapljica vode od kojih se sastoji oblak, zavisi od vlažnosti vazduha, intenziteta transfera pare na vodene kapljice, količine latentne toplote koja se troši na kondenzaciju i drugih faktora.

Voda može ostati u tečnom stanju i u uslovima negativnih temperatura. Čista voda se može ohladiti do -40°C , prije nego što počne da se spontano smrzava. U normalnim uslovima, kapljice u oblacima se ne smrzavaju pri temperaturama -20°C . Ledeni kristali u oblacima nastaju zbog prisustva sitnih čestica (organskog i neorganskog porijekla), ledenih jezgara, poslije čega vodena para direktno sublimira na ledene kristale. Visoki oblaci su sastavljeni od ledenih kristala, kumulonimbusi koji su razvijeni do velikih visina (vrhovi često probijaju tropopauzu) se sastoje od vodenih kapljica u donjim slojevima i čestica leda pri vrhu oblaka.

Postoji više teorija o tome kako iz kapljica (prečnika $10\ \mu$) od kojih je sastavljen oblak, nastaju kišne kapi prečnika reda $1000\ \mu$ (jedan milion kapljica odgovara, po zapremini, jednoj kapi kiše). Najpoznatije su dvije teorije od kojih je prva bazirana na *procesu kristalizacije* a druga na *procesu spajanja kapljica vode* [2].

Proces kristalizacije (proces Bergeron-a) uslovljava postojanje u oblaku prehlađenih kapljica vode i ledenih kristala, pri temperaturama od -10°C do -30°C . U takvim uslovima, vazduh je saturisan obzirom na vodu, ali je supersaturisan obzirom na led. Ako koncentracija kristala leda dostigne određeni nivo (1 kristal po cm^3), vodena para direktno sublimira na čestice leda, formirajući ledene kristale čija veličina raste. Vazduh, sada, postaje nesaturisan obzirom na vodu, pa kapljice isparavaju. Ovaj proces se nastavlja dotle dok ledeni kristali ne dostignu dovoljnu težinu i počnu da padaju ka zemlji nad kojom se pojavljuju, u zavisnosti od temperature nižih slojeva atmosfere, u vidu snijega ili kao kiša. Pri dužim kišama, oblak se neprekidno obnavlja na taj način što se vodena para, donijeta uzlaznim strujama u više slojeve atmosfere, kondenzuje formirajući nove vodene kapljice.

Proces spajanja. U oblacima u kojima je temperatura iznad 0°C , nema kristala leda. Veličina kapljica vode ovdje varira u širokim granicama, u zavisnosti od kondenzacionih jezgara (kapljice koje nastaju kondenzacijom na česticama soli dostižu prečnik i preko $100\ \mu$). Kapljice rastu usljed kontakta sa ostalim kapima; veće kapljice padaju većom brzinom nego one manjih dimenzija, sa kojima se sudaraju i spajaju, da bi dostigle veličinu kišnih kapi. Opisani proces dolazi do izražaja u primorskim regionima i tropskim oblastima, u ljetnjim mjesecima i u niskim oblacima.

Ako su kišne kapi ili pahuljice snijega dovoljno narasle da bi, uprkos uzlaznom strujanju, počele da padaju, u uslovima visokih temperatura nesaturisanog vazduha u prizemnim slojevima, kišne kapi mogu ispariti prije nego što su dospjele do

zemlje. U ljetnjim mjesecima se često upravo ovo dešava, kada se suhi vazduh nalazi ispod baze oblaka koja je na velikoj visini.

Za inženjersku praksu su od naročitog interesa kiše jakog inteziteta, koje su posljedica oluja sa grmljavinom i zahvataju manje površine.

Padavine se mogu klasificirati prema nizu kriterija od kojih se najčešće koriste slijedeći /2/: (i) *mjesto postanka*, (ii) *oblik*, (iii) *intenzitet* i (iv) *uslovi koji izazivaju vertikalno kretanje vazduha*.

Prema mjestu postanka padavine se dijele na padavine koje se stvaraju pri tlu i padavine koje se stvaraju u oblaku. U starijoj literaturi postojala je podjela na horizontalne i vertikalne padavine, koja je danas uglavnom napuštena. Padavine koje se obrazuju na površini ili na predmetima na njoj su rosa, inje, mraz ili slana te poledica, dok se kiša i tvorevine sa snježnom strukturom (snijeg, solika i zrnati snijeg), kao i tvorevine s ledenom korom (ledena zrna, sugradica i grad) stvaraju u oblacima i padaju na površinu. Klasifikacija padavina po obliku vrši se na osnovu veličine hidrometeora i njegovog agregatnog stanja (tekuće ili kruto). Podjela padavina s obzirom na intenzitet ima primaran značaj u inženjerskoj hidrološkoj praksi. Padavine malih intenziteta nemaju značenje za probleme odvodnje urbanih, melioracionih i drugih površina, kojima se bavi inženjerska hidrologija. Njen je interes prije svega usmjeren na izučavanje jakih intenziteta pošto one često izazivaju i katastrofalne posljedice

2.8.2. Tipovi padavina

Najčešća podjela padavina prema uslovima koji izazivaju vertikalno kretanje zraka pa prema tome i padavina je na: (i) *konvergentne*, (ii) *frontalne*, (iii) *orografske* i (iv) *konveksijske*. Postoje padavine izazvane sa nekoliko kombinacija vertikalnog kretanja zraka pri čemu je uticaj orografije svuda gdje za to postoje uslovi vrlo značajan /2/.

Konvergentne padavine nastaju kretanjem i koncentracijom vlažnog zraka u određeno područje sa niskim pritiskom zraka. U literaturi se nazivaju i nefrontalnim padavinama jer se dizanje zraka vrši konvergencijom.

Frontalne padavine nastaju dizanjem toplog zraka preko hladnog gdje se hladi i kondenzuje. Granica između ove dvije mase je jasno definirana i naziva se front. Ove padavine su najintenzivnije i praćene su velikim nepogodama: tornado ili vrtložna oluja, tropski cikloni (tajfuni), ekstrasropski cikloni gdje se veće vlažne

mase vrte oko centra niskog pritiska. Ovi zadnji su uglavnom izazivači padavina u umjerenom pojasu.

Orografske padavine nastaju kao rezultat prisilnog dizanja vlažnih horizontalnih zračnih struja preko prirodnih barijera, planina. Osobito su značajne za predjele gdje pušu postojani vjetrovi. Najveći dio padavina je na padinama izloženim vjetru. Kao primjer, količine padavina veće su uz priobalni pojas Dinarskog planinskog masiva nego u unutrašnjosti. Slično je i sa masivom Alpa.

Konvekcijeske padavine su prouzrokovane zagrijavanjem zraka na kontaktu sa površinom tla. Tako zagrijani zrak se širi i smanjuje težinu. Tokom tog procesa ulaze u zrak veće količine vodene pare. Zagrijani vlažni zrak postaje nestabilan. U njemu se zbog toga razvijaju vertikalna strujanja. Dinamičko hlađenje izaziva kondenzaciju a potom i padavine. Konvekcijeske padavine mogu padati slabim intenzitetom ali su česte one s ekstremno jakim intenzitetom. Oluje sa grmljavinom tipične su konvekcijeske padavine.

U nastavku su objašnjene uobičajene forme padavina i to /2/: *kiša, sipeća kiša, frontalna kiša, pljuskovi, kiša rosulja, izmaglica, susnježica, snijeg, solika ili krupa, zrnati snijeg, ledene iglice, ledena zrnca, sugradica, grad, poledica, rosa, inje i mraz*. Ako padavine shvatimo kao produkt atmosfere vode koja dopijeva na zemljinu površinu padanjem nakon kondenzacije, onda neke od tvorevina opisane u nastavku nemaju formu padavina, kao na primjer magla i mraz.

Kiša je padavina koja pada iz oblaka a na površinu tla dopijeva u tekućem stanju. Sa aspekta inženjerske hidrologije, posebno vodnog bilansa, ovaj oblik padavina daleko je najbitniji po količini, učestalosti i rasprostranjenosti po cijeloj Zemlji. Kiša se može klasificirati s obzirom na veličinu kapi. Najsitnije kapljice koje dopijevaju do površine reda su veličine u prečniku od 0,1 do 0,5 mm, dok najkrupnije ne prelaze promjer od 7 mm što odgovara masi od oko 0,2 g. Veće kapljice se prilikom padanja raspadnu u sitnije. S obzirom na veličinu kišnih kapi i intenziteta kiše se dijele na: sipeću kišu, frontalnu kišu i pljuskove.

Sipeća kiša je ravnomjerna kiša slabog intenziteta sastavljena isključivo od najsitnijih kapi. Uglavnom se izlučuje iz niskoležećih oblaka stratusa. Intenzitet ove kiše rijetko prelazi 1mm/h, a brzina padanja kapljica u mirnom zraku ne prelazi 2m/s.

Frontalna kiša izlučuje se iz oblaka altostratusa i nimbostratusa. Sastavljena je od krupnijih ali malobrojnih kapljica u usporedbi sa sipećom kišom. Prečnik kapljice prelazi 0,5 mm a brzina padanja se kreće od 2 do 5 m/s. Radi se o kiši koja pada

relativno dugo, može padati i danima uz kraće prekide. Vezana je s pojavom ciklona i hladnih ili toplih fronti. Intenzitet frontalne kiše rijetko prelazi veličinu od 10 do 15 mm/h.

Pljuskovima se u inženjerskoj hidrologiji nazivaju intenzivne padavine kratkih trajanja. Količine padavina koje se iz njih izlučuju bitne su za dimenzioniranje objekata odvodnje u urbanim i melioracijskim prostorima manjih i srednjih (do 100 km²) površina. Pljuskovi padaju iz nestabilnih oblaka isključivo cumulonimbusa koji mogu nastati ili pri tihom i toplom vremenu procesom konvekcijskog hlađenja ili prolaskom hladne fronte. Trajanje pljuskova rijetko prelazi 1 sat a intenziteti se mijenjaju tokom padanja kiše, krećući se od 15 pa sve do 100 mm/h. Kod posebno jakih oluja moguće su pojave padavina većih intenziteta. Prečnik kapljica kiše prelazi 3 mm a brzina padanja u mirnom zraku veća je od 8 m/s. Jaki pljuskovi imaju zbog toga i niz drugih negativnih posljedica na područja na koja padaju, osim pojave poplava. Tu se primarno misli na njihov uticaj na eroziju tla. Kinetička energija kišnih kapi relativno velike mase i velike brzine padanja izaziva razaranje tla ne samo onog golog već i onog pokrivenog vegetacijom.

Na intenzitet kiše najbitniji uticaj imaju slijedeća tri faktora:

1. Količina vodene pare koja prihranjuje olujni oblak iz kojeg se izlučuju padavine. Radi se o kontinuiranom snabdijevanju vodenom parom izvan područja u kojem padaju padavine. Osim oborive vode bitnu ulogu u ovom procesu igra i ulazna brzina kojom vodena para ulazi u oblak,
2. Odnos kojim se vodena para pretvara u kapi kiše ili kristale leda dovoljnih dimenzija da započne izlučivanje padavine iz oblaka. Riječ je o brzini kojom se vlažni zrak podiže i hladi. Radi se dakle o vertikalnoj brzini dizanja zraka. Za ovaj je proces neophodno prisustvo kondenzacijskih jezgri i nekih drugih faktora,
3. Postojanje odgovarajućeg mehanizma oluje koji podržava trajanje kompletnog dinamičkog procesa prihranjivanja oblaka te izlučivanja padavine iz oblaka.

Vertikalna brzina dizanja vlažnog zraka jedan je od najbitnijih faktora koji utiču na tip kiše a prema tome i na intenzitet. Pri brzinama manjim od 0,05 m/s padaju ravnomjerne i vrlo slabe padavine. Ako se vertikalne brzine kreću od 0,05 do 1 m/s padaju blage padavine. Snažni intenzivni pljuskovi javljaju se kada vertikalna brzina prijeđe 10 m/s, a posebno intenzivni olujni pljuskovi javljaju se kada vertikalna brzina prijeđe 20 m/s.

Iz vodenih toplih i niskih oblaka izlučuju se isključivo kapi kiše. Iz mješovitih oblaka osim kišnih kapi izlučuju se kako snježne strukture tako i strukture s

ledenom korom. Kakva će vrsta padavina dospjeti na površinu tla zavisi o temperaturi zraka od tla do baze oblaka, visini baze oblaka iznad tla, te krupnoći izlučene čestice.

Rosulja je tekuća padavina čije kapljice imaju prečnik manji od 250μ a nastaje u oblacima altostratusima i nimbostratusima.

Izmaglica je tekuća padavina koja pada iz magle a čije kapljice također imaju vrlo mali prečnik. Rosulja i izmaglica se generalno svrstavaju u sipeće kiše.

Susnježica je istovremeno padanje kiše i snijega iz oblaka potpuno ledenog sastava. U literaturi se često svrstava pod miješanu padavinu.

Snijeg se obrazuje u oblacima kada je zrak zasićen vodenom parom na temperaturi višoj od -12°C . Vodena para u tom slučaju prelazi direktno u kruto stanje, sublimira. U slučaju postepene sublimacije ledene čestice dobivaju kristalne oblike iz kojih se obrazuje snijeg. Pahuljica snijega sastavljena je od razgranatih šesterouganih kristala (zvjezdica). Brzina padanja takve zvjezdaste pahuljice u mirnom zraku iznosi oko $0,5 \text{ m/s}$. U slučaju kada dođe do spajanja više pahuljica brzina padanja se povećava na 1 m/s .

Solika ili **krupa** je tvorevina sa snježnom strukturom. Pada iz oblaka nimbostratusa i cumulonimbusa zajedno sa snijegom ili kišom ili prije njih pri temperaturi od oko 0°C . Zrna leda su bijela i neprozirna zbog toga jer između naglo zaleđenih kapljica vode ostaju zarobljene molekule zraka. Zrna su okrugla i čunjasta a prečnik im je 2 do 5 mm. Pošto su prhka, prilikom padanja na tvrdu podlogu odskaču od nje i lahko se drobe.

Zrnati snijeg ima sličnu strukturu kao solika ali mu je prečnik zrna reda veličine 1 mm. Izlučuje se iz magle i oblaka stratusa pri temperaturi od oko 0°C . Intenzitet ovih padavina je vrlo malen.

Ledene iglice (prizme) ili **ljutina** predstavljaju nerazvijene kristale. Radi se o vrlo malim kristalima u obliku pločica ili štapića. Dimenzije su im tako minijaturne da im je brzina padanja u mirnom zraku toliko mala da se čini kako lebde. Padaju isključivo iz čisto ledenih oblaka u područjima gdje vladaju vrlo niske temperature pa se zbog toga nazivaju i polarnim snijegom.

Ledena zrnca spadaju u tvorevine s ledenom korom. Sve ove tvorevine formiraju se sudarom pothlađenih kapljica vode sa kristalima leda. Pošto pri tome ne dođe do naglog smrzavanja vode dio se vode razlije po kristalu pa potom prijeđe u kruto

stanje. Zbog toga se formiraju prozirna ili poluprozirna zrna. Jezgra ovih tvorevina uvijek je kristal leda a oko njega su ovijeni prozirni i neprozirni slojevi. Ledena zrna padaju u hladnom dijelu godine. Prečnik im je do 5 mm. Prilikom sudara s tvrdom podlogom rasprskavaju se proizvodeći zvuk sličan šuštanju.

Sugradica je također tvorevina s ledenom korom. Pada u toplom dijelu godine često u okviru pljuskova s grmljavinom. Zrna su poluprozirna, veličine prečnika 2 do 5 mm. Prilikom pada na tvrdu podlogu zrna sugradice ne odskaču i ne raspadaju se.

Tuča ili **grad** je također tvorevina s ledenom korom sastavljena od kuglica ili grumena leda nepravilnog oblika. Veličina zrna je različita. Općenito im se prečnik kreće od 5 do 50 mm ali su do sada opažena zrna grada promjera od 215 mm i težine 4,5 kg (u Kini 1902. godine). Grad pada isključivo iz oblaka cumulonimbusa i to gotovo redovno u toplom dijelu godine kada postoje nestabilni uslovi u atmosferi, koji omogućavaju formiranje jakih uzlaznih i silaznih struja. Značajnu ulogu u formiranju grada imaju orografske karakteristike terena. Grad najčešće pada na umjerenim geografskim širinama ali njegov intenzitet i veličina zrna najveći su u tropskim predjelima. U polarnim predjelima nije opaženo padanje grada. Posljedice grada mogu biti vrlo teške čak katastrofalne posebno u regijama zasijanim kulturnim biljem i u slučajevima kada grad pada u vegetacijskom periodu. Brzina padanja u mirnom zraku kuglice grada promjera 10 mm je 12 m/s, promjera 20 mm je 16 m/s, a promjera 76 mm je čak 52 m/s.

Poledica nastaje ako pothlađene kapi kiše, rosulje ili izmaglice padnu na tlo i predmete na tlu čija je temperatura niža od 0°C. U tom slučaju se na predmetima i tlu, a posebno na bilju i stablima stvori jednolična ledena kora. Do stvaranja ledene kore dolazi prilikom dodira spomenutih tekućih padavina sa hladnim tлом i predmetima na njemu. Obrazovanje poledice najčešće je kod temperature zraka od – 3 do – 5°C i to početkom i krajem zime.

Rosa je padavina koja nastaje na tlu i predmetima na njemu usljed kondenzacije vodene pare u prizemnom sloju zraka visine 2 do 3 m. Do kondenzacije vodene pare na tlu i predmetima na njemu dolazi zbog hlađenja prizemnog sloja zraka bar do temperature rosišta. Iako po količini rosa ne predstavlja značajan element vodnog bilansa te nigdje u svijetu ne prelazi iznos od 10 do 50 mm godišnje, njena uloga u razvoju i životu posebno vegetacije u aridnim područjima je nezanemarljiva.

Inje su bijeli slojevi ledenih kristala koji se hvataju najčešće na bridovima predmeta i žicama (npr. električnim vodovima). Nastaju tokom vrlo hladnih dana

kada postoji strujanje magle ili kada se predmet kreće kroz maglu nevelikom brzinom. Inje se obrazuje pri maglovitom, dakle i vlažnom vremenu uz puhanje vjetra kod temperature nešto ispod 0° C.

Mraz ili **slana** stvara se na identičan način kao i rosa, ali pri temperaturama rosišta nižim od 0° C. U tom slučaju vodena para sublimira te se na tlu i predmetima na njemu izlučuje u obliku tankih ledenih kristala sličnih iglicama, perju, ljuskama ili lepezama. Mraz može nastati i smrazavanjem rose ukoliko hlađenje zraka započinje iznad a nastavi ispod 0° C.

2.8.3. Uzroci prostorno-vremenske raspodjele padavina

Kako su padavine jedan od meteoroloških elemenata koji je pod najjačim uticajem klimatskih faktora, to prostorna raspodjela padavina bitno zavisi od opšte cirkulacije zračnih masa. Dok u ekvatorijalnom pojasu padaju velike količine padavina uzrokovane visokom temperaturom, te velikom vlažnošću vazduha i nestabilnošću atmosfere, dotle male količine padavina padaju u područjima subtropskih anticiklona. Na tim površinama dolazi do formiranja pustinja i polupustinja, koje se pretežno javljaju između 30° i 40° geografske širine. Količine padavina regionalno gledajući rastu od 40° sjeverne i južne širine prema sjeveru i jugu jer je u tim područjima jaka ciklonska aktivnost. Do ponovnog smanjenja količina padavina dolazi u polarnim prostorima s tim da je u tim područjima broj dana s padavinama velik ali su količine padavina male jer je hladni vazduh siromašan sa vodenom parom.

Klimatski faktori koji imaju najznačajniji uticaj na količine padavina su /2,6/: (i) *tople i hladne okeanske struje*, (ii) *udaljenost od mora ili okeana*, (iii) *karakteristike reljefa*, (iv) *planinski lanci i njihov smjer pružanja*, (v) *rasprostranjenost šuma*, (vi) *prisustvo velikih gradova*, (vii) *pravci dominantnih vjetrova*, (viii) *razlike u temperaturama kopna i površine mora*, i (ix) *prisustvo jezera i močvara*.

Tople i hladne okeanske struje spadaju u klimatske faktore prvoga reda. Glavne vodene struje izazvane su djelovanjem jakih i stalnih vjetrova koji, u smjeru odakle oni pušu, pokreću mase okeanske vode. Na taj način u pojedine dijelove Zemlje dopijevaju ogromne mase vode drugačijih temperaturnih karakteristika od okoline. Uz to su ove mase vode u pokretu, u stalnom kontaktu i dinamičkoj interakciji sa zračnim masama različitih karakteristika. Iz iznešenog proizilazi da okeanske struje moraju imati značajan uticaj i na procese kruženja vode u atmosferi pa prema tome posredno i na pojavu i količinu padavina. Tople struje uzrokuju jače isparavanje vode pa je vazduh iznad njih zasićeniji vodenom parom. U slučaju da u tim prostorima pušu vjetrovi prema obalama oni na obalu donose topao i vlažan

vazduh što je prvi preduslov za formiranje oblaka i padanje obilnih padavina. Hladne okeanske struje imaju suprotan uticaj na formiranje i količinu padavina.

Udaljavanjem od mora ili okeana, tj. izvora vlage, općenito gledajući količina vlage u vazдушnim masama se smanjuje zbog izlučivanja vode iz oblaka na površinu terena. Pri tome se iste vazdušne mase ne prihranjuju adekvatnom vlagom iz sušeg vazduha koji se nalazi nad kontinentom. Na taj način vazdušne mase udaljavanjem od mora postaju sve suše pa i količine padavina postaju sve manje. Ovaj princip posebno se potvrđuje u područjima u kojima postoji samo jedan smjer puhanja vjetrova koji donose vlagu na kopno. Treba naglasiti da je ovaj zakon bitno ometan uticajem reljefa. Vezano s udaljavanjem od mora paralelno sa smanjivanjem padavina, odvija se još jedan proces koji bitno mijenja karakteristike padavinskog režima. Dolazi do preraspodjele padavina u toku godine. Raspodjela padavina tokom godine uzrokovana je različitim vrstama i putevima atmosferskih poremećaja kod kojih se vlažni vazduh diže i hladi uzrokujući time i nastajanje sistema oblaka i padanje padavina. Na taj način javljaju se dva tzv. režima padavina: (i) *maritimni* uz obalu mora i nedaleko od nje i (ii) *kontinentalni* daleko od obale. O ovim režimima biti će detaljnije govora u nastavku.

Uticaj reljefa se iskazuje vrlo individualno od prostora do prostora. Pretpostavka da s porastom nadmorske visine raste i količina padavina važi donekle za orografski tip padavina u umjerenim geografskim širinama. Kod orografskih padavina u vlažnim tropima s porastom nadmorske visine visina padavina se smanjuje prosječno 100 mm na 100 m nadmorske visine. Zbog toga dolazi do neke vrste inverzije padavina uzrokovane opadanjem specifične vlage s visinom u pretežno konvekcijskoj naoblaci.

Planinski lanci i njihov smjer pružanja spadaju u klimatske faktore drugoga reda. Njihova uloga na značajno modificiranje raspodjele padavina je složena i značajno se razlikuje od područja do područja. Dok se pritisak vodene pare, tj. apsolutna vlažnost smanjuje s visinom brže od pritiska vazduha, relativna valažnost nema pravilnu promjenu s visinom. Padine i vrhovi planina utiču na povećanje relativne vlažnosti u periodima bez sijanja Sunca zbog intenzivnog hlađenja izazvanog radijacijom Zemlje. Ovaj proces utiče na postanak oblaka odnosno magle. Evapotranspiracija na planinskim vrhovima, uz istu relativnu vlažnost, temperaturu i brzinu vjetra, mnogo je intenzivnija nego u nizinama. Razlog leži u smanjenom pritisku vazduha i intenzivnoj insolaciji. Sve navedeno uslovljava da količina padavina većinom raste s promjenom nadmorske visine ali općenito samo do određene visine što ovisi o godišnjem dobu i položaju na Zemlji. Glavni uticaj planinskih lanaca na padavine odnosi se ne na povećanje intenziteta padavina već na produljavanje perioda padanja padavina koje su generalno slabijeg intenziteta.

Planinski lanci pogoduju da se iz vlažnih vazdušnih masa izluče veće količine vode raspoložive za padavine koje se nalaze u vazdušnoj masi. Kada se vrše detaljne analize uticaja planina na količinu padavina osim nadmorske visine planinskog lanca u obzir treba uzeti i slijedeće parametre: nagib planine, smjer prema kojem je analizirana lokacija orjentisana, stepen zaklonjenosti, udaljenost od izvorišnog područja vlažnih vazdušnih masa, smjer i osobine vlažnih vazdušnih masa koje proizvode padavine i meteorološke ili klimatološke karakteristike analizirane regije. Neki od navedenih faktora se uzajamno isključuju ili su značajni samo u nekim regijama.

Uticaj šuma. O uticaju šuma na količinu padavina postoje različita mišljenja. Vlaga u vazduhu u i iznad šume prvenstveno zbog transpiracije je veća nego u okolnim prostorima koji nisu prekriveni visokom šumskom vegetacijom. Vezano s tim iznad šume se češće javljaju oblaci iz kojih se po pravilu izlučuju padavine. Dosadašnja istraživanja pokazuju da šuma ima veći uticaj na povećanje broja dana s padavinama nego na povećanje količine padavina. Rezimirajući veći broj različitih istraživanja dolazi se do zaključka da šuma povećava ukupnu količinu padavina u prosjeku od 1 do 5 % (maksimalno 10 %) /2/. Pošto je i tačnost mjerenja padavina istog reda (čak i niža) veličine, ovaj zaključak treba uzeti s velikom rezervom.

Uticaj velikih gradova na količinu padavina postoji iako nije do kraja razjašnjen. Veliki gradovi, a primarno intenzivne karakteristike urbanog i industrijskog življenja u njima bitnije mijenjaju mikroklimu iznad njih. Promjena mikroklimne odražava se i na povećanje količine padavina koje se prema raznim autorima kreće od 1 do 12 %. Kao primarni razlog povećanju padavina navodi se obilje kondenzacijskih jezgri iznad gradova formiranih procesima industrijskog i urbanog izgaranja. Kao sekundarni razlog navodi se veća količina vlage iznad gradova izazvana intenzivnim trošenjem vode. Postoji nepotvrđena hipoteza da iznad gradova kiša pada češće ali je slabijeg intenziteta od one koja pada u okolici.

Na količinu padavina utiču i pravci *dominantnih vjetrova* koji nose vlagu. Lokacije koje se nalaze na njima imaju veću količinu padavina od lokacija koje leže izvan njih.

Značajan uticaj posebno u nekim dijelovima godine na količinu padavina mogu imati *razlike u temperaturama kopna i površine mora*. Ovaj problem vezan je s već diskutiranim uticajem toplih morskih struja.

Osim prethodno diskutiranih faktora koji utiču na količine padavina može se spomenuti uticaj *jezera i močvara*. Njihov uticaj zavisi prije svega o njihovoj

veliĉini. Što su njihove slobodne vodene površine i akumulirane koliĉine vode veće razumno je oĉekivati i njihov uticaj na povećanje koliĉine padavina.

2.9 LITERATURA

1. Bonacci, O., 1984. *Meteorološke i hidrološke podloge* (Priručnik za hidrotehniĉke melioracije-Odvodnjavanje-knjiga 2-Podloge), Društvo za odvodnjavanje i navodnjavanje Hrvatske, Zagreb.
2. Bonacci, O., 1994. *Oborine glavna ulazna veliĉina u hidrološki ciklus*, Udžbenici Sveučilišta u Splitu i Sveučilišta Josip Juraj Strossmayer u Osijeku, Split.
3. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
4. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
5. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
6. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
7. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija- I dio*, Hidrotehniĉki institut «Jaroslav Černi», Beograd.
8. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
9. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
10. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
11. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
12. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehniĉka knjiga, Zagreb.
13. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Nauĉna knjiga, Beograd.
14. Žugaj, R., 2000. *Hidrologija*, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb.
15. Wiesner, C.J., 1970. *Hydrometeorology*, Chapman and Hall, London.
16. Wilson, E. M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britain.

*„Razvoj, procvat i propadanje civilizacija
bile su u direktnoj vezi sa pravilnim i mudrim
korištenjem njihovog vodnog bogatstva“*

(OUN-Priručnik za vodne resurse)

3

MJERENJE PDAVINA, OBRADA I ANALIZA PODATAKA MJERENJA

Obzirom da su za inženjersku praksu od svih padavina od najvećeg interesa kiša i snijeg, to će se u daljnjem tekstu govoriti o mjerenju samo ovih vrsta padavina.

Padavine se mjere na određenim lokacijama (kišomjernim stanicama). Obzirom da padavine karakteriše neravnomjernost u prostoru, koja je utoliko veća ukoliko je reljef više izražen, propisuje se minimalna gustina mreže padavinskih stanica. Prema uputstvima Svjetske meteorološke organizacije (WMO), treba postaviti najmanje jednu stanicu /11/:

1. U ravničarskim područjima na svakih 600-900 km²,
2. U planinskim područjima na svakih 100-250 km²,
3. Na ostrvima i planinskim regionima sa veoma gustom hidrografskom mrežom, na svakih 25-100 km².

Treba naglasiti da se u svijetu sve više javlja potreba za planiranjem i postavljanjem mreže specijalnih padavinskih stanica u koje spada:

- mjerenje hemijskih karakteristika padavina,
- mjerenje intercepcije (zadržavanja padavina na vegetaciji).

Mjerenje i obrada padavina

Iako se padavine mjere preko hiljadu godina, ključni problem koji je prisutan i danas jeste planiranje i/ili projektovanje mreže padavinskih stanica. Tri su ključna pitanja vezana sa mjerenjem padavina u tački i projektovanjem mreže padavinskih stanica:

- koliko je stanica potrebno za mjerenje padavina na analiziranoj površini,
- gdje te stanice trebaju biti locirane na toj istoj površini,
- koliko dugo one trebaju raditi.

Iznešena pitanja su suštinske naravi, ali odgovori na njih vezani su sa konkretnim ciljevima istraživanja, sukladni sa nekim drugim kriterijumima (na primjer cijeni koštanja) i konkretnim karakteristikama analiziranih lokacija. Prema /2/ smatra se da postoji određen broj objektivnih metoda za davanje odgovora na prvo pitanje i nekoliko puteva za zadovoljenje drugog pitanja dok za odgovor na treće pitanje pravog odgovora nema. U ovom slučaju čini se da treba prihvatiti princip da stanica treba što duže mjeriti padavine na istoj lokaciji. Uvažavajući primarno pragmatične potrebe inženjera ali i istraživača, trebalo bi mjeriti na što većem broju stanica raspodjeljenim što ravnomjernije po prostoru. Pod ovim se podrazumijeva, da na svaku stanicu otpada otprilike ista utjecajna površina. Osim toga stanice moraju biti ravnomjerno raspodjeljene i po visini analiziranog prostora kako bi se tačno obuhvatio efekat kišnog gradijenta tj. porasta padavine s porastom nadmorske visine. Uz to se ne smiju zaboraviti i lokalne specifičnosti analiziranog prostora tj. postojanje unutar njega kišnih sjenki ili kišnih strana (povećanja padavina) kao i drugih lokalnih nepravilnosti. Problem očigledno nije ni jednostavan niti jednoznačan te je prilikom planiranja i projektovanja mreže padavinskih stanica potrebno pažljivo sakupiti i analizirati brojne informacije. Najveći problem leži u tome što su za ovaj zadatak najbitnije one informacije o prostornim i vremenskim karakteristikama padavina koje se općenito mogu dobiti jedino mjerenjem na terenu.

Gustina mreže padavinskih stanica jako varira od države do države ali i unutar pojedinih regija u pojedinoj državi, što je lahko objasniti ne samo razvijenošću pojedine države ili regije već i potrebom za podacima o padavinama. Izrael je država sa najgušćom mrežom padavinskih stanica čiji broj iznosi oko 4 stanice na km^2 /2/.

U najgušće naseljenim ali i najrazvijenijim zemljama svijeta postoje najgušće mreže, relativno kvalitetnih padavinskih stanica čiji začeci sežu pred stotinjak godina. Gustoću mreže diktirali su prije svega ekonomski faktori ali i velika varijacija padavina u prostoru koja je najčešće vezana sa topografijom terena.

Gotovo je pravilo da svaka država ima svoje vlastite kriterije i principe pri globalnom ali i lokalnom planiranju i projektovanju mreže padavinskih stanica.

Za opšte klimatološke svrhe U.S. Weather Bureau preporučuje upotrebu jedne stanice na površini od 250 km², s tim da 4/5 stanica mora biti u pogonu. Za hidrološke potrebe Linsley /9/ smatra da svaki sliv do 1250 km² treba imati jednu hidrometeorološku stanicu prvoga reda i tri do četiri kišomjerne stanice. Kao drugi kriterij on navodi potrebu jednog kišomjera na 250 km². Za analize i prognoze jakih intenzivnih pljuskova koji izazivaju snažne i brze poplave preporučuje se gustoća od jednog kišomjera na 2,5 km². Velika većina mreža padavinskih stanica formirana je i razvijena nasumice i više slučajno nego planski. Zbog toga se rijetko nailazi na mrežu koja u cjelosti odgovara kako po gustoći, tako i po prostornom rasporedu te po dužini trajanja osmatranja.

U tabeli 3.1 data je minimalna gustina mreže za osmatranje padavina za opšte meteorološke svrhe, uzevši u obzir slijedeće uticajne faktore: topografiju terena, klimatsku varijabilnost terena, razvijenost regije u privrednom i civilizacijskom smislu, mogućnost finansiranja mreže i postojanje osmatrača s minimalnom kvalifikacijom za obavljanje ovog zadatka.

Tabela 3.1. Minimalna gustina mreže padavinskih stanica /11/

| Karakteristike regije | Površina na jednu stanicu (km ²) | |
|---|--|------------------------------------|
| | Normalna situacija | Slučaj ako postoje dodatne teškoće |
| Ravnica u umjereojoj, mediteranskojoj ili tropskojoj zoni | 600-900 | 900-3000 |
| Planinske regije u zonama gore navedenim | 100-250 | 250-2000 |
| Male planine ili otoci s neravnomjernim padavinama | 25 | |
| Pustinjska ili polarna područja | 1500-10000 | |

S obzirom na različite vrste padavina kao i na njihov udio u vodnom bilansu Zemlje postoje različiti načini ali i različiti pristupi mjerenju. Razumljivo je da su najbrojnija mjerenja kiše zatim snijega a potom rosc. Ostale padavine se produciraju u vrlo malim količinama u usporedbi s tri nabrojena tipa, te im se adekvatno tome i pri mjerenju posvećuje bitno manja pažnja. Kada se govori o

Mjerenje i obrada padavina

mjerenju padavine podrazumijeva se i mjerenje svih padavina koje se izlučuju iz oblaka. Prema tipu mjerenja mogu biti:

- stacionarna
- ekspedicijska

Stacionarna su ona koja se vrše sa instrumentima instaliranim stalno na jednom odabranom mjestu (lokalitetu). Ekspedicijskim mjerenjima vrši se prije svega opažanje snijega i to naročito krajem zime ili početkom proljeća kada je potrebno ustanoviti rezerve vode u snijegu na nekom slivu kako bi se moglo prognozirati oticanje. Pod ekspedicijska mjerenja djelimično se mogu uvrstiti i mjerenja padavina na brodovima u pokretu.

S obzirom na površine koje zahvaćaju mjerni uređaji, mjerenja se dijele na ona:

- u tački,
- na površini.

U tački se praktično vrše sva mjerenja na stacionarnim instrumentima dok se u površinska ili prostorna mjerenja mogu ubrojiti mjerenja radarima i satelitima.

Optimalan broj kišomjernih stanica

Registrovani podaci sa svih postojećih kišomjernih stanica na nekom prostoru mogu pomoći da se odredi optimalan broj kišomjernih stanica. Slijedeća statistička analiza može poslužiti da se na osnovu unaprijed usvojene procentualne greške u proračunu prosječnih padavina na tom prostoru (najčešće slivnoj površini), odredi optimalan broj stanica. Tako se optimalan broj stanica može odrediti prema izrazu /11/:

$$N = \left(\frac{c_v}{G_p} \right)^2 \quad (3.1)$$

gdje je: N optimalan broj stanica, G_p dopuštena procentualna greška u ocjeni padavina na slivnoj površini, c_v koeficijent varijacije padavina na postojećim stanicama (detaljnije o ovom pojmu vidjeti u poglavlju 8). Koeficijent varijacije može se sračunati na slijedeći način na osnovu izmjerenih padavina na postojećih (n) stanica.

a) sračunati srednju vrijednost padavina na slivnoj površini, \bar{P} kao:

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.2)$$

b) sračunati standardnu devijaciju padavina, S kao:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2} \quad (3.3)$$

c) sračunati procentualnu vrijednost koeficijenta varijacije, c_v , kao:

$$c_v = 100S / \bar{P} \quad (3.4)$$

Za dopuštenu procentualnu grešku obično se uzima $G_p = 10\%$.

Ako se pri proračunu koeficijenta varijacije njegova vrijednost dobije manja od 10 %, tada se pretpostavlja da je postojeća mreža stanica dovoljna za taj prostor/slivnu površinu. U slučaju $N > n$, potrebno je oformiti dodatnih (N-n) stanica. Za gornju analizu normalno se koriste vrijednosti godišnjih padavina.

PRIMJER 3.1.

Neka se na jednoj slivnoj površini režim padavina kontroliše pomoću šest kišomjernih stanica. Na osnovu osmatranja na njima, dobivene su godišnje vrijednosti padavina na svakoj od njih (date u donjoj tabeli). Ako usvojimo 10 % grešku u procjeni godišnjih padavina, sračunati optimalan broj kišomjernih stanica za slivnu površinu, odnosno provjeriti da li je postojeći broj stanica dovoljan.

| | | | | | | |
|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>Kišomjerna stanica</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> |
| <i>Godišnje padavine (mm)</i> | 1020 | 770 | 840 | 530 | 660 | 800 |

Mjerenje i obrada padavina

Odgovarajući proračun dat je u donjoj tabeli. Rezultat kaže da je optimalan broj stanica jednak četiri, što ukazuje da postojeći broj stanica zadovoljava, odnosno da nije potrebno formirati dodatne stanice.

| i | Stanica | Godišnja padavina | $(P_i - \bar{P})^2$ | Napomena |
|----------|---------|-------------------|---------------------|--|
| 1 | A | 1020 | 62500 | $S = \left[\frac{1}{6} 138000 \right]^{1/2} = 151,66$ $c_v = 100 \frac{151,66}{770} = 19,70$ $N = \left(\frac{19,70}{10} \right)^2 = 3,88 \cong 4$ |
| 2 | B | 770 | 0 | |
| 3 | C | 840 | 4900 | |
| 4 | D | 530 | 57600 | |
| 5 | E | 660 | 12100 | |
| 6 | F | 800 | 900 | |
| Σ | | 4620 | 138000 | |
| | | $\bar{P} = 770$ | | |

Dobra lokacija za kišomjernu stanicu

Prilikom formiranja kišomjernih stanica trebalo bi obratiti pažnju na slijedeće:

- mjesto bi trebalo da je na približno ravnom terenu; izbjegavati vrhove brda odnosno njihove padine,
- mjesto bi trebalo biti otvoreno,
- horizontalna razlika između stanice i najbližeg objekta trebalo bi da je jednaka dvostrukoj visini objekta,
- mjesto ne treba da je izloženo stalnim vjetrovima,
- mjesto treba da je lahko dostupno.

3.1. INSTRUMENTI I METODE ZA MJERENJE PADAVINA

Kišomjери služe za mjerenje tzv. dnevnih padavina, tj. onih padavina koje su pale u periodu od 24 sata proteklim između dva redovna dnevna očitavanja. Redovno dnevno očitavanje u Bosni i Hercegovini vrši se svaki dan u 7 sati ujutro dok se na glavnim meteorološkim stanicama mjerenja vrše u 1, 7, 13 i 19 sati. Padavina očitana u 7 sati ujutro bilježi se kao padavina tog dana iako se u stvari odnosi na prethodna 24 sata od kojih su čak 17 sati pripadali prethodnom danu. Prilikom mjerenja visina padavine se određuje izlivanjem vode iz kance u specijalnu staklenu menzuru koja je numerisana podjelom od 0 do 10. Ti brojevi predstavljaju

cijele milimetre visine pale kiše na horizontalnoj površini. Menzura je tako kalibrisana i označena da omogućava tačnost očitavanja od $\pm 0,1$ mm.

Stacionarna mjerenja padavina vrše se običnim kišomjerima bez kontinuirane registracije. Bonacci /2/ navodi postojanje 54 vrste kišomjera. Njihova najbitnija karakteristika su površina otvora i visina otvora iznad zemlje.

Kišomjer je u principu vrlo jednostavan instrument, ali i pored toga postoje velike razlike u njegovim dimenzijama, oblicima pa i tehničkim izvedbama. Generalno se mogu podijeliti u tri osnovne grupe s obzirom na konstrukciju dijela za hvatanje i skupljanje padavina. U prvu grupu spada najveći broj kišomjera koji imaju gornji otvoreni pokretni dio za hvatanje padavina palih iz atmosfere sa pričvršćenim lijevkom i pokretnu posudu (kanticu) za sakupljanje padavina koja je zaštićena u tijelu kišomjera. Općenito, ovakvi kišomjeri će imati male gubitke od isparavanja ako je posuda za skupljanje prikladno zaklonjena u donji dio kišomjera i ako strujanje vazduha u kišomjeru nije previše intenzivno. Druga grupa kišomjera ima kompaktno tijelo spajajući na taj način posude za hvatanje i skupljanje padavina preko fiksnog lijevka. Voda se izliva iz kišomjera kroz slavinu. Gubici od isparavanja su mali.

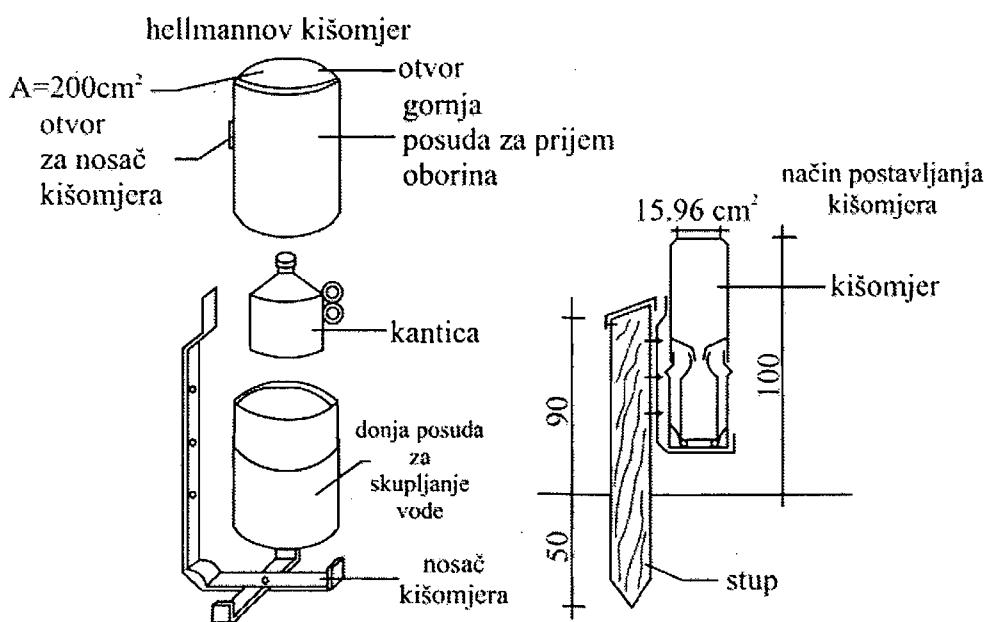
Najmanji kišomjer u upotrebi je u Izraelu, ima površinu otvora od samo 7 cm^2 , na visini od 12 cm. Najveći ima površinu otvora 1000 cm^2 , na visini je od 44 cm, a u upotrebi je u Italiji. Većina ima otvor na visini od 40 do 60 cm ali ih je desetak s otvorom na visini od 60 do 90 cm. Dubina posude za sakupljanje varira od 5 do 50 cm, a kod većine je ta dubina 20 cm. Kišomjeri mogu imati različite oblike.

U najširoj upotrebi je Hellmannov kišomjer, zatim kineski, te engleski. Zajedno čine 50% svih kišomjera koji su raspoređeni na površini od $31 \times 10^6 \text{ km}^2$, pokazujući na taj način vrlo nejednoliku gustoću mreže kišomjera.

Na slici 3.1. prikazan je detaljno Hellmannov tip kišomjera koji predstavlja standardni instrument u upotrebi u Bosni i Hercegovini. Visina otvora iznad površine propisana je na 100 cm ali se u planinskim područjima gdje visine snijega mogu preći 1 m diže na visinu 150 cm. Površina otvora iznosi 200 cm^2 a prečnik otvora 159,6 mm. Jedan milimetar kiše kroz otvor površine 200 cm^2 daje 20 cm^3 vode. Obzirom na ovaj odnos izvršeno je graduisanje staklene menzure pomoću koje se visina padavina čita direktno u milimetrima. Često se količina kiše izražava u l/m^2 . Kako je $1 \text{ mm} \times 1 \text{ m}^2 = 0,001 \text{ m}^3/m^2 = 1 \text{ dm}^3/m^2 = 1 \text{ l/m}^2$, proizilazi da visini (sloju) kiše od 1 mm odgovara količina kiše od 1 l/m^2 .

Ukoliko je u toku dana pao jak pljusak ili ako se prilikom snježne vijavice gornja posuda kišomjera napunila snijegom, vrše se vanredna mjerenja padavina. Snijeg iz kišomjera se otopi u toploj prostoriji pa se dobijena voda mjeri pomoću menzure u mm. U međuvremenu, mjerenje se nastavlja pomoću rezervnog kišomjera.

U nenastanjenim predjelima koja su redovno i teško pristupačna, a naročito u planinskim područjima mjerenje padavina se vrši specijalnom vrstom kišomjera totalizatorima. Totalizatori služe za sakupljanje padavina u dužem vremenskom periodu (od mjesec do godinu dana). Postavlja se na terenima koji su teško pristupačni (naročito u zimskom periodu). Totalizator ima znatnu zapreminu (80 l) kako bi mogao da primi padavine do kojih dolazi između dva pražnjenja. U njega se sipa rastvor koji utiče da se padavine u vidu snijega tope. Da bi se spriječilo isparavanje dodaje se vazelinsko ulje koje pliva po površini sakupljene vode. Otvor totalizatora je prečnika 159,6 mm i nalazi se na oko 3 m iznad terena. Sud se prazni (i sadržaj mjeri) mjesečno ili kada to vremenske prilike dozvole (najmanje dva puta godišnje).



Slika 3.1. Prikaz Hellmanovog tipa kišomjera /1/

Da bi se smanjio uticaj vjetra na mjerenje padavina, treba ispuniti slijedeće uslove:

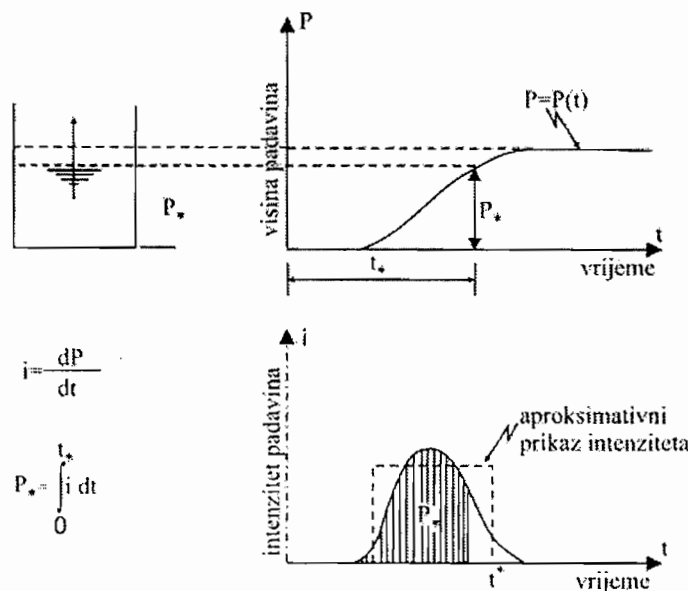
- mjesto instaliranja instrumenta treba izabrati tako da brzina vjetra na visini prijemnog otvora bude što manja, ali da pri tome ne dođe do zadržavanja kiše na okolnim predmetima,
- neposrednu okolinu otvora instrumenta treba tako urediti da kretanje vazduha nad prijemnim otvorom bude horizontalno.

Već je prethodno naglašeno da je gustoća broja kišomjera u različitim područjima svijeta vrlo varijabilna. U tom smislu poseban problem predstavlja sakupljanje tačnih informacija o količini padavina palih na morsku površinu. Stoga su u okviru trgovačkih ali i ratnih mornarica svijeta organizirana posebna morska meteorološka osmatranja u koja spada i osmatranje padavina.

Na opisani način, iz zapisanih dnevnih padavina ne zna se koliko je trajala kiša, da li je padala cijelog dana ili u vidu kratkotrajnog pljuska i da li je padala u više navrata. Vremenski tok padavina prikazuje slika 3.2. Njega prikazuje dubina vode u sudu koga puni kiša, u funkciji vremena. Brzina punjenja vode u sudu je pokazatelj intenziteta kiše.

Pod pojmom intenzitet kiše ili intezitet padavina, podrazumjevaju se padavine u jedinici vremena. Međusobna matematska veza između intenziteta i visine padavina napisana je uz sliku 3.2.; druga je izvod prve, odnosno, prva je integral druge.

Poznavanje mogućih intenziteta kiša, kao i trajanja pojedinih kiša, zahtijeva izvjesna hidrotehnička proučavanja, jer nije dovoljno poznavati samo dnevne padavine. Na primjer, kiša manje visine padavina, ali velikog intenziteta (kratak pljusak) daje veći proticaj slivanja u objekat koji sprovodi oteklu vodu, od kiše koja pada dugo sa slabim intenzitetom, pa postiže veće dnevne padavine od prve.



Slika 3.2. Vremenski tok padanja kiše i objašnjenje pojma intenzitet kiše

Mjerenje i obrada padavina

Za sakupljanje i primjenu registrovanih podataka o padavinama u hidrološko inženjerskoj praksi od posebnog je interesa poznavanje intenziteta padavina izraženog u mm/min, dakle količine padavine pale u nekom vremenskom periodu. Do takvih podataka može se doći isključivo mjerenjem padavina automatskim registratorima (ombrografima):

- sa plovkom,
- sa posudom na prevrtanje (tipping bucket),
- na principu vage (nifograf).

Osim navedenih tipova brojne meteorološke službe a posebno one u najrazvijenijim zemljama svijeta (Japan, SAD) eksperimentiraju s primjenom novih tehnologija za mjerenje intenziteta padavina.

Automatski registrator sa plovkom i to onaj Hellmannov još uvijek je najčešće u upotrebi u cijelom svijetu. Na slici 3.3. nacrtana je šema ovog tipa automatskog registratora padavina a na slici 3.4. dat je dio ombrografske trake snimljen na meteorološkoj stanici Borčec (Srbija). Ombrograf radi kako je u načelu prikazano na slici 3.3. Kiša se dovodi u jednu cilindričnu posudu u kojoj je plovak. Vertikalno kretanje plovka se pomoću poluge prenosi na pero koje ostavlja trag na papiru. Papir je namotan na cilindru (dobošu) koji pokreće satni mehanizam (jedan obrtaj za 24 sata). Kada se posuda sa plovkom napuni (10 mm kiše) sifonski uređaj naglo prazni posudu. Iz slike 3.4. se vidi da se kao rezultat registrovanja dobija sumarna linija pale kiše (visina kiše u funkciji vremena). Ako postoji opasnost od zamrzavanja vode tokom zime, u instrument se ugrađuje uređaj za zagrijavanje.

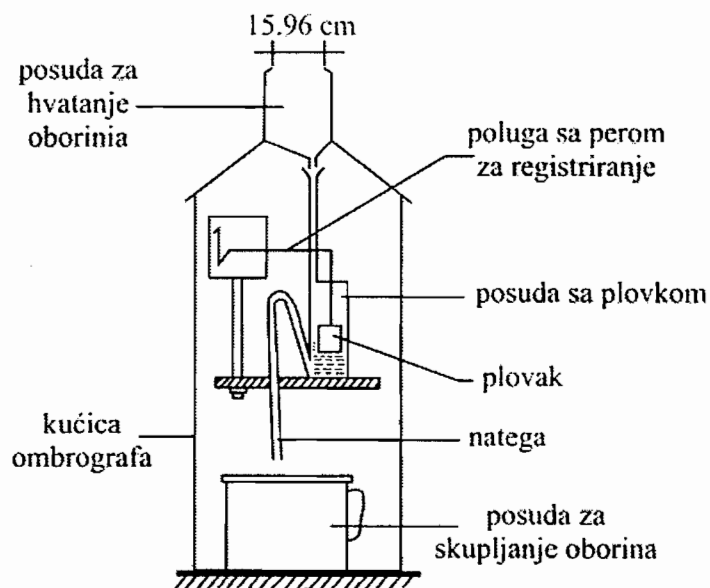
Ombrograf koji radi na principu posuda na prevrtanje (ombrograf sa klackalicom) se sve češće koristi u svijetu i gotovo masovno zamjenjuje prethodno opisani. Osnovni razlog leži u činjenici što je on pogodan za elektroničko bilježenje intenziteta bez potrebe bilo kakvih mehaničkih intervencija. Princip rada posuda na prevrtanje dat je na slici 3.5. Osnovni dio uređaja predstavlja posuda koja je podijeljena na dva dijela (posude) i koja balansira oko horizontalne osovine. Svaka posuda ima volumen koji odgovara visini padavine od 0,2 mm. Elektronički se registrira isključivo kontakt (tj prevrtanje i pražnjenje posude) na vremenskoj skali. Što su kontakti češći očigledno je da su padavine intenzivnije. U starim tipovima ombrografa sa obrtnim posudama, prije nego je došlo do primjene elektronike, bilježenje se vršilo na traku. Automatski registratori ovog tipa idealni su za mjerenje padavina na područjima na kojima padaju umjereno jake padavine. Na područjima sa vrlo jakim pljuskovima postoje određeni problemi u njihovom radu. Radi se o odnosu između površine zahvatanja, volumena posuda za prevrtanje i promjera dovodne cijevi za padavinu. Ako je ovaj odnos nesrazmjeran može doći

do akumuliranja padavine u lijevku (premalen prečnik dovodne cijevi) ili do formiranja tako snažnog mlaza da se posude ne mogu prevrtati (premalen volumen posude a prevelik prečnik dovodne cijevi), itd. Problemi nastupaju i kod mjerenja vrlo slabih kiša npr. onih manjih od 0,2 mm. Te količine ostanu u jednoj od posuda te mogu čak i ispariti tj. ostati neregistrirane ukoliko u dogledno vrijeme ne padne nova količina padavina. Bez obzira na spomenute probleme ovaj tip ombrografa sve više je u upotrebi, a najnovija tehnička rješenja uspijevaju eliminirati prethodno navedene moguće greške kod mjerenja /2/.

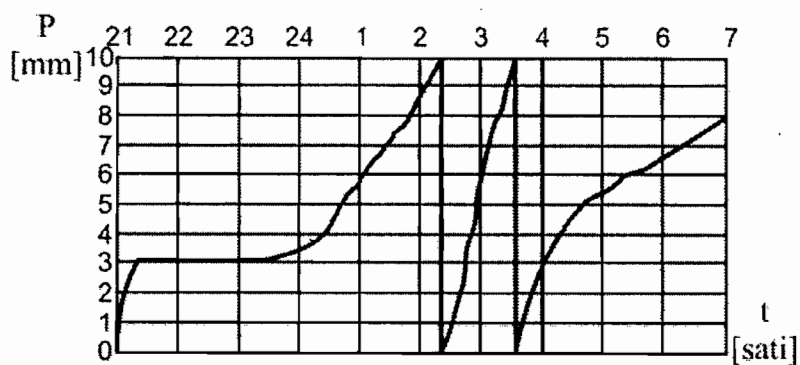
Treba spomenuti tip koji radi na principu vage, tj. vaganja težine pale padavine a naziva se *nifografom*. Posuda u koju pada padavina leži u jednom kraku vage, a njegovo spuštanje usljed težine izazvane palom padavinom se prenosi na pisač koji kontinuirano bilježi promjene stanja. Ovaj tip instrumenta normalno nije snabdjeven uređajem za pražnjenje posude s vodom. Problem se tek djelimično rješava sistemom poluga koje omogućavaju da pisač nekoliko puta može ići od vrha do dna ombrografske trake. U biti je mogućnost mjerenja ovim tipom instrumenta ograničena volumenom posude za sakupljanje padavina koja je smještena odmah ispod otvora za hvatanje padavina. Prema tome ovim instrumentom nije moguće mjeriti ekstremno jake padavine koje su za inženjersko hidrološku praksu najinteresantnije. Slabost ovog instrumenta leži i u činjenici relativno velikih gubitaka isparavanjem, a jedina mu je prednost što omogućava trenutno mjerenje snijega, grada, susnježice i ostalih krutih vertikalnih padavina /2/. Ovaj tip instrumenta je često u upotrebi u SAD.

Uz automatske registratore obavezno moraju raditi i obični dnevni kišomjeri. U Bosni i Hercegovini je ta činjenica posebno značajna zbog toga što u krajevima gdje se javljaju snijeg i niske temperature automatski registratori rade samo od 1. aprila do 1. novembra a vrlo mali broj ombrografa ili kišomjera je kod nas opremljen grijačima za topljenje krutih padavina. Paralelni rad kišomjera i ombrografa omogućuje uspoređivanje i korekciju mjerenja podataka.

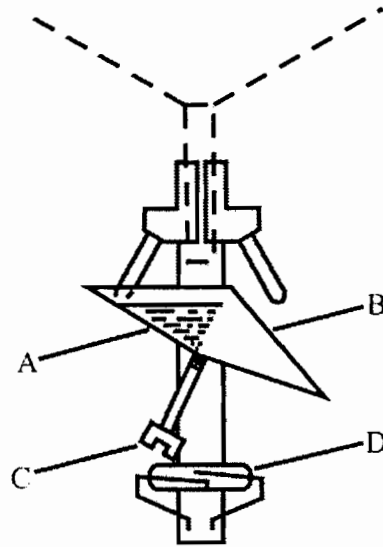
WMO procjenjuje da postoji oko 200 000 kišomjera i ombrografa najrazličitijih tipova nejednoliko razmještenih na površini Zemlje. Ujedno se procjenjuje da oko 25% otpada na automatske registratore.



Slika 3.3. Šema automatskog registratora padavina (ombrografa) /1/



Slika 3.4. Dio ombrografske trake snimljen na jednoj kišomjernoj stanici



Slika 3.5. Objašnjenje principa rada ombrografa sa posudom na prevrtanje. A, B: posude, C: magnet, D: kontaktni uređaj /9/

Mjerenje snježnog pokrivača

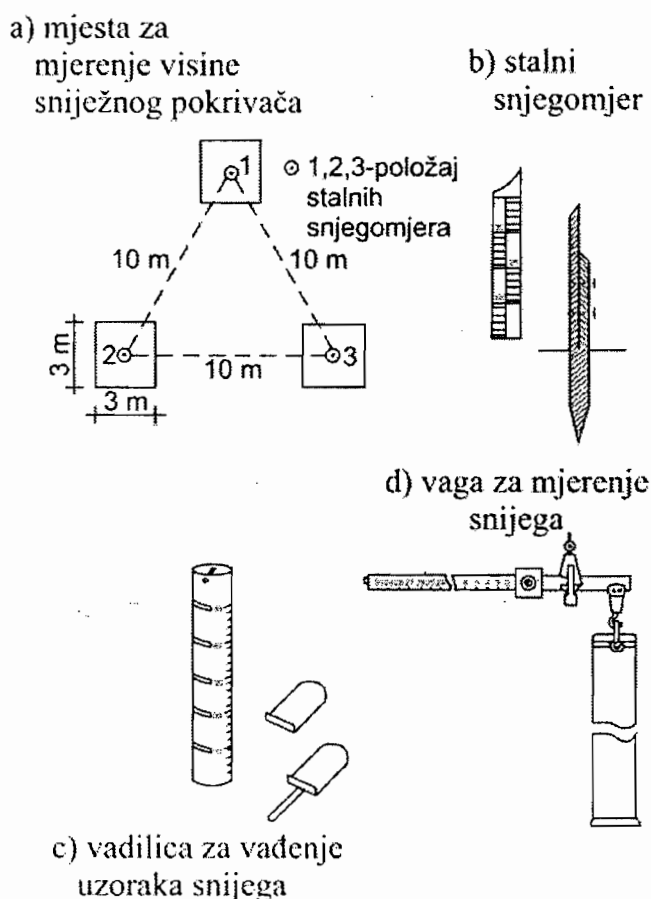
Snijeg se mjeri stacionarnim ali i ekspedicionim metodama. Kod stacionarnog mjerenja koriste se tri stalna položaja snjegomjera na kojima je locirana snjegomjerna letva (slika 3.6.). Visina snježnog pokrivača određuje se kroz srednjak iz mjerenja na tri letve. Debljina snijega na tlu izražena u (cm) određuje se jednom dnevno (obično ujutro u 7 h). Odvojeno se mjeri visina ukupnog snijega a posebno visina novog snijega palog u toku posljednjih 24 sata. Visina novog snijega se mjeri na posebnoj podlozi koja se redovno čisti svakih 24 sata. Osim visine snježnog pokrivača neophodna je informacija o sadržaju vode u snijegu. Za njeno određivanje koristi se šuplja Hellmannova vadilica prikazana na slici 3.6. Snijeg izvađen ovom vadicom mjeri se s posebnom vagom prikazanom na slici 3.6. U nedostatku vage može se snijeg istopiti pa zatim izvagati. Sloj svježeg snijega ima vrlo malu gustoću pa prema tome i mali sadržaj vode. Jednaka debljina starog i slegnutog snijega ima veću gustoću te stoga sadrži mnogo više vode u istom volumenu. Gustoća starog, slegnutog i djelimično zaleđenog snijega može biti i 20 puta veća od gustoće tek palog snijega. Gustoća snijega određuje se izrazom:

$$d = \frac{m}{V_s} = \frac{V_v}{V_s} = \frac{m}{100h} \quad (3.5)$$

Mjerenje i obrada padavina

gdje su: m masa snijega u kg/m^3 , V_s volumen snijega u m^3 , V_v volumen vode u snijegu u m^3 . Pošto je površina otvora Hellmannove vadicice 100 cm^2 , $V_s=100 h$, (izraženog u cm^3) pri čemu je h dubina snijega zahvaćena u vadicici. Masa snijega se određuje vaganjem vagom prikazanom na slici 3.6. Prilikom ekspedicijskih mjerenja snijega pažljivo se odredi ruta kojom se ekspedicija kreće po slivu a potom se duž te rute mjere i uzimaju uzorci visine snježnog pokrivača i sadržaja vode u njemu. Na osnovu tako uzetih uzoraka, te hipsometrijske krivulje sliva kao i površine sliva određuju se rezerve vode u snijegu akumuliranom na površini sliva.

Za mjerenje snijega koriste se i posebni bazeni površine $10,5 \text{ m}^2$. Napunjeni su mješavinom etilnog alkohola i vode u odnosu 1:2 za sprečavanje smrzavanja. Isparavanje je spriječeno s filmom parafinskog ulja debelim $0,5 \text{ cm}$. Promjena vodenog stupca kontinuirano se ošmatra automatskim registratorom s plovkom smještenim u zatvorenu prostoriju.



Slika 3.6. Postupci i pribor za mjerenje snijega /1/

Visinu snijega moguće je kontinuirano mjeriti pomoću posebnih senzora koji rade na principu ultrazvuka. Odašiljač i prijemnik ultrazvuka smješten je na stalnoj visini iznad površine tla. Visina se odabire tako da instrument nikad ne bude zameten snijegom. Ultrazvuk odašlan iz odašiljača koji se nalazi stalno na istoj visini odbija se od tla do prijemnika koji je na istoj visini kao i odašiljač. Brzina ultrazvuka mijenja se u zavisnosti od debljine sloja snijega. Ovakvi mjerači rade kao daljinski bez potrebe neposredne kontrole, a uloga im je posebno značajna u područjima gdje postoji visoki rizik od pojave lavina.

Masa snijega ili ekvivalent vode u snijegu se može mjeriti upotrebom radioaktivnih izotopa. Izvor radioaktivnosti ukapa se neposredno ispod površine tla na stalnu dubinu. Senzor koji kontinuirano mjeri intenzitet zračenja postavlja se vertikalno iznad izvora radioaktivnosti na takvoj visini da nikad ne bude zameten snijegom. Vršiti se mjerenje količine apsorbiranog radioaktivnog zračenja od strane sloja snijega koji leži iznad izvora radioaktivnosti. Pošto je apsorbirano radioaktivno zračenje proporcionalno masi vode u snijegu kroz koju prolaze radioaktivne zrake moguće je direktno i kontinuirano odrediti i pratiti ekvivalent vode u snijegu. Neophodno je naglasiti da se mjerenja s radioaktivnim izotopima danas sve rijetko upotrebljavaju, tj. da je u mnogim zemljama njihova upotreba zabranjena čak i u mirnodopske svrhe.

Moderne tehnologije mjerenja padavina nude mnoga poboljšanja mjerenja, odnosno uklanjanje nekih od nedostataka klasičnih metoda. U tom smislu nezaobilazna je uloga radara i satelita u postupcima mjerenja padavina, iako je njihova tačnost mjerenja još uvijek nedovoljna.

Radari omogućavaju osmatranje lokalnih gibanja padavinskih epizoda, a određeni tipovi radara mogu pomoći kod procjenjivanja padavina palih na površinu. Mjerenje količine padavina radarima zasnovano je na činjenici da postoji statistički odnos između intenziteta padavina i odbijenog signala od zrnaca leda ili tekućih kapljica padavina. Radar se općenito koristi za mjerenje padavina iznad prostranih područja uključujući prvenstveno regije gdje su klasični uređaji za mjerenje padavina rijetki i gdje se javljaju lokalne padavine jakih intenziteta. Poseban značaj za mjerenje padavina radari imaju iznad slabo naseljenih područja, većih jezera i rubnih mora gdje su mjerenja vrlo rijetka i nedovoljno tačna. Mogućnost određivanja prostorne raspodjele intenziteta padavina zavisi o tipu korištenog radara.

Primjena satelita za mjerenje padavina posebno je važna na širokim nenastanjenim područjima na kojima nema instaliranih nikakvih mjernih uređaja. Radi se dakle o velikim područjima Zemlje kao što su Arktik, Antarktik, pustinje i okeani. Kod toga treba imati na umu da sateliti ne mogu mjeriti padavine direktno

te da njihova tehnika procjene padavina nije tačna kao kod prethodno navedenih metoda i tehnika. Međutim njihovo korištenje je neophodno zbog toga jer se smatra da je čak 85% Zemlje pokriveno s nedovoljnim brojem mjernih uređaja. Prednost mjerenja satelitima pred ostalim tehnikama je u činjenici što oni daju kontinuiranu informaciju o globalnom stanju (procjeni) padavina iznad cijele Zemaljske kugle. Za primjenu satelita značajan je postupak kalibracije sa mjerenjima izvršenim na površini. Pri tome treba imati na umu da je ovaj postupak nemoguć ili krajnje otežan i problematičan na 85% spomenutih površina na Zemlji. Satelitima je moguće kontinuirano pratiti kretanje oblačnih sistema i na bazi te informacije procjenjivati moguću količinu padavina palih na neku površinu. Odnos između karakteristika oblaka i padavine pale na površinu vrlo je varijabilan ali on ipak daje korisne indicije koje mogu poslužiti za manje ili više grubu procjenu količine palih padavina.

Sistematske greške i korekcija mjerenja količine padavina u tački

Padavine mjerene u tački najčešće su upotrebljavani podatak u klimatologiji, hidrologiji, geografiji ali i u brojnim ostalim naučnim i praktičnim disciplinama. Svakodnevno koristeći podatke objavljene u meteorološkim godišnjacima ni inženjeri praktičari, ali niti specijalisti meteorolozi i hidrolozi ne razmišljaju o tome da su ti podaci, s kojima ulaze u manje ili više složene proračune, opterećeni sistematskom greškom. Veličina te greške nije zanemarljiva i bitno može uticati na tačnost hidroloških proračuna.

Sistematska greška kod mjerenja padavina u tački sa kišomjerima javljaju se zbog slijedećih šest razloga:

- aerodinamičkog efekta,
- vlaženja unutrašnjih zidova instrumenta i posude za sakupljanje padavina,
- isparavanje akumulirane vode iz posude za sakupljanje padavina,
- nemogućnosti potpunog pražnjenja iste posude,
- isprskavanje kapi padavina iz instrumenta,
- otpuhivanje krutih padavina, primarno snijega sa instrumenta.

Pored ovih grešaka određene probleme izaziva to što padavine ne padaju uvijek vertikalno, odnosno pod pravim uglom na otvor kišomjera koji je horizontalan.

Naravno da pored sistematskih grešaka, kod mjerenja padavina u tački su prisutne i slučajne greške koje nastaju pod kombiniranim uticajem mjernog instrumenta, metode mjerenja i osmatrača koji mjerenje vrši. Slučajne greške su brojne, a vezane su i s nepravilnim instrumentom i/ili netačnim rukovanjem. Radi se na

primjer, o oštećenjima (rupama) na kantici ili prijemnom otvoru, neispravnom tj. kosom položaju otvora, izlivanju dijela vode pri mjerenju, itd. Ove greške se mogu i moraju barem većim dijelom izbjeći pravilnom instalacijom instrumenta, održavanjem i rukovanjem.

3.2. OSNOVNA OBRADA PODATAKA MJERENJA PADAVINA

U okviru ovog poglavlja bit će opisana osnovna obrada nizova godišnjih, mjesečnih i dnevnih padavina mjerenih na jednoj kišomjernoj stanici. Neke specifične analize padavina biti će obrađene u okviru poglavlja, odnosno tematskih oblasti gdje se rezultati takvih analiza koriste.

Podaci o padavinama su neophodni kod projektovanja kanalizacionih sistema, kod projektovanja sistema za zaštitu od poplava, kod projektovanja odvodnih sistema saobraćajnica, kod projektovanja sistema za odvodnjavanje poljoprivrednih zemljišta, i kod drugih vodoprivrednih analiza i ocjena potreba za vodom. Najvažnija analiza za rješavanje pomenutih problema je analiza visine padavina za dato, odnosno mjerodavno trajanje kiše.

Podaci mjerenja padavina na kišomjernim stanicama se obrađuju radi kvantifikacije ukupnih padavina za različite vremenske periode diskretizacije padanja kiše. Tip obrade zavisi od namjene. Tako, na primjer, za bilansiranja vode na određenom području neophodni su podaci za duži vremenski period diskretizacije, kao što su: dan, mjesec, sezona i godina. Međutim, za određivanje mjerodavnih padavina, za proračun maksimalnih proticaja na manjim slivnim područjima, neophodni su podaci o intenzitetima tzv. jakih kiša.

Za inženjere projektante najvažnije karakteristike padavina su:

- visina ili zapremina padavina tokom određenog vremenskog perioda (ili njihov prosječni intenzitet tokom tog vremenskog perioda),
- trajanje padavina,
- površina na kojoj su se padavine pojavile (izručile),
- prosječni povratni period javljanja padavina,
- vremenski i prostorni raspored padavina.

Padavine koje su se odigrale u nekom vremenskom periodu iskazuju se najčešće u (mm) ukupno palog vodenog stuba, pri čemu se sve čvrste padavine uzimaju istopljene kao voda. Ovaj način izražavanja padavina P u (mm) uz oznaku vremena u kome su se desile, jeste osnovni način izražavanja usvojen u cijelom svijetu, i naziva se *visina padavina*.

Mjerenje i obrada padavina

Intenzitet padavina predstavlja odnos visine padavina i vremena u kojem su se one desile:

$$i_{sr} = P / T \quad (3.6)$$

daje *srednji intenzitet* u toku čitavog vremena T . Intenzitet može biti srednji minutni, srednji satni, srednji dnevni. Kod ovako izraženog intenziteta ne vodi se računa o promjeni intenziteta u izabranom periodu vremena. Sam pak trenutni intenzitet iznosi:

$$i = dP / dT \quad (3.7)$$

a to je praktično sekundni ili minutni intenzitet padavina.

Pri ravnomjernoj raspodjeli padavina po površini na koju su pale, *zapremina ukupnih padavina* jednaka je visini padavina pomnoženoj sa površinom:

$$V = P \cdot F \quad (\text{m}^3) \quad (3.8)$$

gdje V čini ukupne padavine u (m^3) na površini F , u određenom vremenskom intervalu.

Pri neravnomjernoj raspodjeli padavina:

$$\Delta V = P_i \Delta F ; \quad V = \sum_F P_i \Delta F \quad (3.9)$$

gdje je ΔF površina, odnosno dio ukupne površine na kojoj su padavine ravnomjerne/iste visine.

Doticaj padavinama je zapremina padavina podjeljena sa trajanjem padavina:

$$Q = V / T \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (3.10)$$

Modul padavina je količnik doticaja padavinama i površine sliva:

$$q = Q / F = V / TF = P / T \quad (\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2) \quad (3.11)$$

Često se modul padavina naziva i *specifična izdašnost padavina* i izražava u (l/s/ha) ili ($\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$).

Kao što je već rečeno, dnevne sume padavina dobijaju se mjerenjem na običnom kišomjeru koje se vrši regularno svakog dana u 7 sati. Taj podatak tretira se kao padavine toga dana, iako se odnosi na prethodni 24-satni period. Bilježi se i publikuje kao podatak o dnevnoj sumi padavina u (mm).

Za razliku od kišomjera, ombrografi služe za registrovanje kiša jakog intenziteta na ombrografskoj traci u vidu zapisa, tzv. pluviograma (vidi sliku 3.7). Pod jakim kišama podrazumijevaju se kratkotrajne kiše značajnih visina trajanja od nekoliko minuta do nekoliko sati. Zapis ombrografa predstavlja sumarnu liniju pale kiše odnosno integralnu krivu kiše $P = P(t)$. Šematski prikaz integralne krive kiše dat je na slici 3.8. Kako je prema izrazu (3.7), intenzitet kiše (i) u nekom trenutku (t), $i = dP/dt$, što u suštini predstavlja nagib tangente na integralnoj krivoj, to jednačina integralne (sumarne) linije glasi:

$$P = \int_0^t i dt \quad (3.12)$$

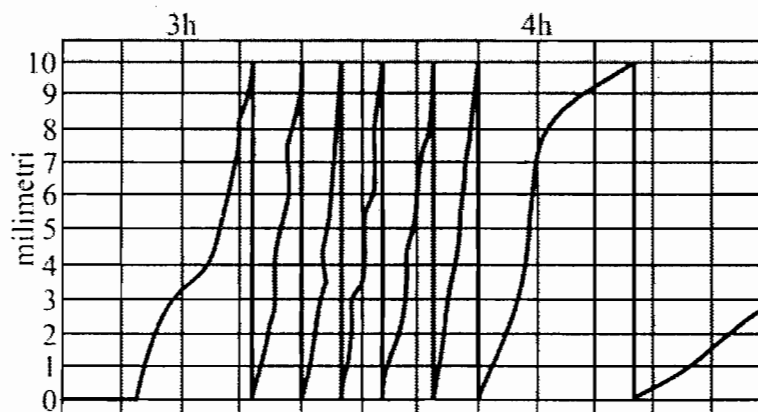
Na osnovu slike 3.8., prosječni intenzitet kiše u konačnom vremenskom intervalu Δt iznosi:

$$i_i = \Delta P_i / \Delta t \quad (3.13)$$

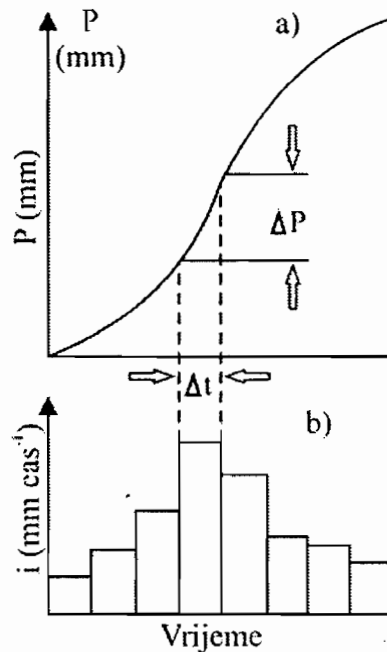
gdje su:

ΔP_i - prirast kiše u intervalu Δt , odnosno $\Delta P_i = P_i - P_{i-1}$

P_i - ordinata integralne krive kiše u i -tom trenutku.



Slika 3.7. Primjer izgleda jednog pluviograma



Slika 3.8. Sumarna linija pale kiše (a) i hijetogram (b)

Grafička predstava intenziteta u funkciji vremena naziva se hijetogram (slika 3.8.-b). Po pravilu, u praksi se konstruiše zavisnost prosječnih intenziteta tokom vremenskog intervala Δt u funkciji vremena, u histogramskom obliku. Periodi diskretizacije vremena Δt mogu biti konstantni ili promjenljivi, s tim da se pri $\Delta t \rightarrow 0$ dobija kontinualna linija čija je jednačina (3.7) i predstavlja diferencijalnu krivu integralne krive kiše jakog intenziteta.

Podloga za definisanje intenziteta kiše je, kao što je već rečeno, ombrografski zapis (traka) pomoću kojeg se dolazi do podataka o intenzitetima (visinama) kiše za različita karakteristična trajanja kiše: 5, 10, 15, 30, 60 minuta, 2, 3, 6, ..., 24 sata.

U praksi se uglavnom koriste dva postupka za primarnu obradu ombrografskih traka i to:

- metoda karakterističnih (prelomnih) tačaka,
- metoda petominutnog perioda diskretizacije ($\Delta t = 5 \text{ min}$).

Pomoću metode karakterističnih tačaka integralne krive kiše (pluviograma) definišu se koordinate karakterističnih (prelomnih) tačaka i saglasno jednačini (3.13) računaju se intenziteti za promjenljive vrijednosti diskretizacije vremena Δt . Maksimalan intenzitet nekog trajanja kiše τ , određuje se postupkom

postepenog sumiranja graničnih intenziteta. Maksimalna visina kiše za trajanje kiše τ dobija se po izrazu:

$$P_{\tau} = \bar{i}_{\tau} \cdot \tau \quad (3.14)$$

gdje je: \bar{i}_{τ} - srednji maksimalni intenzitet kiše trajanja τ .

Metoda petominutnog perioda diskretizacije podrazumijeva da je period diskretizacije konstantan i da iznosi $\Delta t = 5 \text{ min}$. Na taj način, za ukupno trajanje kiše T_k , dobija se hronološki slijed θ prosječnih 5-minutnih vrijednosti intenziteta sračunatih po jednačini (3.13).

Glavni cilj obrade mjerenja i osmatranja padavina je da se svi podaci dovedu u oblik koji je najpogodniji za čuvanje (arhiviranje), razmjenu, publikovanje i analizu.

Obrada podataka može se razdvojiti u tri osnovne kategorije:

- obrada osmotrenih veličina u tački, za sve tačke posebno na određenom prostoru (slivnom području),
- određivanje prostornih varijacija karakterističnih veličina padavina na određenom prostoru (slivnom području), i
- tabeliranje osmatranih podataka i rezultata obrade u formi koja je najpogodnija za publikovanje, razmjenu i korištenje.

Obrada podataka mjerenja i osmatranja u pojedinim tačkama prostora (sliva) obuhvata slijedeće:

- Prvi pregled i obradu prikupljenih podataka sa terena; konstrukcija kontinualnih dijagrama promjene osmotrenih veličina u funkciji vremena,
- Provjera i kontrola rezultata osmatranja; vrši se inspekcija grešaka mjerenja, neispravnosti instrumenata, prekida u osmatranju i ocjena vjerodostojnosti podataka. Ovakve kontrole vrše se analizom korelacionih zavisnosti između osmatračkih stanica i upoređenjem varijacija osmotrene promjenljive sa mogućim uzrocima koji su takve varijacije izazvali. U slučajevima kada postoji kraći prekid u osmatranjima određene veličine, potrebno je izvršiti popunu podataka. Podaci koji nedostaju na nekoj stanici mogu se popuniti na dva načina: analizom podataka osmotrenih prije i poslije prekida na istoj stanici, ili analizom podataka sa drugih stanica, koje nisu imale prekide u radu a locirane su u blizini, u sličnim

prirodnim uslovima. Po oba načina, podaci koji nedostaju u suštini se određuju interpolacijom po vremenu i/ili prostoru. Tačnost ovako određenih podataka veoma je različita, i u prvom redu zavisi od načina osmatranja i blizine susjednih osmatračkih stanica. U principu, svi podaci koji nisu osmotreni, već proračunati, aproksimativnog su karaktera i u publikacijama moraju biti posebno označeni.

- Tabeliranje podataka. Za različite vremenske intervale (dan, mjesec, godina, period), osmotreni podaci se prikazuju tabelarno i/ili grafički. Forma i formati tabela ili karata moraju zadovoljiti dva osnovna zahtijeva: (i) jednostavnost forme, koja omogućuje preglednost i lahko nalaženje podataka prilikom korištenja, (ii) unificiranost tabela i karata, koja omogućuje brzu razmjenu podataka i usklađenost sa ulazno-izlaznim programskim formatima za računarsku obradu.

Padavine na kišomjernim stanicama se osmatraju terminski ili kontinualno. Ako se padavine registruju pomoću ombrografa (kontinualno), radi se o obradi tzv. padavina kratkog trajanja o čemu će biti govora u nastavku ovog poglavlja.

Standardizovana osnovna obrada podataka o padavinama, prikupljenih terminskim osmatranjem, u jednoj kalendarskoj godini sastoji se od:

- određivanja mjesečnih padavina,
- određivanje godišnjih padavina.

Bilo koji način osmatranja i/ili obrada da se koristi, uvijek je neophodna prethodna kontrola osmatranja, popunjavanje podataka i korekcija grešaka padavina.

Ako su sve kontrole pokazale da su rezultati mjerenja, osmatranja i obrade padavina vjerodostojni, podaci se tabeliraju i publikuju u Meteorološkom godišnjaku (tabela 3.1). Isti podaci se pohranjuju i u računarske baze podataka.

Dobro organizovana banka podataka o padavinama, uz bogatu podršku razvijenih hidroloških programa, omogućava, ne samo brzu osnovnu obradu, već i kompleksne hidrološke analize različitih komponenata vodnog bilansa i operativno izdavanje hidroloških prognoza.

Kod studija promjenljivih veličina kao što su padavine, potrebne su izvjesne standardne ili karakteristične veličine na koje se promjene mogu odnositi kao na srednju, prosječnu ili normalnu vrijednost.

Mjesečna padavina P^m dobija se kao suma dnevnih padavina po izrazu:

$$P^m = \sum_{i=1}^m P_i^d \quad (3.15)$$

gdje je m broj dana u mjesecu za koji se računa mjesečna vrijednost.

Za ekstremne mjesečne vrijednosti dnevnih padavina proglašavaju se ekstremi iz niza od m dnevnih vrijednosti odgovarajućeg mjeseca, i to:

$$\text{za maksimalnu dnevnu padavinu } m\text{-tog mjeseca } P_{max}^m = \max\{P_i^d\}, \quad (3.16)$$

$$\text{za minimalnu dnevnu padavinu } m\text{-tog mjeseca } P_{min}^m = \min\{P_i^d\}. \quad (3.17)$$

Godišnja visina padavina dobija se kao suma dnevnih padavina po izrazu:

$$P_g = \sum_{i=1}^n P_i^d \quad (3.18)$$

gdje je n broj dana u godini za koju se računa visina padavina.

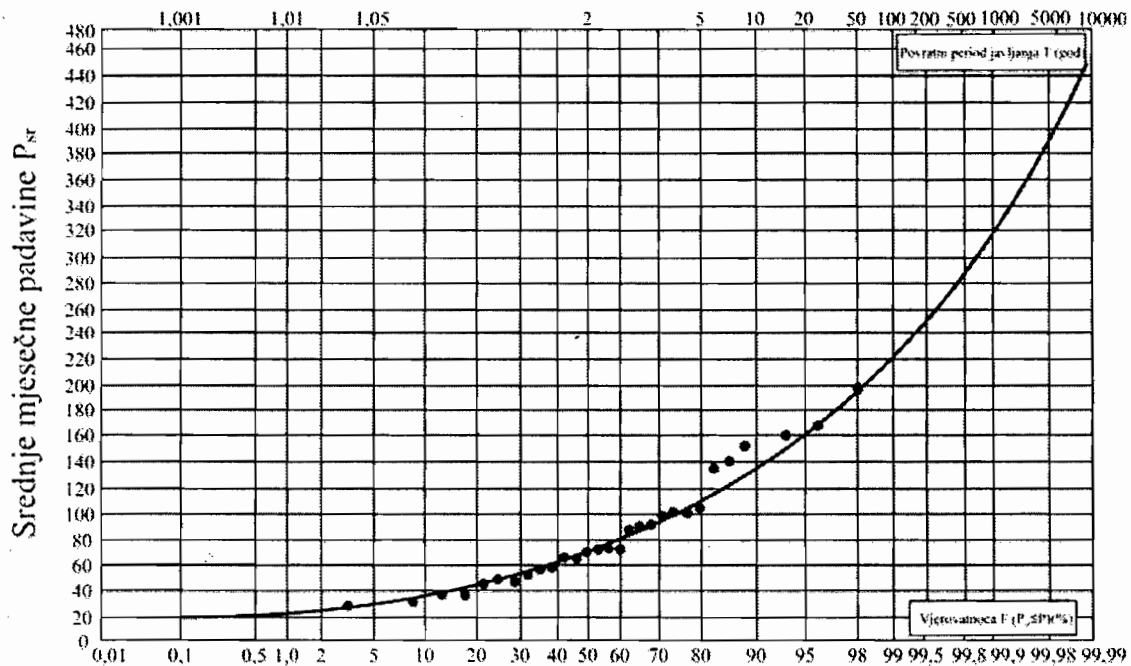
Osim mjesečnih i godišnjih količina palih padavina potrebno je sračunati i različite statističke karakteristike, a neizbježno srednju vrijednost \bar{P} , standardnu devijaciju S_P , koeficijent varijacije c_v i koeficijent asimetrije c_s . O ovim pojmovima i načinu njihovog računanja vidjeti poglavlje 8.

Na bazi osmatranja u dužem periodu godina, određuju se višegodišnji prosjeci mjesečnih, sezonskih i godišnjih visina padavina. Za serije mjesečnih i godišnjih padavina se često radi analiza vjerovatnoće javljanja padavina u određenom mjesecu ili godini, odnosno prilagođavanje raznih tipova funkcija raspodjele vjerovatnoće na uređene nizove tih padavina. Na slici 3.9. dat je primjer primjene Log-Pearson 3 teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće na niz srednjih mjesečnih padavina izmjerenih na meteorološkoj stanici Sarajevo u periodu od 1958 do 1987 godine. O ovim pojmovima i načinu njihovog računanja vidjeti poglavlje 8. Pri tome je srednja mjesečna padavina za i -tu godinu sračunata kao prosjek mjesečnih visina padavina za 12 mjeseci, odnosno:

$$\bar{P}_m^i = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} P_j \quad (3.19)$$

Tabela 3.1 Izgled jednog lista Meteorološkog godišnjaka sa obrađenim padavinama

| PADAVINE (mm) | | | | | | | Godina: 1934 | | | | | |
|---------------------------------|------|------|------|------|-------|-------|--------------------------|------|------|------|-------|------|
| Stanica: SARAJEVO | | | | | | | Broj stanice: 204 | | | | | |
| Vodotok: BOSNA | | | | | | | Nadmorska visina: 540,16 | | | | | |
| Dan | Jan | Feb | Mar | Apr | Maj | Jun | Jul | Avg | Scp | Okt | Nov | Dec |
| 1 | 1.4 | 0.6 | - | 5.8 | - | - | 7.3 | 1.7 | 0.2 | - | 10.2 | - |
| 2 | 2.4 | 0.2 | - | 1.5 | - | 1.1 | - | - | 1.4 | - | 1.2 | - |
| 3 | 4.3 | 2.2 | - | 1.0 | 0.5 | 7.3 | - | - | 24.3 | - | - | 0.9 |
| 4 | 0.6 | - | 5.2 | - | 21.4 | 2.9 | 0.2 | - | 5.8 | 2.7 | 0.8 | 1.3 |
| 5 | - | - | - | 0.6 | 9.0 | - | - | - | - | 4.7 | 3.0 | 6.4 |
| 6 | 3.9 | - | - | 2.0 | 5.7 | - | - | - | - | 8.3 | 1.6 | - |
| 7 | 0.4 | - | 0.3 | 0.6 | 0.3 | 0.3 | - | - | 0.5 | 17.4 | 1.2 | 0.4 |
| 8 | 0.2 | - | 9.1 | 0.2 | 0.1 | 2.2 | - | 2.2 | - | 5.0 | 0.7 | - |
| 9 | - | - | - | 0.9 | - | - | - | 18.2 | - | 0.3 | - | 0.5 |
| 10 | - | - | - | - | - | 14.6 | - | - | 2.6 | 12.6 | - | - |
| 11 | - | - | - | - | 0.3 | 4.6 | 7.9 | 0.1 | 1.2 | 0.1 | - | 0.2 |
| 12 | - | 7.3 | - | - | 3.7 | 11.8 | - | 2.7 | 0.8 | - | 37.1 | - |
| 13 | 1.9 | 2.2 | - | - | 4.1 | 1.2 | - | - | 9.5 | - | 12.5 | 5.8 |
| 14 | - | - | - | - | - | 1.6 | 1.1 | 27.8 | - | - | 12.2 | 1.8 |
| 15 | - | - | 13.6 | 5.0 | 7.2 | 18.1 | 6.8 | 9.6 | - | 2.1 | 7.5 | - |
| 16 | 12.8 | 3.7 | 1.8 | - | 1.0 | 7.7 | 7.3 | 5.5 | - | 33.3 | 1.3 | 1.8 |
| 17 | 4.6 | - | 0.3 | - | 26.8 | - | 8.4 | - | - | 8.3 | 13.5 | - |
| 18 | - | 3.1 | 8.5 | - | 4.4 | - | 3.5 | - | - | 0.6 | 4.6 | - |
| 19 | - | - | 0.3 | - | 5.4 | - | 5.8 | - | - | - | - | 0.2 |
| 20 | - | - | - | - | - | 7.7 | - | - | 11.8 | - | - | - |
| 21 | - | - | - | - | - | 61.4 | - | - | 8.4 | - | - | - |
| 22 | - | - | - | - | - | - | - | - | 14.5 | - | - | 0.2 |
| 23 | - | - | - | - | - | - | - | - | 0.7 | - | - | 7.6 |
| 24 | - | - | - | - | 1.5 | - | - | - | - | - | - | - |
| 25 | - | - | - | - | - | - | 19.4 | - | - | - | - | - |
| 26 | - | - | - | - | 4.8 | - | 16.6 | - | - | - | - | - |
| 27 | - | - | 0.2 | 2.7 | 19.7 | 9.2 | - | 15.8 | - | - | 1.3 | - |
| 28 | 6.8 | - | - | 0.1 | - | - | 0.1 | 0.1 | - | - | - | - |
| 29 | 8.0 | - | - | - | - | 2.9 | - | - | - | - | - | - |
| 30 | 1.6 | - | 16.4 | - | - | 1.8 | - | - | - | - | - | 3.2 |
| 31 | 1.5 | - | 8.2 | - | 1.9 | - | - | - | - | - | - | - |
| Suma | 50.4 | 19.3 | 63.9 | 20.4 | 117.8 | 156.4 | 84.4 | 83.7 | 81.7 | 95.4 | 109.7 | 30.3 |
| Godišnja suma padavina 913.4 mm | | | | | | | | | | | | |



Slika 3.9. Log-Pearson funkcija raspodjele vjerovatnoće prilagođena nizu srednjih mjesečnih padavina za meteorološku stanicu Sarajevo

Kao i drugi meteorološki elementi, i visina padavina ima svoj dnevni, mjesečni i godišnji tok.

Proučavanje rasporeda kiša u toku dana ima svoju primjenu kod melioracija zemljišta, odnosno pretežno u poljoprivredne svrhe. Kako se obično ljeti dešavaju i najveće dnevne padavine, to je ovaj raspored važan, s obzirom da se iznenadne poplave i velike vode kod malih rijeka često dešavaju predveče ili po noći, što ima svojih nezgoda u nedovoljnoj budnosti i pripravnosti.

Raspodjela padavina u toku dana (prosjek za duži period) može se jedino izučavati, ako se vrši registrovanje padavina ombrografom.

Dnevni tok padavina sličan je dnevnom toku oblačnosti. Dnevni tok padavina zavisi, pored oblačnosti, i od geografske širine. Uglavnom, mogu se razlikovati tri tipa padavina prema dnevnim tokovima. U primorskim predjelima maksimum

Mjerenje i obrada padavina

visine padavina je obično u toku noći i ujutro, a minimum u popodnevnim satima. Razlike između najvećih i najmanjih dnevnih visina padavina su vrlo male. Na velikim morima i okeanima dnevni tok visine padavina je slabo izražen, ali je maksimum obično oko pola noći, a minimum poslije podne. U kontinentalnim predjelima izvantropskih oblasti dnevni tok padavina je jače izražen nego u primorskim oblastima. Glavni maksimum je poslije podne, sekundarni maksimum rano ujutro, a glavni minimum je u toku noći. U tropskim predjelima dnevni tok visine padavina ima pojačana kontinentalna obilježja. Ovdje je dosta izražen dnevni tok padavina sa istaknutim maksimumom u popodnevnim satima, što je u vezi sa dnevnim maksimumom konvektivne oblačnosti. Ovo naročito važi za visinske oblasti u tropskim predjelima /2/.

Godišnji tok padavina zavisi od mnogih uzroka. Kod godišnjeg toka padavina uglavnom se mogu uzeti u obzir tri tipa: (i) *tropske padavine* kao posljedica jakog labiliteta, koji nastaje zbog jakog zagrijavanja zemljine površine. U ekvatorskim predjelima maksimumi kiša su dva puta u godini i to poslije ravnodnevnica, a minimumi takođe dva puta i to poslije solsticijuma, (ii) *ciklonske padavine* odnose se na umjerene geografske širine, a uslovljene su putanjama depresija, odnosno ciklona (u vremenu kada iznad izvjesnih predjela prelaze depresije, pojaviće se maksimalne visine padavina, a u vremenu preovlađivanja anticiklona iznad tih oblasti biće minimalne visine padavina), (iii) *orografske ili reljefne padavine* javljaju se kao posljedica oblika terena i uzlaznih struja i prebacivanja vazduha preko planinskih masiva, usljed čega dolazi do kondenzacije vodene pare i izlučivanja padavina na navjetrenim stranama planina. Na zavjetrenim stranama planina, gdje se vazduh spušta i dinamički zagrijava, nastaje razvedravanje i smanjivanje visine padavina. Ova tri glavna tipa padavina mogu se dalje dijeliti u razne grupe i podgrupe, tako da na Zemlji postoji veći broj karakterističnih godišnjih tokova padavina.

Padavine su promjenljive i iz godine u godinu, tako da se prosjek mijenja u zavisnosti od broja godina iz kojih se obrazuje. Smatra se danas u krugovima hidrologa da period osmatranja padavina ispod 20-25 godina nije dovoljan da se dobije pouzdan prosjek. Promjenljivost ukupnih godišnjih padavina je različita; veća je u suhljim, aridnim predjelima, kao i u unutrašnjosti kontinenta, nego li u vlažnijim i primorskim krajevima.

Prosječne mjesečne padavine, kao srednje vrijednosti padavina određenog mjeseca u čitavom osmatranom periodu, daju sliku o raspodjeli padavina u toku godine. Prigovor je da prosječne mjesečne padavine daju idealiziran godišnji raspored padavina, gdje je izvršeno znatno ublažavanje ekstrema, tako da tok prosječnih

mjesečnih padavina obično odstupa od toka mjesečnih padavina osmatranih godina sa srednjim padavinama.

U različitim krajevima Zemlje režimi padavina kako po veličini tako i po njihovom rasporedu tokom godine vrlo su različiti. Dio tih različitosti moguće je sagledati iz tabele 3.2 u kojoj su date padavine izmjerene na kišomjernim stanicama na različitim dijelovima Zemljine lopte i nekoliko stanica u Bosni i Hercegovini.

Takođe, u svrhu ilustracije u tabeli 3.3. date su maksimalne osmotrene visine padavina raznog trajanja u svijetu.

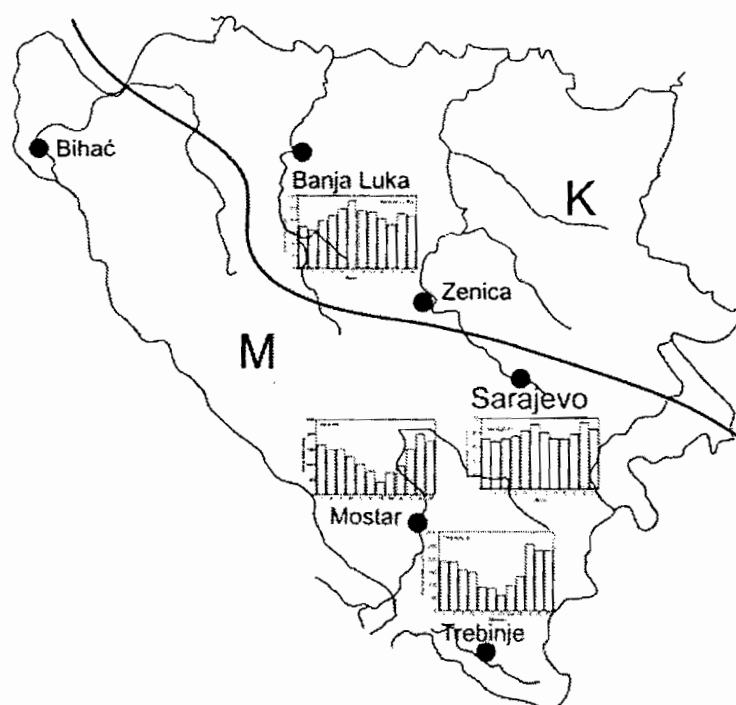
Tabela 3.2 Srednje mjesečne i godišnje padavine na različitim dijelovima Zemljine lopte i Bosni i Hercegovini

| Stanica | Mjesec | | | | | | | | | | | | Godina |
|--------------------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|--------|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | |
| Nekemte (Etiopija) | 9 | 17 | 53 | 82 | 252 | 374 | 393 | 391 | 288 | 153 | 61 | 21 | 2094 |
| Bhadra (Indija) | 1 | 3 | 12 | 81 | 139 | 413 | 794 | 477 | 171 | 159 | 64 | 9 | 2323 |
| Ben Abdel (Alžir) | 55 | 59 | 60 | 48 | 47 | 11 | 0 | 1 | 17 | 51 | 49 | 62 | 460 |
| Sarajevo | 71 | 67 | 70 | 74 | 82 | 91 | 79 | 71 | 70 | 77 | 94 | 85 | 931 |
| Banja Luka | 69 | 63 | 79 | 87 | 98 | 111 | 95 | 93 | 82 | 72 | 91 | 86 | 1026 |
| Mostar | 165 | 148 | 150 | 127 | 102 | 78 | 43 | 74 | 96 | 151 | 200 | 179 | 1513 |
| Trebinje | 190 | 189 | 158 | 148 | 90 | 86 | 55 | 94 | 131 | 256 | 231 | 229 | 1837 |

Obzirom na atmosferske procese i karakteristike reljefa, padavine na teritoriji Bosne i Hercegovine su nepravilno raspoređene u vremenu i prostoru. Glavno obilježje režima padavina je raspodjela količina padavina u toku godine. Ukoliko neko područje ima u hladnijoj polovini godine (X-III) više od 50% od ukupne godišnje količine padavina, ono pripada *maritimnom* režimu padavina. Nasuprot tome, ako u toplijoj polovini godine (IV-IX) padne više od 50% od ukupne godišnje količine padavina, onda to područje pripada *kontinentalnom* režimu padavina. Na slici 3.10 su pokazani hijetogrami mjesečnih padavina na četiri kišomjerne stanice na osnovu kojih se mogu uočiti pomenuti režimi, kao i granica koja približno odvaja maritimni i kontinentalni režim padavina.

Tabela 3.3 Maksimalne osmotrene padavine u svijetu

| Lokacija | Datum pojave | Trajanje | Maksimalna padavina (mm) |
|-------------------------|------------------------|------------|--------------------------|
| Barot, Guadeloupe | 26.XI 1970. | 1 min | 38 |
| Plumb Point, Jamaica | 12.V 1916. | 15 min | 198 |
| Rockport, West Virginia | 18.VII 1889. | 2,17 sati | 483 |
| Belouve, La Reunion | 28-29.II 1964. | 12 sati | 1340 |
| Cilaos, La Reunion | 15-16.III 1952. | 24 sati | 1870 |
| Cilaos, La Reunion | 13-18.III 1852. | 5 dana | 3854 |
| Cherrapunji, India | VII 1861 | 1 mjesec | 9300 |
| Cherrapunji, India | IV-IX 1861 | 6 mjeseci | 22454 |
| Cherrapunji, India | VIII 1860- VII 1861 | 12 mjeseci | 26461 |
| Cherrapunji, India | 1860-1861 | 24 mjeseca | 40768 |



Slika 3.10. Granica koja približno odvaja maritimni (M) i kontinentalni režim (K) padavina. Pokazane su tipične raspodjele mjesečnih padavina (mm) na nekim kišomjernim stanicama

3.3. VARIJACIJE PADAVINA U PROSTORU

3.3.1. Procjena podataka koji nedostaju

Nerijetko se dešava da pojedini podaci o padavinama na nekoj od stanica nedostaju ili zbog toga što nisu mjereni ili pak zbog toga što su zagubljeni, te obrađivač do njih ne može doći. Smatra se da je principijelno ispravnije procijeniti vrijednost nedostajućeg podatka nego ga izostaviti, posebno danas kada se sve obrade rade računarskim putem.

Kao prva metoda za procijenjivanje podataka koji nedostaju je metoda aritmetičkih sredina. Metoda se koristi: (i) kada su varijacije godišnjih padavina na stanici na kojoj podaci nedostaju i okolnih stanica unutar 10%, (ii) kada raspoložemo sa tačnim podacima na najmanje tri okolne stanice i (iii) kada su okolne stanice raspoređene ravnomjerno i blizu stanici na kojoj se podaci popunjavaju. Nedostajući podaci o padavinama na stanici (x) računaju se kao aritmetička sredina padavina na okolnim stanicama za isti vremenski period, kao:

$$P_x = \frac{1}{n}(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n) \quad (3.20)$$

gdje su P_1, P_2, \dots, P_n padavine na okolnim stanicama a (n) broj okolnih stanica.

U slučajevima kada su varijacije na primjer godišnjih padavina okolnih stanica veće od 10% procjenu nedostajućeg podatka P_x na stanici X može se odrediti slijedećim izrazom zasnovanim na analizi odnosa palih padavina:

$$P_x = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\bar{P}_x}{\bar{P}_1} \cdot P_1 + \frac{\bar{P}_x}{\bar{P}_2} \cdot P_2 + \frac{\bar{P}_x}{\bar{P}_3} \cdot P_3 \right) \quad (3.21)$$

gdje su: $\bar{P}_x, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ srednje višegodišnje padavine na stanicama $X, 1, 2, 3$ dok je s P_1, P_2 i P_3 označena godišnja padavina na stanicama 1, 2, 3 u godini kada nedostaju podaci na stanici X . Kod primjene ove metode najčešće se koriste tri tzv. indeks stanice, ali je moguć rad i sa dvije ili više njih što zavisi o broju raspoloživih kišomjernih stanica koje ispunjavaju uslov da pripadaju istom padavinskom režimu te im podaci dobro koreliraju sa podacima kišomjera na kojem se procjenjuju nedostajući podaci.

Kao druga metoda za procjenjivanje podataka koji nedostaju, je klasična i dobro poznata regresijska i korelacijska analiza. Za ispunjavanje ovog zadatka može se koristiti linearna ili nelinearna jednostruka ili višestruka regresiona analiza.

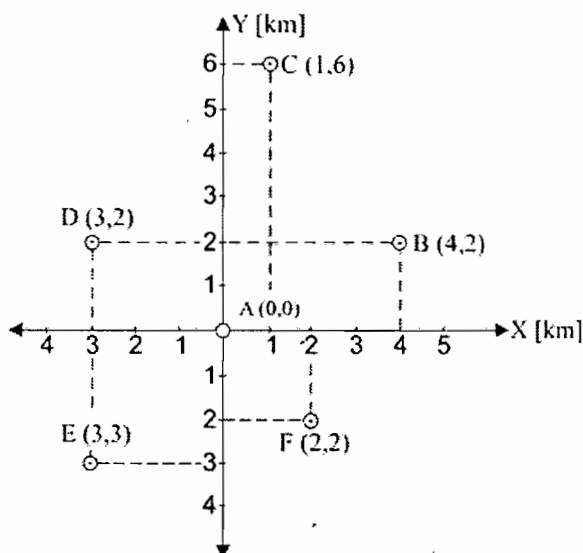
Na primjer, može se ustanovljavati višestruka linearna regresiona jednačina u formi:

$$P_x = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2 + \dots + a_nP_n \quad (3.22)$$

gdje je P_x tražena padavina na stanici na kojoj podaci nedostaju a P_1, P_2, \dots, P_n padavine na okolnim stanicama. Vrijednosti koeficijenata $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ se računaju korištenjem metode najmanjih kvadrata. Pošto se radi o čisto statističkim principima i postupcima, bez ikakve posebnosti za hidrologiju, smatra se da je ova metoda dovoljno objašnjena u poglavlju 8.

Slijedeća u nizu je metoda bazirana na procjeni nedostajućeg podatka isključivo korištenjem podataka susjednih kišomjera i informacija o međusobnoj udaljenosti kišomjera. Metoda se naziva US Weather Service method [2]. Kompletan primjer nadopune nedostajućeg podatka na stanici A korištenjem podataka sa pet okolnih

stanica B, C, D, E i F dat je na slici 3.11. Na slici 3.11 je dat prikaz međusobne udaljenosti stanica od kišomjera A na kojem nedostaje podatak.



| Naziv kišomjera | P_i | $\Delta x_i = x_A - x_i $ (km) | $\Delta y_i = y_A - y_i $ (km) | $(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2$ | w_i | $P_i \cdot w_i$ |
|---|-------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|--------|-----------------|
| A | ? | 0 | 0 | 0 | - | - |
| B | 16 | 4 | 2 | 20 | 1/20 | 0.0800 |
| C | 18 | 1 | 6 | 37 | 1/37 | 0.0486 |
| D | 15 | 3 | 2 | 13 | 1/13 | 0.1150 |
| E | 20 | 3 | 3 | 18 | 1/18 | 0.1110 |
| F | 17 | 2 | 3 | 8 | 1/8 | 0.2125 |
| $P_A = 0.5677 / 0.3345 = 17 \text{ mm}$ | | | | Σ | 0.3345 | 0.5677 |

Slika 3.11. Postupak za procjenu podataka padavina koje nedostaju zasnovan na informaciji o međusobnoj udaljenosti kišomjera /2/

Analitički izrazi za definiranje nedostajuće padavine P_A ovim postupkom glase:

$$P_A = \frac{\sum_{i=1}^n P_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (3.23)$$

$$w_i = 1 / \left[(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2 \right] \quad (3.24)$$

Pošto ova metoda koristi samo informaciju o situacionoj udaljenosti između kišomjera moguće je prethodne izraze nadopuniti i informacijom o visinskoj razlici Δz_i između kišomjera. Pošto su visinske razlike znatno manje od onih horizontalnih prikazanih sa Δx_i i Δy_i one se rijetko uključuju u proračun.

Nedostajući podaci mogu se interpolirati i korištenjem karte izohijeta (vidjeti poglavlje 3.3.3) izrađene za padavine u periodu i na području u kojem na jednoj lokaciji nedostaju podaci. Kvalitetno izrađene karte izohijeta uzimaju u obzir lokalne karakteristike koje utiču na režim padavina u prostoru uključujući informaciju i uticaj udaljenosti lokacije od mora, topografije regije, smjera kretanja olujnih padavina, itd. Sa razvojem računarske tehnike problem interpolacije podataka u prostoru počeo se riješavati numeričkim postupcima zasnovanim na primjeni različitih postupaka kao na primjer Fourierove analize, Kriging tehnike, itd /2/.

U inženjerskoj praksi uobičajeno se koriste i druge, relativno jednostavne metode za koje se smatra da fizički više odgovaraju izučavanim procesima od prethodno spomenutih.

3.3.2. Provjera homogenosti

Postupak provjere homogenosti ili konzistencije padavinskih nizova, ima za cilj /2/:

- Otkrivanje promjena u postupku sakupljanja padavinskih podataka na datoj lokaciji,
- Pravilno lociranje kišomjernih uređaja,
- Stvaranje mjera opreza neophodnih za postizanje reprezentativnih mjerenja padavina.

Općenito se može reći da promjene u konzistenciji niza padavinskih podataka mogu nastati zbog:

- Primjene različitih instrumenata,
- Promjene u proceduri osmatranja padavina,
- Promjene lokacije mjernog instrumenta.

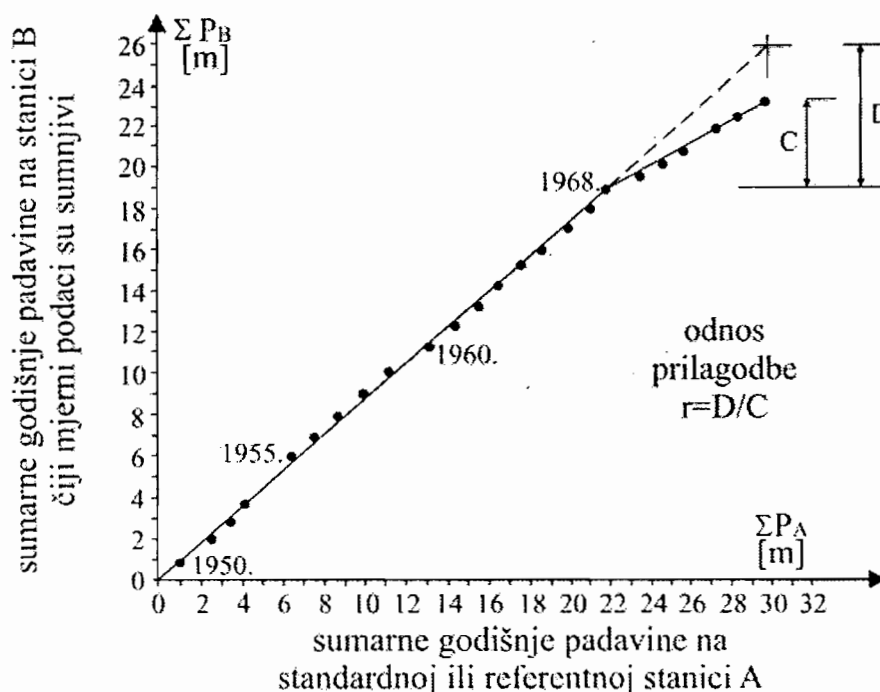
Promjena u lokaciji kišomjera ili u tehnici zahvatanja uzorka može da prouzrokuje promjenu vrijednosti koja se registruje kao osmotreni podatak padavina. Praksa hidrometeorološke službe u SAD zahtijeva da se padavinskoj stanici da novi identifikacijski broj ukoliko se lokacija stanice izmjeni za više od 8 km ili za preko 30 m visinski.

Postoji više metoda za otkrivanje nekonzistentnosti podataka osmotrenih nad nekom stanicom. Jedna od njih je metoda duple mase, koja je jednostavna i po pravilu veoma efikasna. Metodom duple mase porede se sumarne godišnje ili sezonske padavine osmotrene kod stanice od interesa, sa prosjekom istodobnih sumarnih vrijednosti jedne ili grupe obližnjih stanica.

Dakle, jedna od njih je standardna ili referentna, dakle stanica u čiju se kvalitetu mjerenja može pouzdati. Vrlo često se umjesto jedne stanice koristi veći broj njih a proračun se vrši s njihovim osrednjenim podacima. Druga je ona stanica na čije se podatke osnovano sumnja zbog nekog od prethodno navedenih razloga. Na ordinati nanose se sumarne godišnje padavine referentne stanice/stanica a na apcisi "sumnjive stanice". U slučaju nepromjenjivih uslova odnos između ovih dviju količina bit će linearan s vrlo malim odstupanjima tačaka od pravca. Bilo kakav efekat koji izaziva promjene samo na jednoj stanici (očekuje se da će to biti ona problematična, nazvana sumnjivom) rezultirat će vidnom promjenom nagiba pravca kako je to pokazano na slici 3.12. Ako se konstatira očigledna promjena nagiba pravca, potrebno je ustanoviti i razlog za to. Sa slike 3.12 je vidljivo da su promjene započele poslije 1968. godine, te da od uključivo 1969. godine na dalje, treba izvršiti korekciju osmotrenih padavina sa odnosom D/C.

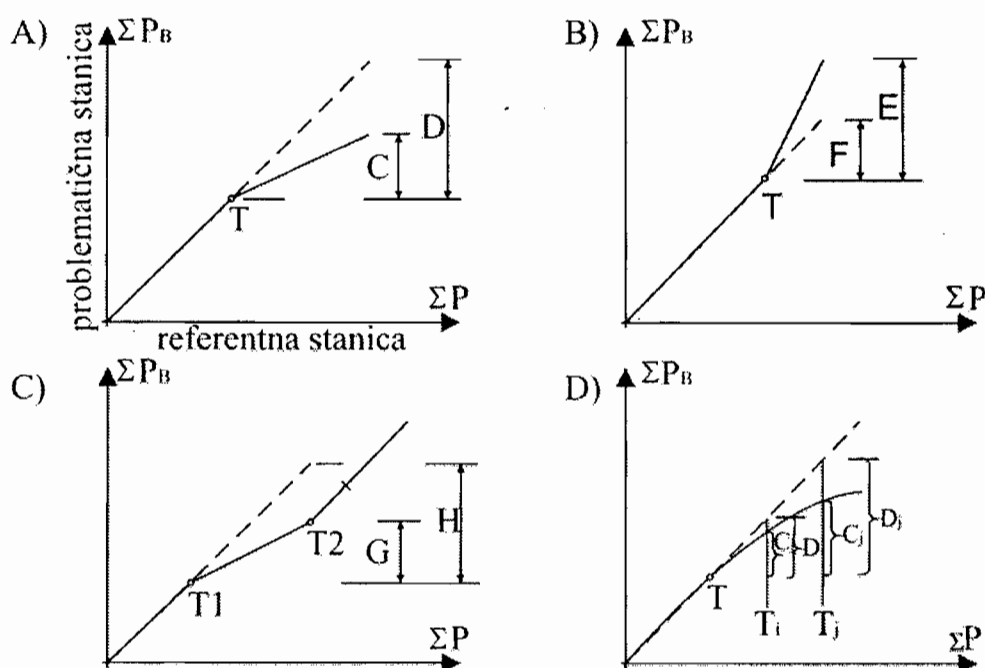
Osim postupka korekcije, preko krivulja dvostruke mase moguće je vršiti i nadopunu podataka kao interpolaciju ili ekstrapolaciju. Na slici 3.13 /2/ nacrtana su četiri slučaja koja se mogu pojaviti prilikom provjere homogenosti nizova sumarnih padavina. U slučaju prikazanom na slici 3.13-A radi se o situaciji kada je od godine T započelo na problematičnoj stanici B mjerenje manjih količina padavina i to za odnos D/C. Identični prikaz dat je na slici 3.12. Slika 3.13-B prikazuje sličnu situaciju s tim da je ovog puta na problematičnoj stanici B od

godine T započelo mjerenje većih količina padavina u odnosu E/F. Slučaj prikazan na slici 3.13-C pokazuje identičnu situaciju kao onaj na slikama 3.12 i 3.13-A s tim da se korekcija mjerenih podataka na problematičnoj stanici B mora izvršiti samo u periodu od T_1 do T_2 pošto je u godini T_2 došlo do uspostavljanja identičnog stanja koje je vladalo od početka analize do godine T_1 . Izmjerene padavine na problematičnoj stanici B treba u ovom slučaju povećati za iznos H/G . Relativno najkompleksnija situacija prikazana je na slici 3.13-C. Ovdje nije u jednom trenutku (dakle neposredno poslije godine T) došlo do nagle promjene uslova mjerenja padavina na problematičnoj stanici B , već su se ti uslovi postupno mijenjali iz godine u godinu. Razlog za takvu situaciju može biti postupno smanjenje količina godišnjih padavina uhvaćenih kišomjerom izazvano rastom drveta u blizini kišomjera. Krošnja se iz godine u godinu povećava i adekvatno svom rastu zadržava dio padavina sprečavajući ih da dopiju do otvora kišomjera te da budu izmjerene. Za korigiranje podataka kišomjera B potrebno je svake pojedine godine izračunati odnos korektno padavine definiran preko referentne stanice (crtkana linija) i stvarno izmjerene padavine koji za godinu T_i iznosi D_i/C_i , a za godinu T_j iznosi D_j/C_j . S tim odnosima potrebno je pomnožiti izmjerene padavine svake pojedine godine, što znači da ih je potrebno uvećati.



Slika 3.12. Ilustracija provjere homogenosti korištenjem krivulje dvostruke mase [2/

Općenito uzevši, krivulja dvostruke mase može se upotrijebiti i definirati sa sumarnim dnevnim, mjesečnim, sezonskim ili godišnjim padavinama, međutim pouzdaniji rezultati uglavnom se dobivaju upotrebom nizova godišnjih padavina. Wiesner (1970) preporučuje da svaku promjenu ustanovljenu pomoću krivulja dvostruke mase preko jedne referentne stanice treba potvrditi sa još nekoliko (do pet) referentnih stanica. Postupak provjere homogenosti preko krivih dvostruke mase ne preporučuje se izvršiti u planinskim područjima u kojima na količinu pale padavine snažan uticaj imaju orografski i/ili drugi faktori.



Slika 3.13. Četiri varijante oblika krivulje dvostruke mase /2/

Najmanje tri do pet susjednih stanica uzima se kao bazna mreža za poređenje i otkrivanje nekonzistencije podataka stanice o kojoj je riječ. Za upotrebu ove metode bolje je upotrijebiti sezonske (na primjer proljetne, ljetnje, jesenske, itd.) sumarne visine padavina nego godišnje za oblasti gdje postoji izražena sezonska varijacija padavina. Promjenu nagiba krive duple mase ne bi trebalo smatrati značajnom ukoliko se ne proteže na bar pet godina.

Značajnu pažnju trebalo bi obratiti prilikom primjene ove metode. Tačke nanešene na dijagram nikad ne padaju tačno na srednju liniju, pa bi promjene u nagibu trebalo prihvatiti jedino kad je ista očigledna i značajna ili potkrijepljena drugim činjenicama. Ova metoda je približna.

Osim postupka korekcije, preko krivulja dvostruke mase moguće je vršiti i nadopunu podataka kao interpolaciju ili ekstrapolaciju.

Postupak provjere homogenosti može biti izvršen i drugim metodama kao na primjer korištenjem karata izohijeta, te ispitivanjem anomalija na tim kartama.

Pažljivo nacrtane karte izohijeta mogu pokazati očigledne greške u mjerenju padavina na jednom lokalitetu. Svako neregularno ponašanje padavina u prostoru mora biti podvrgnuto detaljnoj provjeri uz korištenje podataka mjerenih na okolnim stanicama. Ukoliko se ne nađe fizičko objašnjenje neregularnosti, takav podatak treba korigirati na osnovu zakonitosti koje su ustanovljene kartom izohijeta. Karte prosječnih (višegodišnjih) izohijeta mjesečnih, sezonskih ili godišnjih padavina mogu se koristiti za prethodnu provjeru sumnjivih kišomjera. Osim karata prosječnih izohijeta moguće je izraditi i karte izohijeta padavina određenog trajanja istog povratnog perioda.

3.3.3. Određivanje prosječnih padavina na površini/slivu

Mjerenja padavina u tački ne donosi dovoljno informacija o padavinama palim na slivnu površinu, koja u biti predstavlja osnovni interes za proces oticanja. Padavine pale na površinu nikada nisu dovoljno poznate što neosporno izaziva neizvjesnost u simuliranju hidrograma oticanja bez obzira koliko savršen hidrološki model bio upotrijebljen. Pošto se padavinska oluja kreće preko sliva, njena brzina kao i smjer kretanja značajno utiču na oblik rezultirajućeg hidrograma. Prema tome i za praktične potrebe, a ne samo za teoretska razmatranja neophodno je poznavati kako kretanje padavinske oluje tako i raspodjelu padavina u prostoru. Prilikom studiranja prostorne raspodjele padavina generalno su uključena slijedeća dva principa:

- Određivanje raspodjele padavina u prostoru na osnovu mjerenja padavina u tački,
- Istraživanje dinamičkih svojstava padavina.

Prvi princip uključuje interpolacijske i ekstrapolacijske tehnike i postupke, istražuje i razvija površinske i redukcijske faktore te generira prostorno polje padavina determinističkim i/ili stohastičkim modelima. Drugi princip uključuje hidrometeorološke studije mehanizma generiranja padavina kao i metode računanja brzine, smjera, dimenzija i vijeka života padavinske stanice kao jedinice produkcije padavina, naročito onih konvekcijskih koje produkuju najintenzivnije pljuskove kratkog trajanja s često najpogubnijim posljedicama, specijalno u urbanim i gusto naseljenim područjima /2/.

Na osnovu mjerenja u određenim tačkama (kišomjernim stanicama), vrši se analiza i ocjena ukupne zapremine (m^3) ili prosječne visine (mm) padavina na posmatranu površinu (sliv) i u određenom intervalu vremena. Pored uobičajenog termina "prosječna visina padavina", koristi se i termin "ekvivalentna visina padavina", kojom se bolje izražava značenje ovog pojma, pošto proizvod između prosječne visine padavina i površine sliva, mora biti jednak zapremini palih padavina. Vremenski interval za koji se ovaj proračun vrši može biti nekoliko desetina minuta ili nekoliko sati (pljusak), jedan dan, mjesec, sezona, godina.

Najopćenitije govoreći, u hidrologiji postoje dva uobičajena postupka za definiranje srednje padavine pale na analiziranu površinu /3/. Prvi se odnosi na određivanje srednje padavine P_1 jedne padavinske epizode. Matematički, srednja padavina pala na površinu tada je definirana slijedećim izrazom:

$$P_1 = \frac{1}{A} \int_A f(x) dx \quad (3.25)$$

U drugom slučaju definira se srednja padavina P_2 pala na površinu A tokom perioda vremena T . Njen definicioni matematički izraz glasi:

$$P_2 = \frac{1}{T} \frac{1}{A} \sum_{t=1}^T \int_A f(x, t_i) dx \quad (3.26)$$

pri čemu su: $f(x)$ funkcija koja opisuje ukupnu padavinu palu na sve tačke x , dok je $f(x, t_i)$ funkcija koja opisuje ukupnu padavinu palu na sve tačke x u periodu t_i .

Budući da se osmatranja padavina općenito vrše u tačkama koje uglavnom ne daju dovoljno savršenu predstavu realnog stanja u prostoru, može se reći da nam je funkcija $f(x)$ nedovoljno poznata. S ovom činjenicom sukobljavaju se svi danas vrlo sofisticirani postupci za određivanje padavine pale na površinu, koji su građeni na često vrlo složenim (uz neizbježnu primjenu računara) postupcima za određivanje funkcije $f(x)$. Zbog toga još uvijek egzistiraju i smatraju se jednako kvalitetnim klasični postupci prostorne integracije padavina aproksimirani upotrebom neke vrste diskretnih težinskih prosjeka. U cilju lakše sistematizacije i jasnijeg prikazivanja vrlo brojnih metoda za određivanje padavine pale na površinu, u prvom koraku će se prihvatiti podjela na:

- jednostavne metode,
- sofisticirane ili visoko razvijene metode.

Dok kod prvih metoda upotreba računara i kompliciranih numeričkih postupaka nije nužna, kod drugih metoda rezultate je moguće dobiti isključivo korištenjem programa razvijenih za računare.

Jednostavne metode, koje rade na principu prenosa padavine očitane (izmjerene) u tački na neku površinu, su slijedeće:

- metoda aritmetičkih sredina,
- metoda Thiessenovih poligona,
- metoda trokuta,
- metoda izohijeta sa subjektivnom interpolacijom,
- metoda izohijeta sa linearnom interpolacijom,
- hipsometrijska metoda,
- metoda izbora težina pomoću izohijeta,
- metoda postotaka od srednje višegodišnje padavine,
- Spreen metoda,
- Sacramento metoda.

Sve ove metode zasnovane su na pronalaženju težinskog koeficijenta (težine) za padavine mjerene u tački. Jedina razlika u metodama je u izboru vrijednosti težinskog koeficijenta pojedine padavinske stanice.

Ovdje će biti objašnjene tri, u hidrološkoj praksi najčešće korištene metode: (i) metoda aritmetičkih sredina, (ii) metoda Thiessenovih poligona i (iii) metoda izohijeta. Druge metode čiji opis se može naći u literaturi nisu u širokoj upotrebi u hidrologiji. Vrlo sofisticirani matematski postupci koje treba primijeniti u nekim od tih metoda nisu u skladu sa dobivenom tačnošću srednje padavine na slivnoj površini.

Generalni izraz za proračun prosječne padavine na površini za sve tri naprijed pomenute metode može se napisati u slijedećem obliku:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^n P_i w_i \quad (3.27)$$

gdje je w_i težinski koeficijent za i -tu kišomjernu stanicu, P_i visina padavina na i -toj kišomjernoj stanici i (n) ukupan broj kišomjernih stanica na razmatranoj površini, odnosno neposrednoj blizini analizirane površine.

Metoda aritmetičkih sredina

Metoda aritmetičkih sredina je najjednostavnija od svih nabrojanih a zasnovana je na pretpostavci da svaki kišomjer u analiziranom slivu ima jednaku težinu $w_i=1/n$ pri čemu je n broj kišomjera na ili u blizini sliva uzetih u razmatranje. Definiციjski izraz za srednju količinu padavina na slivu tada glasi:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^n P_i w_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i = \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{n} \quad (3.28)$$

gdje su P_1, P_2, \dots, P_n visine padavina na kišomjernim stanicama na slivnoj površini.

Ova metoda prihvatljiva je u praktičnoj primjeni na područjima koja nemaju živ reljef te stoga na njima nema ni značajnijih varijacija u količini palih padavina. Kao preduslov za primjenu ove metode je i relativna brojnost mjernih stanica te njihova jednolika raspodjela na analiziranom slivu. Metoda daje grubu procjenu prosječne vrijednosti padavina. Metoda ne uzima u obzir uticaj topografije i drugih uticajnih faktora.

Dakle, ovaj metod je prikladan za slivove na kojima su kišomjerne stanice raspoređene uniformno i gdje pojedinačne visine padavina ne odstupaju značajno od prosječne visine. Metoda daje prilično tačan rezultat ukoliko je uticaj topografije na padavine i prostorna reprezentativnost uzeta u obzir prilikom njihovog postavljanja.

U formuli (3.28) je implicitno uvedena pretpostavka da je ukupna slivna površina podjeljena na (n) jednakih podpovršina veličine (A/n) , na kojima je visina padavina u svakoj tački podpovršine jednaka visini padavina izmjerenoj na kišomjernoj stanici koja pripada toj podpovršini. Kako zapremina ukupno pale vode na razmatranu površinu sračunata preko prosječne padavine \bar{P} mora biti jednaka sumi pojedinačnih zapremina koje bi se ostvarile na (n) podpovršina, uz gornju pretpostavku se može napisati:

$$\bar{P} \cdot A = \sum_{i=1}^n \frac{A}{n} \cdot P_i \Rightarrow \bar{P} = \sum_{i=1}^n \frac{A}{nA} P_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.29)$$

što je jednako izrazu (3.28).

Mjerenje i obrada padavina

Za primjer slivne površine dat na slici 3.14, srednja vrijednost godišnjih padavina po ovoj metodi iznosi:

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i = \frac{1}{7} (P_A + P_B + P_C + \dots + P_G) = 893 \text{ mm} \quad (3.30)$$

Metoda Thiessenovih poligona

Za razliku od metode aritmetičkih sredina, u ovom metodu svakoj od kišomjernih stanica daje se težina, odnosno težinski koeficijent proporcionalan površini koju ona pokriva na ukupnoj slivnoj površini. Sve stanice na i oko sliva uzimaju se u razmatranje uz pretpostavku linearne promjene visine padavina između dvije stanice. Procedura za definiranje površina koje pripadaju pojedinim stanicama na slivu je slijedeća:

- Na karti odgovarajuće razmjere nanijeti sve kišomjerne stanice unutar i u neposrednoj blizini slivne površine,
- Sve susjedne stanice se povežu međusobno tako da tvore mrežu trouglova (nastojati da mrežu sačinjavaju trouglovi koji su što bliže istostraničnim trouglovima),
- Na svakoj od strana trougla crtaju se simetrale strana, koje čine granice poligona za pojedine stanice. Za slivove koji imaju veliki broj stanica, pristup je da se počne sa konstruisanjem poligona počevši sa jednog kraja sliva ka drugom kraju postepeno formirajući poligone. Površina poligona određuje se planimetrisanjem.

Metodu poligona je predložio američki hidrolog Thiessen još 1911. godine. Princip konstrukcije poligona i način proračuna je pokazan na slici 3.14. Vrijednosti u koloni (3) se mogu shvatiti kao izmjerene visine padavina u konkretnoj godini, ili kao višegodišnji prosjek za datu stanicu.

Dijeljenjem površine koja pripada kišomjeru i , A_i sa ukupnom površinom sliva A dobije se težinski koeficijent w_i stanice i slijedećim izrazom:

$$w_i = A_i / A \quad (3.31)$$

dok se srednja količina padavina \bar{P} pala na sliv/površinu određuje izrazom:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^n P_i w_i = P_1 w_1 + P_2 w_2 + \dots + P_n w_n = \frac{A_1 P_1 + A_2 P_2 + \dots + A_n P_n}{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)} \quad (3.32)$$

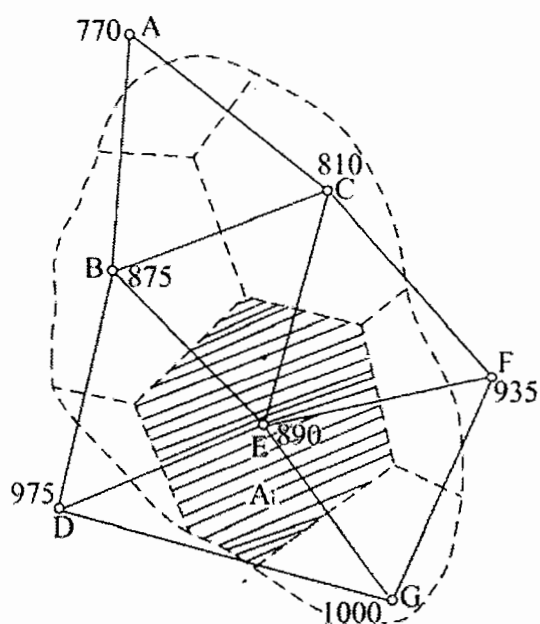
gdje su P_1, P_2, \dots, P_n vrijednosti visina padavina na pojedinim kišomjernim stanicama uzetim u razmatranje (1, 2, ..., n), A_1, A_2, \dots, A_n predstavljaju površine poligona koji pripadaju pojedinim stanicama, A je ukupna površina sliva, w_1, w_2, \dots, w_n su težinski koeficijenti poligona sračunati kao $w_1=A_1/A, w_2=A_2/A, \dots, w_n=A_n/A$, tako da je $w_1+w_2+\dots+w_n=1$.

Sa slike 3.14 je vidljivo da i stanice izvan sliva mogu biti uzete u analizu. Metoda je povoljna za korištenje kod nejednolike raspodjele kišomjernih stanica u prostoru i u ravničarskim područjima bez izraženije promjene topografskih i meteoroloških faktora. Metoda je pogodna za slučaj da se ne mijenja broj (i lokacija) stanica u dužem periodu vremena. Ako su sve stanice u slivu uvijek operativne, prosječna visina padavina P i zapremina pale vode $V_p = P \cdot A$ se mogu odrediti po (3.22) za pljusak, mjesec, godinu, a da se iznova ne konstruišu poligoni. Iz ovog razloga je ova metoda u širokoj upotrebi, mada druge metode daju pouzdanije rezultate.

Kada su jedanput za jedan sliv konstruisani Thiessenovi poligoni, određivanje prosječne vrijednosti padavina za bilo koji vremenski period je vrlo brzo i jednostavno. Ovaj metod je vrlo popularan kod primjene u hidrološkoj praksi.

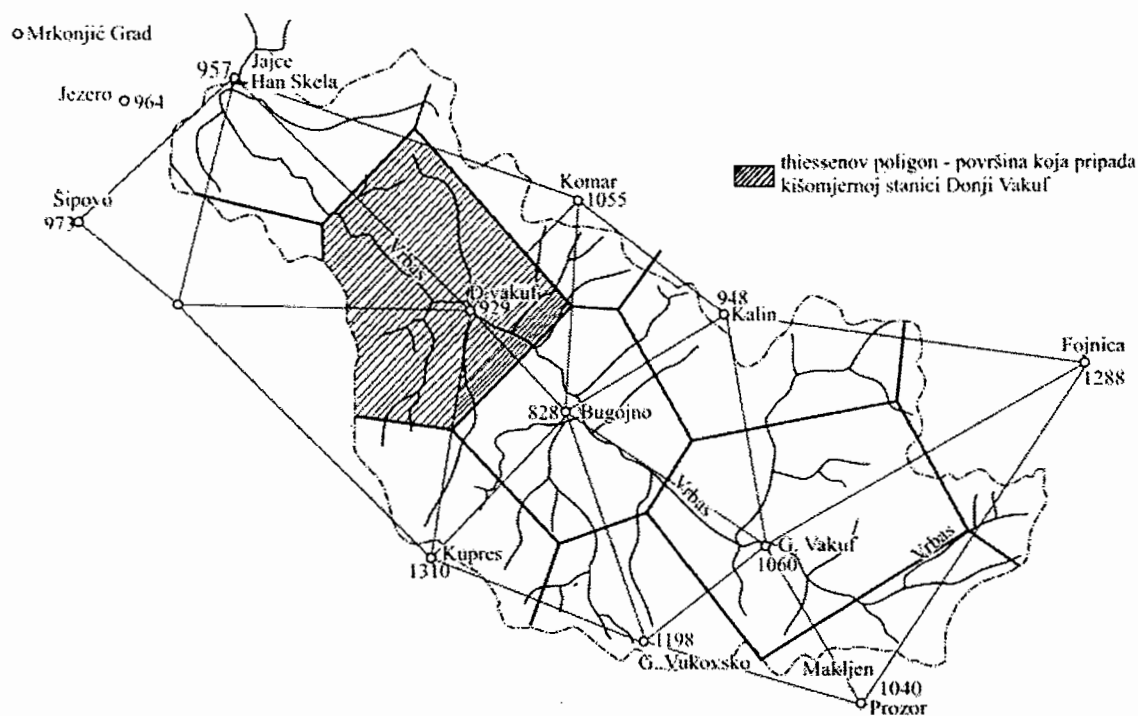
Ovaj metod ima slijedeće nedostatke:

- Ako se promjeni mreža stanica na slivu, tj. ako se doda ili ukine neka od stanica na slivu, mora se ponovo konstruisati mreža poligona,
- Orografske karakteristike sliva nisu uzete u razmatranje,
- Pretpostavljena je linearna promjena visine padavina između dvije stanice, međutim padavine su pod uticajem velikog broja meteoroloških karakteristika i karakteristika sliva,
- Topografske karakteristike sliva i druge barijere nisu uzete u razmatranje.



| Kišomjerna stanica | Površina poligona A_i | P_i | A_i/A | $(A_i/A)P_i$ |
|--------------------|-------------------------|-------|---------|---------------|
| A | 18 | 770 | 0,067 | 51,60 |
| B | 59 | 875 | 0,222 | 194,25 |
| C | 45 | 810 | 0,169 | 136,90 |
| D | 9 | 975 | 0,034 | 33,15 |
| E | 82 | 890 | 0,308 | 274,12 |
| F | 19 | 935 | 0,071 | 66,38 |
| G | 34 | 1000 | 0,128 | 128,00 |
| Σ | 266 | | 1,000 | 884 mm |

Slika 3.14. Primjer definiranja Thiessenovih poligona i odgovarajućeg proračuna prosječne padavine



Slika 3.15. Karta Thiessenovih poligona za slivnu površinu rijeke Vrbas do V.S. Delibašino selo

Metoda izohijeta

Ovaj metod daje mnogo preciznije rezultate u određivanju prosječne vrijednosti padavina na slivnoj površini. Iskusan obrađivač, kod primjene ove metode, može uzeti u obzir orografske karakteristike sliva i karakteristike pljuskova prilikom konstruisanja izohijeta koje predstavljaju linije koje povezuje tačke sa istim visinama padavina. Rezultirajuća karta izohijeta predstavlja aktuelni uzorak kišne episode koja se odigrala na slivnoj površini. Kao i kod prve dvije metode, karta izohijeta se može raditi za različita trajanja kiše: jednog sata, dana, više dana, mjeseca, godine, ili pak trajanja samo jednog pljuska. Dvije su najčešće podvarijante ove metode: (i) metoda izohijeta sa subjektivnom interpolacijom i (ii) metoda izohijeta sa linearnom interpolacijom. Koraci u primjeni ove metode su slijedeći:

- Na kartu sliva odgovarajuće razmjere nanijeti sve kišomjerne stanice na slivu i oko sliva,
- Uz svaku stanicu nanijeti visinu padavina za period za koji se konstruiše karta izohijeta,
- Izohijete se crtaju ili uz iskustvenu interpolaciju visina padavina između dvije stanice uzimajući u obzir orografske karakteristike,

karakteristike pljuska i druge faktore koji imaju uticaja na varijabilnost kiša na tom prostoru (subjektivna interpolacija) ili uz linearnu interpolaciju. Njihovo crtanje slijedi postupak crtanja izohipsa (linija koje povezuju tačke sliva sa istim nadmorskim visinama) na nekom prostoru. Izohijete ne smiju sjeći jedna drugu. Na velikim površinama, izohijete formiraju zatvorene linije. Mali razmak između dvije izohijete ukazuje na veliki gradijent visine padavina.,

- Površina između sukcesivnih izohijeta unutar sliva se određuje planimetriranjem,
- Prosječna padavina između dvije sukcesivne izohijete pomnožena sa površinom između njih se računa za sve izohijete na slivnoj površini,
- Suma tako dobivenih umnožaka na cijeloj slivnoj površini daje prosječnu padavinu na slivu. Ona se računa uz korištenje slijedeće formule:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^M \left(\frac{P_i + P_{i+1}}{2} \right) A_i = \\ &= \frac{A_1 \frac{P_1 + P_2}{2} + A_2 \frac{P_2 + P_3}{2} + \dots + A_{n-1} \frac{P_{n-1} + P_n}{2}}{A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

pri čemu su: A_i površina između izohijeta (i) te (i+1), P_i padavina izohijete (i), P_{i+1} padavina izohijete (i+1), A površina ukupnog sliva za koju mora biti ispunjena jednakost:

$$A = \sum_{i=1}^M A_i \quad (3.34)$$

pri čemu je M broj površina između izohijeta. Manji problemi nastupaju s prvim i posljednjim članom u izrazu (3.33) kod kojih je često potrebno procijeniti padavinu na izohijetama P_0 i P_M . Dakle, P_1, P_2, \dots, P_n su visine izohijeta tako da P_1 i P_2 čine granicu A_1 , P_2 i P_3 čine granicu A_2 , i tako dalje.

Metoda izohijeta sa linearnom interpolacijom jednostavnija je varijanta često primjenjivane metode izohijeta. Ova metoda pretpostavlja da je raspodjela padavina između susjednih kišomjernih stanica linearna. Ova pretpostavka znatno olakšava rad ali se zbog ne uzimanja u obzir topografskih i klimatskih

promjenljivih karakteristika u prostoru ne mogu očekivati osobito pouzdani rezultati.

Ako se koristi linearna interpolacija, visina padavina između dvije stanice kada se konstruiše karta izohijeta, rezultati određivanja srednje vrijednosti padavina po ovoj metodi i metodi Thiessenovih poligona su praktično isti. Metoda izohijeta daje preciznije rezultate nego prve dvije.

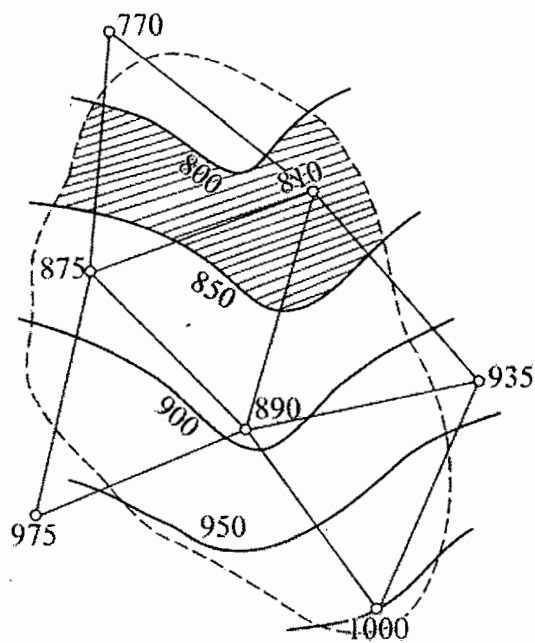
Metoda izohijeta sa subjektivnom interpolacijom mnogo češće je u upotrebi od prethodno opisane metode. Položaj izohijeta određuje se interpolacijom koja može ali i ne treba biti linearna što zavisi o uslovima koje nameće topografija, udaljenost od mora, srednje godišnje, sezonske ili mjesečne karakteristike padavina a kod pljuskova njihovo rasprostiranje i vjerovatnoća javljanja. Pri subjektivnoj interpolaciji treba iskoristiti sve postojeće informacije a naročito varijacije padavine s nadmorskom visinom, preferentne putanje kretanja olujnih pljuskova, efektne zavjetrine i navjetrine itd. Bez obzira na upotrebu svih postojećih informacija, uvijek će ostati dio prostora na kojem će položaj izohijeta biti određen individualnom subjektivnom procjenom, znanjem i vještinom obrađivača. Površina između izohijeta određuje se isključivo planimetrisanjem. Prednost ove metode leži upravo u činjenici što se za crtanje izohijeta koriste sva prethodna saznanja vezana s raspodjelom padavina na analiziranom prostoru a rezultati su očigledno prikazani. Svaka anomalija može i mora biti objašnjena, eventualno korigirana, ispitana te umanjena. Slabost metode je relativno dugotrajan rad na iscrtavanju izohijeta i planimetrisanju površina između njih. Tačnost ove metode zavisi o gustoći kišomjera i o postojanju prethodno pominjanih informacija vezanih s karakteristikama padavina ali i o znanju i vještini obrađivača. U slučaju malog broja kišomjera teško je nacrtati kartu izohijeta.

Kako se izohijetske karte osnivaju na većem ili manjem broju kišomjernih stanica, to su interpolacija ili i ekstrapolacija izohijeta između i izvan određenih stanica podložni znatnim odstupanjima, ako se ne vodi računa o mjesnim uslovima (pravcu vjetrova, nagibu strana, gradijentu porasta padavina sa visinom u zavisnosti orijentacije strana, itd.). Dobiti dobru izohijetsku kartu nekog područja znači isto što i detaljno mu proučiti padavine u zavisnosti svih činilaca. Tačnost izohijetskih karata zavisi od broja kišomjernih stanica koje pokrivaju određenu površinu. Kao pravilo bi se moglo preporučiti da broj stanica bude takav da greške u padavinama od tog broja stanica bude manja od greške koja se pojavljuje kod osmatranja padavina na stanicama.

Izohijetske karte izrađuju se za različite vremenske intervale: jednu određenu kišu (prema trajanju), dan, sedmicu, dekadu, mjesec, godišnje doba, vegetacionu

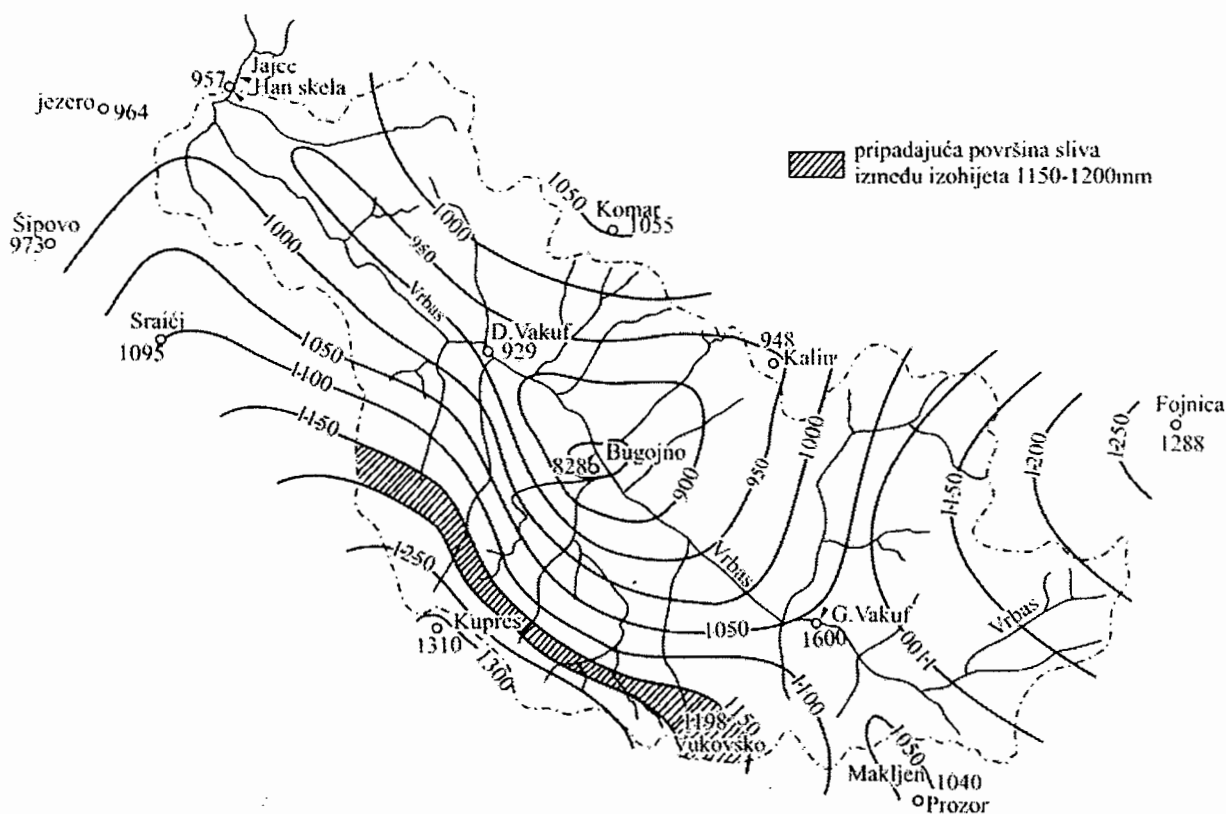
Mjerenje i obrada padavina

sezonu, sezonu zimskih padavina, godinu, period od više godina (prosječne padavine). Pri tome se obrađuju padavine za određeni period osmatranja, i padavine kao srednje aritmetičke vrijednosti ili prosječne vrijednosti za kraće ili duže periode.



| Izohijeta od-do (mm) | Površina između dvije izohijete (km ²) | A_i/A | $\frac{P_{i-1} + P_i}{2}$ | $\frac{P_{i-1} + P_i}{2} (A_i / A)$ |
|----------------------|--|---------|---------------------------|-------------------------------------|
| 750 – 800 | 23 | 0,086 | 775 | 66,65 |
| 800 – 850 | 62 | 0,233 | 825 | 192,22 |
| 850 – 900 | 81 | 0,304 | 875 | 266,00 |
| 900 – 950 | 67 | 0,252 | 925 | 233,10 |
| 950 – 1000 | 29 | 0,109 | 975 | 106,27 |
| 1000 - 1050 | 4 | 0,015 | 1025 | 15,37 |
| Σ | 266 | 1,000 | | 880 mm |

Slika 3.16. Primjer definiranja karte izohijeta i odgovarajućeg proračuna prosječne padavine



Slika 3.17. Karta izohijeta sliva rijeke Vrbas do V.S. Delibašino Selo

3.4. ANALIZA JAKIH KIŠA

3.4.1. Krive intezitet/visina – trajanje – povratni period javljanja kiše

Analiza i projektovanje hidrotehničkih objekata i sistema za upravljanje vodnim resursima (brane, hidrotehnički kanali, mostovi i akvadukti, prostori za akumuliranje nanosa, retenzije i akumulacije, sistemi za odvodnju i navodnjavanje, sistemi za vodosnabdijavanje, itd.), te ocjena uticaja prakse upravljanja zemljištem na hidrologiju i kvalitet vode (na primjer različiti načini obrade zemljišta, sistemi gnojenja i uzgoja vegetacije, sistemi rudarenja, način urbanizacije, itd.) zahtijevaju kao ulaznu veličinu podatke o padavinama. Oblici tih ulaza mogu biti vrlo različiti, s tim da se u inženjerskoj praksi danas koriste slijedeća četiri /2/:

- historijski padaci opaženih padavina,
- generisane serije padavina,
- padavine prikazane u obliku familija krivih intezitet-trajanje-povratni period,
- projektni pljuskovi.

Mjerenje i obrada padavina

Razumljivo je da su historijski podaci opaženih padavina (posebno onih jakih intenziteta) osnovica za formiranje ostala tri tipa ulaza. Dakle, prvi navedeni tip tj. historijski podaci o izmjerenim padavinama izvorni je i nezaobilazni element svake hidrološke analize padavina. Svi ostali tipovi ulaza izvedeni su iz njega, a cilj im je da zadovolje neka specifična traženja inženjerske hidrologije, tj. da daju odgovore na to koja će padavina dati kritične vršne proticaje ili kritične zapremine i oblike hidrograma oticanja kako bi se adekvatnim hidrotehničkim objektom ili zahvatom reagiralo na nepovoljne posljedice takvog tipa padavina. Ovdje se neće razmatrati generisane serije padavina, obzirom da se one rijetko koriste u inženjerskoj hidrološkoj praksi. Razlog leži u tome što su modeli za generisanje padavina, odnosno stvaranje sintetičkih nizova padavina ili vrlo složeni ili slabo pouzdani ili i jedno i drugo.

Pod jakim kišama, u hidrološkoj praksi, obično se podrazumijevaju kratkotrajne, intenzivne padavine čije je trajanje od 1 minute do 24 sata.

Krajnji cilj analize jakih kiša je da se dobije zavisnost intenzitet (i) (ili visina - P) – trajanje (t_k) – povratni period kiše (T) ($i t_k T$ – krive). Povratni period T , odnosno vjerovatnoća pojave kiša različitog intenziteta je važna kod ocjene velikih voda sa manjih slivova gdje nisu vršena osmatranja, mjerodavnih voda za projektovanje kišne kanalizacije u urbanim sredinama, itd. Pojmovi povratni period, odnosno vjerovatnoća pojave detaljno su objašnjeni u poglavlju 6.

$i t_k T$ ($P t_k T$) su empirijske krive koje je jedino moguće izraditi na osnovu historijskih mjerenih podataka o padavinama i to sa ombrografima. Kao i sve ostale empirijske krive najopćenitije namjene i za $i t_k T$ krive važi princip da će one biti to kvalitetnije određene što su podloge na osnovu kojih se definiraju pouzdanije, a nizovi opaženih podataka u prošlosti duži. Pri tome se ne smije zaboraviti sve češće spominjani i sve detaljnije analizirani problem klimatskih promjena. On vrlo jasno upozorava da jednom određene $i t_k T$ krive treba stalno provjeravati i aktuelizirati unoseći u njih uticaj eventualnih promjena klime koji se odrazio na promjenu intenziteta padavina na analiziranoj lokaciji.

$i t_k T$ ($P t_k T$) krive definiraju se za jednu lokaciju i generalno važe u relativno uskom području oko nje.

Najvažnije pretpostavke koje bi trebali ispunjavati podaci o padavinama koji se koriste u statističkim analizama a posebno kod definiranja $i t_k T$ ($P t_k T$) krivih su /2/:

- Mjerenjima bi trebalo dobiti tačne podatke o padavinama. Ova pretpostavka uglavnom nikada nije ispunjena,
- Podaci moraju biti konzistentni, tj. moraju dolaziti iz osnovnog skupa. Tokom mjerenja ne smiju se mijenjati interni uslovi koji utiču na tačnost mjerenja. Za provjeru konzistencije koristi se najčešće postupak krivih dvostruke mase,
- Podaci moraju biti homogeni. Tokom perioda osmatranja ne smiju se mijenjati eksterni uslovi koji imaju značajan uticaj na mjerne podatke. U stvarnosti, eksterni se uslovi u užoj ili široj blizini mjernog instrumenta mijenjaju zbog na primjer urbanizacije, rasta vegetacije, itd. Provjera značajnosti promjena eksternih uslova te njihovog uticaja na mjerenje padavina vrši se takođe pomoću krivih dvostruke mase,
- Od niza padavinskih podataka traži se da budu stacionarni. Nestacionarnost koju uzrokuju hidroklimatske promjene odražava se preko trendova, periodičnosti, itd. Pretpostavka o nestacionarnosti mora biti ispitana na dužim vremenskim nizovima jer kod kratkih parcijalnih nizova ona vrlo vjerovatno ne može biti pouzdano ispitana,
- Padavinski podaci moraju biti međusobno nezavisni. Između padavinskih epizoda uzetih u proračun ne bi smjela postojati statistički značajna korelacija. Pretpostavka o nezavisnosti nije i ne može biti ispunjena kod parcijalnih nizova padavina kratkog trajanja, gdje su uzastopni segmenti padavina visoko korelirani. Za ispitivanje nezavisnosti koriste se parametarski i neparametarski testovi (vidjeti poglavlje 6),
- Nizovi podataka mjerenih padavina moraju biti dovoljno dugi. Neke greške koje se javljaju kod statističke analize, funkcija su dužine niza osmatranja. Regionalnim studijama moguće je korektno, na umjetan a često i na prirodan način produžiti dužinu vremenskog niza jedne kišomjerne stanice,
- Ekstremne vrijednosti padavina slijede specifične funkcije raspodjele vjerovatnoće. U inženjerskoj hidrološkoj i klimatološkoj praksi uobičajeno je koristiti dvo i troparametarske funkcije raspodjele. Radi se o skupu od pet do najviše deset tipova raspodjela. Izbor najbolje prilagodbe vrši se χ^2 -testom i testom Kolmogorova. Za procjenu parametara koriste se različiti kriteriji kao metoda momenata, metoda najmanjih kvadrata, metoda maksimalne vjerodostojnosti, itd. (vidjeti poglavlje 8).

Pod jakom kišom se podrazumijeva karatkotrajna intezivna padavina trajanja od nekoliko minuta do nekoliko časova. Kao što je to naprijed pomenuto (poglavlje

Mjerenje i obrada padavina

3.1), zapis ombrografa predstavlja sumarnu liniju pale kiše $P = P(t)$; jedna takva je šematski prikazana na slici 3.2. Intenzitet kiše (i) u nekom vremenu (t) je:

$$i = dP / dt \quad (3.35)$$

(nagib tangente), dok je jednačina sumarne (integralne) linije:

$$P = \int_0^t i dt \quad (3.36)$$

Prosječni intenzitet kiše u konačnom vremenskom intervalu Δt će prema (3.35) biti:

$$i = \Delta P / \Delta t \quad (3.37)$$

gdje je: ΔP prirast visine kiše u vremenu Δt .

Grafik intenziteta u funkciji vremena se naziva hijetogram (slika 3.8-a). Kao što je to već rečeno, u praksi se po pravilu konstruiše u histogramskom obliku, pri čemu intervali diskretizacije Δt mogu biti iste ili različite širine. Ako $\Delta t \rightarrow 0$, dobija se kontinualna linija sa jednačinom (3.35) (diferencijalna kriva).

Intenzitet kiše se izražava u (mm/h), (mm/min), (mm/s) ili (l/s/ha), pri čemu postoje slijedeći odnosi između ovih dimenzija:

$$1 \text{ l/s/ha} = 10^{-4} \text{ mm/s} = 0,006 \text{ mm/min} = 0,36 \text{ mm/h}$$

$$1 \text{ mm/s} = 10000 \text{ l/s/ha}$$

$$1 \text{ mm/min} = 166,67 \text{ l/s/ha}$$

$$1 \text{ mm/h} = 2,78 \text{ l/s/ha}$$

Primarna obrada podataka osmatranja

Svaka analiza pljuskova započinje primarnom obradom ombrografskih traka. Taj proces nije nimalo jednostavan i može se odraziti na tačnost sekundarnih obrada/analiza.

Za mjerenje padavina kratkog trajanja u Bosni i Hercegovini su se uglavnom koristili ombrografi Hellmannovog tipa koji je osjetljiv na temperature niže od nule, pa im je i period mjerenja ograničen na topliji dio godine. Ovakav način mjerenja bitno obezvrijeđuje podatke, ali situacija tehnički i inženjerski nije

tragična zbog činjenice što najintezivniji pljuskovi padaju ipak u toplom dijelu godine, a tada su i opasnosti od poplava na malim slivnim površinama najprisutnije.

Pod sekundarnom obradom podrazumijeva se niz kompleksnih obrada osnovnih podataka o intenzitetima kiša za potrebe viših hidroloških i ostalih analiza. Neke od tih analiza biti će pokazane u narednim poglavljima.

Primarnom obradom ombrografskih traka se dolazi do podataka o intenzitetima (visinama) kiša trajanja 5, 10, 15, ..., 60 min., 2, 3, ..., 24 sata. Ovdje se, uglavnom, sreću dva problema: (i) izbor donje granice kišnih intenziteta, i (ii) definisanje stvarnog trajanja kiše, način tretiranja prekida tokom pljuska i pitanje porijekla nepogode. Na ovom mjestu se neće ulaziti u gore navedene probleme; zainteresirani čitalac se upućuje na odgovarajuću literaturu. Napominje se da problem donje granice nije od značaja kada se formiraju statističke serije godišnjih maksimuma (10-to minutnih, ..., 1-satnih, ..., intenziteta ili visina kiše). Ovdje se, dakle, uzima samo jedan podatak u toku godine, kao ekstrem za određeno trajanje kiše. Iako se ovaj metod široko (i, uglavnom uspješno) koristi u praksi, treba naglasiti da ekstrem u jednoj godini može biti višestruko prevaziđen tokom neke druge godine, a ti se podaci odbacuju i ne ulaze u model. Iz toga razloga su razvijene i druge metode u kojima se za analizu koristi više vrijednosti (u toku jedne godine) iznad određenog praga. Što se tiče problema prekida tokom pljuska, kiša dužeg trajanja, u jednoj tački šireg područja, može prestajati više puta, ali to ne mora biti razlog da se ovakav događaj posmatra kao dvije ili više kišnih epizoda. Sa hidrološkog aspekta, mali prekidi, zbog inercije sliva, nemaju uticaja na oblik hidrograma oticanja. Ostaje otvoreno pitanje koliki se prekid može tolerisati, da bi se kiša tretirala kao jedna kišna epizoda. Ovo pitanje je očigledno povezano sa veličinom sliva.

Kada se ne raspolaže ombrografskim osmatranjima, u inženjerskoj praksi se često koriste podaci o dnevnim visinama padavina, koje se mjere sa običnim kišomjerima. Iako je potpuno jasno da ovako dobijena "dnevna" visina kiše može poticati od pljuska koji je trajao na primjer samo 20 minuta, postoji tendencija kod nekih obrađivača da takve kiše proglašavaju 24-satnim kišama. Jovanović i Savić (1980) su za KS Kragujevac i Kraljevo analizirali serije maksimalnih dnevnih kiša, za koje se raspolagalo informacijama o njihovom stvarnom trajanju. Za Kragujevac, za seriju $N = 18$ (god) je dobijeno srednje trajanje "dnevne" kiše od 8,55 sati a za drugu stanicu je srednje trajanje 12,57 sati za seriju godišnjih maksimuma obima $N = 24$. Istu analizu uradio je i Sherman /9/ koji je analizirao ombrografske trake sa kojih je očitavao stvarna trajanja pojedinih kiša, a zatim je iste podatke uporedio sa odgovarajućim koji su štampani u meteorološkim

godišnjacima kao dnevne padavine. Ovo je uradio za jedan broj stanica i za period od 25 godina. Zaključak je bio da je stvarno prosječno trajanje pojedinih kiša, koje je u vidu dnevnih padavina bilo označeno sa izvjesnim brojem dana, bilo prilično manje od onog koje se dobija preko podataka dnevnih padavina.

Tabela 3.4. Shermanovi podaci o trajanju kiša

| Trajanje kiše dobiveno preko podataka dnevnih padavina | Stvarno trajanje kiše (sati) |
|--|------------------------------|
| 1-dnevna kiša | 13 – 14 |
| 2-dnevna kiša | 21 – 31 |
| 3-dnevna kiša | 43 – 47 |
| 4-dnevna kiša | 71 – 74 |
| 5-dnevna kiša | 83 -84 |

Metode proračuna

Kao rezultat primarne obrade ombrografskih traka, dobija se pregled (tabela) visina kiše, za razna trajanja pljuska (10, 20, 30, ... min).

Zadatak sekundarne obrade je da se primjenom jedne od statističkih metoda definiše zavisnost it_kT , odnosno Pt_kT . Od više metoda koje se koriste u praksi, na ovom mjestu se pominju metoda godišnjih maksimuma i metoda pikova (naziva se još: metoda pragova ili analiza POT-serija; POT = peaks over a threshold). Detaljnije o ovim metodama vidjeti u poglavljima 8 i 12.

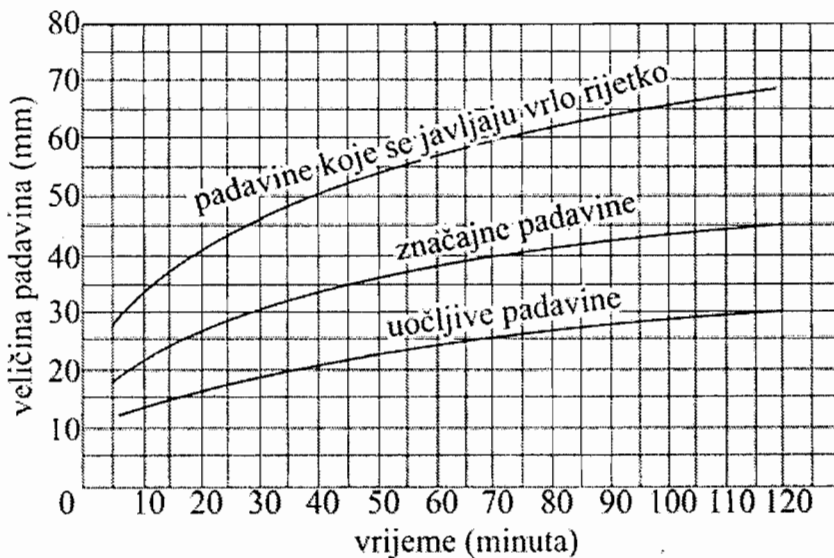
Kod metode godišnjih maskimuma formiraju se serije (uzorci) čiji su elementi godišnji maksimumi kiša određenog trajanja. Prema tome, obim svakog uzorka odgovara broju godina osmatranja. Za svaku seriju se određuje empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće i odgovarajući parametri, odnosno statistike tih serija \bar{x} , S_x , c_v , c_s (vidi poglavlje 8). U slijedećem koraku se bira teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće koja najbolje aproksimira empirijsku raspodjelu (primjena testova saglasnosti). U praksi se često koriste troparametarske Pearson 3 i Log-Pearson 3 raspodjele. Pošto su ovdje u pitanju rijetki događaji i kako je u pitanju izučavanje ekstremnih slučajeva (male vjerovatnoće javljanja), koristi se i teorija ekstremnih vrijednosti. Ovdje se, praktično, radi o primjeni Gumbelovog i Jenkinsonovog zakona raspodjele.

U slučaju primjene godišnjih ekstrema, broj podataka M odgovara broju godina osmatranja N . Ako se radi sa ovakvim nizovima treba biti svjestan da se ne mogu odrediti padavine povratnih perioda (T) nižih od jednogodišnjeg trajanja, što je

često potrebno za dimenzioniranje kanalizacione mreže u manje značajnim urbanim područjima. U slučaju da se žele dobiti i povratni periodi niži od $T = 1$ godina, mora se raditi sa nizovima prekoračenja i to takvim da izabrani pragovi omoguće da je broj podataka M bitno veći od broja godina N .

Zavisnosti: visina (intenzitet) – trajanje – povratni period javljanja kiše

Zavisnosti: intenzitet (visina)-trajanje-učestalost, vjerovatno je među prvima publikovao Bilham /16/ za padavine trajanja do 2 sata, za Veliku Britaniju, gdje je učestalost padavina definirao opisno kao uočljive padavine, značajne padavine i padavine koje se javljaju vrlo rijetko. Navedena zavisnost ilustrovana je grafički na slici 3.18.



Slika 3.18. Bilham-ova klasifikacija padavina /16/

Analitički, Bilham je zavisnost PTP izrazio preko učestalosti, odnosno slijedećeg izraza /16/:

$$n = 1,214 \times 10^5 t (P + 2,54)^{-3,55} \tag{3.38}$$

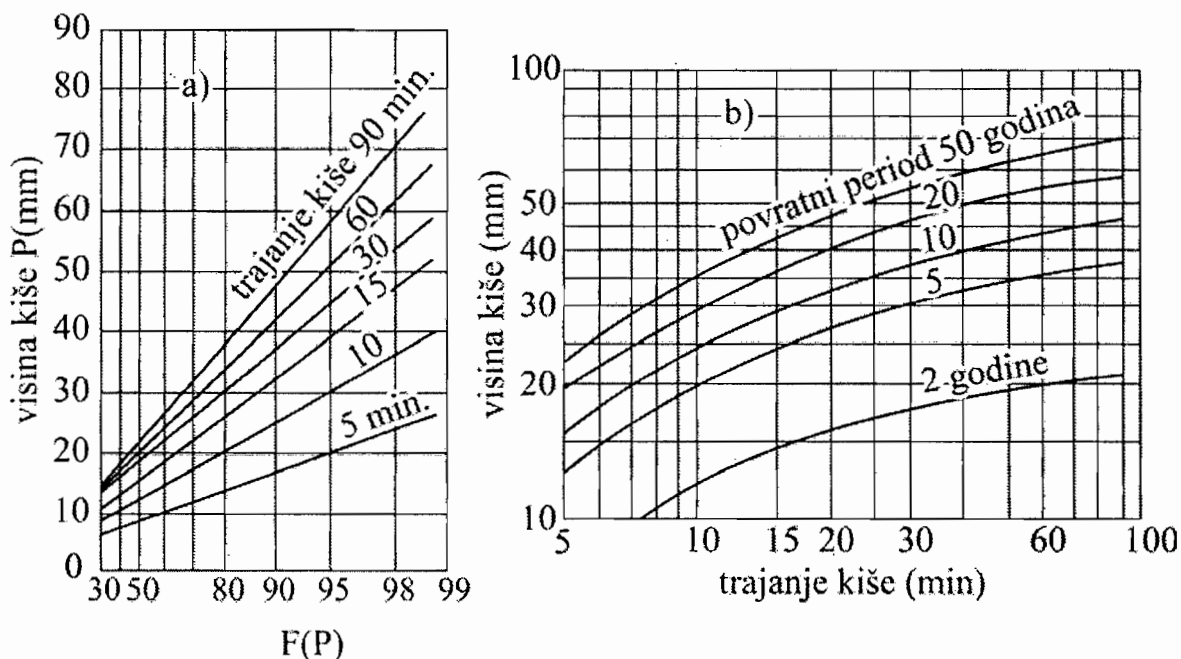
gdje je:

- n – broj pojava padavine u 10 godina,
- P – visina padavine u (mm),
- t – trajanje padavine u (satima).

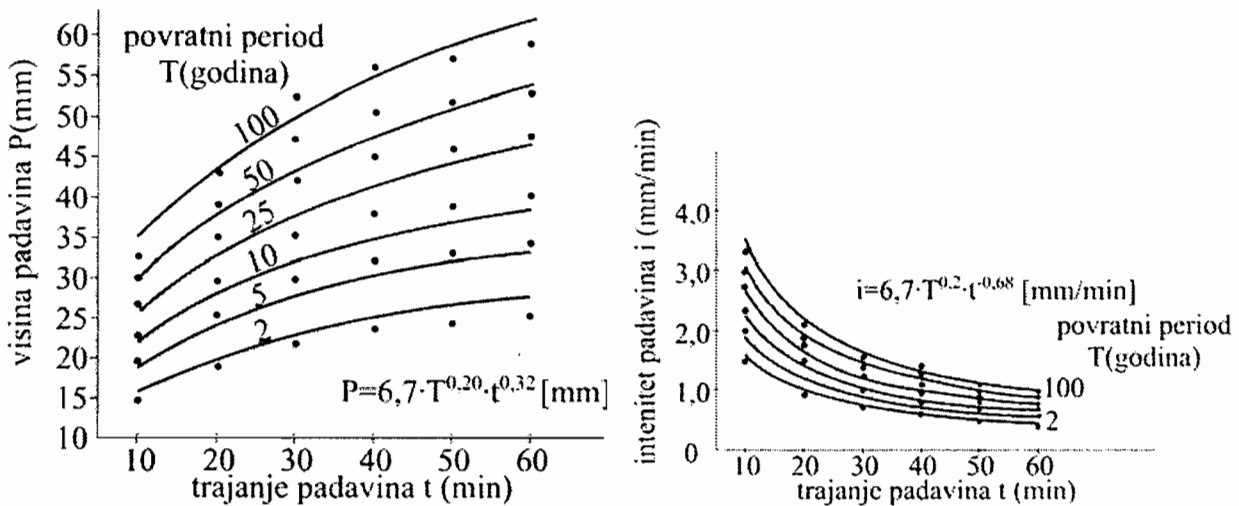
Mjerenje i obrada padavina

Međutim, danas se umjesto učestalosti u vezu uvodi povratni period javljanja (T). On se definiše kao prosječan interval vremena (u godinama) tokom kojeg će se jedanput javiti padavina veća ili jednaka određenoj visini.

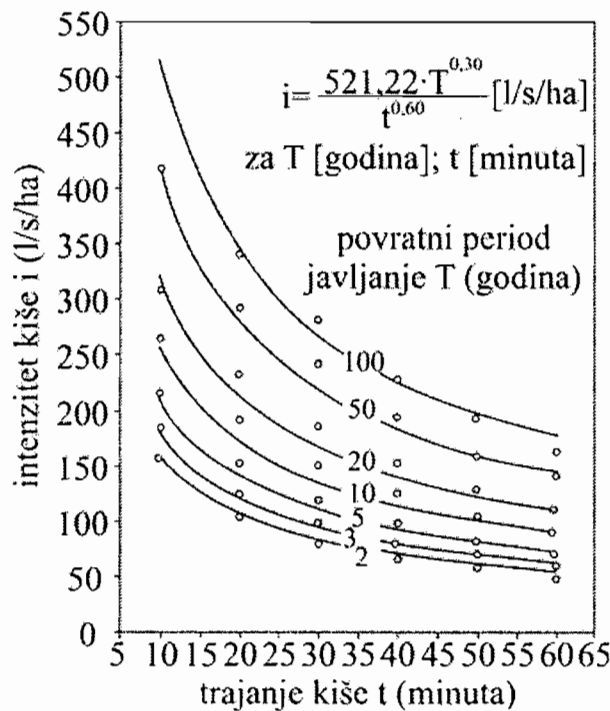
U analizama se obično uzimaju slijedeći povratni periodi: 2, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 200, 500 i 1000 godina, mada pojedini autori, s pravom, ne prikazuju rezultate za povratne periode preko 100 godina. Visina kiša povratnih perioda 0,5 i 1 godine se dobijaju pomoću metode kvartila ili metodom pragova. Procedura koja se koristi radi dobijanja ove zavisnosti je pokazana na slici 3.19. Vrijednosti za visine određenog trajanja i povratnog perioda se obično nanose na dijagram sa logaritamskim podjelama, pri čemu je visina na ordinati, a trajanje kiše na apcisi. Kriva linija koja odgovara određenom povratnom periodu se dobija regresionom analizom. Na slikama 3.20 i 3.21 su pokazani rezultati obrada za dvije kišomjerne stanice u Bosni i Hercegovini.



Slika 3.19. Primjer funkcije raspodjele jakih kiša trajanja od 5 do 90 minuta i odgovarajući dijagram: visina kiše – trajanje kiše – povratni period javljanja



Slika 3.20. $P_{t_k}T$ i $i_{t_k}T$ krive za kišomjernu stanicu Tuzla



Slika 3.21. $i_{t_k}T$ krive za kišomjernu stanicu Sarajevo /7/

$i_{t_k}T$ ili $P_{t_k}T$ krive mogu biti prikazane u analitičkom obliku ili mogu biti date samo grafički. Grafički prikaz bez analitičkog definiranja odnosa uobičajen je ako se $i_{t_k}T$ krive formiraju za trajanje kiše t_k od minimalno 5 ili 10 minuta do 24 sata. U tom slučaju analitičke izraze je teško definirati zbog toga jer su u razmatranje uzete i konvekcijske intenzivne padavine kratkog trajanja kao i ciklonske padavine bitno

Mjerenje i obrada padavina

manjeg intenziteta ali dužeg trajanja. Preporuka je, dakle, da se odvojeno tretiraju fizički različite padavine s tim da je granica trajanja ovih kiša između 1 i 2 sata. U klimatskim uslovima koji vladaju u Bosni i Hercegovini preporučuje se kao granicu uzeti 1 sat.

Kod analitičkih izraza za $i_k T$ krive postupak je takav da se za izabrane povratne periode nalazi analitički odnos između intenziteta padavina i njihovog trajanja. Pri tome je moguće raditi tako da se odvojeno definira analitički izraz $i = f(t_k)$ za svaki povratni period T posebno. Za ovakav način rada McCuen predlaže slijedeće analitičke izraze /2/:

$$i = \frac{a}{t_k + b} \quad \text{za } t_k \leq 2h \quad (3.39)$$

$$i = c \cdot t_k^d \quad \text{za } t_k \geq 2h \quad (3.40)$$

pri čemu se parametri a , b , c i d određuju primjenom višestruke regresije po teoriji najmanjih kvadrata. O metodama za određivanje parametara a , b , c i d vidjeti detaljnije u poglavlju 6.

Vrlo često se analitički izrazi za $i_k T$ krive definiraju ne samo za jedan povratni period T nego za sve povratne periode obuhvaćene analizom. U tom slučaju najčešće se koristi slijedeći izraz /2/:

$$i = \frac{aT^b}{t_k^c} \quad (3.41)$$

kod kojeg se, također, parametri a , b i c određuju primjenom višestruke regresije po teoriji najmanjih kvadrata.

Kohyari i Garde /2/ navode da su upoređujući brojne ITP krivulje definirane u cijelom svijetu za intenzivne padavine kratkog trajanja konstatirali da eksponenti b i c ne variraju mnogo. Ako je povratni period T izražen u godinama a vrijeme trajanja kiše t_k u minutama, b se kreće od 0,18 do 0,26 dok se (a) kreće u granicama 0,7 do 0,85. Bonacci /2/ je izradio ITP krive na 10 automatskih registratora padavina u široj regiji grada Zagreba. Za trajanje kiše $t_k = 10$ do 120 minuta, povratni period $T = 2$ do 100 godina, te intenzitet kiše (i)

izražen u (mm/minut), koeficijenti iz izraza (3.41) su varirali u vrlo uskim granicama kako slijedi:

$$a = 5,4 - 7,9$$

$$b = 0,12 - 0,18$$

$$c = 0,61 - 0,73$$

Analize zavisnosti (3.41) za kišomjerne stanice Sarajevo (slika 3.21) i Tuzla (slika 3.20) su pokazale da su vrijednosti koeficijenata a , b i c blizu granicama koje je utvrdio Bonacci /2/. Time su u principu potvrđeni, iako donekle i prošireni, posebno što se tiče koeficijenta b , zaključci Kothyaria i Garde (1992).

Osim izraza (3.41) u praksi se koriste i brojni drugi kao na primjer:

$$i = \frac{aT}{b + t_k} \quad (3.42)$$

$$i = \frac{cT^d}{e + t_k} \quad (3.43)$$

$$i = \frac{fT^g}{h + t_k^i} \quad (3.44)$$

Pošto je prethodno u nekoliko navrata naglašeno da su it_kT (Pt_kT) krive empirijske, prilikom njihove izrade mora se imati na umu i svrha njihovog korištenja: Vezano s tim, određuju se granice trajanja kiše t_k i povratni period T unutar kojih se it_kT krivulje definiraju. Na primjer, ako se it_kT krive definiraju za potrebe gradnje i dimenzioniranja kanalizacionih sistema manjih naselja, u kojima su pretežno stambeni objekti, treba uzeti u obzir trajanja kiše od 5 minuta do 1 sata a povratne periode od 0.25 do 5 godina. Za potrebe poljoprivredne odvodnje u razmatranje treba uzeti površinu sliva kao i pad terena koji diktiraju vrijeme koncentracije pa prema tome i trajanje kiše s tim da izbor povratnog perioda mora ići od 5 do 25 godina. Kod malih prirodnih slivova za potrebu dimenzioniranja mostova i propusta na vodotocima, razmišljanja vezana s izborom trajanja kiše identična su kao i kod poljoprivrednih površina, a povratni periodi su obično veći i kreću se od 10 do 100 godina, pošto na velike vode takvih povratnih perioda treba dimenzionirati objekte odvodnje.

Budući da je mreža običnih kišomjera daleko gušća od mreže automatskih stanica, razrađene su metode koje omogućuju da se za analizu kiša kratkog trajanja koriste podaci o dnevnim maksimalnim visinama kiše. Metoda koju je predložio Aleksejev /9/, sastoji se u konstruisanju tzv. bezdimenzionalnih redukcionih krivih za određena područja. Za ombrografsku stanicu, redukciona kriva je definirana izrazom:

$$R(t_k, T) = P(t_k, T) / P(T) \quad (3.45)$$

gdje je: $R(t_k, T)$ koeficijent redukcije za kišu trajanja t_k i povratnog perioda T (godina), $P(t_k, T)$ se odnosi na visinu kiše trajanja $t_k < 24$ časa, a $P(t)$ je visina dnevne kiše povratnog perioda T . Za određeni region se može definirati osrednjena redukciona kriva $R(t_k, T)$. Sa poznatom visinom kiše $P(T)$, koja se izračunava za stanicu (u tom regionu) sa dnevnim osmatranjima, moguće je na osnovu (3.45), obrnutim postupkom, odrediti visinu kiše $P(t_k, T)$.

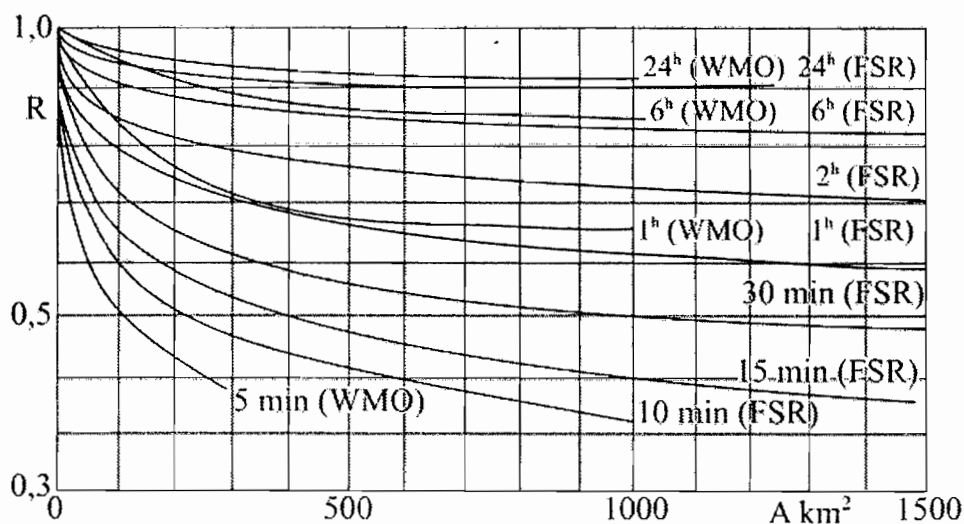
Prilikom analize javljanja jakih kiša, korisno je da se dobijeni rezultati uporede sa najvećim opaženim padavinama u posmatranom regionu. U tu svrhu se najčešće rade anvelope najvećih osmotrenih visina kiše, raznih trajanja. Razumije se da ovakve anvelope ne mogu da zamjene statističke analize padavina u tački, ali one daju ideju o redu veličina, što je naročito od interesa kada se analiziraju padavine male vjerovatnoće javljanja kao i vjerovatno maksimalne padavine.

3.4.2. Prostorna raspodjela jakih kiša

Varijabilnost jakih kiša u prostoru je po pravilu veoma izražena. Obzirom da se naprijed pokazane analize odnose na tačku (kišomjernu stanicu), prilikom proračuna oticanja sa sliva, potrebno je da se izvrši redukcija visine računске kiše, obzirom na njeno trajanje i površinu sliva. U literaturi postoji veliki broj grafikona i formula koji daju vezu: visina – površina – trajanje ili zavisnosti: redukциони faktor (R) – površina (A) – trajanje (t_k) (krive $RA t_k$). Kao primjer, na slici 3.22 su date dvije familije krivih $RA t_k$. Zavisnosti koje preporučuje Svjetska meteorološka organizacija (WMO) su dobijene u SAD za godišnje serije kiša odgovarajućeg trajanja i imaju prosječni povratni period od oko pet godina. Druga familija krivih (označene sa FSR) je dobijena na osnovu analiza podataka o padavinama u V. Britaniji (Flood Studies Report, NERC, 1975) /9/.

Obzirom da oblik krivih redukcije zavisi od klimatskih i drugih karakteristika regiona, nije preporučljivo da se nekritički koriste zavisnosti koje su dobijene za udaljena područja.

Kod korištenja RAt_k krivih se polazi od pretpostavke da je stanica (tačka) za koju se raspolaze sa zavisnosti intenzitet – povratni period - trajanje kiše, u centru oluje. Za poznatu površinu sliva i za dato trajanje kiše t_k , sa dijagrama se očitava vrijednost redukcionog faktora R , pa je $P_A = R \cdot P_C$, gdje je P_C računaska kiša u tački trajanja t_k .



Slika 3.22. Krive: redukциони faktor (R) – površina sliva (A) – trajanje kiše (t_k).
WMO – Svjetska meteorološka organizacija, FSR – Flood Studies Report /9/

3.5. LITERATURA

1. Bonacci, O., 1984. *Meteorološke i hidrološke podloge* (Priručnik za hidrotehničke melioracije-Odvodnjavanje-knjiga 2-Podloge), Društvo za odvodnjavanje i navodnjavanje Hrvatske, Zagreb.
2. Bonacci, O., 1994. *Oborine glavna ulazna veličina u hidrološki ciklus*, Udžbenici Sveučilišta u Splitu i Sveučilišta Josip Juraj Strossmayer u Osijeku, Split.
3. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
4. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

5. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
6. Hrelja, H., 1984. *Analiza kiša kratkog trajanja za potrebe definiranja oticanja sa urbanih površina*, Radovi br. 24, Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
7. Hrelja, H., 2000. *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo.
8. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija- I dio*, Hidrotehnički institut «Jaroslav Černi», Beograd.
9. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
10. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
11. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
12. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
13. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
14. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
15. Wiesner, C.J., 1970. *Hydrometeorology*, Chapman and Hall, London.
16. Wilson, E. M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britain.

«Mjerenje komponenata hidrološkog ciklusa, po količini i po kvalitetu, i drugih okolišnih komponenata koje imaju uticaj na vodne resurse je suštinska osnova za pokretanje djelotvornog upravljanja vodnim resursima.»

(Dablinska Deklaracija)

4

MJERENJE HIDROLOŠKIH VELIČINA (HIDROMETRIJA)

Prilikom izrade podloga za potrebe vodoprivrednih analiza i projektovanja u hidrotehnici, odgovarajući istražni radovi se mogu obaviti kada se za to ukaže potreba i kada se pribave neophodna finansijska sredstva (topografske, geološke, pedološke podloge). Za razliku od statičkih karakteristika riječnih slivova ili određenih lokacija, neki dinamički fenomeni mogu se izučavati na bazi eksperimenata u laboratoriji, ili u prirodi, pri čemu se opiti mogu neograničeno ponavljati. Proces u prirodi, kao što su vremenske serije meteoroloških i hidroloških veličina, su slučajni procesi. Postoji beskonačan broj mogućih realizacija slučajnog procesa. Ove realizacije se nikada ne ponavljaju niti se mogu (voljom čovjeka) reprodukovati. Jedini način da se ovakav proces izuči se sastoji u dugotrajnom mjerenju relevantne hidrološke ili meteorološke veličine.

Da bi se mogle sagledati osnovne karakteristike režima voda, odnosno pojava vode i njena distribucija u vremenu i prostoru, potrebno je prvo izmjeriti određene veličine koje definiraju taj režim. To omogućava hidrometrija, naučna disciplina koja se bavi izučavanjem postupaka, metoda i tehnika vezanih za mjerenje, odnosno utvrđivanje različitih karakteristika vode.

Prema UNESCO /20/, hidrometrija se može definirati kao aktivnost koja se bavi mjerenjem parametara koji definiraju režim rijeka, jezera i akumulacija. U njenom

Hidrometrija

širem smislu ona takođe uključuje mjerenje pronosa nanosa, te definiranje kvaliteta vode. Ona uključuje izučavanje tehnika i instrumenata mjerenja. U nešto ograničenijem smislu ona se može definirati kao mjerenje dubina, površina, brzina i proticaja u prirodnim ili vještačkim vodnim tokovima UNESCO/ 20/.

U ovom poglavlju hidrometrija je definirana kao uspostavljanje, upravljanje i održavanje vodomjernih stanica, te obrada i predstavljanje prikupljenih podataka. Činjenica je da hidrologija posebno a hidrotehnika uopšte sve svoje pristupe, metode i zaključke bazira na podacima izmjerenim na terenu ili u laboratoriji, dakle na podlogama čijim se sakupljanjem i analizom bavi hidrometrija. Njen značaj postaje sve širi kako zbog nemogućnosti projektovanja hidrotehničkih objekata i sistema bez poznavanja stvarnog stanja na terenu, bez izvršenih odgovarajućih istražnih radova, tako i zbog toga što se hidrometrija počela sve više i više samostalno razvijati i davati vrijedne praktične i teoretske rezultate /12/.

Mjerenja se vrše u laboratoriji i u prirodi. Kako su mjerenja na prirodnim tokovima nerazdvojno vezana sa hidrološkim izučavanjima, hidrometrija se obično smatra dijelom hidrologije, iako je to jedna multidisciplinarna nauka. Ona sadrži mnoge elemente hidraulike, a koristi savremena dostignuća elektronike, računarske tehnike (baza podataka), informatike (prenos podataka na daljinu) satelitske tehnike i drugih naučnih disciplina.

Kao klasičan primjer početaka hidrometrije, najčešće se navode mjerenja vodostaja rijeke Nil u drevnom Egiptu. Ona su bila organizovana sa razvojem melioracionih sistema, dakle prehrane stanovništva. Najstariji podaci sa rijeke Nil su oznake visokih vodostaja koje su uklesane u stijeni na oko 250 km uzvodno od Asuana. Otkriveno je 179 ovakvih oznaka i one potiču iz 1827. godine p.n.e. /12/. U Turkmestanu negdje u 11 ili 12 vijeku p.n.e. na irigacionom sistemu u dolini rijeke Murgab, postojala je centralizovana hidrometrijska služba. Obzirom da se porez plaćao u srazmjeri sa količinom isporučene vode, na kanalima irigacionog sistema, vršena su precizna mjerenja nivoa vode. Na sistemima za navodnjavanje u drevnom Pendžabu, Pakistanu, na Cejlonu, Starom Vavilonu, zatim u državi Inka u Peruu i Maja u Meksiku, na sličan način je vršena raspodjela vode za navodnjavanje.

Osnovni zadaci hidrometrije su:

- razrada metoda, postupaka i pribora za kvantitativno određivanje i proučavanje različitih elemenata režima voda,
- obrada podataka izvršenih mjerenja na bazi raznih metoda i pribora,
- uspostavljanje i organizacija sistema stanica za dobivanje optimalnih informacija u vremenu i prostoru.

Metode hidrometrijskih mjerenja se principijelno mogu svrstati u ekspedicione i stacionarne metode, a izbor ovih metoda zavisi od cilja istraživanja kao i procesa koji se mjeri. U odnosu na pojavne oblike vode u prirodi, hidrometrija se može podijeliti na /13/:

- hidrometriju mora i okeana,
- hidrometriju atmosferskih voda,
- hidrometriju površinskih voda,
- hidrometriju podzemnih voda.

U okviru izučavanja osnovnih elemenata atmosferskih procesa, opisan je način mjerenja količina padavina. Naredna poglavlja se skoro isključivo bave mjerenjima površinskih voda, odnosno riječnom hidrometrijom. U okviru izvršenja ovih zadataka, osnovni hidrometrijski radovi su:

- izbor mjesta i položaja mjerenja,
- postavljanje i opremanje stanice za mjerenje raznih karakteristika u vezi sa vodom,
- mjerenje dubine i oblika dna riječnog korita, odnosno morfologije korita,
- mjerenje kolebanja (promjene) nivoa vode,
- mjerenje i proučavanje pada vodnog lica (ogledala),
- mjerenje temperature i praćenje stanja ledenih pojava (ledostaj, ledohod, debljina ledenog pokrivača),
- opažanje boje, prozirnosti i uzimanje uzoraka za ispitivanje parametara kvaliteta vode,
- mjerenje i proučavanje brzine i smjera toka,
- mjerenje i proučavanje koncentracije i protoka nanosa kao i određivanje mehaničkog sastava nanosa u pokretu i nanosa sa dna.

U želji da podvuče neophodnost dugogodišnjih mjerenja hidrometeoroloških veličina, Ž. Vladisavljević /18/ kaže: «Ako se iz opravdanih ili neopravdanih razloga odloži izgradnja neke tvornice ..., rezultat toga odlaganja može biti pozitivan ili negativan (štetan)... Kada se radi o upoznavanju voda, ... sve što se propusti (odgodi) u potrebnom mjerenju i upoznavanju vode – propušteno je na štetu».

4.1. MJERENJE NIVOA VODE (VODOSTAJA)

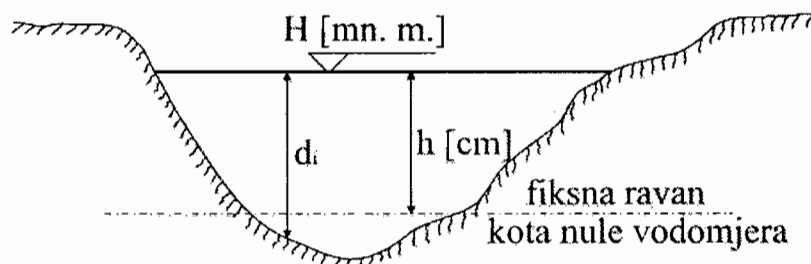
Nivo vode se mjeri i osmatra na rijekama, jezerima i morima. Na rijekama, vodostaj se osmatra za potrebe projektovanja i izgradnje raznih hidrotehničkih objekata (pristaništa, regulacije, mostova, zahvata vode, itd.), pri vršenju

Hidrometrija

hidrometrijskih radova (premjeravanja dubina u cilju izrade situacionih planova, itd.), za potrebe plovidbe, te radi izučavanja hidrološkog režima prirodnih vodotoka. U posljednjem slučaju, potrebno je uspostaviti vezu između vodostaja i drugih hidroloških karakteristika riječnih tokova (proticaj vode, pronos nanosa), čime se mogu neposredna mjerenja ovih karakteristika, zamijeniti daleko jednostavnijim osmatranjem nivoa vode. Kod tipskih mjernih objekata (prelivi, suženi presjeci), gdje je definisana funkcionalna veza između nivoa i proticaja vode, mjerenje proticaja se svodi na registrovanje nivoa vode. Slična situacija je i kod izgrađenih hidrotehničkih objekata (prelivi i ispusti brana), gdje postoje jednoznačne veze između vodostaja i količine preliivanja, odnosno isticanja iz objekta, dovoljno je poznavanje samo nivoa vode u razmatranom hidrotehničkom objektu. Kod jezera i akumulacija nivo vode definiše zapreminu vode u akumulaciji, odnosno jezeru. Prema tome, praćenje promjena nivoa vodnog ogledala omogućuje direktan uvid u promjenu količine vode (zapremine) u jezeru, odnosno akumulaciji.

Pokazatelj nivoa vode je vodostaj, koji zapravo predstavlja vertikalno odstojanje od neke fiksne ravni do nivoa vode. Fiksna ravan je ustvari zamišljena horizontalna ravan sa poznatom geodetskom kotom ("nula" vodomjera). Vodostaj se obično označava sa (h) i izražava u (cm). Kada se (h) pretvori u metre i sabere sa nulom vodomjera, dobije se nadmorska visina nivoa vode H u (m n. m.):

$$H = \text{"kota nule"} + h \quad (\text{mn.m.})$$



Slika 4.1. Grafička ilustracija definicije vodostaja (H) i dubine vode (d)

Dakle, vodostaj je relativna (uslovna) veličina. On ne mora da znači ni kotu, ni dubinu (može čak da bude i negativno ako je "nula" postavljena iznad minimalnog nivoa). Ta cifra koja znači vodostaj sama po sebi ne mora da znači ništa određeno, ali daje potpuno određen i jasan uvid za one koji raspolažu podacima o poprečnom presjeku vodotoka i o promjenama vodostaja.

Ukoliko je poznata kota nule vodomjera, za svaki osmotreni vodostaj mogu se odrediti odgovarajuće kote nivoa vode (vodnog ogledala).

U periodu mjerenja, kota nule vodomjera ne smije se mijenjati. Ako se iz nekih razloga vrše promjene, neophodno je da se tačno utvrdi položaj novog referentnog nivoa u odnosu na stari, kako bi se izvršilo svođenje starih i novih mjerenja na isti nivo.

Hidrometeorološka služba obavlja svakodnevna mjerenja nivoa vode – vodostaja na utvrđenim mjernim stanicama i o tome se izdaje zvanični javni izvještaj (kao i o padavinama). Jedan primjer takvog izvještaja prikazan je u tabeli 4.6. Na stanicama tzv. osnovne mreže, vodostaji se očitavaju u 7,30 sati ili u 7,30 i 18,30 sati.

Ako se poznaju istovremeni vodostaji duž toka može se nacrtati "linija nivoa". Uz vodostaje i njihovo odvijanje kroz vrijeme i duž toka treba imati i saznanja o stanju korita. Uz osnovna mjerenja na rijekama idu i geodetska mjerenja korita da se stekne uvid o promjenama uzduž korita i u poprečnim presjecima, koja treba češće obavljati, jer poznavanje poprečnih presjeka korita uz izmjerene vodostaje znači poznavanje proticajnih presjeka i dubina, upravo mjerodavnih elemenata za dalje hidrauličke analize.

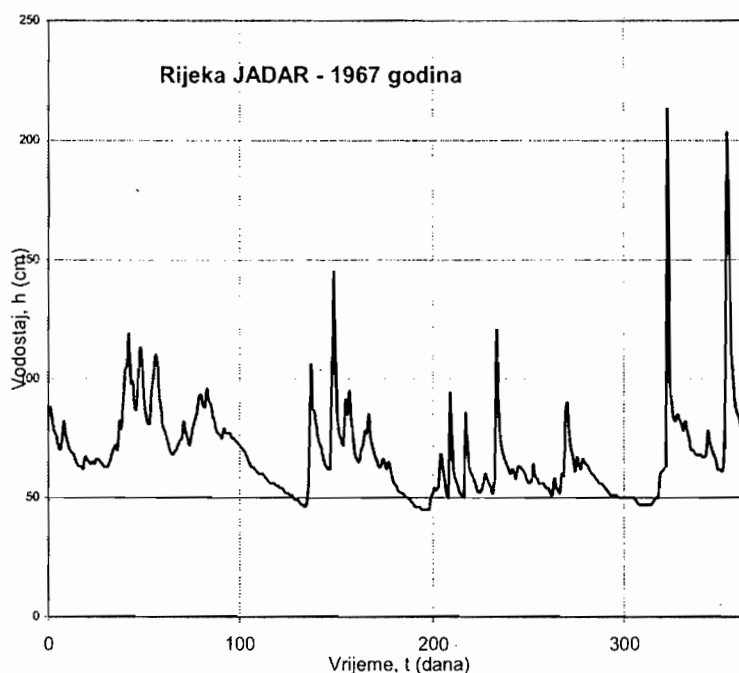
U vremenu, vodostaji se mogu osmatrati pojedinačnim očitavanjem ili kontinualno. U vrlo velikom broju slučajeva neophodno je da se neprekidno registruju nivoi vode (kontinualna osmatranja); ovo je na primjer slučaj kada dolazi do naglih i brzih promjena nivoa (nailazak poplavnih talasa kod manjih vodotoka, oscilacija nivoa vode u vodostanu), itd.

Interval između dva uzastopna mjerenja zavisi od niza faktora, kao što su brzina promjene mjerenog procesa, svrhe mjerenja, zahtjevane tačnosti informacije, te raspoloživih kadrovskih, tehničkih i finansijskih potencijala.

U posljednje vrijeme se sve više koriste sistemi za automatski prijenos podataka o vodostajima, sa mjernih mjesta na prirodnim vodotocima, u centre za obradu i prognozu oticaja. Sisteme za prijenos i registrovanje vodostaja imaju i mnogi hidrotehnički objekti; na primjer kod hidroelektrana se u komandni prostor prenose podaci o nivou gornje i donje vode a često i vodostaji sa uzvodne vodomjerne stanice, radi utvrđivanja trenutnog doticaja vode u akumulacioni bazen.

Grafička predstava vodostaja u vremenu naziva se nivogram, i pokazuje kako su se vodostaji mijenjali tokom vremena. Sa ovakvog dijagrama se vidi veličina i vrijeme pojavljivanja minimalnih i maksimalnih vodostaja, što zapravo pruža neku orijentacionu sliku o raspodjeli vode u vremenu. Mjerenje vodostaja spada u stacionarne metode mjerenja, a mjesta gdje se ova mjerenja obavljaju nazivaju se

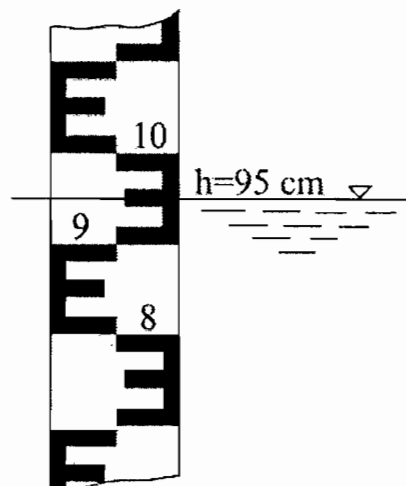
vodomjerne ili hidrološke stanice. Primjer nivograma za jedan vodni tok i vremenski period od jedne godine dat je na slici 4.2.



Slika 4.2. Nivogram rijeke Jadar na vodomjernoj stanici Milići za 1967. godinu

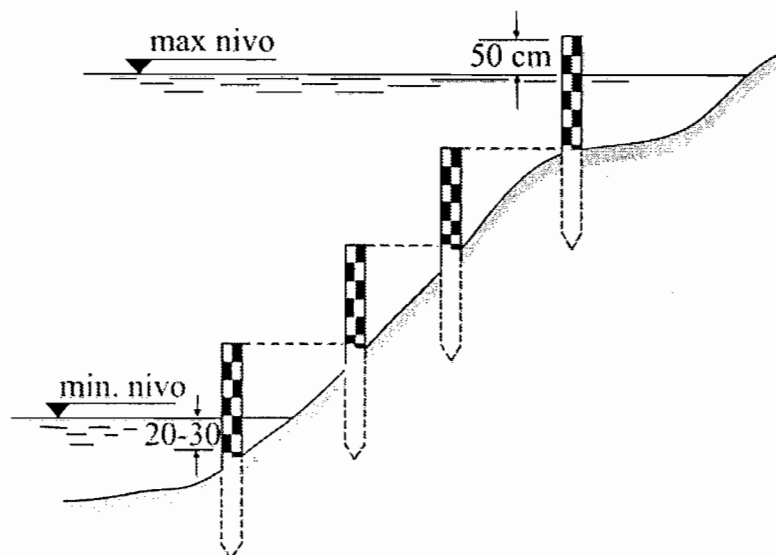
4.1.1. Vodomjerna letva

Vodomjerna letva je najjednostavniji uređaj za mjerenje nivoa vode. Izrađuje se od drveta, livenog gvožđa, čeličnog lima ili plastike. Podjela na letvi je najčešće 2 cm. Gvozdene i plastične letve se obično rade u komadima od 1 m dužine. Širina ovakve letve je najčešće 150 mm. Tolerancija u pogledu dužine letve je 1 do 1,5 mm. Brojevi koji su upisani na letvi označavaju decimetre: tako prvi metar nosi brojeve od 0 do 9, drugi metar od 10 do 19 dm, itd. Na slici 4.3 pokazan je dio vodomjerne letve.



Slika 4.3. Izgled dijela prvog metra vodomjerene letve

Način ugrađivanja vodomjerne letve zavisi od uslova na terenu. Ako u profilu vodomjerne stanice postoji vještački objekat (kejski zid, mostovski stub) ili stijena sa vertikalnom površinom, letva se, ankerisanjem na podlogu, postavlja u strogo vertikalni položaj. Ako je obala kosa, po jedan, dva ili više komada od po jednog metra letve, pričvršćuju se na vertikalno pobijene šipove (drvene, betonske, gvozdene): to je tzv. stepenasti vodomjer (slika 4.4). Ovaj način ugrađivanja letve se ne može koristiti kao stalni vodomjer, ako su šipovi izloženi udaru leda ili plovećih predmeta.



Slika 4.4. Izgled stepenastog vodomjera

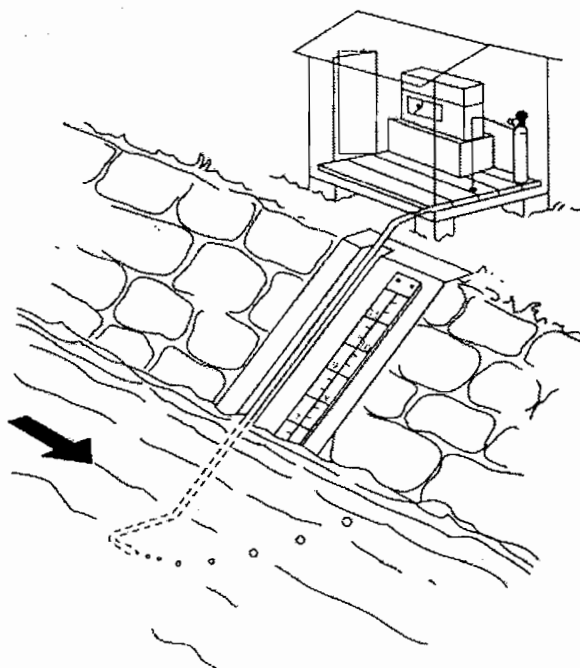
Ukoliko na prirodnom ili vještakom vodotoku postoji uređena (obložena) kosa obala, za preporuku je da se na oblogu ugradi tzv. kosa letva, koja se smješta u

Hidrometrija

žlijeb, tako da je dobro zaštićena od udara plivajućih predmeta (slika 4.5). Da bi se vodostaj čitao u (cm) kao na vertikalnoj letvi, podjela na kosoj letvi se uvećava za faktor $1/\sin\alpha$ gdje je α precizno odmjereni ugao koji letva zaklapa sa horizontalom; na taj način povećava se tačnost čitanja vodostaja.

Kod standardnih vodomjernih letvi sa podjelama širine 2 cm zhtjevana tačnost čitanja vodostaja je 1 cm.

Početak («nulu») letve treba u principu postaviti ispod najnižeg opaženog nivoa vode. Ako ovaj uslov nije mogao biti ispunjen u trenutku ugrađivanja letve ili se vremenom korito produbilo, nivo vode će u sušnim periodima spasti ispod nule vodomjera. U ovakvim slučajevima, naknadno se ugrađuje tzv. «negativna letva», kod koje podjela raste u obrnutom pravcu (naniže). Na ovakvom vodomjeru se, dakle, mogu čitati pozitivni (npr. 126 cm) i negativni vodostaji u malovodnim periodima godine (npr. – 56 cm).



Slika 4.5. Izgled vodomjerne stanice sa ugrađenim limnigrafom i kosom vodomjernom letvom /13/

4.1.2. Uređaji za kontinualno mjerenje nivoa vode

Mjerenje vodostaja pomoću vodomjerne letve je jednostavno i jeftino ali bi se moralo vršiti često da bi se zabilježilo opadanje ili porast vodostaja u periodima kada se on izrazito mijenja. Limnografi otklanjaju ovu manjkavost.

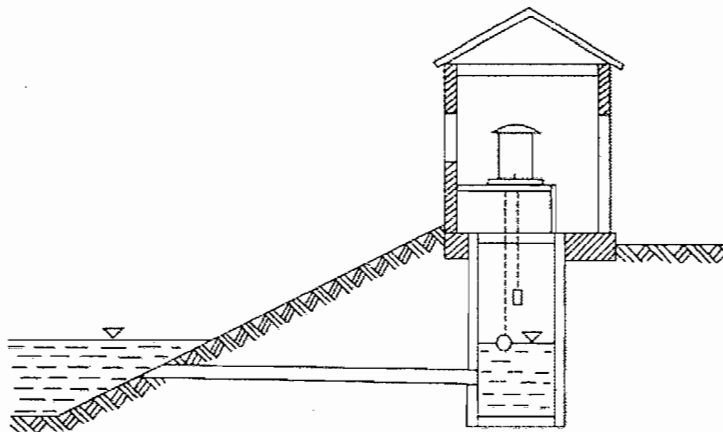
Kod srednjih i malih vodotoka, gdje dolazi do brzih promjena nivoa vode, umjesto diskontinualnih čitanja (na vodomjernoj letvi), koriste se uređaji za kontinualno i automatsko registrovanje vodostaja (limnigrafi). Proizvode se tri tipa limnigrafa: sa plovkom, pneumatski i sa senzorom.

Limnigraf sa plovkom. Sastoji se od sistema: plovak-uže-koturača-kontrateg. Vertikalno pomjeranje plovka se prenosi na papirnu (obično) traku koja se, kasnije, može obraditi elektronskim čitačima. Papirna traka se namotava na doboš (cilindar). Klasični limnigrafi izrađuju se sa vertikalnim i horizontalnim dobošem. Doboš se okreće oko svoje ose pomoću standardnog časovnog mehanizma, a brzina okretanja doboša usklađena je sa dužinom limnigrafske trake (jedan pun okretaj traje 8 ili 30 dana). Izmjenom zupčanika, standardne razmjere registrovanja vodostaja su 1:5 (mjeri amplitudu nivoa do 1,25 m), 1:10 (do 2,5 m) i 1:20 (do 5 m).

Ako je opremljen standardnim satnim mehanizmom brzina okretanja doboša je 2 mm/h, odnosno jedan pun okretaj za 8 dana, poslije čega se mijenja papir sa upisanim (ucrtanim) nivogramom.

Limnigraf sa plovkom zahtjeva objekat (kućicu) za smještaj instrumenta i bunar koji je, putem jedne cijevi, spojen sa vodotokom. To je ilustrovano na slici 4.6. Bunar služi da zaštiti plovak instrumenta i da priguši promjene vodostaja izazvane valovima u vodnom toku. Bunar se može izgraditi u obali vodotoka ili se bunarska cijev može ugraditi direktno u vodotok pričvršćivanjem za mostovski stub ili vertikalni odsjek stijene u obali.

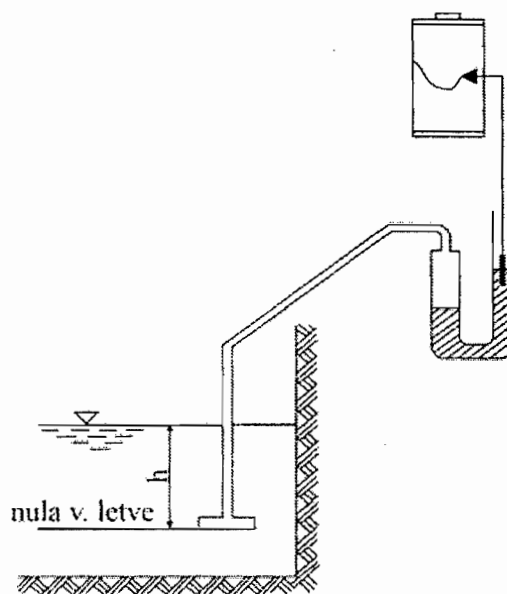
Uz limnigraf se obavezno ugrađuje i vodomjerna letva. Pisljka na regulatoru se tako postavlja da odgovara trenutnom vodostaju na letvi.



Slika 4.6. Prikaz ugrađivanja limnigrafa sa plovkom /5/

Pneumatski limnigraf. Princip rada pneumatskog limnigrafa je da su promjene hidrostatskog pritiska mjenenog na fiksnoj dubini direktno proporcionalne promjenama u nivou vode (vodostaju). Iz boce sa komprimiranim zrakom, preko reduktora pritiska, zrak se potiskuje u cijev koja je potopljena u vodu. Iz ove cijevi zrak stalno izlazi u vidu mjehurova. U zavisnosti od dubine vode (h) iznad ulaza cijevi, u cijevi se proizvodi pritisak čija je veličina jednaka hidrostatičkom pritisku $p = \gamma h$, gdje je γ specifična težina vode. Preko metalnog manometra (komora u vidu mjeha), ovaj pritisak se preobraća u silu koja djeluje na polugu vage sa klizajućim tegom. Teg se pokreće pomoću servo motora, i ovo okretanje se prenosi na pisač koji ostavlja trag (nivogram) na papirnoj traci. Traka je vezana sa satnim mehanizmom. Razmjere upisivanja su: 1:5, 1:10 i 1:20 (za otvorene vodotoke) ili manje (za akumulacije).

Iako su ovi limnigrafi znatno skuplji od limnigrafa sa plovkom, troškovi ugradnje su manji (ne treba graditi bunar, odnosno zaštitnu cijev za plovak), tako da mogu biti ekonomičniji od klasičnog registrujućeg uređaja.

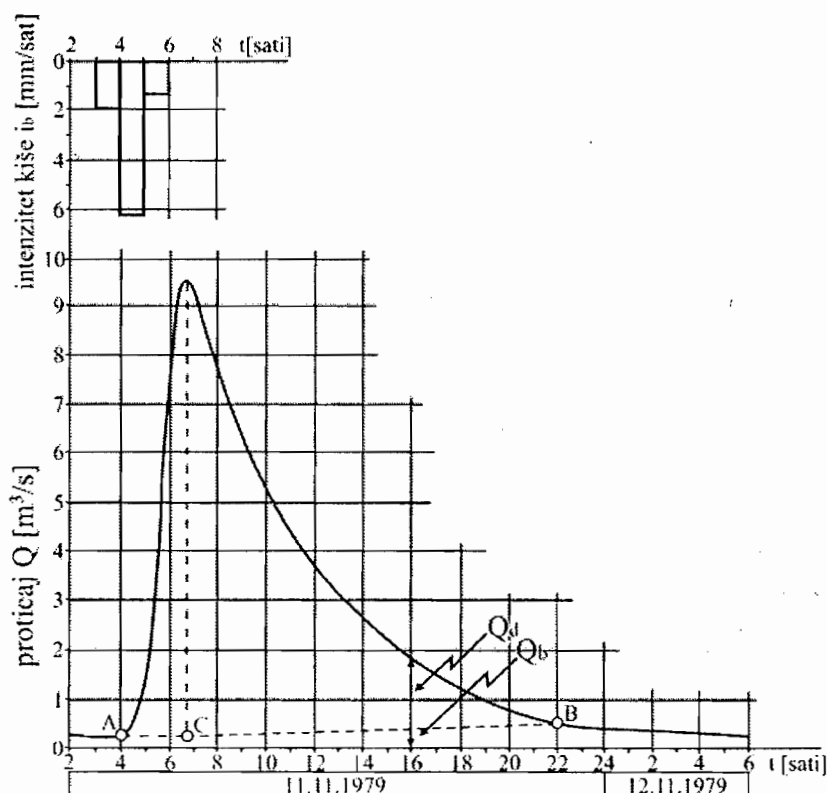


Slika 4.7. Objašnjenje principa rada pneumatskog limnigrafa /5/

Limnigraf sa senzorom. Nivo vode se mjeri kao hidrostatički pritisak sa poluprovodnikom-senzorom (pjezo-sonda), koji se transformiše u električni signal sa integrisanim pojačalom. Senzor je smješten u cilindar od nehrđajućeg čelika. Senzor je sastavni dio uređaja koji kontinualno bilježi (na papiru) promjene nivoa vode.

Mjerenje nivoa se, isto tako, može vršiti pomoću tzv. kapacitivne sonde, ultrazvučnog davača, pokretne igle sa servo-uređajem i drugim metodama gdje se kao rezultat mjerenja dobija neka električna veličina. Indikacije ovih uređaja se takođe mogu prenositi na daljinu (putem radija ili kablovima) u centar za prikupljanje i obradu podataka (hidrološki informacijski sistem).

Kako vremenski tok vodostaja ili nivogram automatski ispisiuje limnigraf, to se i mjerno mjesto često naziva limnigrafska stanica. Ako se na mjernom mjestu ne raspolaže limnigrafom mogu promaći veoma važni podaci, jer ostaju nezabilježeni vodostaji između dva čitanja vodostaja. Na vodotocima sa malim slivnim površinama, za nekoliko sati može da prođe poplavni talas sa visokim vodostajima. Jedan primjer nivograma za poplavni talas dat je na slici 4.8.



Slika 4.8. Izgled poplavnog talasa za rijeku Bukovicu na vodomjernoj stanici Podgaj (registrovan 11. novembra 1979)

Unaprijeđenja limnigrafa idu ka tome da se ovim instrumentima dodaju: (i) kompjuter koji registrovane vodostaje automatski konvertuje u proticaje i to kontinualno u vremenu ili pak u naprijed fiksiranim vremenskim intervalima, (ii) radio-transmitter koji šalje signale o podacima (vodostajima) u kontrolni centar u

određenim vremenskim intervalima ili na poseban zahtjev. Ovi signali se konvertuju u vodostaje što omogućava na primjer upozorenje na nailazak poplavnih voda, odnosno upozorenje prevazilaženja nekog unaprijed definisanog kritičnog vodostaja.

Nove tehnike prikupljanja podataka o vodostajima. Iako je mjerenje vodostaja pomoću vodomjerne letve i danas prisutno, sve su više u upotrebi novi uređaji za mjerenje vodostaja i bilježenje (pohranjivanje) podataka o vodostajima.

Glavni napredak napravljen je kod analognih i digitalnih uređaja za mjerenje vodostaja (limnigrafa).

Dosadašnji analogni i digitalni limnigrafi uglavnom su bili bazirani na sistemu plovka i kontratega smještenih u bunaru (uglavnom u zaobalju vodotoka) koji su bili relativno skupi i imali određene poteškoće u eksploataciji kao što je zamuljivanje cijevi kojom se voda dovodi iz vodotoka u bunar.

Uz to, obrada ogromnog broja podataka zabilježenih na papir ili magnetnu traku je bila naporna i dugotrajna. Nove generacije uređaja za mjerenje i registrovanje vodostaja su unaprijeđene u smislu da mjere i registruju više meteoroloških i hidroloških parametara.

Limnigrafi imaju dio uređaja za mjerenje (plovak ili sonda) koji je u vezi sa elektronskim dijelom uređaja za bilježenje (pohranjivanje) podataka koji može biti povezan sa sistemom za slanje (otpremanje) podataka, ili, podaci se jednostavno pohranjuju u samom uređaju na magnetni medij (audio kasete sa magnetnom trakom ili kompjuterski tvrdi disk). Dio uređaja za memorisanje (pohranjivanje) registrovanih podataka bilježi podatke u unaprijed zadanim vremenskim intervalima. Ugrađeni mikroprocesori omogućavaju da se već u samom uređaju izvrše određene obrade prikupljenih podataka.

Kada se ovi uređaji koji podatke registruju na kompjuterski medij (tvrdi disk) ugrađuju u postojeće bunare, i dalje je moguće iskoristiti sistem plovka i kontratega kao senzor za nivo vode. Kako je okretanje sistema zupčanika na kojem vise plovak i kontrateg, direktno proporcionalno promjeni nivoa vode, to se ono (okretanje) pretvara u digitalni oblik pogodan za zapisivanje na tvrdi disk.

Glavna prednost novih elektronskih uređaja je da nije potrebna izgradnja skupih bunarskih konstrukcija. Pouzdani senzori za mjerenje nivoa vode preko mjerenja hidrostatičkog pritiska danas su široko dostupni i mogu se vrlo jednostavno (bez bunarske konstrukcije) fiksirati u bilo kojoj tački u riječnom toku ili akumulaciji. Potrebno je samo senzor i odgovarajući elektrokabal koji veže senzor i uređaj zaštititi smiještanjem u metalnu cijev pričvršćenu za riječno dno, odnosno obalu.

Ovi moderni uređaji omogućavaju i prenos mjerenih podataka na daljinu (tzv. telemetrija). Sastoje se iz četiri glavna dijela: (i) senzora koji mjeri ili registruje promjene u mjerenom parametru, (ii) uređaja koji pretvara izlazne signale senzora

u format prikladan za prenos na daljinu, (iii) dijela sistema za prenos podataka od senzora do određene lokacije i (iv) prijemnika podataka gdje se oni dekodiraju, sortiraju, provjeravaju i dalje distribuiraju.

Najčešći meteorološki i hidrološki podaci koji se danas prenose na daljinu su: nivo vode (vodostaj), temperatura vode, pH vode, visina padavina, temperatura zraka, brzina i smjer vjetra, tačka rose, radijacija (solarna i ukupna), pritisak vazduha i debljina snježnog pokrivača. Naravno, za mjerenje svakog od gore navedenih parametara izrađuju se posebni senzori.

Prenos podataka obično se vrši putem standardne telefonske mreže ili GSM mreže. Još se vrlo široko koristi i prenos podataka putem VHF radio signala. Danas je već u operativnom pogonu satelitski prenos podataka. Ovaj prenos podataka zahtijeva prethodnu dogradnju postojećih uređaja (limingrafa).

4.2. MJERENJE DUBINE VODE

Dubina vode, d_i , predstavlja pravolinijsko najkraće (vertikalno) rastojanje od neke tačke na dnu korita do vodene površine (slika 4.1).

Dubina vode na terenu mjeri se prema svrsi mjerenja, potrebnoj tačnosti, mjesnim uslovima i kretanju vode (voda stajaćica ili tekućica), po poprečnim profilima, po kosim profilima, po mreži kvadrata ili kombiniranim načinom. Izbor smjera kretanja za vrijeme mjerenja ovisi o upotrebljenim geodetskim instrumentima i o tome gdje ih je najpovoljnije smjestiti na terenu.

Dubine se mjere radi određivanja reljefa dna rijeka, jezera, mora. Rezultat mjerenja su planovi korita sa izobatama (linijama koje povezuju mjesta istih dubina, ili izohipsama, te karakteristični podužni i poprečni presjeci vodotoka ili stajaće vode. Ako je svrha mjerenja da se dobiju planovi (situacije) korita dužih dionica rijeke ili neke stajaće vode, može se reći da su ovdje (po obimu) dominantni geodetski radovi (prije i tokom mjerenja) dok se hidrometrijski radovi (ako je ovakva podjela upošte cjelishodna) svode na mjerenje rastojanja od vodene površine do dna (tj. dubine) i permanentno osmatranje vodostaja da bi se sve izmjerene dubine mogle svesti na jedan unaprijed odabrani nivo.

Mjerenje dubina najbolje je izvoditi za vrijeme niskih vodostaja. Tada se mjerenja lakše i brže izvode a rezultati su mnogo tačniji. S povišenjem vodostaja, posebno kod tekućih voda kod kojih pararcno raste i brzina vode, raste i netačnost određivanja dubina vode.

Mjerenja dubina izvodi se ili u pojedinim tačkama ili se linija dna neprekidno snima. Izbor jednog od navedenih načina mjerenja stvar je svakog pojedinog zadatka i postojeće opreme.

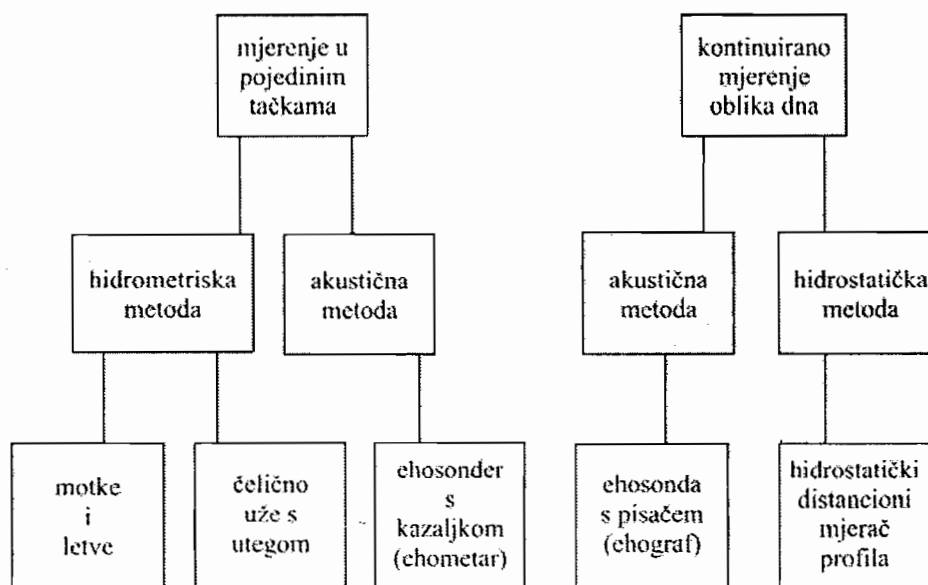
Pri mjerenju dubine u pojedinim tačkama neophodno je obaviti, simulatano, slijedeće operacije:

- izmjeriti vertikalnu dubinu od nivoa vode do čvrstog dna,
- odrediti položaj tačke u kojoj se mjerenje vrši na situaciji (koordinatama) ili na profilu (kao udaljenost od stalne tačke na obali),
- odrediti nivo vode (vodostaj) pri kojem se vrši mjerenje dubine.

Od velike je važnosti kontinuirano pratiti promjene vodostaja za vrijeme mjerenja dubina vode kako bi se sve izmjerene dubine mogle svesti na jedan uslovni (izravnavajući) nivo.

4.2.1. Pribori i metode za mjerenje dubine vode

Postoji veliki broj metoda i pribora za mjerenje dubina vode i određivanje oblika dna. Zavisno od potrebne tačnosti mjerenja, razvijene su najrazličitije metode mjerenja s odgovarajućim priborom. Njihov je prikaz dat na slijedećoj šemi.



Slika 4.9. Podjela metoda za mjerenje dubine vode [12]

Za mjerenja dubina vode hidrometrijskom metodom koriste se uređaji sa mehaničkim principom djelovanja. To su razni tipovi i oblici motki i letvi obilježanih, u zavisnosti od potrebne tačnosti svako 1 cm, 2 cm, 5 cm do

maksimalno 10 cm. Motka posebno pripremljena za mjerenje dubina naziva se sondirkom. Ona je obično sastavni dio instrumenta za mjerenje brzine vode (hidrometrijsko krilo) o kome će biti riječi u poglavlju 5.4. Okruglog je presjeka promjera oko 5 cm i dužine do 7 m. Dno je okovano željezom i na njemu je montirana papuča s promjerom do 20 cm, kako sondirka ne bi duboko tonula u mulj na dnu. Tačnost mjerenja je reda veličine 2-10 cm a kod velikih brzina smanjuje se i do 20 cm.

Rastojanje (pozicija) tačke u kojoj se određuje dubina, od fiksne tačke na obali se mjeri:

- pomoću čeličnog graduisanog užeta (za manje tokove se može koristiti čelična mjerna pantljika od 25 ili 50 m) pri čemu operator stoji u vodi ili mjeri dubine iz čamca,
- pomoću geodetskih instrumenata (teodolit) na obali, ako je u pitanju veća (plovna) rijeka, a mjerenje dubina se vrši pomoću tega ili ehosondera.

Kada se premjeravanje dubine vrši u rejonu hidrološke stanice, u okviru standardnih hidrometrijskih radova, (mjerenje proticaja metodom površina-brzina ili radi praćenja promjena deformabilnog korita – vidi poglavlje 4.5) dubine se mjere pomoću motki i letvi (sondirke) ili (kod većih dubina) iz čamca pomoću tega koji visi na čeličnom užetu. U slučaju mjerenja čeličnim užetom u tekućim vodama dolazi do potrebe korekcije izmjerene dubine usljed zanošenja užeta snagom toka vode.

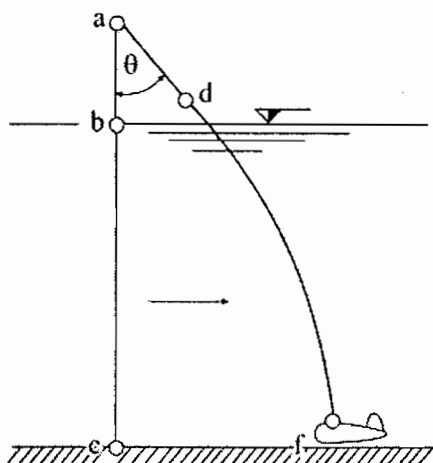
Teg hidrodinamičkog oblika («torpedo») težine od 20 do 50 kg koji visi na čeličnom užetu (Φ 2 do 3 mm) se spušta u vodu pomoću (ručne) dizalice («čekrk») koja je opremljena brojčanikom. Kada je donja strana tega dodirnula površinu vode, brojčanik se podešava na nulu. Potom se teg spušta do dna i na brojčaniku se očitava dubina. Pri većim brzinama toka, doći će do zanošenja tega (i užeta) u nizvodnom smjeru (slika 5.10). U tom slučaju se mora izmjeriti ugao zanošenja (pomoću uglomjera sa viskom) da bi se izvršila korektura izmjerene dubine u odnosu na stvarnu (vertikalnu) dubinu. Jedna od metoda za ovu korekciju se sastoji u slijedećem (slika 5.10): (i) izmjeri se rastojanje (ab) gdje je (a) tačka vješanja (koturača dizalice), (ii) mjeri se dužina (af) i ugao zanošenja (θ), (iii) određuje se stvarna dubina pomoću izraza /13/:

$$bc = (af - ab \sec \theta)(1 - k) \quad (4.1)$$

ili (WMO):

$$bc = [df - ab(\sec \theta - 1)][1 - k] \quad (4.2)$$

Tabela 4.1. Vrijednosti korekcionog faktora (k) kod mjerenja dubine čeličnim užetom sa tegom



| θ | $\sec \theta$ | k |
|----------|---------------|--------|
| 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1.0038 | 0.0020 |
| 10 | 1.0154 | 0.0050 |
| 15 | 1.0353 | 0.0114 |
| 20 | 1.0642 | 0.0204 |
| 25 | 1.1034 | 0.0321 |
| 30 | 1.1547 | 0.0472 |
| 35 | 1.2208 | 0.0660 |
| 40 | 1.3054 | 0.0885 |

Slika 4.10. Zanošenje tega u brzjoj vodi /13/

Vrijednosti za (k) su date u tabeli 4.1 /13/. Napominje se da su mnogi nesporazumi u vezi sa rezultatima mjerenja protoka vode pomoću hidrometrijskog krila koje je pričvršćeno na tegu, potekli zbog toga što prilikom mjerenja i interpretacije rezultata mjerenja nije uzeta u obzir korektura dubina zbog zanošenja tega.

Akustična metoda mjerenja bazira se na odašiljanju i prihvatanju odbijenog od dna ultrazvučnog signala. U tu svrhu koristi se uređaj koji se naziva ehosonder. Odlikuje se velikim brzinama mjerenja i tačnošću. Suština rada ehosondera sastoji se u mjerenju vremena proteklog od slanja do primanja istog impulsa ultrazvuka. Rezultat oba mjerenja je crtež poprečnog profila toka sa upisanim dubinama u odnosu na srednji nivo (vodostaj) u periodu mjerenja i rastojanjima mjernih tačaka od fiksne tačke na jednoj od obala.

Osnovni dijelovi ehosondera su: (i) generator ultrazvuka, (ii) vibrator sa odašiljačem i primaocem ultrazvuka i (iii) mikroprocesorom sa graduisanom skalom u metrima dubine.

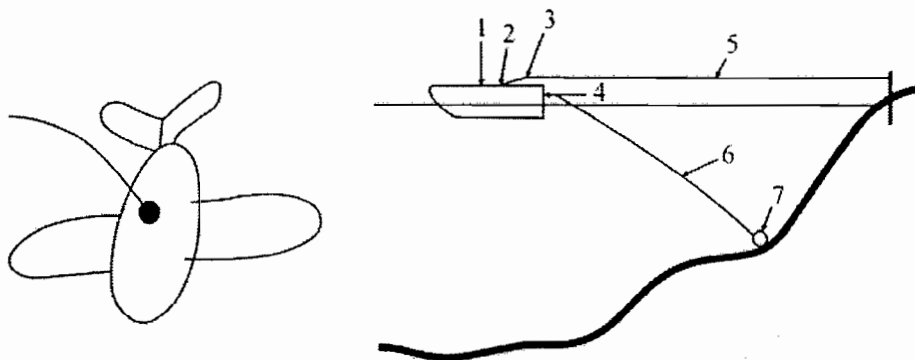
Brzina širenja ultrazvuka u vodi ovisi o temperaturi i gustoći (salinitetu) vode. U slatkoj vodi i pri temperaturi od 14⁰C brzina iznosi 1462 m/s. Iz toga izlazi da je za mjerenje dubine od 5 m pri temperaturi vode od 14⁰C potrebno vrijeme od 0,007 sekundi a za mjerenje dubine od 2 m pri istoj temperaturi 0,003 sekunde. Na muljevitom dnu ehosonder pokazuje dubinu od površine mulja, ali se ultrazvuk

probija i do čvrste podloge te se dobivaju dvostruki podaci o dubini. Prednosti rada sa ehosonderom pred svim ostalim priborima i metodama su: visoka tačnost mjerenja, velika brzina mjerenja (15-17 km/h) te mogućnost mjerenja najrazličitijih oblika dna. Nedostaci su: nestabilnost održavanja smjera mjerenja i smanjenje tačnosti mjerenja dubina kad je voda mutna ili zasićena zrakom te kad je dno pokriveno travom.

Pozicija broda na kome je montiran ehosonder se obično određuje pomoću radiolokatora. Mjerenje se obavlja sa broda u pokretu, pri čemu se na traci registratora bilježi profil dna.

Ehosonderi koji se primjenjuju u hidrološkoj praksi, mjere dubine od 0,2 m do 50 m, sa tačnošću od 2 % do 5 %.

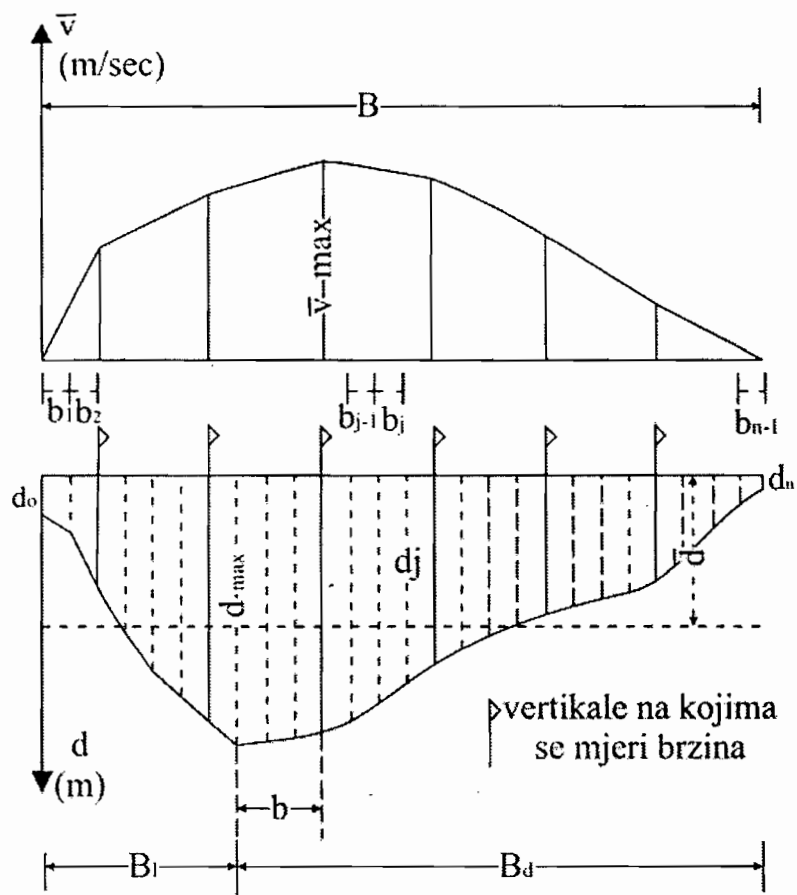
Hidrostaticka metoda mjerenja . Uređaj pomoću kojega se mjere dubine po ovoj metodi, naziva se distancioni hidrostaticki mjerač profila (slika 4.11). Mjerenje se vrši sa plovnog objekta pomoću sonde za praćenje dna. Oblik dna je aerodinamičan kako bi pružala što manji otpor kretanju kroz vodu. Unutar sonde nalazi se uređaj za registrovanje dubina vode izrađen na bazi mjerenja hidrostatickog pritiska vode. Osnovni dijelovi ovog mjerača su: registrator dubine, sastavni kabal, uređaj za mjerenje horizontalnih razmaka, bočni amortizer, mjerni lanac, kabal i sonda za praćenje dna.



Slika 4.11. Hidrostaticki distancioni mjerač profila /16/

(1) registrator dubina, (2) sastavni kabal, (3) uređaj za mjerenje horizontalnih razmaka, (4) bočni amortizer, (5) mjerni lanac, (6) kabal, (7) sonda za praćenje dna

Na osnovu izmjerenih dubina, odnosno snimljenog poprečnog profila, vrše se — analize morfološko-hidrauličkih karakteristika korita. U okviru ovih analiza prave se grafički prikazi karakteristika proticajnog profila u funkciji vodostaja. Ovim analizama se obično obuhvataju slijedeće veličine (slika 4.12):



Slika 4.12. Geometrijski i morfološki elementi poprečnog presjeka vodotoka

1. Površina proticajnog (poprečnog) profila

$$A(h) = \sum_{j=1}^n \frac{d_{j-1}(h) + d_j(h)}{2} \cdot b_j \quad (4.3)$$

2. Okvašeni obim

$$\chi(h) = d_0(h) + d_n(h) + \sum_{j=1}^{n-1} \sqrt{[d_{j-1}(h) - d_j(h)]^2 + b_j^2(h)} \quad (4.4)$$

3. Hidraulički radijus

$$R(h) = \frac{A(h)}{\chi(h)} \quad (4.5)$$

Za pravougaona korita $R \rightarrow \bar{d}$ kad je širina B velika tj. kada je $B/\bar{d} > 10$.

4. Srednja dubina

$$\bar{d}(h) = \frac{A(h)}{B(h)} \quad (4.6)$$

5. Odnos srednje i maksimalne dubine

$$P_1(h) = \frac{\bar{d}(h)}{d_{max}(h)} \quad (4.7)$$

Za pravougaono korito $P_1=1$, dok za korito trouglastog presjeka $P_1=2$. Prema tome za prirodno korito vrijednost parametra P_1 bi se kretala između 1 i 2. Ukoliko je bliže jedinici, tada se oblik korita bliži pravougaoniku.

6. Odnos srednje dubine i širine vodnog ogledala

$$P_2(h) = \frac{\bar{d}(h)}{B(h)} \quad (4.8)$$

Ukazuje na raširenost korita. Ako $P_2 \rightarrow 0$, onda je korito široko a plitko. Ukoliko je P_2 relativno veliko, onda su srednje dubine relativno velike u odnosu na širinu korita.

7. Parametar P_3

$$P_3(h) = \frac{1}{B\bar{d}^{3/2}(h)} \sum_{j=1}^n \frac{[d_{j-1}^{3/2}(h) + d_j^{3/2}(h)]}{2} b_j(h) \quad (4.9)$$

Hidrometrija

Ako bi korito imalo pravougaoni oblik, tada bi $d_1(h) = d_2(h) = \dots = d_n(h) = \bar{d}(h)$, pa bi tada $P_3(h) = 1$. Za prirodna korita se kreće između 1,05 i 1,20.

8. Parametar Glušкова

$$G(h) = \frac{\sqrt{B(h)}}{\bar{d}(h)} \quad (4.10)$$

9. Parametar simetrije β

$$\beta(h) = \frac{B_d(h) - B_l(h)}{B(h)} \quad (4.11)$$

Ako je $\beta(h) = 0$, tada je korito simetrično u odnosu na vertikalu sa maksimalnom dubinom. Za $\beta(h) > 0$, $B_d(h) > B_l(h)$ što znači da je najveća dubina bliže lijevoj obali nego desnoj. Za $\beta(h) < 0$ je obrnuto.

10. Parametar P_4

$$P_4(h) = \frac{b(h)}{B(h)} \quad (4.12)$$

gdje je (b) razmak između vertikala sa maksimalnom dubinom i maksimalnom srednjom brzinom na vertikali. Ako je $b(h) = 0$, to znači da je maksimalna srednja brzina u vertikali sa najvećom dubinom.

Neke od navedenih veličina zbog svoje jednostavnosti ne traže poseban komentar, dok neke koje u hidrološkoj praksi nisu često u upotrebi, zahtijevaju dodatna objašnjenja. Prije svega, treba naglasiti da se sve navedene veličine stavljaju u odnos sa vodostajem poprečnog profila. Kod toga je potrebno razlikovati odnos navedenih karakteristika za dio poprečnog profila ispunjen vodom, bez obzira da li je ona u stanju kretanja ili ne, tzv. "mrtva voda", od prikaza za "živi presjek" unutar kojeg se sva voda nalazi u kretanju.

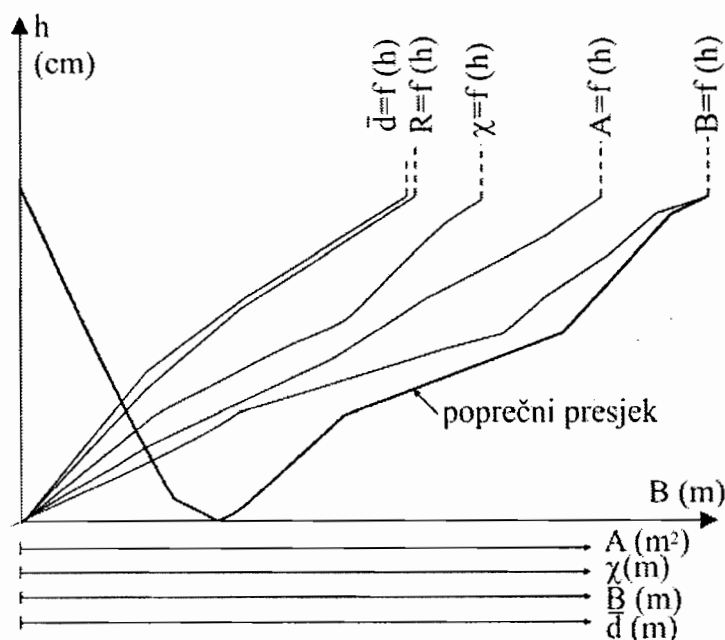
Parametri oblika poprečnog presjeka (P_1 , P_2 i P_3) opisuju nepravilnosti raspodjele dubina vode duž poprečnog presjeka. Preko njih se prati razvoj oblika poprečnog profila u vremenu, njegovo produbljanje, zasipanje i erodiranje obala. Ujedno se može pratiti i promjena istih parametara u prostoru, tj. uzduž vodotoka. Najznačajniji među njima, tj. parametra koji sadrži najveću količinu informacija je

P_3 . Prema autoru koji ga je prvi uveo naziva se još i parametra Željezniakova. Njegova osjetljivost na promjene oblika poprečnog profila je velika. Za neke pravilne i jednostavne profile on je konstantan. (pravougaonik – 1,00; trougao – 1,13; krug – 1,03). Za otvorene prirodne vodne tokove P_3 je različit i promjenljiv. Po definiciji je zadovoljen uslov da je $P_3 > 1$. On se ne mijenja u širokim granicama. Sa smanjenjem vodostaja on se povećava, što je i razumljivo pošto kod niskih vodostaja nepravilnosti dna jače utiču na P_3 .

Parametra Glušкова karakteriše odnos uzajamnog djelovanja sile vodnog toka i oblika korita. Za široke a plitke profile G je veći po apsolutnoj vrijednosti, dok je kod dubokih i uskih profila manji. Sasvim uopšteno može se zaključiti da manji G karakterizira podložnost profila vodotoka dubinskoj eroziji (produbljavanje dna), dok veći G naznačava erodiranje bokova poprečnog profila.

Koeficijent asimetrije β predstavlja pokazatelj nesimetričnosti profila. On se takođe analizira i u funkciji vremena kao i u prostoru (duž riječnog korita). Na ravnim potezima rijeke ovaj koeficijent najčešće je vrlo malen i kreće se od 0,0 do 0,2. Koeficijent ne može biti veći od jedinice, a što joj je bliži označava i veću nesimetriju profila. To ukazuje na strmost jedne od obala i često predispoziciju prema odronjavanju.

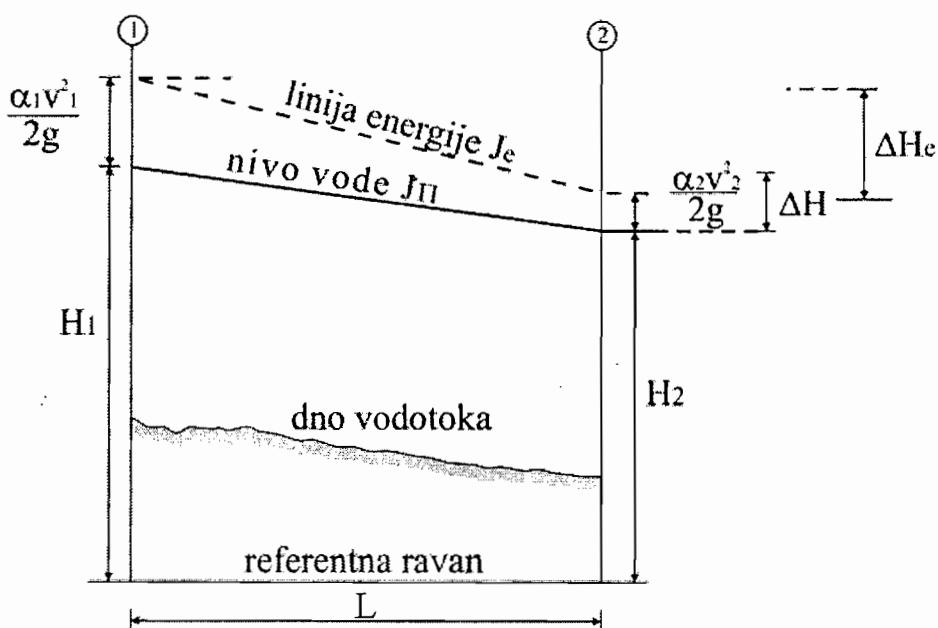
Parametra P_4 zavisi od položaja matice (linije najvećih brzina) prema položaju talvega (linije najvećih dubina). Obje linije mijenjaju se duž vodotoka, u vremenu i u zavisnosti od vodostaja.



Slika 4.13. Geometrijski elementi poprečnog presjeka u funkciji vodostaja

4.3. MJERENJE PADA VODENOG OGLEDALA

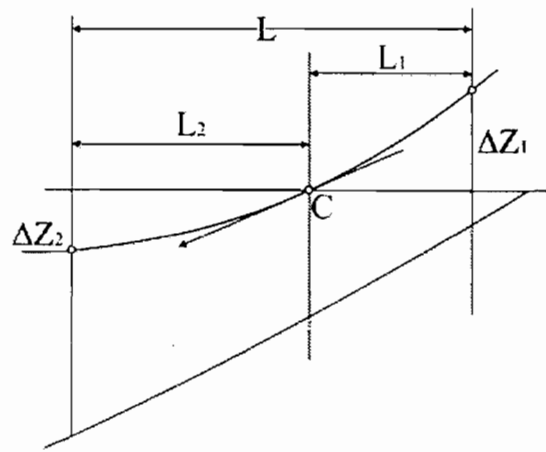
Pad nivoa vodenog ogledala J_{Π} (geometrijski pad ili pad pijeometarske linije) se definiše kao odnos $\Delta H / L$ gdje je $\Delta H = H_1 - H_2$, razlika nivoa vode na rastojanju L . Pošto je $\Delta H < L$ na grešku kod određivanja pada prvenstveno utiču greške pri određivanju ΔH . Greška se smanjuje ako se povećava ΔH , odnosno ako se povećava razmak između profila L . Kod povećanja dužine L , ograničavajući faktor je dužina dionice sa ujednačenim padom.



Slika 4.14. Ilustracija pada pijeometarske linije i linije energije

Pad je obično veoma malen (na većim rijekama nivo na kilometar padne svega nekoliko centimetara) i zbog toga je vrlo teško pad odrediti na maloj dionici rijeke. Jedan od postupaka za određivanje pada prikazan je na slici 4.15. Pored nivoa na vodomjernoj stanici za koji se utvrđuje zavisnost između vodostaja i proticaja, uzimaju se još dvije stanice – jedna uzvodno i druga nizvodno. Na parabolu (drugog reda) kroz tri tačke (tri nivoa) odredi se nagib tangente u srednjoj i to je pad nivoa.

$$J_{\Pi} = \Delta Z_1 \frac{L_2}{L_1 L} + \Delta Z_2 \frac{L_1}{L_2 L} \quad (4.13)$$



Slika 4.15. Određivanje pada nivoa na osnovu tri izmjerena vodostaja

Pad vodnog ogledala na nekoj dionici rijeke mjeri se na taj način što se duž dionice, na većem broju profila, istovremeno pobijaju kočevi, tako da njihov vrh bude u nivou vodene površine. Nakon prolaska poplavnog talasa vrši se nivelisanje vrhova kočeva i mjerenje rastojanja između njih. Ukoliko se pad mjeri u dužem vremenskom periodu, postavlja se neophodan broj privremenih vodomjernih letvi za koje se preciznim nivelisanjem određuju kote "nula". Za precizno određivanje pada vodnog ogledala neophodno je da se čitanje vodostaja na svim vodomjernim letvama izvrši istovremeno.

Prilikom mjerenja pada na potezu na kome se nalaze krivine, ne treba izgubiti iz vida fenomen nadvišenja nivoa vode u krivini usljed dejstva centrifugalne sile. Jedna od formula kojom se definiše ovo nadvišenje glasi /13/:

$$\Delta H' = 0,234 v_{\omega}^2 \log \frac{R}{R - B} \quad (4.14)$$

gdje je: R – radijus krivine (m), B – širina vodenog ogledala (m), v_{ω} - srednja profilska brzina (m/s).

Za hidrauličke i druge analize, potrebno je poznavati pad linije energije:

$$J_e = \frac{l}{L} \left[\left(H_1 + \frac{\alpha_1 v_{\omega 1}^2}{2g} \right) - \left(H_2 + \frac{\alpha_2 v_{\omega 2}^2}{2g} \right) \right] \quad (4.15)$$

Hidrometrija

gdje su $v_{\omega 1}$ i $v_{\omega 2}$ srednje brzine tečenja u uzvodnom i nizvodnom profilu, α_1 i α_2 Koriolosovi koeficijenti, H_1 i H_2 nivoi vode (vodostaji) u apsolutnim kotama na profilima (slika 4.14).

Da bi se odredio pad linije energije, neophodno je poznavati ne samo srednje profilske brzine nego i raspodjelu brzina po profilu, da bi se definisali Koriolisovi koeficijenti.

Na uniformnim dionicama ravničarskih tokova, gdje se javlja istovremeno ustaljeno i ravnomjerno tečenje, pad pijezometarske linije J se poklapa sa padaom linije energije J_e . U prirodi se ponekad razlike između ova dva pada mogu tolerisati, ali u mnogim slučajevima se korišćenjem pada J umjesto J_e u proračun mogu unijeti nedopustive greške.

Uzdužni nagib dna korita J_d , koji zavisi od protoka vode, pronosa nanosa i njegove krupnoće, opada u nizvodnom smjeru. Taj nagib se može matematički opisati izrazom Šokliča /10/:

$$J_d(x) = J_{d0} \cdot e^{-\alpha_1 x} \quad (4.16)$$

gdje je: $J_{d0} = J_d(x=0)$ - nagib u referentnom profilu, a α_1 - empirijski koeficijent. Funkcija (4.16) opisuje prosječni nagib dna u prirodnim uslovima, zanemarujući lokalne "poremećaje" uzdužnog profila usljed pritoka, oštih krivina itd. Za opadajući karakter funkcije (4.16) ima nekoliko objašnjenja.

- smanjenje nagiba je djelimično posljedica smanjenja krupnoće materijala od koga je formirano riječno korito usljed segregacije i abrazije. Segregacija riječnog nanosa predstavlja razdvajanje zrna po krupnoći, što je posljedica činjenice da se krupnija zrna teže pokreću od sitnijih. Abrazija predstavlja proces mehaničkog usitnjavanja nanosa pod dejstvom toka, habanjem, udarom i glačanjem zrna. Do usitnjavanja dolazi i usljed temperaturnih promjena i hemijskih uticaja, kada se zrna povremeno nađu van vode, na sprudovima i obalama,
- nizvodno od ušća svake pritoke, nagib dna opada, što je posljedica istaložavanja krupnog nanosa iz pritoke,
- usljed abrazije, u donjem toku raste učešće najsitnijih, glinovitih čestica. Povećanje udjela ovih čestica u materijalu od koga su formirane obale povećava otpornost obala na fluvijalnu eroziju, pa se tok koncentriše u relativno stabilnom koritu. Iz tog razloga je pri istoj propusnoj moći za

nanos, u donjem toku potreban manji nagib dna nego u gornjem i srednjem toku.

4.4. MJERENJE BRZINE VODE

Za određivanje raspoloživih količina vode u riječnim tokovima treba raspolagati podacima o proticaju. Proticaj se može odrediti integriranjem brzina po poprečnom presjeku (vidi poglavlje 4.5.2), a zato treba izmjeriti brzine u dovoljnom broju tačaka poprečnog presjeka. Osim toga, podaci o brzinama su sami za sebe potrebni za izvjesna razmatranja u hidrotehnici (za otpore plovećih tjela ili sile na hidrotehničke objekte, za analizu stabilnosti korita, za predviđanje taloženja i sl.).

Brzina jednog tijela je prvi izvod pređenog puta po vremenu, tj:

$$\bar{v} = ds / dt . \quad (4.17)$$

Dakle, da bi se potpuno odredila brzina potrebno je definisati: (i) njenu apsolutnu vrijednost, (ii) pravac u odnosu na neki usvojeni koordinatni sistem i (iii) smjer vektora brzine.

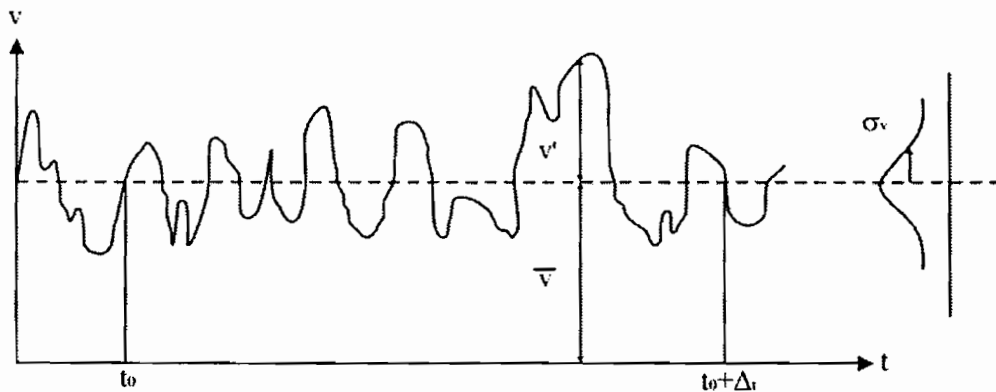
Kod mnogih problema mehanike, pravac i smjer ovog vektora su poznati, pa se mjerenjem određuje samo apsolutna vrijednost brzine. Ovo je najčešće slučaj kada se radi o tečenju vode u cijevima ili otvorenom toku. Međutim, prilikom proučavanja strujanja vode u moru i jezerima, potrebno je mjerenjem odrediti sva tri elementa.

4.4.1. Pulzacija brzina u turbulentnom toku

U prirodnom riječnom toku tečenje je turbulentno, što znači da je prostorno (vektorske veličine imaju komponente u sva tri koordinatna pravca), a intenzitet svih promjenljivih ima slučajan – stohastički raspored u prostoru i vremenu.

Neka su v , u , w – komponente vektora brzine u koordinatnim pravcima (x , y , z), pri čemu je x – pravac glavnog toka, a z – vertikalni pravac. Razmotrimo komponentu brzine u pravcu glavnog toka. Njena lokalna trenutna vrijednost sa sastoji od vremenski osrednjene komponente \bar{v} i fluktuacione komponente v' (slika 4.16):

$$v = \bar{v} + v' \quad (4.18)$$



Slika 4.16. Promjena brzine u tački fluidnog prostora tokom vremena i podjela trenutne brzine

Osrednjena komponenta se dobije integracijom po vremenu:

$$\bar{v} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} v(t) dt. \quad (4.19)$$

U dovoljno dugom intervalu Δt , vremenski osrednjena fluktuaciona komponenta \bar{v}' je jednaka nuli.

Lokalni intenzitet turbulencije toka se kvantifikuje varijansom (pojam varijanse objašnjen je u poglavlju 8):

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} (v' - \bar{v}')^2 dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} v'^2 dt = \overline{v'^2}, \quad (4.20)$$

odnosno, standardnom devijacijom (pojam standardne devijacije objašnjen je u poglavlju 8):

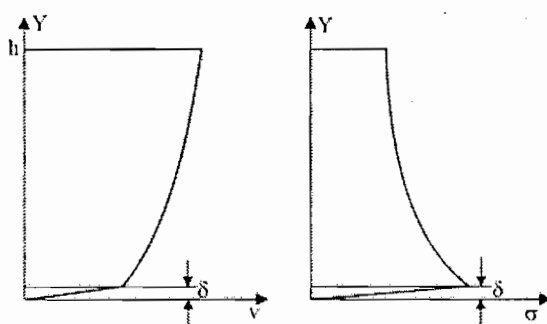
$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v'^2}} \quad (4.21)$$

Pored brzina, fluktuirajući karakter imaju i druge fizičke veličine, kao što su sile, pritisci, tangencijalni naponi itd. Kada se neka prirodna pojava razmatra kao slučajni proces (na primjer, pokretanje riječnog nanosa), neophodno je uzeti u obzir

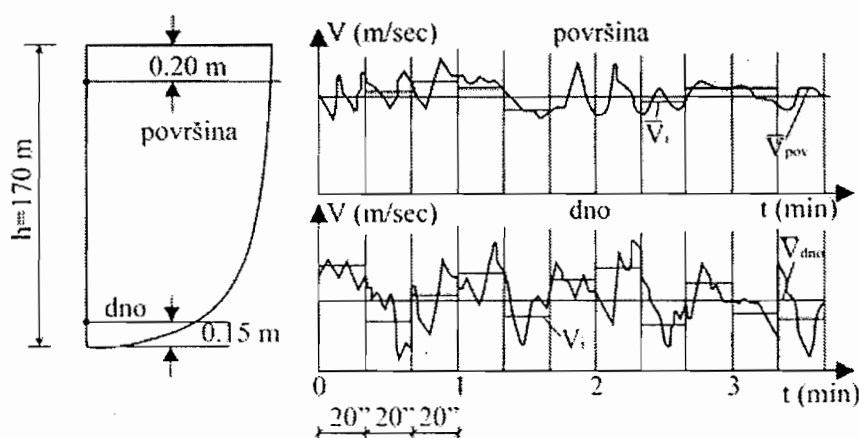
trenutne vrijednosti koje u sebi sadrže fluktuacioni doprinos. Međutim, to nije uvijek jednostavno, pa se rješenje većine problema klasične hidraulike i hidrologije zasniva na osrednjenim veličinama.

Generalno posmatrano, srednja lokalna brzina vode u tački opada sa porastom dubine, dok pulzacija brzina raste sa dubinom i dostiže maksimalnu vrijednost na udaljenosti δ od dna. Opšti oblici zavisnosti $v = f(y)$ i $\sigma = f(y)$, gdje je (y) dubina vode, prikazani su na slici 4.17. Ova okolnost je veoma značajna za hidrometrijsku praksu, što znači da pri dnu treba mjeriti brzinu duže nego pri površini vode. Uobičajeno je da period osrednjavanja Δt bude za tačku pri površini reda 1 do 2 minuta, a za tačku pri dnu od 3 do 5 minuta. Idući od matice toka (strujnica sa najvećom površinskom brzinom) ka obalama, brzina vode se smanjuje da bi na urezu (kontakt vodenog ogledala sa obalom) brzina praktično bila jednaka nuli.

Grafički prikaz raspodjele brzina vode i mjere pulzacija brzina prikazani su na slici 4.18, gdje su dati rezultati mjerenja istih veličina u hidrauličkom kanalu, a gdje je osrednjavanje brzina računato za vremenske periode od 20 sekundi.



Slika 4.17. Zavisnost $v = f(y)$ i $\sigma = f(y)$ na jednoj vertikali turbulentnog toka



Slika 4.18. Pulzacija brzina u turbulentnom toku

4.4.2. Teoretski raspored brzina po dubini toka

Tečenje u otvorenim kanalima može biti laminarno ili turbulentno, što daje dvije moguće raspodjele brzina. Kriterij za laminarno tečenje je da je Rejnoldsov broj manji od 500, a za turbulentno tečenje da je on veći od 2000, gdje se Rejnoldsov broj, R_e , definiše ako:

$$R_e = \frac{\bar{v}R}{\nu} \quad (4.22)$$

gdje je:

- \bar{v} – srednja brzina toka (m/s),
- R – hidraulički radijus A/χ (m),
- A – površina proticajnog profila (m^2),
- χ – okvašeni obim (m), i
- ν – koeficijent kinematske viskoznosti (m^2/s).

Kinematska viskoznost vode zavisi od temperature vode, ali je reda veličine $1 \times 10^{-6} m^2/s$ (za temperaturu vode od $20^\circ C$). Kako je hidraulički radijus za široke a plitke kanale (vodotoke) približno jednak srednjoj dubini d , to je jedna od mogućih aproksimacija Rejnoldsovog broja:

$$R_e = \bar{v} \cdot d \cdot 10^6 \quad (4.23)$$

Iz gornje jednačine je vidljivo da ako je $(\bar{v}d)$ jednako približno $0,002 m^2/s$ ili više, tok će biti turbulentan, što je najčešći slučaj u otvorenim kanalima.

Iako je moguće korištenjem teoretskog rasporeda brzina sračunati protok u prirodnom toku, mjerenja protoka ili druge metode računanja su obično daleko praktičnije. Poznavanje teoretskog rasporeda brzina je važno u analizi drugih problema tečenja, i važno za potpunije razumijevanje hidraulike vodnih tokova.

Ako je tečenje laminarno, tada se, teoretski, može izvesti jednačina kojom se opisuje raspored brzina. To nije slučaj za turbulentno tečenje, pošto je potrebno poznavanje brojnih parametara kojima se definiraju turbulentni uslovi i uz to se ti uslovi mijenjaju od tačke do tačke u toku.

Često prihvaćen raspored brzina za uniformno (konstantan protok) turbulentno tečenje je onaj razvijen korištenjem koncepta predloženog od strane Prandtl-a

(1953). Prandtl je ukazao na to da se koeficijent turbulentne viskoznosti u bilo kojoj tački tečnosti koja se kreće preko čvrste granice u turbulentnom toku može ocijeniti preko slijedećeg izraza /6/:

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \quad (4.24)$$

gdje je:

τ – koeficijent turbulentne viskoznosti,

ρ – gustina vode ($\rho = \gamma / g$) gdje je γ specifična težina vode a g gravitaciono ubrzanje,

l – karakteristična dužina poznata i kao "dužina miješanja" (tipična dužina putanje fluidnog djelića koju ovaj prevali prije nego što preda višak količine kretanja okolnim djelićima),

dv/dz – gradijent brzine na odstojanju (z) od čvrste granice (dna vodotoka).

Prandtl je uveo dvije pretpostavke za dio toka fluida blizu granice: (i) dužina miješanja je proporcionalna sa (z) ili $l = kz$, i (ii) koeficijent turbulentne viskoznosti je konstantan.

Koeficijent turbulentne viskoznosti na granici u uniformnom toku je /6/:

$$\tau_0 = \gamma R J \quad (4.25)$$

gdje je J pad dna vodotoka (takođe pad linije energije i piježometarske linije), a R hidraulički radijus.

Zbog druge pretpostavke Prandtla ($\tau = const.$) proizilazi da je $\tau = \tau_0$, iz čega slijedi:

$$\tau_0 = \rho l^2 \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \quad (4.26)$$

Uzevši u obzir da je $l = k_0 z$, sada se jednačina (4.25) može napisati u formi:

$$dv = \frac{l}{k_0} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dz}{z} \quad (4.27)$$

Izraz $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ ima dimenziju brzine, i pošto on varira sa koeficijentom turbulentne viskoznosti granice, naziva se i "brzina turbulentne viskoznosti" ili "brzina trenja", i obično se označava simbolom V^* . Korištenjem tog simbola jednačina (4.27) se može pisati kao:

$$dv = \frac{V^*}{k_0} \frac{dz}{z} \quad (4.28)$$

pomoću koje se, integracijom, može dobiti jednačina za brzinu u bilo kojoj tački toka. Ako su granice integraljenja od $v = v$ do $v = v_{max}$, a odgovarajuće granice za dubinu od $z = z$ do $z = d$ (ukupna dubina toka), jednačina za brzinu glasi:

$$v_{max} - v = \frac{V^*}{k_0} (\ln d - \ln z) \quad (4.29)$$

ili

$$v - v_{max} = \frac{V^*}{k_0} \ln(z/d) \quad (4.30)$$

ili sa dekadnom bazom logaritma:

$$v - v_{max} = \frac{2.3V^*}{k_0} \log(z/d) \quad (4.31)$$

Na slici 4.19 dato je poređenje rezultata mjerenja brzina u laboratorijskom kanalu širine 0,85 m i dubine 0,18 m, sa teoretskim rasporedom brzina prema jednačini (4.31).

Gornja jednačina se najčešće prikazuje u formi:

$$\frac{v - v_{max}}{V^*} = \frac{2.3}{k_0} \log(z/d) \quad (4.32)$$

Vrijednost k_0 obično se uzima $k_0 = 0,4$ i naziva se Karmanovom konstantom /6/.

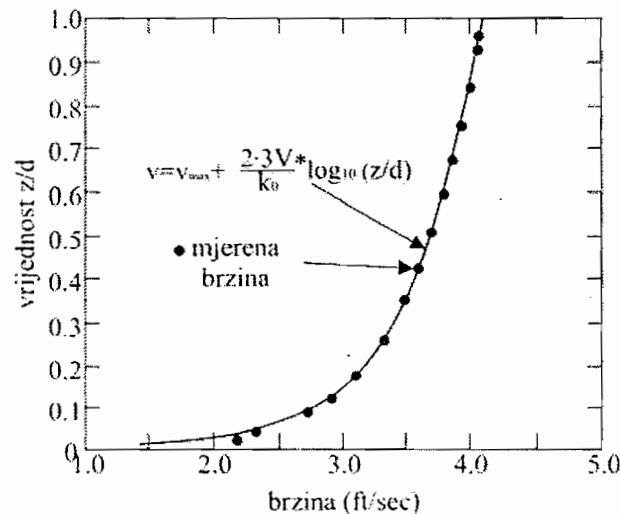
Jednačina (4.32) pokazuje da je brzina u turbulentnom toku logaritamska funkcija odstojanja (z) od granice (dna).

Jednačina (4.32) je najčešće poznata pod imenom Prandtl-Karman-ov univerzalni zakon raspodjele brzina, obzirom da je Von Karman (1930) razvio sličnu jednačinu koristeći nešto različitiji postupak i pretpostavke. Zakon je bio verificiran provođenjem niza eksperimenata. Osmotrena i sračunata raspodjela brzina su imali vrlo dobro slaganje, naročito kod mjerenja u laboratoriju.

Prosječna brzina, \bar{v} , se može sračunati iz logaritamske jednačine, njenim integraljenjem kroz dubinu toka, i dijeljenjem integrala sa ukupnom dubinom toka. Donja granica integraljenja mora se uzeti kao konačna, pozitivna vrijednost ($z = \delta \approx 0$). Tako je /6/:

$$\bar{v} = \frac{1}{d} \int_{z=\delta}^{z=d} \left(v_{max} + \frac{V^*}{k_0} \ln(z/d) \right) dz \quad (4.33)$$

$$\bar{v} = v_{max} - \frac{V^*}{k_0} \quad (4.34)$$



Slika 4.19. Raspored brzina u mjernoj vertikali u centru mjernog kanala širine 0,85 m i dubine 0,18 m /6/

Hidrometrija

Ako se iz generalne jednačine izostavi v_{\max} , ona se može napisati kao:

$$v = \bar{v} + \frac{V^*}{k_0} (1 + 2.3 \log(z/d)) \quad (4.35)$$

Lokacija tačke u kojoj je brzina jednaka srednjoj brzini može se naći zamjenom $v = \bar{v}$ u jednačini (4.34), što daje:

$$\ln(z/d) = -1 \quad \text{ili} \quad z/d = 1/e, \text{ odakle je}$$

$$z = d/e = 0,368d \quad (4.36)$$

Jednačina (4.36) ukazuje na to da je odstojanje tačke u kojoj je brzina jednaka srednjoj, jednako $0,368d$ od površine i ne zavisi od vrijednosti k_0 ili V^* .

Mjerenja u prirodnim vodnim tokovima pokazuju da je brzina izmjerena u tački koja je udaljena $0,6d$ od vodene površine se vrlo dobro podudara sa vrijednošću srednje brzine, što opet ukazuje na to da se logaritamski raspored brzina sasvim ne slaže sa terenskim mjerenjima. Takođe, srednja vrijednost brzina logaritamskog zakona u tačkama $0,2d$ i $0,8d$ je nešto veća od srednje brzine. Srednja vrijednost brzina u tačkama $0,84d$ i $0,16d$ dat će vrijednost srednje brzine logaritamskog zakona. Razlog neslaganja brzina po logaritamskom zakonu i mjerenih brzina proizilazi iz činjenice da je kod logaritamskog rasporeda pretpostavljeno da se maksimalna brzina javlja na površini vodnog toka. Stvarno, u prirodnim tokovima javlja se ispod površine (do $0,33d$).

Koristeći rezultate istraživanja Nikuradse –a i Bazina-a, Keulagan /6/ je predložio slijedeće izraze za definisanje srednje brzine:

$$\bar{v} = V^* \left(3,25 + \frac{2,3}{k_0} \log \frac{RV^*}{v} \right) - \text{hidraulički glatko dno,} \quad (4.37)$$

$$\bar{v} = V^* \left(6,25 + \frac{2,3}{k_0} \log \frac{R}{k} \right) - \text{hidraulički hrapavo dno,} \quad (4.38)$$

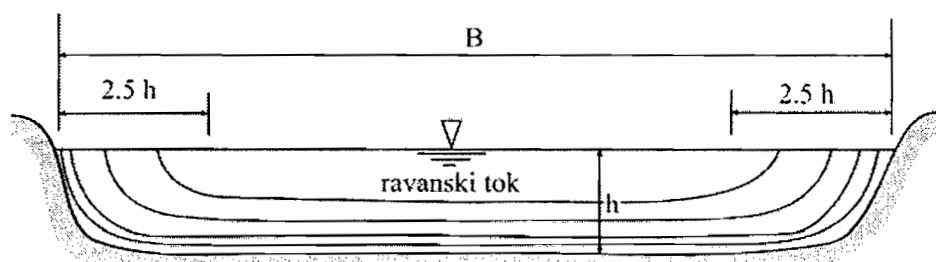
gdje je:

k – efektivna hrapavost dna, a ν – koeficijent kinematske viskoznosti.

4.4.3. Mjerenje i raspored brzina u poprečnom profilu vodotoka

Pouzdana saznanja o rasporedu brzine u turbulentnim i otvorenim tokovima postoje samo za ravanske tokove, pa se teorijski izrazi i metode proračuna vezuju za proizvoljnu uzdužnu vertikalnu ravan koja je dovoljno udaljena od obala da se ne osjeća njihov uticaj. To podrazumijeva široko korito, sa približno uniformnom hrapavošću dna po okvašenom obimu i sa pravilnim rasporedom izotaha u centralnoj zoni, kao što je prikazano na slici 4.20. Takvi uslovi se ostvaruju kada je odnos širine korita i dubine relativno velik: $B/h > 5 / 10/$.

Raspored brzina u poprečnom profilu riječnog toka zavisi od vrste tečenja. Ako je tečenje turbulentno, raspored brzina može biti veoma raznovrstan i zavisi od više faktora, kao što su: oblik poprečnog presjeka, proticaj, hrapavost, krivina vodotoka i sl. Kako se proticaj mijenja po vremenu, slijedi da se i raspored brzina mijenja u vremenu. Kod pravolinijskih dionica otvorenih tokova postoje određene zakonitosti u rasporedu brzina po prostoru. U poprečnom presjeku, idući od površine vodnog ogledala ka dnu, brzine se smanjuju; po širini korita brzine se povećavaju idući od obala ka sredini (matici) korita (slika 4.20).



Slika 4.20. Široko korito sa centralnom zonom u kojoj vlada ravansko tečenje /10/

Broj tačaka na vertikali u kojima se mjeri brzina funkcija je prije svega dubine vertikale, ali i karaktera (pravilnosti raspodjele brzine po dubini) tečenja. Iskustvo je pokazalo da zbog relativno visoke pravilnosti raspodjele brzine duž vertikale otvorenog toka, nije potrebno mjeriti brzine u više od 5 do 6 tačaka.

U našoj hidrometrijskoj praksi, ustalio se običaj da se mjerenje brzina vrši (ako je dubina vode d veća od 1 m) u slijedećih pet tačaka (slika 4.22):

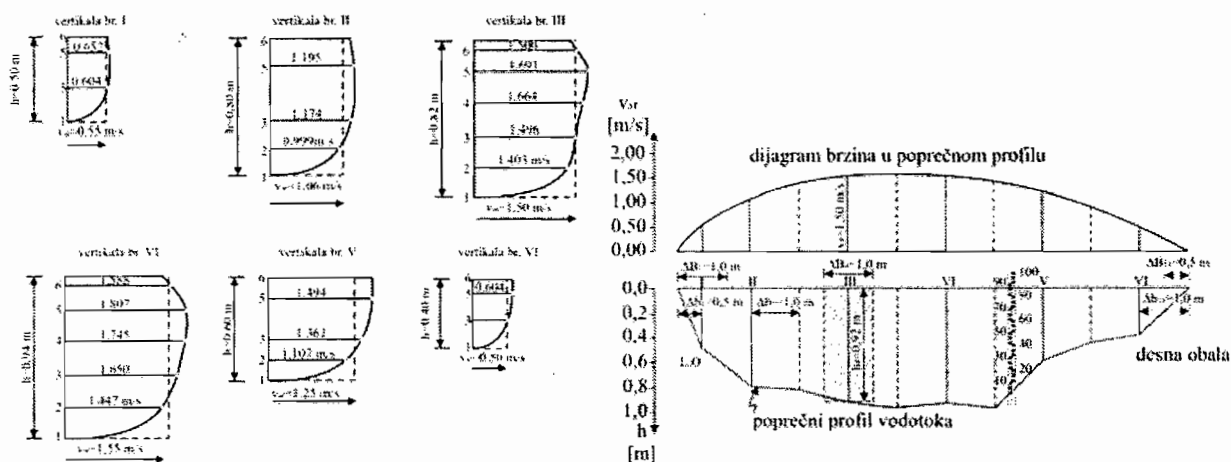
Hidrometrija

1. tačka pri površini,
2. tačka na dubini 0,2h,
3. tačka na dubini 0,6h,
4. tačka na dubini 0,8h,
5. tačka pri dnu.

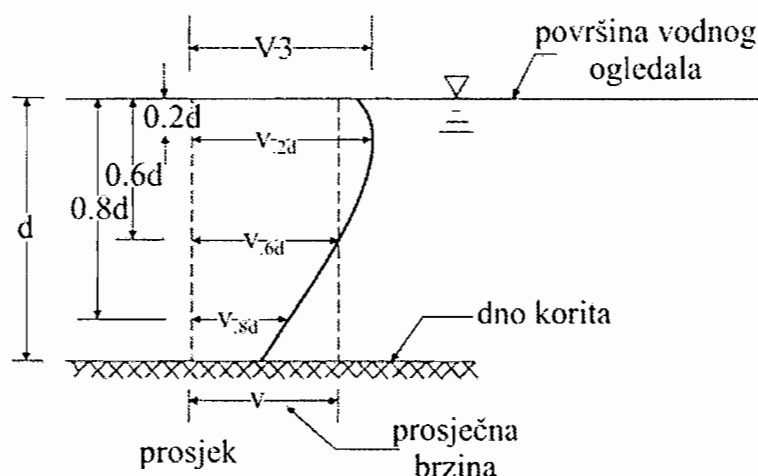
U slučaju dubine na vertikali $d < 1$ m, broj mjernih tačaka se smanjuje. Najčešće je to na tri tačke (pri površini, 0,6d i pri dnu), ili na jednoj tački koja se nalazi na dubini od 0,6d.

Kada je riječ o mjerenju brzine pri površini i pri dnu, preporučuje se da je hidrometrijsko krilo uronjeno ispod površine na dubini najmanje jednako prečniku elise krila, a iznad dna za visinu od poluprečnik elise plus 5 cm.

U praksi treba inače poštovati princip da razmak među tačkama mjerenja ne bude manji od dva promjera elise hidrometrijskog krila.



Slika 4.21. Raspored brzina u poprečnom presjeku vodnog toka (Bijela rijeka – V.S. Presjenica)



Slika 4.22. Raspored mjernih tačaka za mjerenje brzina u jednoj vertikali poprečnog profila

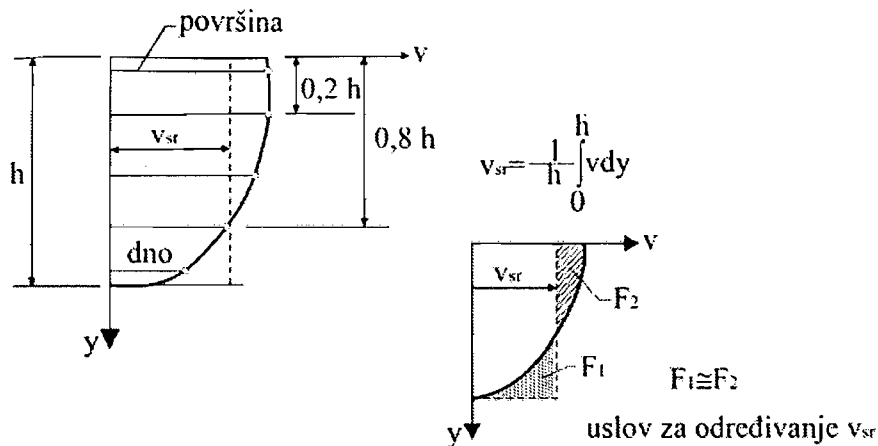
Što se tiče rastojanja između dvije brzinske (mjerne) vertikale i njihovog položaja, on je u vezi sa oblikom poprečnog presjeka i raspodjelom polja brzina u njemu. Prema uputstvima Svjetske meteorološke organizacije (WMO), rastojanje između dvije vertikale ne bi trebalo da je veće od $1/20$ ukupne širine proticajnog profila B. Praktično, uzima se od 5 (za male tokove) do 20 vertikala (za velike rijeke). Drugi kriterijum pri izboru broja (i položaja) vertikala je da proticaj između dvije susjedne vertikale ne treba da bude veći od 10 % ukupnog proticaja.

Na osnovu mjerenja brzina na jednoj vertikali, dobija se raspored brzina po toj vertikali, što omogućava određivanje prosječne brzine po vertikali.

U hidrološkoj praksi se najčešće računa sa srednjom brzinom po dubini, kao mjerodavnom za posmatranu vertikalu. Za proračun srednjih brzina na vertikalama u otvorenim tokovima, u zavisnosti od broja tačaka na kojima su vršena mjerenja, koriste se slijedeći postupci: (i) grafički, (ii) analitički i (iii) integracioni.

Grafički postupak se bazira na konstruisanju zavisnosti $v = f(y)$ za svaku vertikalu, te određivanja približne vrijednosti srednje brzine iz uslova da površine F_1 i F_2 na slici 4.23 budu jednake, ili se osrednjavanje po dubini obavlja integracijom:

$$\bar{v} = \frac{1}{d} \int_0^d v(y) dy \quad (4.39)$$



Slika 4.23. Određivanje srednje brzine u mjernoj vertikali vodnog toka

U analitičkom postupku, u zavisnosti od broja tačaka u kojima se mjeri brzina vode u vertikali, koriste se slijedeće formule (izrazi) za proračun srednje brzine vode u vertikali \bar{v} , odnosno v_v :

$$v_v = 0,1(v_p + 3v_{0,2} + 3v_{0,6} + 2v_{0,8} + v_d) \quad (4.40)$$

$$v_v = 0,33(v_{0,15} + v_{0,5} + v_{0,85}) \quad (4.41)$$

$$v_v = 0,5(v_{0,2} + v_{0,8}) \quad (4.42)$$

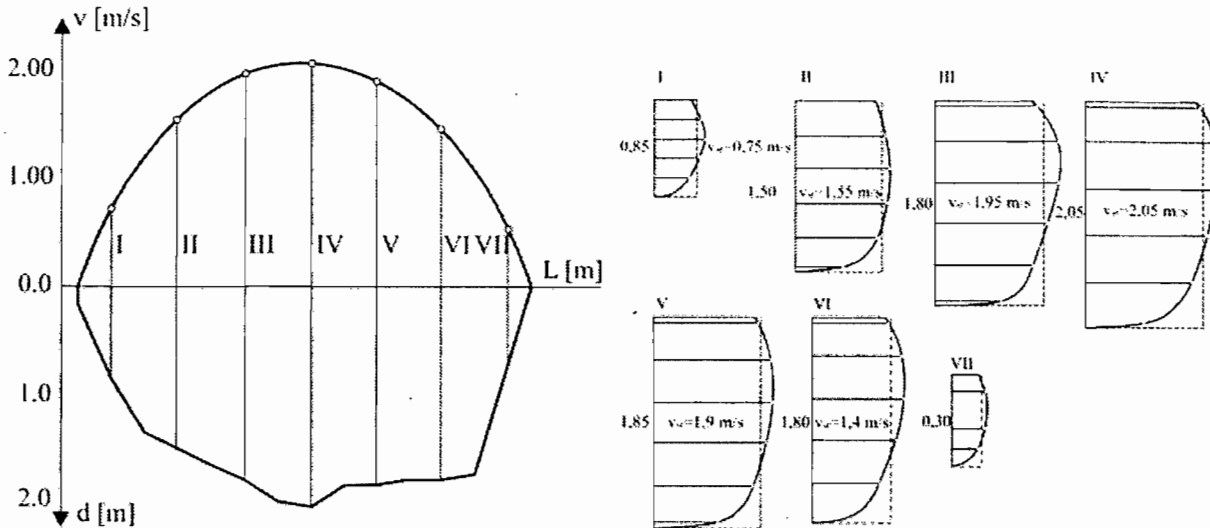
$$v_v = v_{0,6} \quad (4.43)$$

$$v_v = 0,9v_{0,2} \quad (4.44)$$

gdje su v_p i v_d brzine pri površini i pri dnu, $v_{0,2}, v_{0,6}, \dots$ brzine na $0,2d, 0,6d, \dots$, gdje je (d) dubina vertikale.

Integracioni postupak određivanja srednje brzine vode u vertikali sastoji se u mjerenju broja obrtaja elise hidrometrijskog krila putem njenog spuštanja i podizanja po dubini vertikale konstantnom brzinom. Brzina spuštanja i podizanja krila ne smije da prevaziđe 5 % od brzine tečenja vode u profilu – u prosjeku ne više od 0,04 – 0,10 m/s. Na osnovu broja obrtaja elise u jedinici vremena, preko jednačine krila, određuje se srednja brzina vode u vertikali.

Na slici 4.25 prikazan je primjer izmjerenog rasporeda brzine u poprečnom profilu rijeke Krivaje na vodomjernoj stanici Olovo. Taj raspored je uslovljen oblikom profila, hrapavošću korita i njegovom zakrivljenošću.

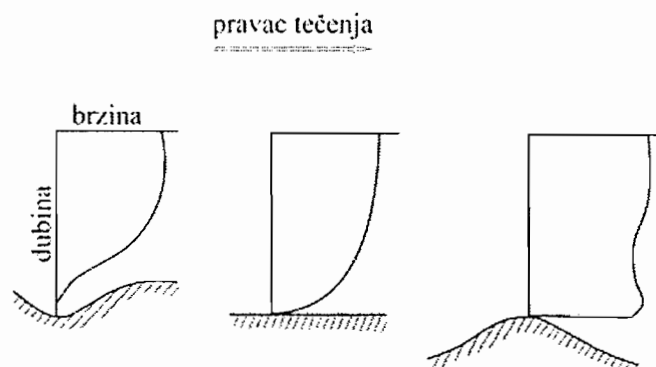


Slika 4.24. Raspored brzina po poprečnom profilu rijeke Krivaje na vodomjernoj stanici Olovo

Za različite oblike dna u mjernoj vertikali uobičajeni dijagrami promjene brzina po vertikali mogu biti izmijenjeni. Jedan takav primjer dat je na slici 4.25.

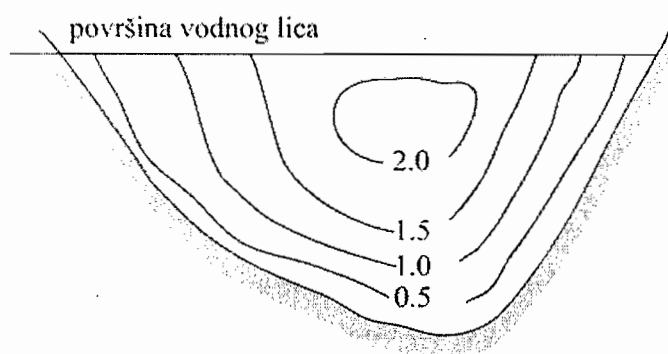
Relativno mali broj izvršenih terenskih mjerenja rasporeda brzina može se iskoristiti za računanje proticaja. Uz to, ti podaci omogućuju i druge informacije kao što je primjenjivost teoretske raspodjele brzina. Raspored brzina po mjernim vertikalama poprečnog presjeka je od većeg praktičnog značaja. Ove krive prikazuju generalan oblik rasporeda brzina, te činjenicu da se maksimalna brzina često javlja ispod vodene površine. Brojna istraživanja ovih krivih kako pojedinačno tako i raznih institucija za tokove različitih veličina, oblika i hrapavosti ukazuju na slijedeće:

- brzina određena kao prosječna vrijednost brzina mjerenih na 0,2 i 0,8 dubine vertikale od površine predstavlja dobru aproksimaciju prosječne brzine u toj vertikali,
- brzina mjerena na 0,6 dubine vertikale je dobra aproksimacija prosječne brzine u toj vertikali,
- prosječna brzina nalazi se između 0,85 i 0,95 brzine na površini.



Slika 4.25. Neki tipični rasporedi brzina po dubini vodnog toka

Mjerene brzine u nizu vertikalala i nizu tačaka u vertikalama omogućavaju da se konstruiše dijagram linija istih brzina u poprečnom profilu (izotahe) na pravolinijskoj dionici otvorenog toka uniformnih geometrijskih karakteristika (slika 4.26).



Slika 4.26. Linija jednakih brzina (izotahe) u poprečnom presjeku prirodnog vodotoka

Treba imati u vidu da za iste vrijednosti uzdužnog nagiba dna i hrapavosti, veza između osrednjenih brzina po vertikalima (\bar{v}) i po profilu (V) ima opšti oblik:

$$\frac{\bar{v}}{V} = \left(\frac{d}{R} \right)^{2/3} \quad (4.45)$$

dok je u specijalnom slučaju širokog pravougaonog korita:

$$d \approx R \quad i \quad \bar{v} = V. \quad (4.46)$$

Zbog neravnomjernosti brzine po poprečnom presjeku prirodnog korita, u hidrauličkim proračunima se uvodi određena korekcija za sve veličine koje se definišu preko srednje profilske brzine. Tako se na primjer često korištena veličina $V^2/2g$, koja predstavlja kinetičku energiju po jedinici težine fluida, množi "koeficijentom kinetičke energije", ili Koriolisovim (Coriolis) koeficijentom $\alpha > 1$.

Da bi se definisao koeficijent α , posmatra se masa fluida koja prođe u jedinici vremena kroz poprečni presjek: $\left(\rho V \int_A dA \right)$. Kinetička energija ovog fluida je /10/:

$$\left(\rho V \int_A dA \right) \frac{\alpha V^2}{2} = \frac{1}{2} \rho \alpha V^3 \int_A dA. \quad (4.47)$$

S druge strane, kinetička energija se može definisati na osnovu elementarnih veličina na slijedeći način: masa fluida koja prođe u jedinici vremena kroz elementarnu površinu je: $\rho v dA$, a masa koja prođe kroz poprečni presjek je: $\rho v \int_A dA$. Kinetička energija se shodno tome definiše izrazom:

$$\left(\rho v \int_A dA \right) \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2} \rho \int_A v^3 dA \quad (4.48)$$

Izjednačavajući (4.47) i (4.48), dobija se da je:

$$\alpha = \frac{\int v^3 dA}{V^3 \int_A dA} \quad (4.49)$$

4.4.4. Metode i uređaji za mjerenje brzine vode

Za mjerenje brzine vode u prirodi ili u laboratoriji, koriste se slijedeće metode:

- (i) kinematske metode (plovci i hidrometrijsko krilo),
- (ii) metode koje se baziraju na transformaciji energije (instrumenti tipa Pitot, Venturi i drugi),
- (iii) termoelektrične metode (mjerenje brzine na bazi izmjerene toplote-topla žica),
- (iv) ultrazvučne metode i dr.

Obzirom na učestalost primjene za mjerenje brzine vode u otvorenim vodnim tokovima, u nastavku će biti opisane metode pod tačkama (i) i (iv).

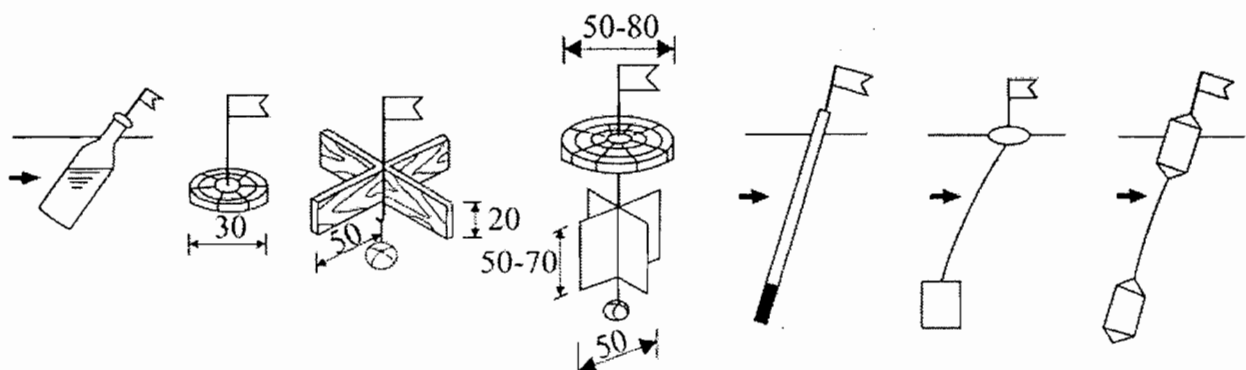
Hidrometrijski plovci

Princip mjerenja brzine vode pomoću plovaka u otvorenom vodnom toku je u mjerenju puta (L) koji plovak pređe u vremenu (T) ili u mjerenju vremena (T) koje je potrebno da plovak pređe fiksiranu dužinu puta (L):

$$v = L / T \quad (\text{m/s}) \quad (4.50)$$

Na ovaj način se dobije srednja brzina plovka na putu dužine (L). To znači da ta brzina nije ni lokalna niti trenutna brzina vode.

Plovak je прибор koji omogućuje da kretanje vode postane vidljivo za osmatrača. Obzirom na upotrijebljeni tip plovka može se mjeriti: (i) površinska brzina (površinski plovak), (ii) brzina na nekoj dubini od površine (dubinski plovak), (iii) srednja brzina vode do određene dubine (plovak-palica).



Slika 4.27. Hidrometrijski plovci: a) površinski plovci, b) plovak-palica, c) dubinski plovak, d) dvojni plovak /10/

Plovci treba da su vidljivi iz daljine, ali dio iznad površine vode treba da ima malu površinu, da na kretanje plovka ne bi uticao vjetar.

Brzina koja se određuje prema izrazu (4.50) odnosi se na hidrometrijski profil koji je smješten na pravolinijskoj dionici, između uzvodnog i nizvodnog profila koji su na rastojanju (L). Odnos srednje brzine na vertikali \bar{v} i brzine na površini v_p , $\bar{v}/v_p = 0,82 - 0,92$. Odnos \bar{v}/v_p je utoliko veći ukoliko je rijeka dublja i hrapavost korita manja i obrnuto.

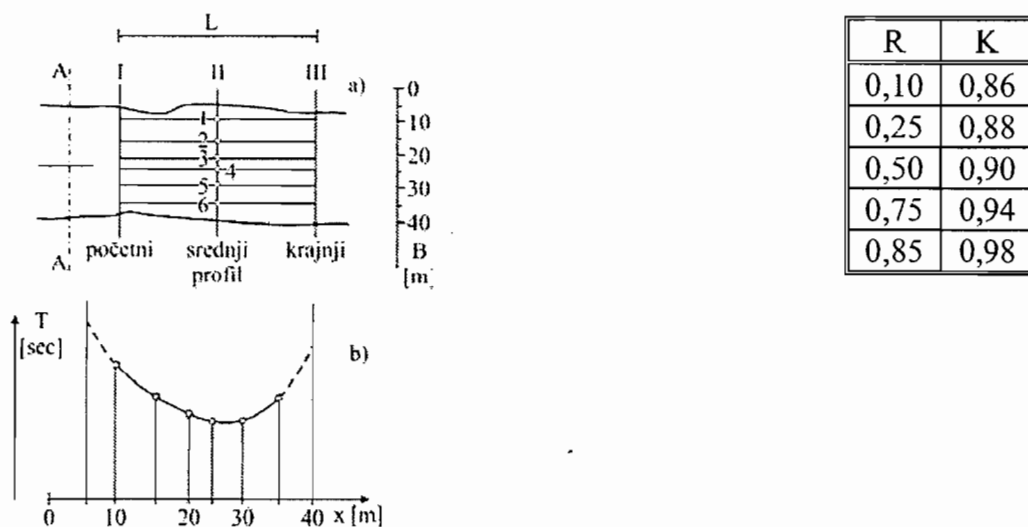
Kada se brzine mjere radi određivanja protoka, plovci treba da su ravnomjerno raspoređeni po širini rijeke (pušta se 15 do 25 plovaka). Mjeri se vrijeme T koje je potrebno da plovak pređe put L , pa je brzina $v_p = L/T$ (vidi sliku 4.28). Razmak L između uzvodnog (I) i nizvodnog profila (III) treba birati tako da je $T \geq 20 s$ ($L = 20$ do 50 m). Plovak se pušta u vodu u profilu A-A. Izmjerena vremena T se nanose na koordinatni sistem $T - x$ (slika 4.28), pa se sa osrednjenim vrijednostima za T (moguća je interpolacija) izračunavaju površinske brzine v_p koje se pripisuju poprečnom profilu II.

Srednja brzina vode u nekoj vertikali profila II je:

$$v_v = v_p \cdot K \quad (4.51)$$

gdje je K koeficijent čija vrijednost zavisi od relativne potopljenosti plovaka - $R = d_p / d$, gdje je d_p okvašena dužina plovka a (d) dubina vertikale. U tabeli (4.2) su date vrijednosti za K u funkciji veličine R (prema WMO, 1970). Sa vrijednostima v_v , protok se računa po jednoj od metoda opisanih u poglavlju 4.6.

Tabela 4.2. Vrijednosti redukcionog koeficijenta K za određivanje srednje brzine u vertikali



Slika 4.28. Mjerenje brzine plovcima /13/

Postoje dvije vrste dubinskih plovaka. Prvi tip se sastoji od plovka (indikatora) minimalnih dimenzija, koji je tankim užetom spojen sa dubinskim dijelom plovka (slika 4.27). Zbog malih dimenzija plovka indikatora ovdje se smatra da se mjerenjem određuje brzina vodene struje na dubini na kojoj je dubinski (potopljeni) dio plovka. Ako je ta dubina $0,6d$ (d – dubina vertikale), površinski dio plovka će se kretati brzinom koja približno odgovara srednjoj brzini vode na vertikali.

Plovak-palica se izrađuje od drveta ili aluminijskih teleskopskih cijevi (slika 4.27). Ako je potopljena do dubine $0,9d$, sa njom se približno mjeri srednja brzina vode na vertikali.

Ako se koristi plovak-palica čija je dužina kraća od $0,9d$ (d – dubina vode u mjerenoj vertikali) srednja brzina vode u vertikali se računa preko jednačine /15/:

$$v_{sr} = v \left[1,02 - 0,0116 \left(\frac{d_1}{d} \right)^{0,5} \right]; \text{ (m/s)} \quad (4.52)$$

v – izmjerena brzina plovka (m/s),

d_1 – odstojanje donjeg kraja plovka od dna vodotoka (m)

d – dubina mjerne vertikale (m).

Za mjerenje vrlo malih brzina vode (do 20 cm/s), sa uspjehom se može primijeniti tzv. plovak integrator. Ovaj plovak kuglastog oblika, pravi se od materijala lakšeg od vode (drvo). Princip mjerenja je u slijedećem: ako se plovak potopi do dna vodotoka, pa pusti da ispliva na površinu vode, on će se pojaviti na izvjesnom rastojanju L nizvodno od mjesta puštanja; ovo rastojanje biće proporcionalno sa brzinama vode na datoj vertikali vodotoka. Brzina se računa prema izrazu:

$$\bar{v} = \frac{1}{k} \frac{L}{T} \quad (4.53)$$

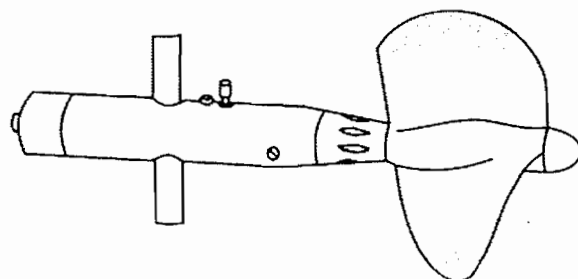
gdje je:

- \bar{v} – srednja brzina vode u mjernoj vertikali,
- L – dužina putovanja plovka,
- T – vrijeme isplovljavanja plovka,
- k – koeficijent čija vrijednost varira u granicama od 0,75 do 0,85 (zavisi od odnosa specifičnih težina materijala od koga je napravljen plovak i specifične težine vode).

Kod mjerenja sa bilo kojim od navedenih plovaka, mjerenje se ponavlja nekoliko puta, a prosječna brzina se izračunava kao aritmetična sredina svih mjerenja.

Hidrometrijsko krilo

Hidrometrijsko krilo predstavlja najrasprostranjeniji uređaj za mjerenje brzine vode. Osnovni element hidrometrijskog krila je njegov obrtni dio (elisa) koji se, kad se krilo unese u vodu, okreće pod uticajem vodene struje. Upotreba hidrometrijskog krila se zasniva na postavci da između brzine vodene struje i brzine okretanja obrtnog dijela krila postoji funkcionalna zavisnost. Izgled hidrometrijskog krila dat je na slici 4.29.



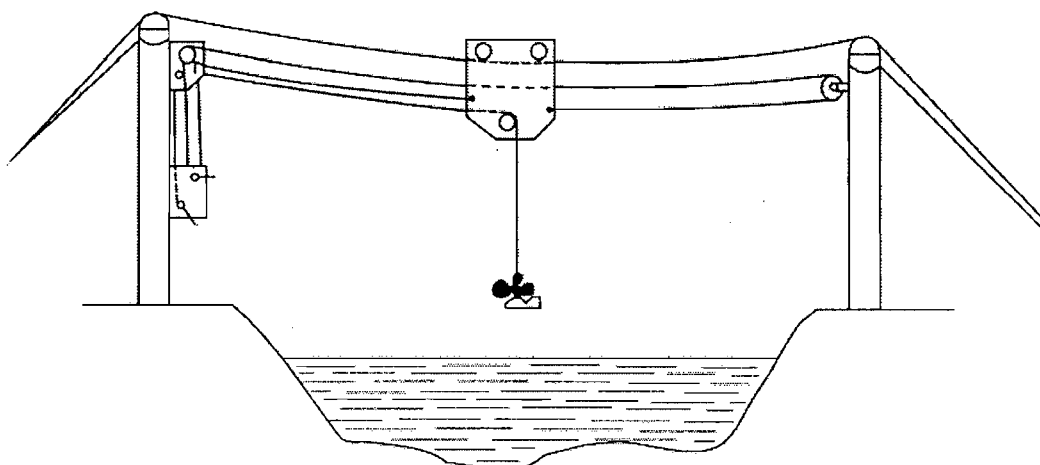
Slika 4.29. Izgled hidrometrijskog krila

U Bosni i Hercegovini su u upotrebi najčešće krila marke OTT i SEBA.

Prečnik elise, kod krila namijenjenih za radove na rijekama, većinom je u granicama od 10 do 15 cm. Za rad u skućenim profilima koriste se elise manjeg prečnika, odnosno tzv. mini hidrometrijsko krilo. Korak ili hod elise definiše se kao put koji pređe elisa u mirnoj vodi, a da pri tome napravi jedan pun obrtaj. Koraci elisa kreću se granicama od 0,10 do 1,50 m. Za rutinske radove se koriste elise sa hodom od 0,20 do 0,50 m.

Radi registrovanja broja obrtaja elise, u tijelu elise je smješten električni kontaktni uređaj. U zavisnosti od tipa elise, ovaj uređaj daje jedan impuls na 50, 20, 10 ili na svaki obrtaj elise. Kao provodnik električne struje koristi se dvožilni izolovani kabal; ovaj kabal je povezan sa klemama na kolu dok se drugi kraj kabla vezuje za odgovarajuće kleme signalnog uređaja, koji je smješten u blizini operatora, u čamcu.

Radi mjerenja brzine u tački, krilo se unosi u vodu pomoću krutog držača (motke/sondirke), ili pomoću čeličnog užeta, pri čemu se krilo pričvrsti na teg hidrodinamičkog oblika ("torpedo"). U prvom slučaju, operator vrši mjerenja stojeći u vodi. U drugom slučaju se mjerenje obavlja iz čamca ili pomoću žičare. Jedna dispozicija koja se često koristi za mjerenje brzina na prirodnim tokovima je pokazana na slici 4.30 Ovdje je komplikovano da se izmjeri ugao zanošenja užeta, do čega dolazi u uslovima velikih brzina (i dubina) vode (slika 4.10).



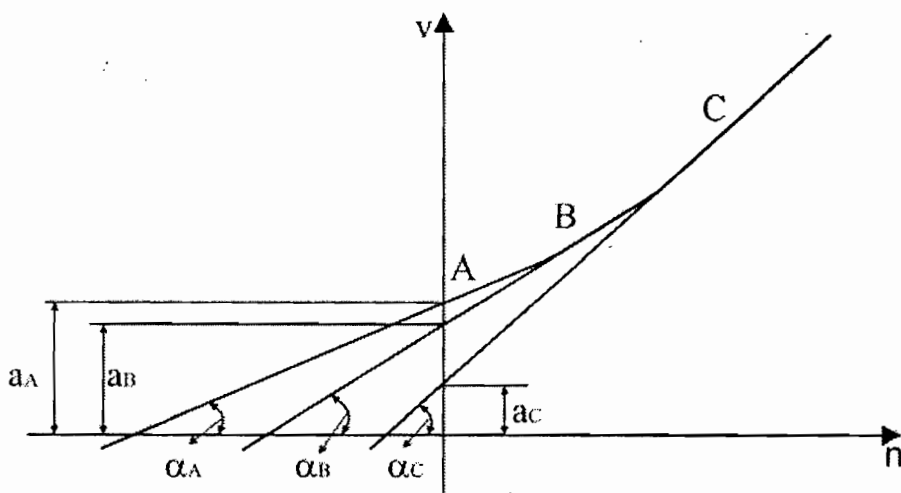
Slika 4.30. Mjerenje proticaja pomoću žičare

Da bi se krilo koristilo za mjerenje brzina, krilo i pripadajuća elisa se moraju baždariti. Baždarenje ili tariranje je operacija kojom se utvrđuje zavisnost između broja obrtaja elise n (o/s) i brzine vode v (m/s) koja prouzrokuje ovo obrtanje.

Zavisnost $v = v(n)$ se, dakle, dobija empirijskim putem. Tariranje krila se vrši u dugačkim pravolinijskim kanalima u kojima je voda nepokretna. Hidrometrijsko krilo se vuče kroz vodu pomoću vozila koje se kreće po šinama duž kanala, strogo uniformnom brzinom. Pri tome, registruju se v (brzina kretanja vozila) i n (broj obrtaja elise u sekundama). Ovaj postupak se ponavlja za niz brzina, počevši od najmanje, reda nekoliko cm/s, do najveće koja se može pojaviti prilikom upotrebe krila. Na taj način se dobija 20 do 25 parova (v, n) . Odgovarajuće tačke, nanižete na koordinatni sistem, mogu se aproksimirati jednačinom hiperbole. Budući da je zakrivljenost krive baždarenja mala, nju je moguće aproksimirati sa dvije ili više pravih linija (slika 4.31), za koje se određuje jednačina oblika:

$$\text{za } n < n_c : \quad v = a_A + K_A n \quad (4.54)$$

$$\text{za } n > n_c : \quad v = a_B + K_B n \quad (4.55)$$



Slika 4.31. Aproksimacija krive tariranja sa tri prave

ako su u pitanju dvije prave. Prave (4.54) i (4.55) se sijeku u tački:

$$n_c = (a_A - a_B) / (K_B - K_A) \quad (4.56)$$

U (4.54) i (4.55) je a_A i a_B odsječak na ordinati (m/s), $K_A = \operatorname{tg} \alpha_A$ i $K_B = \operatorname{tg} \alpha_B$, n broj obrtaja elise u sekundi.

Ako je $a_A > a_B$ i $K_A < K_B$ obje prave imaju fizičko značenje. Ako su dobijene tri jednačine, onda mora biti:

$$a_A > a_B > a_C, \text{ odnosno } K_A < K_B < K_C. \quad (4.57)$$

Ovdje treba naglasiti da su vrijednosti konstanti K_A i K_B (i eventualno K_C) bliske vrijednosti geometrijskog koraka elise. Ova konstatacija ima praktičnog značaja, pošto se normalno uz jedno tijelo krila isporučuju dvije ili više elisa, različitog geometrijskog koraka. Znajući teorijski korak elise koja je korištena prilikom mjerenja, lahko je odabrati odgovarajuću jednačinu za proračun brzine vode.

Pored geometrijskog koraka elise, na vrijednost konstanti u jednačini krila (4.54) utiču, ali u daleko manjoj mjeri, oblik i dimenzije sistema za fiksiranje krila. U principu, poremećaj vodene struje koji prouzrokuje prisustvo uređaja za pričvršćivanje krila, koči obrtanje elise, što se manifestuje u povećanju vrijednosti za ugaoni koeficijent K ; izlazi, da ukoliko se iz nekih razloga primjenjuju držači koji svojim oblikom znatno odstupaju od držača sa kojima se normalno vrši tariranje, nepohodno je tariranje krila vršiti sa držačem sa kojim se obavlja mjerenje brzine vode.

Prilikom mjerenja brzina u nekoj tački poprečnog presjeka rijeke, obično se pomoću brojača mjeri ukupan broj obrtaja elise N u vremenu T , na osnovu čega se određuje specifični broj obrtaja elise $n = N/T$. Dobijena vrijednost za (n) se unosi u jednačinu krila (4.54) i (4.55) i izračunava brzina (v) . Najnoviji uređaji za registrovanje rada hidrometrijskog krila su opremljeni elektronskim elementima (computer-counter), što omogućuje da se u njih unese jednačina elise i da se na ekranu brojača dobija brzina vode (v) u tački mjerenja.

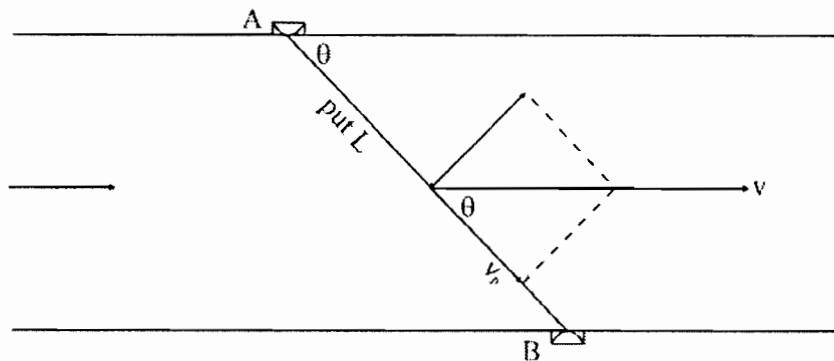
Utvrđena zavisnost može da se primjeni na poprečnom presjeku toka gdje je strujanje približno pravolinijsko-paralelno, normalno na presjek, što znači da se poprečni presjek duž toka osjetno ne mijenja, da nema zapreka, vrtloženja i zakrivljenih strujnica, jer uslovi treba da budu približno onakvi za kakve je utvrđena zavisnost. Iz istog razloga brzina se ne može krilom odrediti za tačke blizu bokova, dna i nivoa, jer krilo od granične površine toka mora da bude odmaknuto toliko da se između krila i nje ne stvara izmijenjeno strujno polje, kakvo ne bi bilo da je krilo dovoljno odmaknuto.

Mjerenje brzina ultrazvučnim metodom

Princip ovog metoda je mjerenje brzine toka na određenoj dubini simultanim slanjem ultrazvučnih signala (talasa) kroz vodu od strane sonde lociranih na obje obale vodotoka, tako da je jedna sonda nizvodno u odnosu na drugu. Ugao koji zaklapa pravac koji spaja dvije sonde sa maticom vodotoka, trebao bi biti između

30° i 60° , pri čemu sonde istovremeno služe i za slanje i za primanje zvučnih signala.

Razlika između vremena putovanja zvučnih signala od uzvodne sonde ka nizvodnoj i od nizvodne sonde ka uzvodnoj je u direktnoj vezi sa prosječnom brzinom toka na dubini toka na kojoj su sonde postavljene. Ova brzina se može dovesti i u vezu sa prosječnom brzinom čitavog proticajnog profila, što onda omogućava i određivanje proticaja vode.



Slika 4.32. Ilustracija mjerenja brzine ultrazvučnim metodom

Sa slike 4.32 lahko se može uočiti teoretski pristup na kome se bazira ova metoda mjerenja.

L – dužina putovanja zvučnog signala (razmak između dvije sonde),
 θ – ugao koji zaklapa matica toka sa linijom koja spaja dvije sonde,
 v – prosječna brzina toka na dubini y (dubina na kojoj je postavljena sonda),
 v_p – komponenta brzine toka na liniji koja spaja dvije sonde,
 c – brzina zvučnog signala u vodi,
 t_1 – vrijeme potrebno da zvučni signal pređe put od sonde A do sonde B,
 t_2 – vrijeme potrebno da zvučni signal pređe put od sonde B do sonde A.

$$t_1 - t_2 = \Delta t = \frac{L}{c + v_p} - \frac{L}{c - v_p} = \frac{2Lv_p}{c^2 - v_p^2} \quad (4.58)$$

ili uz pretpostavku da je v_p^2 malo u odnosu na c^2 :

$$\Delta t = \frac{2Lv_p}{c^2} \text{ odakle slijedi:} \quad (4.59)$$

$$v_p = \frac{\Delta tc^2}{2L}, \text{ odnosno } v = v_p / \cos \theta \quad (4.60)$$

Sonde mogu biti ili fiksirane na jednoj dubini u toku ili mogu biti ugrađene tako da im je omogućeno klizanje po vertikali vodnog toka. Njihova kalibracija vrši se paralelnim mjerenjem brzine pomoću hidrometrijskog krila.

4.5. MJERENJE PROTICAJA VODE

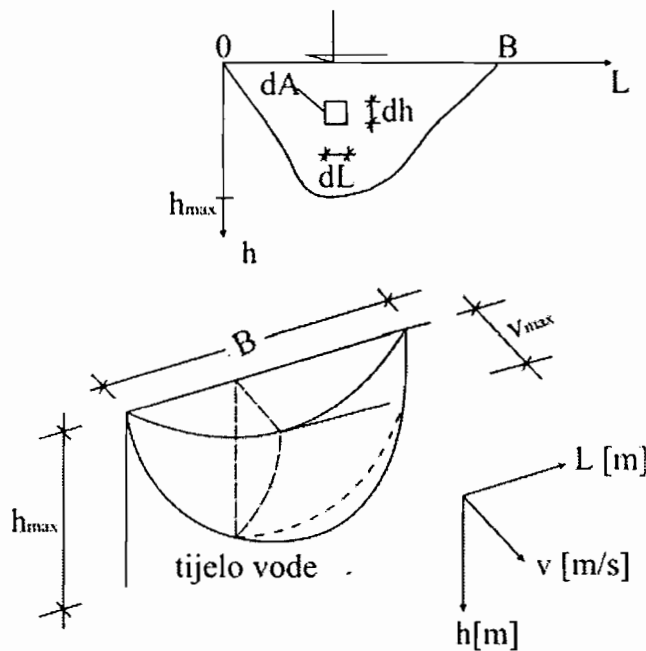
Proticaj vode je jedan od najosnovnijih i najvažnijih hidrauličkih i hidroloških elemenata vodnog toka. Na bazi njega, određuju se i ostali parametri vodotoka. On služi kao osnovna i najznačajnija informacija za sve radove na i u vezi sa vodotokom. To je neophodan preduslov za vršenje projektantskih i izvedbenih radova na vodotoku ili u vezi s njim, bez obzira radi li se izričito o hidrotehničkim objektima ili o objektima za čije se pravilno djelovanje koristi određena količina vode.

Proticaj (protok) je protekla zapremina u jedinici vremena, ili proizvod iz površine proticanja i brzine (tačnije rečeno: komponente brzine u pravcu normalnom na površinu). Dakle, ako se posmatra elementarna površina dA sa brzinom okomitom na nju v_{dA} , onda je elementarni proticaj dQ :

$$dQ = v_{dA} dA \quad (4.61)$$

Proticaj kroz cijelu površinu kroz koju se odvija proticanje (proticajni presjek – profil), dobiće se integrisanjem (4.61) po površini:

$$Q = \int_A v_{dA} dA \quad (4.62)$$



Slika 4.33. Princip definiranja proticaja metodom "površina – brzina"

Kako ugao koji zaklapa okomica na poprečni presjek vodotoka sa smjerom tečenja vode ne mora biti pravi ugao, to izraz (4.61) u opštijem obliku glasi:

$$dQ = v_{dA} \cdot dA \cdot \cos \alpha \quad (4.63)$$

gdje je:

- α ugao koji zatvara okomica na poprečni presjek vodotoka sa smjerom tečenja vode,
- v_{dA} srednja brzina vode u elementarnoj površini dA ,
- dQ elementarni proticaj vode,
- dA elementarna površina.

Ukupan proticaj vode Q kroz cijeli poprečni presjek iznosi:

$$Q = \int_A v_{dA} \cdot dA \cdot \cos \alpha = \int_0^{B} \int_0^{h_{max}} v_{dA} \cdot \cos \alpha \cdot dL \cdot dh \quad (4.64)$$

Kod mjerenja na terenu uvijek se nastoji odabrati tako orijentisan poprečni profil da je $\alpha = 0$ ili $\alpha \cong 0$ pa gornji izraz poprima slijedeći oblik:

Hidrometrija

$$Q = \int_0^{Bh_{max}} \int_0^L v_{dA} \cdot dL \cdot dh = \int_A v_{dA} dA, \quad (4.65)$$

što je jednako izrazu (4.62).

Ako se uvede pojam elementarnog proticaja na vertikali q (proticaj na jedinicu širine vodnog toka $dL = 1$), jednačina (4.65) poprima oblik:

$$q = \int_0^{h_{max}} v_{dA} dh \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (4.66)$$

a ukupni proticaj vode se onda može izraziti kao:

$$Q = \int_0^B q \cdot dL \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (4.67)$$

Pojam proticaj, bez ikakvih dodatnih objašnjenja, u nastavku će se odnositi na *proticaj zapremine*, na *zapreminu proteklu u jedinici vremena*. Proticaj, uz dodatno naznačavanje, može se proširiti na proticaj mase, energije, količine kretanja i dr., upravo na sve što protiče sa zapreminom. Tako je

$$Q_\rho = \int_A \rho v_{dA} dA \quad [\text{kg}/\text{s}] \quad (4.68)$$

proticaj mase jer se množenjem elementarnog proticaja (4.61) sa gustinom ρ dobija elementarni proticaj mase (ρv_{dA}), a njegovo integrisanje daje ukupni proticaj mase.

Metode za mjerenje proticaja vode dijele se na dvije grupe:

1. Neposredne metode (zapreminska metoda),
2. Posredne (indirektne) metode: metoda površina-brzina; korištenje mjernih objekata (kanala), metoda mješavina, elektromagnetna metoda i približne hidrauličke metode.

4.5.1. Zapreminska metoda

Metoda se odlikuje visokom tačnošću mjerenja i koristi se za mjerenje proticaja malih tokova ili izvora. Metoda se sastoji u zahvatanju cjelokupnog toka jednom posudom zapremine V i mjerenju vremena koje je potrebno da se posuda napuni vodom T .

Ako je V zapremina vode u (l) ili (m^3) koja je zahvaćena u nekoj posudi tokom vremena T (s), onda se proticaj Q (l/s) ili (m^3/s) definiše kao:

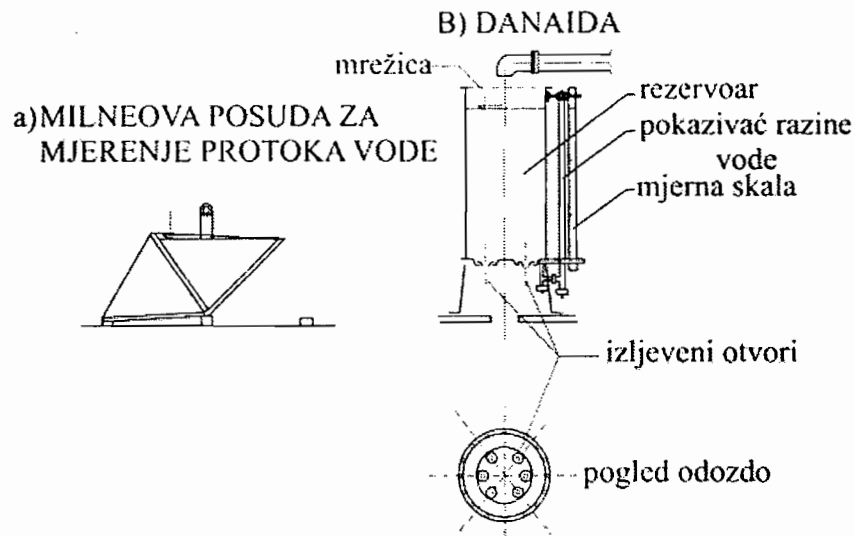
$$Q = V / T \quad (4.69)$$

Da bi se moglo izvršiti mjerenje proticaja zapreminskom metodom, potrebno je da se ukupan dotok vode koncentriše u cijev ili žlijeb i usmjeri prema mjerenoj posudi. U praksi postoje različiti tipovi prethodno kalibrisanih mjerenih posuda.

Dva tipa često korištenih mjernih posuda su Milneova posuda i tzv. Danaida. Milneova posuda djeluje kao automatski regulator, koji se sastoji od dvije posude jednake zapremine i oblika. U trenutku kada je jedna od posuda napunjena, ona se prevrće zbog položaja njenog težišta i prazni, te počinje punjenje druge posude. Danaida je posuda s jednim ili više otvora na dnu, kroz koje ističe voda. Svaki otvor normiran je i oblikovan kao sapnica. Voda se u posudu ulijeva preko posebnog sistema za smirenje valova u posudi. Ako u danaidu dotiče konstantan protok, nivo će se u posudi stabilizirati na određenoj visini kada je postignuta jednakost dotoka i isticanja kroz otvore. Budući da je isticanje moguće regulisati zatvaranjem određenog broja sapnica, protok se određuje iz jednačine isticanja:

$$Q = \mu n f \sqrt{2gh} \quad (4.70)$$

gdje je μ koeficijent isticanja, n broj otvora kroz koje ističe voda, f površina otvora sapnice, h visina vode u posudi i g ubrzanje sile teže.



Slika 4.34. Izgled Milneove posude i Danaide //

U novije vrijeme, razrađen je jedan i praktično dovoljno tačan postupak mjerenja proticaja vode na prelivima formiranim od plastičnih folija. Mjerenje se vrši zahvatanjem prelivnih mlazeva vode volumetrijskim metodom. Preliv, jedan ili češće više njih, formiraju se pomoću plastične folije i priručnog materijala iz vodotoka. Uslov je da preliv bude nepotopljen za vrijeme mjerenja i da kroz svako polje teče mlaz vode koji se lahko zahvata ili posudom ili plastičnom vrećom. Paralelno se mjeri vrijeme punjenja vreće, dok se zapremina vode u vreći određuje kasnije. Sumiranjem svih proticaja preko preлива, dobija se ukupan proticaj mjenenog vodotoka.

4.5.2. Metoda površina-brzina

Osnovni zadatak kod mjerenja proticaja metodom površina-brzina nalazi se u pravilnom izboru položaja tačaka na vertikali u kojima se vrši mjerenje brzina, te u izboru broja i položaja mjerenih vertikala u hidrometrijskom profilu.

Broj tačaka na vertikali u kojima se mjeri brzina funkcija je, prije svega dubine vertikale, ali i karakteristika (pravilnosti raspodjele brzine po dubini) tečenja. Tačke treba da budu odabrane tako da se na osnovu njih može što cjelovitije i što tačnije prosuditi o raspodjeli brzina na vertikali. U praksi treba poštovati princip da razmak među tačkama mjerenja ne bude manji od dva promjera elise hidrometrijskog krila. Iskustvo je pokazalo da zbog relativno visoke pravilnosti raspodjele brzine duž vertikale otvorenog vodotoka, nije potrebno mjeriti brzine u više od 5-6 tačaka. Samo u slučajevima vrlo velikih dubina (većih od 7 m), odstupa se od ovog pravila.

Prema uputstvima (WMO, 20) rastojanje između dvije vertikale ne bi trebalo da je veće od $1/20$ ukupne širine B ; praktično, uzima se od 5 (za male tokove) do 20 vertikala (za velike rijeke). Drugi kriterijum pri izboru broja (i položaja) vertikala je da protok između dvije susjedne vertikale ne treba da bude veći od 10 % od ukupnog protoka.

Sušтина metode sastoji se u rješavanju integrala (4.65), odnosno u određivanju volumena tijela vode koji odgovara trenutnom proticaju vode kroz poprečni presjek (slika 4.35). Veličina navedenog volumena definiše se mjerenjem srednjih brzina u nizu tačaka poprečnog presjeka.

U tom smislu integral (4.65) se može napisati (slika 4.35):

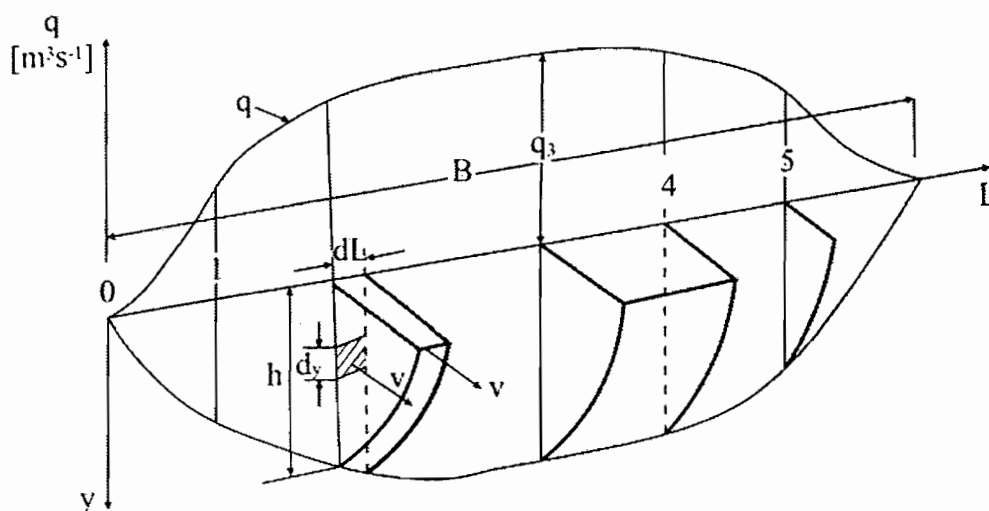
$$Q = \int_0^B \int_0^h v(L, y) \cdot dL \cdot dy = \int_0^B \frac{1}{h} \int_0^h v(L, y) \cdot dh \cdot h \cdot dL \quad (4.71)$$

Kako je

$$\frac{1}{h} \int_0^h v(L, y) \cdot dh = \bar{v}(L) \quad (4.72)$$

to jednačina (4.71) poprima oblik:

$$Q = \int_0^B \bar{v}(L) \cdot h \cdot dL = \int_0^B q(L) dL \quad (4.73)$$



Slika 4.35. Grafička prezentacija rješavanja integrala (4.65), odnosno (4.67)

Prije izvršenja mjerenja proticaja, vrlo važna faza rada je određivanje položaja poprečnog presjeka vodotoka (hidrometrijskog profila) na kome će se vršiti mjerenje polja brzina s ciljem određivanja proticaja.

Profil bi trebalo orijentisati tako da bude okomit na generalni pravac strujanja vode, jer će tada površina poprečnog presjeka rijeke biti najmanja i ugao α u jednačini (4.64) biti približno jednak nuli, a proticaj će se moći najtačnije definisati.

Smjer tečenja vode trebalo bi da bude isti ili bar približno isti po cijeloj širini vodotoka, te paralelan sa obalama i nezavisan od promjene vodostaja.

Da bi se riješio integral (4.65), u praksi se koriste tri metoda:

- grafička metoda (metod grafičke integracije),
- analitička metoda,
- metoda izotaha,
- integraciona metoda.

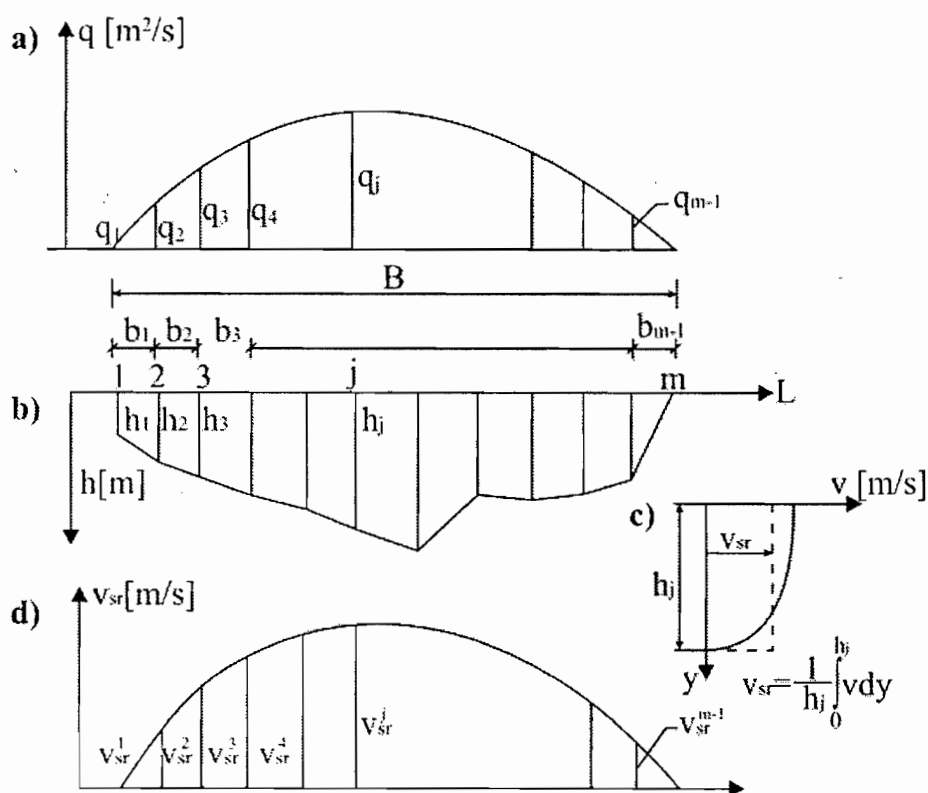
Bez obzira na odabranu metodu, prvi korak je određivanje brzina u nizu tačaka poprečnog presjeka.

Praktična procedura se sastoji u odabiranju određenog broja brzinskih (mjernih) vertikala i broja položaja tačaka na vertikali u kojima se mjere brzine (o ovome vidjeti detaljno u poglavlju 4.4).

Grafički metod. Procedura po ovom metodu se sastoji iz slijedeća četiri koraka:

1. crtanje poprečnog (mjernog) profila kroz koji se odvija tečenje (slika 4.36-b),
2. crtanje (za svaku od mjernih vertikalama) dijagrama brzina $v = v(h)$ (slika 4.36-c),
3. određivanje elementarnog proticaja q , planimetrisanjem dijagrama brzina u mjernim vertikalama (izraz 4.66),
4. konstruisanje dijagrama $q = q(L)$ (slika 4.36-a).
5. planimetrisanjem površine između toga dijagrama i vodene površine dobije se proticaj Q (prema izrazu 4.67).

Navedeni koraci ilustrirani su na slici 4.36.

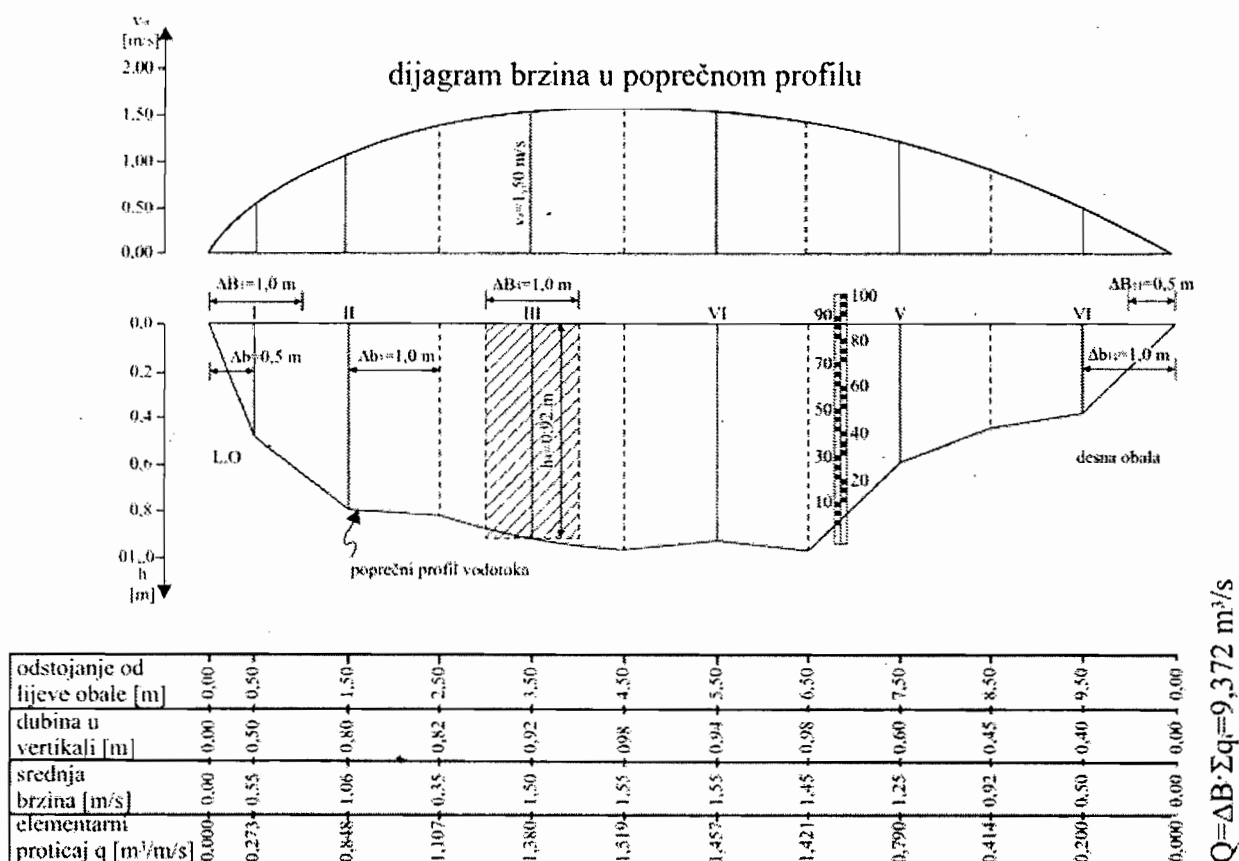


Slika 4.36. Ilustracija grafičke i analitičke metode kod određivanja proticaja metodom "površina - brzina"

U hidrološkoj praksi računanje integrala (4.66) i (4.67) se zamjenjuje sumama, tako da se uz poznavanje srednjih brzina na vertikalama \bar{v}_j elementarni protok q_j i ukupni protok Q mogu sračunati kao:

$$q_j = h_j \cdot \bar{v}_j; \quad Q = \sum_{j=1}^m q_j \cdot b_j; \quad Q = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} (q_{j-1} + q_j) \cdot b_j \quad (4.74)$$

Primjer proračuna za Bijelu rijeku na vodomjernoj stanici Presjenica dat je na slici 4.37.



Slika 4.37. Primjer proračuna proticaja za Bijelu rijeku na V.S. Presjenica

Analička metoda. Definisana je izrazom (4.65) a sastoji se u tome da se posmatraju površine između susjednih vertikala i određuje parcijalni protok ΔQ koji protiče kroz tu površinu. Tako na primjer, ako posmatramo vertikale 2 i 3 na slici 4.36, imaćemo:

$$\Delta Q_2 = \frac{1}{2} (v_2 + v_3) \frac{1}{2} (h_2 + h_3) b_2 \quad (4.75)$$

gdje su v_2 i v_3 srednje brzine, h_2 i h_3 dubine na vertikalama 2 i 3, dok je b_2 rastojanje između tih vertikala.

Generalno:

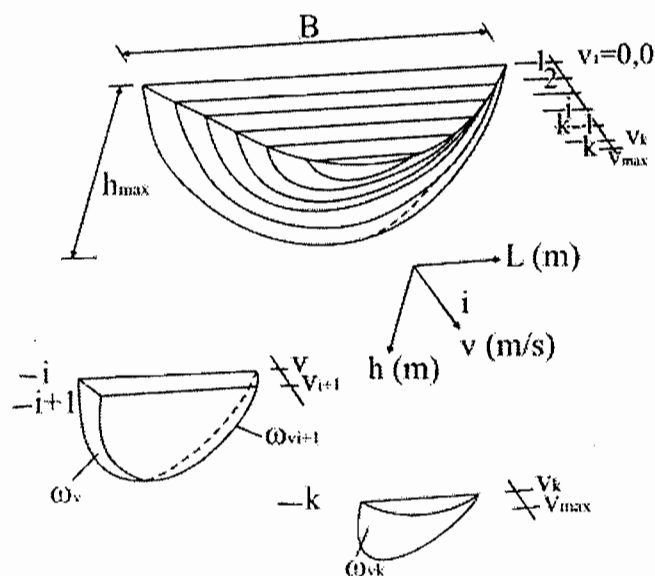
$$\Delta Q_j = \frac{l}{2} \cdot (v_j + v_{j+1}) \cdot \frac{l}{2} \cdot (h_j + h_{j+1}) \cdot b_j \quad (4.76)$$

gdje su v_j i v_{j+1} srednje brzine, h_j i h_{j+1} dubine na vertikalama (j) i (j+1), dok je b_j rastojanje između tih vertikala.

Ukupni proticaj dobije se kao zbir parcijalnih proticaja između svih vertikala:

$$Q = \sum_{j=1}^m \Delta Q_j \quad (4.77)$$

Metoda izotaha. Zasniva se na izradi planova izotaha (linija istih brzina) po površini poprečnog presjeka.



Slika 4.38. Ilustracija određivanja proticaja metodom izotaha /10/

Do veličine protoka Q dolazi se računanjem volumena tijela vode prikazanog na slici 4.38. Definicioni izraz za računanje protoka metodom izotaha glasi:

Hidrometrija

$$Q = \int_0^{v_{max}} \omega_v \cdot dv \quad (4.78)$$

pri čemu je ω_v - površina profila ograničena izotahom brzine v .

Kod praktičnog računanja, integrisanje se zamjenjuje sumiranjem konačnog broja mjerenjem dobivenih elemenata. Tijelo vode sječe se ravnima paralelnim sa površinom poprečnog presjeka. Kao prvo, računaju se parcijalni proticaji Q_i između dvije izotahe, prema izrazu (4.79). Za posljednji isječak, zbog njegovog specifičnog oblika, parcijalni proticaj Q_k računa se pomoću izraza (4.80).

$$Q_i = \frac{1}{2} (\omega_{v_i} + \omega_{v_{i+1}}) (v_{i+1} - v_i) \quad (4.79)$$

$$Q_k = \frac{2}{3} \omega_{v_k} (v_{max} - v_k) \quad (4.80)$$

Sumiranjem svih parcijalnih proticaja između izotaha određuje se ukupni proticaj kroz profil:

$$Q = \sum_{i=1}^k Q_i \quad (4.81)$$

Dovoljan broj izotaha za postizanje zadovoljavajuće tačnosti računa je 6-10, zavisno o površini profila i pravilnosti rasporeda brzina u njemu. Metoda izotaha koristi se rjeđe i isključivo za veće vodotoke. Kod određivanja izotaha u poprečnom profilu, subjektivni faktor igra dosta važnu ulogu, posebno ako broj vertikala na kojima se mjeri brzina nije velik.

Integraciona metoda mjerenja proticaja vode u otvorenim vodnim tokovima pomoću hidrometrijskog krila, spada u najbrže metode mjerenja. Njena primjena posebno dolazi do izražaja kod mjerenja proticaja kod prolaska valova velikih voda, kod nestacionarnog tečenja, te uopšte u situacijama kada je potrebno brzo izmjeriti proticaj s relativno visokom tačnošću. Integracionom metodom se vrijeme mjerenja proticaja može skratiti u odnosu na ostale metode mjerenja od 1,5 do 10 puta, ovisno o korištenom postupku. Integraciona metoda se može i treba koristiti i kod mjerenja na velikim (širokim) vodotocima kada brzina mjerenja nije diktirana

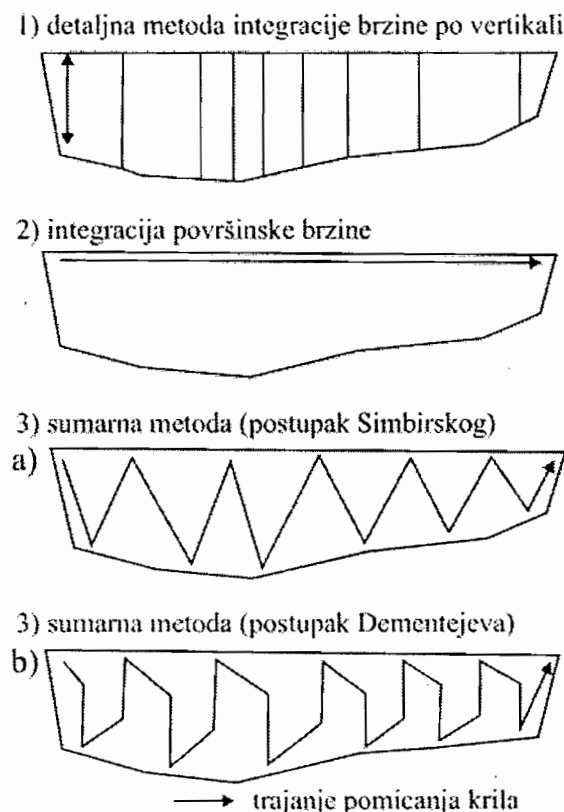
naglim promjenama vodostaja, već dugotrajnošću mjerenja. Iako u našoj zemlji nema praktičnih iskustava sa primjenom ove metode u hidrološkoj praksi, iskustva drugih su veoma povoljna i optimistička.

Tačnost rezultata mjerenja integracionom metodom zavisi gotovo isključivo o striktnosti pridržavanja određenih principa pri izvođenju mjerenja. Drugim riječima, tačnost rezultata mjerenja zavisi o iskustvu osoblja koje vrši mjerenje, te o poznavanju oblika poprečnog presjeka na kojem se mjerenja vrše.

Mjerenje proticaja u otvorenom vodnom toku integracionom metodom može se vršiti na slijedeća tri načina/varijante:

- određivanjem srednje brzine na pojedinim vertikalama,
- određivanjem srednje površinske brzine,
- određivanjem srednje brzine cijelog poprečnog presjeka.

Na slici (4.39) prikazane su trajektorije pomicanja hidrometrijskog krila po poprečnom presjeku otvorenog vodotoka kod navedenih varijanti integracione metode mjerenja proticaja.



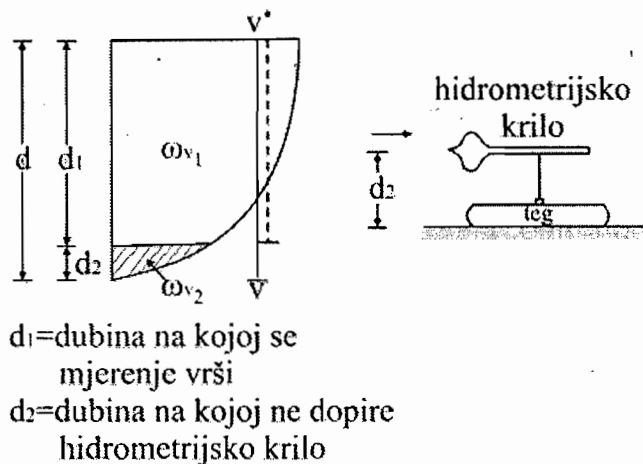
Slika 4.39. Varijante integracione metode mjerenja proticaja /10/

Hidrometrija

Postupak mjerenja po prvoj varijanti (osrednjavanjem srednje brzine po pojedinim vertikalama) se sastoji u tome da se hidrometrijsko krilo jednolikom brzinom spušta od površine do dna (ili obratno), a paralelno se mjeri vrijeme obrtanja T i zapisuje broj signala N . Uvrštavanjem ovih podataka u jednačinu hidrometrijskog krila određuje se srednja brzina u toj vertikali.

Zbog oblika i postavljanja hidrometrijskog krila, mjerenje nije moguće izvršiti duž cijele vertikale d (slika 4.40), već samo do visine d_1 , zbog čega ostaju neizmjerene brzine na dijelu vertikale d_2 na kome su brzine najmanje. Na taj način, brzina određena integracionom metodom v^* , je veća od stvarne brzine vertikale \bar{v} , zbog čega se brzina vertikale računa kao [11]:

$$\bar{v} = v^* (1 - \Delta v); \quad \Delta v = \frac{d_2}{2d_1} v^* \quad (4.82)$$



Slika 4.40. Prikaz grešaka kod integracione metode mjerenja

U hidrološkoj praksi, korekciju izmjerene srednje brzine na vertikali potrebno je izvršiti vrlo rijetko, u slučajevima kada je odnos d_2/d_1 veći od 0,1, dakle kod plitkih vertikala, pošto se d_2 maksimalno kreće do 0,25 m. U takvim se slučajevima mjerenje integracionom metodom ne preporučuje, pošto se gubi razlog njenog korištenja.

Izbor položaja mjernih vertikala na poprečnom presjeku i računanja proticaja stvar je potpuno identične analize, kao i kod mjerenja izvršenih po metodi "površina – brzina".

U slučaju da se ovom metodom vrše mjerenja vrlo malih brzina, izmjerena brzina integracionom metodom trebala bi biti korigovana usljed komponente brzine pomicanja hidrometrijskog krila, što je u praksi rijedak slučaj, jer za srednju brzinu vode u vertikali od 0,2 m/s potrebna korekcija iznosi tek 0,02 m/s.

Za osiguranje jednolikog kretanja hidrometrijskog krila po vertikali, u praksi se koriste dodatni uređaji koji to omogućavaju.

Integraciona metoda samo srednje površinske brzine primjenjuje se u rijetkim situacijama, kada je potrebno izvršiti neuobičajeno brzo mjerenje. Na osnovu poznate jednačine hidrometrijskog krila, izmjenog vremena obrtanja krila T i broja signala N , određuje se srednja površinska brzina poprečnog presjeka. Teoretski, i ovu bi brzinu trebalo korigovati na isti način kao i srednju brzinu u mjernoj vertikali, ali je hidrološka praksa pokazala da je ova korekcija u najvećem broju slučajeva zanemarljiva, pošto se ova varijanta primjenjuje kod mjerenja velikih voda, dakle kod velikih brzina (posebno površinskih). Na osnovu srednje površinske brzine v_p i poznate površine poprečnog presjeka A "fiktivni proticaj" Q_p , se određuje kao:

$$Q_p = v_p \cdot A \quad (4.83)$$

a stvarni proticaj kroz poprečni profil je uvijek nešto manji od "fiktivnog proticaja". Vrijednost korekcionog faktora treba odrediti na osnovu niza izvršenih mjerenja proticaja.

Kompletna ili sumarna integraciona metoda mjerenjem srednje brzine cijelog poprečnog presjeka izvodi se na terenu tako da se hidrometrijskim krilom pređe bez zaustavljanja kompletni poprečni presjek po širini i po dubini toka. Dvije trajektorije pomicanja krila duž poprečnog presjeka, koje se koriste u hidrološkoj praksi prikazane su na slici 4.39. I kod ovog postupka mjeri se ukupno vrijeme putovanja (okretanja) hidrometrijskog krila T i broj signala N od početka do završetka kretanja krila poprečnim presjekom. Unošenjem izmjerenih vrijednosti u jednačinu krila izračuna se srednja profilaska brzina v_{sr}^* . Proticaj se određuje množenjem srednje profilaska brzine v_{sr}^* sa površinom poprečnog presjeka:

$$Q^* = v_{sr}^* A \quad (4.84)$$

Tačna vrijednost proticaja Q odredi se ako se izvrši korekcija slijedećim izrazom:

$$Q = Q^* - (\Delta_1 + \Delta_2) Q^* \quad (4.85)$$

gdje Δ_1 predstavlja korekciju proticaja zbog mjerenja veće srednje profilske brzine zbog nemogućnosti mjerenja malih brzina u blizini dna a Δ_2 korekciju proticaja zbog toga što se ovom varijantom mjerenja ne mjeri samo brzina tečenja vode već rezultanta između nje i brzine pomicanja hidrometrijskog krila po poprečnom presjeku. Veličina navedenih korekcija u postocima izmjenjenog proticaja Q data je u tabeli 4.4. Prema iskustvima iz prakse preporučuje se da brzina vertikalnog pomicanja krila bude od 0,03 do 0,20 m/s, a brzina horizontalnog pomicanja 0,05 do 0,50 m/s, s tim da ne bude veća od 1/4 srednje profilske brzine tečenja v_{SR}^* .

Samo u iznimnim situacijama može se ići i do 1/2 v_{SR}^* .

Tačnost mjerenja po ovoj metodi ovisi gotovo isključivo o ravnomjernosti pomicanja hidrometrijskog krila po poprečnom profilu. Mjerenje će dati najtačnije rezultate ako je vrijeme putovanja krila u svakom sektoru poprečnog presjeka iste površine bilo isto, te ako je cijeli sektor bio zahvaćen ravnomjerno, tj. ako su bile izmjerene brzine na površini, u sredini i na dnu.

Kod mjerenja ovom varijantom integracione metode, treba strogo paziti da se hidrometrijskim krilom ne zađe u područje mrtve vode.

Uz sve navedene prednosti i kvalitete, integracione metode mjerenja proticaja vode u otvorenim vodotocima imaju i niz slabosti. Osnovna je da se takvim načinom mjerenja dobiju samo osrednjene vrijednosti brzina, te se zbog toga neki važni podaci, koji se inače mogu izmjeriti klasičnim metodama mjerenja, ne mogu definisati. Ovo se prije svega odnosi na raspored brzina na vertikali, plan izotaha i Koriolisov koeficijent /11/.

Tabela 4.3. Vrijednosti korekcionog faktora Δ_1 u jednačini (4.85)

| | | | | | | |
|----------------|-------|------|------|------|------|------|
| d_2/d_1 | 0,025 | 0,05 | 0,10 | 0,20 | 0,30 | 0,40 |
| Δ_1 (%) | 1 | 2 | 4 | 8 | 11 | 14 |

Tabela 4.4. Vrijednosti korekcionog faktora Δ_2 u jednačini (4.85)

| | | | | | | |
|---------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| v_{SR}^* / v_{SR} | 0,0-0,10 | 0,11-0,16 | 0,17-0,22 | 0,23-0,25 | 0,26-0,29 | 0,30-0,32 |
| Δ_2 (%) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

| | | | | | |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| v_{SR}^* / v_{SR} | 0,33-0,35 | 0,36-0,37 | 0,38-0,40 | 0,41-0,42 | 0,43-0,44 |
| Δ_2 (%) | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

4.5.3. Metoda mješavina

U slučajevima kada su u prirodnim vodotocima srednje profilske brzine velike (veće od 2 m/s), te kod bujičnih tokova kod kojih postoji mnogo kaskada, promjena smjera tečenja, te kada se oblik korita naglo mijenja, ranije opisane metode su praktično neprimjenjive. U tim slučajevima koristi se metoda mješavine, kod koje šta više, brzo i nepravilno kretanje vode utiču na povećanje tačnosti određivanja proticaja ovom metodom.

Po ovoj metodi u vodotok se postepeno (ili trenutno) ubacuje neki obilježivač (traser), sa određenom koncentracijom rastvora C_0 i proticajem Q_0 . Kao rastvori najčešće se koriste hemijski obilježivači (kuhinjska so, natrijumfluorescein), boje i radioaktivni traseri.

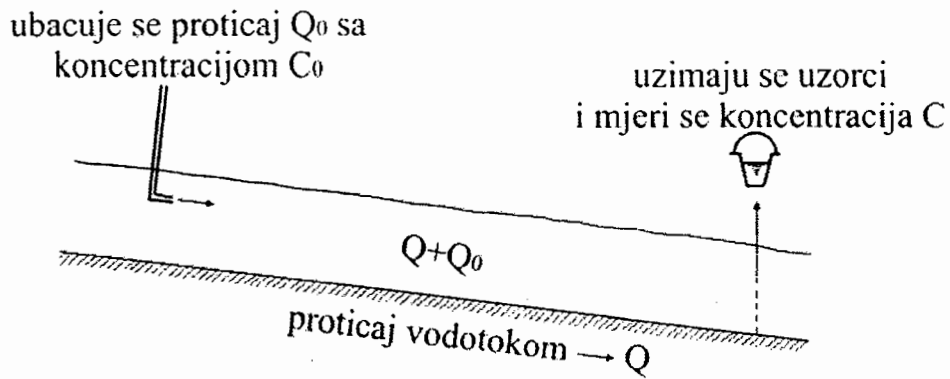
Određivanje proticaja vode Q (m^3/s ili l/s) u vodotoku bazira se na činjenici da je proticaj mase obilježivača, sa koncentracijom C_0 (kg/m^3 ili g/l) koji se upušta u vodotok na ulaznom (uzvodnom) profilu, jednak proticaju mase obilježivača sa koncentracijom C (kg/m^3 ili g/l) na nizvodnom profilu vodotoka:

$$Q_0 \cdot C_0 = (Q + Q_0) \cdot C \quad (4.86)$$

ili odnos proticaja vode u vodotoku Q prema proticaju obilježivača Q_0 , jednak je odnosu koncentracije obilježivača u njima, pa važi slijedeći izraz:

$$Q : Q_0 = C_0 : C, \text{ odakle proizilazi da je:} \quad (4.87)$$

$$Q = Q_0 \frac{C_0}{C} \quad (4.88)$$



Slika 4.41. Ilustracija mjerenja proticaja metodom obilježivača

Treba napomenuti da izrazi (4.87) i (4.88) slijede iz izraza (4.86), samo ako je:

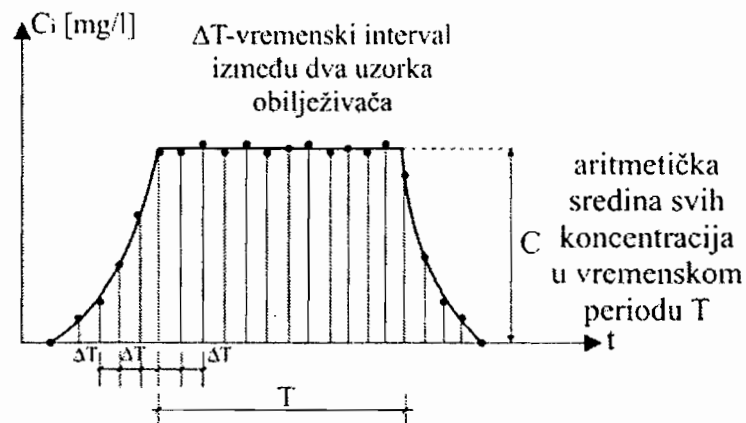
$$\frac{Q_0}{Q} \ll 1 \quad (4.89)$$

odnosno proticaj obilježivača je zanemarljiv u odnosu na proticaj u vodotoku. Ako to nije slučaj, onda je (slijedi iz jednačine 4.86):

$$Q = Q_0 \left(\frac{C_0}{C} - 1 \right) \quad (4.90)$$

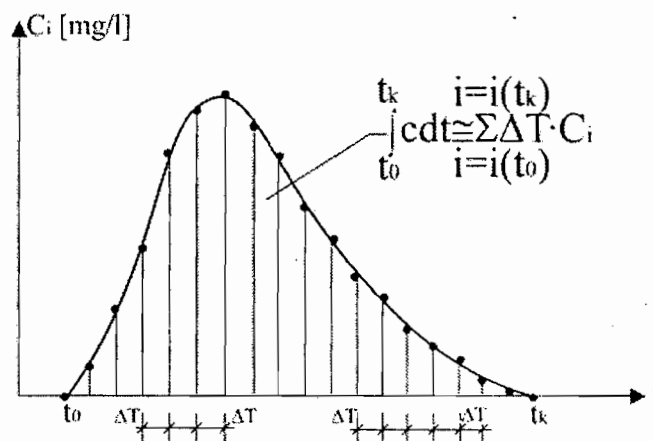
Gornji izrazi važe za slučaj postepenog upuštanja obilježivača u vodotok. Ono se vrši specijalnim uređajima koji omogućuju postepeno upuštanja mješavine sa konstantnim proticajem Q_0 i stalnom koncentracijom C_0 .

Oblik linije (dijagrama) koncentracije obilježivača u vremenu na nizvodnom profilu dat je na slici 4.42.



Slika 4.42. Dijagram koncentracije obilježivača kod postepenog upuštanja obilježivača u vodotok

Obzirom da ne zahtijeva specijalne uređaje (dozatore), u praksi je rašireniji i prihvatljiviji postupak sa trenutnim (momentalnim) upuštanjem obilježivača. U tom slučaju u vodotok se ubaci odjedanput cijeli volumen tečnosti sa otopljenim obilježivačem. Međutim, u ovom slučaju linija (dijagram) koncentracije obilježivača na nizvodnom profilu (slika 4.43) ima drugačiji oblik od onog kada se obilježivač upušta postepeno.



Slika 4.43. Dijagram koncentracije obilježivača kod trenutnog upuštanja obilježivača u vodotok

Obzirom da i u ovom slučaju proticaj mase obilježivača na uzvodnom profilu mora biti jednak proticaju mase obilježivača na nizvodnom profilu to vrijede izrazi:

$$Q \cdot \int_{t_0}^{t_k} C(t) \cdot dt = C_0 \cdot V_0 \quad (4.91)$$

gdje je: V_0 – volumen tečnosti (obično vode) u kojoj je otopljen obilježivač koji se trenutno ubaci (prospe) u vodotok.

$$Q = \frac{C_0 \cdot V_0}{\int_{t_0}^{t_k} C(t) \cdot dt} \cong \frac{C_0 \cdot V_0}{\sum_{i=i(t_0)}^{i=i(t_k)} C_i \cdot \Delta T} \quad (4.92)$$

Za primjenu metode bitno je osigurati uslove miješanja ubačene količine obilježivača i vode u vodotoku. Miješanje mora biti što homogenije po cijelom profilu vodotoka i na što kraćem potezu vodotoka, te što brže, kako ne bi došlo do hemijskog ili fizičkog vezivanja ili raspadanja trašera.

Položaj nizvodnog profila (mjesto uzimanja uzoraka) je mjesto gdje dolazi do potpunog i homogenog miješanja obilježivača na cijelom poprečnom presjeku. Taj položaj, odnosno odstojanje od uzvodnog profila ovisi od dubine vodotoka, širine vodotoka, hrapavosti korita. Za određivanje razmaka između ova dva profila u praksi se često koriste i empirijski obrasci.

Osnovna prednost ovog metoda je u činjenici da nije potrebno poznavanje oblika poprečnog presjeka.

4.5.4. Mjerni objekti

Na otvorenim vodnim tokovima mjerni objekti se ugrađuju tamo gdje se želi precizno mjerenje proticaja vode ili kada ne postoji mogućnost da se proticaj mjeri na drugi način. Na malim vodotocima se, zbog nepravilnog strujanja i promjenljivosti korita, često ne može uspostaviti hidrološka stanica, a da se prethodno ne izvrši uređenje profila. Nakon toga, ugrađuje se mjerni objekat koji omogućava mjerenja, kako proticaja tako i nivoa vode.

Mjerni objekti su takvi uređaji za mjerenje proticaja vode kod kojih postoji funkcionalna veza između proticaja vode i jedne ili dvije hidrauličke visine.

Mjerni objekti se mogu podijeliti na tri grupe: (i) preljeve, (ii) mjerne kanale i (iii) kontrolne (uređene) profile.

Kriterijumi za izbor tipa mjernog objekta su:

- raspon proticaja koji se mjeri ($Q_{\min} - Q_{\max}$),
- pronos nanosa,
- željena tačnost,
- gubitak hidrauličke visine (denivelacija) zbog prisustva mjernog objekta,
- koštanje objekta.

Oštroivični preliv. Prelivi se široko koriste za mjerenje proticaja vode u hidrauličkim laboratorijama. U prirodnim uslovima njihova upotreba je ograničena na mjerenja u blizini izvora, ili na tokovima, prirodnim ili vještačkim, koji ne pronose nanos. U protivnom, preliv će se sa uzvodne strane zasuti i neće moći da funkcioniše kao mjerni uređaj. Zbog toga, prelive ne treba graditi na vodotocima koji pronose značajne količine nanosa.

Oštroivični preliv, u principu, može biti svaki preliv sa oštrom ivicom prelivnog polja, pod uslovom da se izvrši njegovo tariranje u prirodi ili hidrauličkom kanalu. Mogu biti pravougaoni sa i bez bočne kontrakcije, trougaoni i trapezni.

Za nepotopljeni preliv (nivo donje vode ispod prelivne ivice), kod koga nizvodni uslovi ne utiču na obrazovanje dubine ispred objekta, proticaj je jednoznačno vezan sa jednom dubinom. Osnovna jednačina za proticaj, pri visini prelijevanja h , je:

$$Q = Q(h) = mb\sqrt{2gh^3} \quad (4.93)$$

$m = m(h)$ - koeficijent preliivanja

b – širina preliivanja (širina krune preliiva).

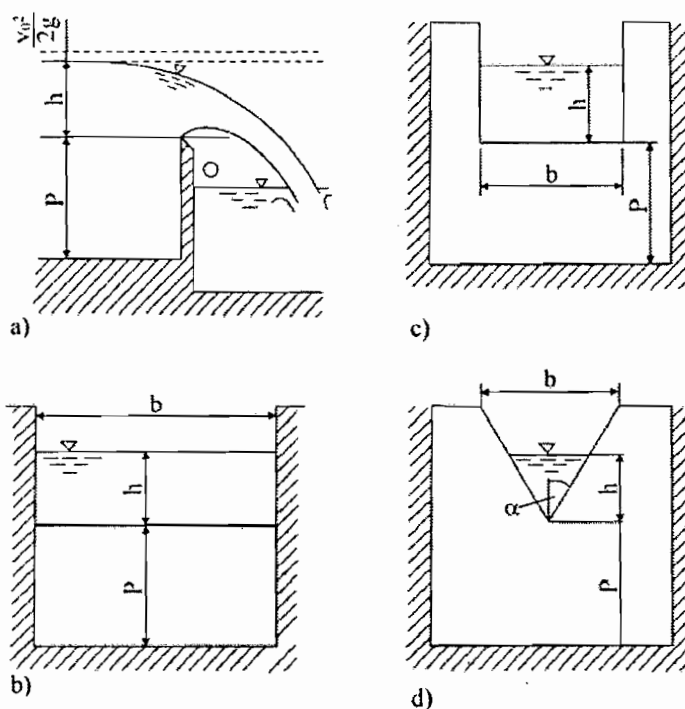
Koeficijent preliivanja funkcija je:

$$m = f_1(b/B, h/P, h, B) \quad (4.94)$$

gdje je B širina dolaznog kanala (širina uzvodno od preliivanja) a P visina praga.

Za preliv bez kontrakcije (suženja) koeficijent preliivanja je:

$$m = f_2(h, P) \quad (4.95)$$



Slika 4.44. Različiti tipovi preljeva kao mjerni objekti

Kod trougaonog preliva proticaj je funkcija visine prelijevanja h i ugla α :

$$Q = \frac{8}{15} \cdot K \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot h^2 \sqrt{2gh} \quad (4.96)$$

Za ugao $\alpha = 90^\circ$ slijedi:

$$Q = \frac{8}{15} \cdot K \cdot \sqrt{2g} \cdot h^{5/2} \quad (4.97)$$

U praksi, najpoznatiji preliv ovoga tipa je Tomsonov preliv, koji se odnosi na visinu prelivnog mlaza $50 < h < 180$ mm i vrijednost koeficijenta prelijevanja koji se kreće u granicama $0,53 < K < 0,59$, a gdje se proticaj računa po približnom izrazu:

$$Q = 1,343 \cdot h^{2,5} \quad (4.98)$$

pri čemu je uzeto $K \cong 0,568$.

Trougaoni preliv, sam ili ukomponovan u mjerni objekat, omogućuje precizna mjerenja najmanjih protoka vode.

Obzirom da je koeficijent preliivanja funkcija visine praga P , to se prelive u prirodnim uslovima mogu koristiti za mjerenje samo na tokovima koji ne pronose nanos.

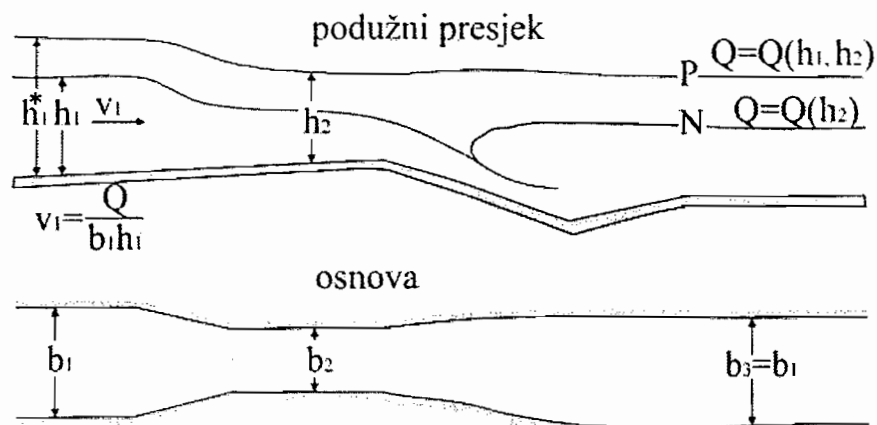
Kada je preliv sa uzvodne strane zasut nanosom, on više ne djeluje kao mjerni objekat (za koji je u važnosti formula za preljevanje). U tom slučaju, ako je korito stabilizovano, preljev se koristi kao uređeni profil za koji, mjerenjem protoka, treba uspostaviti vezu $Q-H$, gdje je H nivo (vodostaj) uzvodno od preljeva. Isto se odnosi na preljeve sa širokim pragom koji se, ponekad, grade na većim prirodnim vodotocima.

Mjerni kanali. Predstavljaju vrlo pogodne mjerne objekte za male prirodne tokove, prvenstveno zbog toga što kroz objekat nanos nesmetano prolazi. Najčešće se koriste kanali sa suženjem, Venturi kanal i Paršalov kanal.

Stvar je suštinski ista kao i za prelive, mora se znati veza između proticaja i mjerene dubine, pa se mjerenjem dubine (ili dvije dubine) zna i proticaj.

Naravno treba razlikovati (kao i za preljeve) potopljeno i nepotopljeno suženje. Za nepotopljeno suženje (kanali sa hidrauličkim skokom) proticaj je funkcija jedne dubine (ispred suženja), a ako je suženje potopljeno (linija P na slici 4.45) onda nizvodna dubina uslovljava dubinu u suženju i ispred njega, pa proticaj zavisi od dvije dubine.

Veza između proticaja i dubine, poznata je za tipizirane mjerne objekte. Za posebno projektovane može se odrediti na samom objektu ako se proticaj mjeri na neki drugi način tokom određivanja veze ili se može odrediti hidrauličkim modelom. Za mjerenje može poslužiti i objekat koji nije podignut posebno u tu svrhu, na primjer: preliv uz branu, ispust i drugi, gdje se obično već zna propusna moć u zavisnosti od nivoa ili se može na modelu utvrditi. I na samim prirodnim tokovima ima izrazitih i naglih razlika u nivou – na primjer suženje (klisura) u rijeci, pa se tu može određivati proticaj ako se prethodno utvrdi veza proticaj – vodostaj (ili vodostaji), a to se može, kako je već objašnjeno, ili na terenu ili na modelu.



Slika 4.45. Ilustracija mjerenja proticaja pomoću mjernog kanala

Nepotopljeno suženje (linija N na slici 4.45): mjeri se samo h_1 a proticaj izražava obrascem za preliv:

$$Q = mb_2 \sqrt{2g \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^3}; \quad v_1 = \frac{Q}{b_1 h_1} \quad (4.99)$$

obično: $m = 0,35 - 0,38$

Potopljeno suženje (linija P na slici 4.45): mjeri se h_1^* i h_2 a proticaj izražava obrascem za potopljeno isticanje:

$$Q = cb_2 h_2 \sqrt{2g \left(h_1^* + \frac{v_1^2}{2g} - h_2 \right)}; \quad v_1 = \frac{Q}{b_1 h_1^*} \quad (4.100)$$

obično: $c = 0,9 - 1,0$

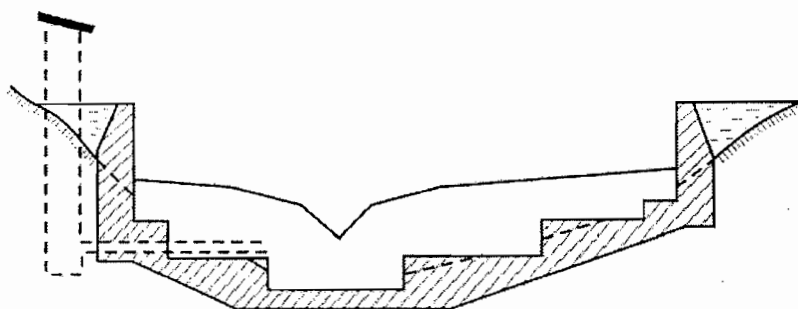
Zbog toga što prilikom izgradnje mjernog kanala u prirodnim uslovima, može doći do odstupanja u odnosu na projekat, neophodno je da se na izvedenom objektu izvrše kontrolna mjerenja protoka vode.

Principi hidrauličkog proračuna i projektovanja mjernih objekata su prvenstveno hidraulički problem, te se detaljniji aspekti ovog problema mogu naći u udžbenicima hidraulike.

Kontrolni (uređeni) profili. To je hidrotehnički objekat (prag, pregrada) koji je tako oblikovan da omogućava precizno definisanje veze između proticaja i vodostaja, u rasponu od najmanjeg do najvećeg očekivanog proticaja. On se u osnovi sastoji u izgradnji jedne pregrade u riječnom koritu sa kućištem za limnigraf. Takav objekat se gradi na rijeci sa promjenljivim koritom ili ako, zbog velike širine korita, ne postoje uslovi da se nivo vode mjeri dovoljno precizno.

Vežu između nivoa (jednog ili dva) i proticaja najbolje je utvrditi na hidrauličkom modelu ovog objekta. Uz to, ako postoje uslovi da se proticaji vode mjere dovoljno precizno, na terenu, na već izgrađenom objektu treba izvršiti provjeru utvrđene veze (tzv. tariranje).

Na slici 4.46 je pokazan primjer uređenog profila. Pošto je objekat izgrađen, on se može koristiti za registrovanje nivoa (i protoka) i prije nego što je prostor uzvodno od objekta zasut nanosom, uz uslov da se često vrše mjerenja protoka vode na pogodnom uzvodnom profilu (metoda površina-brzina). Kada je uzvodni prostor zasut i kada je postignuta ravnoteža sa gledišta pronosa nanosa, mjerenjem protoka će se dobiti jednoznačna veza između vodostaja i protoka, što je svrha izgradnje objekta.



Slika 4.46. Uređeni profil na prirodnom vodotoku /11/

4.5.5. Elektromagnetna metoda

Metode koje su prethodno prikazane nisu uvijek najprikladnije za primjenu u svim terenskim uslovima koji se susreću kod riječnih tokova.

Elektromagnetna metoda je upotrebljiva uglavnom za dionice toka gdje postoje nejednoznačne veze između vodostaja i proticaja, uzrokovane na primjer

Hidrometrija

promjenom hrapavosti korita usljed bunog rasta korova ili nestabilnog poprečnog profila.

Kretanje vode u vodnom toku presjeca vertikalnu komponentu Zemljinog magnetnog polja (ili nekog vještački proizvedenog magnetnog polja) čime se u vodi stvara jedna električna sila koja se određenim električnim instrumentima može izmjeriti. Ta sila je direktno proporcionalna prosječnoj brzini toka vode.

Faradejev zakon magnetne indukcije daje vezu između dužine provodnika koji se kreće u magnetnom polju i generisane električne sile kao:

$$E = Mv_{sr} B \quad (4.101)$$

gdje je:

E – generisana električna sila (volti),
M – intenzitet magnetnog polja (Tesla),
 v_{sr} – prosječna brzina toka vode u mjernom profilu (m/s),
B – širina vodnog toka u mjernom profilu (m).

Zbog različite električne provodljivosti vode i tla van korita (zaobalja), javlja se smanjenje izlaznog potencijala, odnosno promjene brzine tečenja vode (v). Može se pokazati da se proticaj Q može sračunati iz jednačine /13, 15/:

$$Q = K \left(\frac{ER_{vode}}{IR_{zaobalja}} \right)^n \quad (4.102)$$

gdje je:

R_{vode} – elektro otpornost vode (ohm),
 $R_{zaobalja}$ – električna otpornost zaobalja u (ohm),
I – jačina generisane struje (amper),
K – dimenzionalna konstanta,
n – empirijski koeficijent.

Nepoznati koeficijenti u jednačini (4.102) utvrđuju se tariranjem, mjerenjem protoka drugim metodama, na primjer metodom površina-brzina.

Praktični i ekonomski elementi ograničavaju upotrebu ove metode na riječne tokove koji imaju širinu do 100 m.

4.5.6. Indirektna metoda površina – pad

U ranije prikazanim metodama mjerenja proticaja vode u otvorenim vodnim tokovima, proticaj se mjeri u trenutku njegove pojave. Takva mjerenja predstavljaju osnovu za određivanje veze između vodostaja i proticaja (poglavlje 5.8). Međutim, dosta je čest slučaj, naročito na manjim vodotocima, da direktno mjerenje tzv. vršnih proticaja nije moguće obaviti, zbog opasnosti i teškoća koje se javljaju u vrijeme pojave velikih voda. U ovakvim slučajevima vršni proticaj se može odrediti drugim metodama mjerenja koje se uglavnom primjenjuju kada je već prošao vrh talasa na rijeci, pa se, otuda, nazivaju indirektnim metodama za mjerenje vršnih proticaja. Proticaj u vrijeme vrha talasa (vršni proticaj), određuje se poslije prolaska talasa, koristeći dobro poznate hidrauličke zakone i terenska mjerenja izvršena na odabranoj dionici vodnog toka. Usvajanje dionice za određivanje proticaja ima poseban značaj. Uglavnom se biraju dva osnovna tipa:

- prave riječne dionice sa približno paralelnim strujanjem, sa pravilnom nepromjenljivom formom proticajnog profila i jednoobraznom hrapavošću korita,
- dionice na kojima se nalaze izgrađeni objekti (mostovi sa malim otvorima, propusti, suženja, prelive i slično).

Iako se hidrauličke formule za proračun proticaja međusobno razlikuju, zavisno od odabrane dionice toka i tipa tečenja, sve indirektno metode sadrže slijedeće osnovne faktore koji se moraju odrediti:

- fizičke i geometrijske karakteristike odabrane dionice toka i granični uslovi,
- nivoi vodnog ogledala duž toka u vrijeme vrha talasa (tragovi velikih voda) koji određuju granicu do koje se moraju mjeriti poprečni profili riječnog korita i razliku nivoa između dva odabrana riječna profila,
- koeficijent hrapavosti i druge hidrauličke veličine koje se određuju na osnovu fizičkih karakteristika dionice toka.

Dionice za određivanje (proračun) proticaja vode, po mogućnosti, trebaju odgovarati uslovima ravnornjernog tečenja. Treba težiti pravolinijskom dijelu toka ili sa slabom krivinom, sa manje više pravilnom formom poprečnog presjeka, istom hrapavošću i slobodnim tečenjem (bez eventualnog uspora ili depresije).

Polazeći od tačnosti geodetskog nivelisanja, dužina dionica treba biti takva da apsolutni pad između krajnjih tačaka bude veći od 0,5 m. Na vodotocima sa malim

Hidrometrija

padom, ta dužina se kreće od 1,5 do 2,0 km. Na veoma malim vodotocima određivanje proticaja vode vrši se na dionici koja obezbjeđuje pad reda veličine 1 m.

Kod metode površina – pad, neophodno je poznavanje vodostaja na dvije lokacije ili zabilježeni tragova poplavnih voda na dva poprečna profila, kako bi se odredio pad vodnog lica. Poznavanjem rastojanja između poprečnih profila na kojima su zabilježeni tragovi velikih voda (vodostaji) može se izračunati pad vodnog ogledala. Da bi se sračunao proticaj Q , koristi se Šezijeva jednačina:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} J_e^{1/2} \quad (4.103)$$

gdje je:

J_e - pad linije energije između dva profila, koji se zamjenjuje sa padom pijezometarske linije, odnosno padom vodnog ogledala,

R – prosječni hidraulički radijus između dva profila (m),

A – prosječna površina poprečnih presjeka na dva profila (m²),

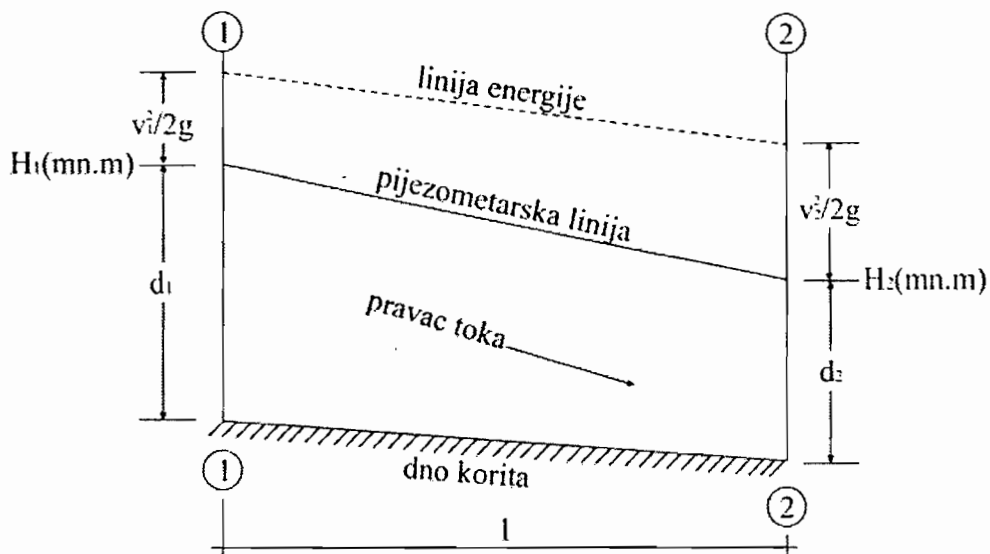
n – Manningov koeficijent hrapavosti.

Ovaj metod daje samo grube (približne) vrijednosti proticaja i mora se koristiti sa vrlo velikim oprezom.

Rastojanje između dva profila najbolje je uzeti 100 puta veće od dubine vode u toku, jer veće rastojanje daje veću tačnost procijenjenog proticaja. Razlika nivoa vode između dva profila trebalo bi da je najmanje 20 cm. Dionica toka između dva profila trebalo bi da je prava i uniformna.

4.5.7. Indirektna metoda pada

Prethodna metoda površina – pad može se unaprijediti u smislu da da bolje rezultate ako se u račun uključi princip konzervacije energije između dva poprečna profila odabrane dionice. Ako su poznate dubine na oba poprečna profila, kao što je to naznačeno na slici 4.47, Bernulijeva jednačina se može iskoristiti za proračun pada linije energije između tih profila kao:



Slika 4.47. Ilustracija ulaznih parametara kod metode pada za određivanje proticaja vode u otvorenim vodnim tokovima

$$\text{Za profil (1): } Y_1 = \frac{v_1^2}{2g} + H_1 \quad (4.104)$$

$$\text{Za profil (2): } Y_2 = \frac{v_2^2}{2g} + H_2 \quad (4.105)$$

Pad linije energije na dužini (l) (razmak između dva profila) je:

$$\left(\frac{Y_1 - Y_2}{l} \right) = J_e = \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \quad (4.106)$$

gdje su d_1 i d_2 dubine vode u profilima 1 i 2, respektivno, sa brzinama v_1 i v_2 a K faktor koji se određuje iz Šezijeve jednačine:

$$Q = \frac{l}{n} AR^{2/3} J_e^{1/2} = K J_e^{1/2} \quad (4.107)$$

$$\text{gdje je: } K = \frac{AR^{2/3}}{n} \quad (4.108)$$

Pošto su za odabrane profile različite vrijednosti za K zbog različitih površina poprečnog profila A , a moguće i koeficijenta hrapavosti (n), ekvivalentni K koji ualzi u jednačinu (4.106) može se sračunati kao:

$$K = \sqrt{K_1 K_2} \quad (4.109)$$

$$\text{gdje je: } K_1 = \frac{A_1 R_1^{2/3}}{n_1} \quad \text{i} \quad K_2 = \frac{A_2 R_2^{2/3}}{n_2}. \quad (4.110)$$

Procedura određivanja proticaja je slijedeća:

- Odabrati riječnu dionicu na kojoj imamo zabilježene tragove velikih voda,
- Za poprečne profile na početku i kraju odabrane dionice izmjeriti dubine,
- Za poprečne profile (nakon njihovog snimanja) sračunati vrijednosti površina poprečnih profila (A), odgovarajuće hidrauličke radijuse (R) i koeficijente K . Vrijednosti Manningovih koeficijenata (n) uzimaju se na osnovu literaturnih podataka. Obično se za prirodne tokove vrijednost koeficijenta (n) kreću u rasponu od 0,02 do 0,10,
- Sračunati proticaj iz jednačine (4.107) uz pretpostavljenu vrijednost pada J_e ,
- Sračunati prosječne brzine tečenja v_1 i v_2 u profilima (1) i (2) iz relacije $v = Q/A$,
- Iz jednačine (4.106) sračunati pad linije energije, koji treba da je jednak pretpostavljenom. Ako nije, pretpostavlja se druga vrijednost za pad J_e i iterativna procedura ponavlja dok sračunati pad bude približno jednak pretpostavljenom.

4.6. MJERENJE PRONOSA RIJEČNOG NANOSA

Kretanje riječnog nanosa je izvanredno složen prirodni proces na koji utiče niz parametara od kojih su najznačajniji slijedeći: hidrološko-hidrauličke karakteristike riječnog toka, turbulentne karakteristike, granulometrijski sastav riječnog nanosa, oblici riječnog dna i slično.

Čestice geološkog porijekla koje su, pokrenute sa površine terena, dospjele u vodotok i koje ovaj dalje transportuje, nazivaju se riječnim nanosom /10/. U zavisnosti od krupnoće čestica i brzine tečenja vode, riječni nanos se transportuje u vidu: lebdećeg (suspendovanog) nanosa i vučenog nanosa. Suspendovani nanos se pronosi u čitavom poprečnom presjeku vodnog toka u suspendovanom stanju, pri

čemu je brzina kretanja čestica praktično jednaka brzini kretanja vode. Vučeni nanos se kreće pri dnu korita, kotrljanjem i skakutanjem, sa periodima mirovanja i periodima kretanja pojedinih zrna. Treba, međutim, imati u vidu da između ova dva vida pronosjenja nanosa ne postoji stroga granica. Istovremeno sa kretanjem finih čestica u lebdećem stanju, kreće se i nanos pri dnu. Sa povećanjem brzine vode, u suspenziju prelaze pojedine frakcije materijala sa riječnog dna, čime se povećavaju količina i krupnoća suspendovanog nanosa.

Količina nanosa, suspendovanog ili vučenog, koja biva pronešena kroz posmatrani poprečni presjek vodotoka u jedinici vremena, naziva se proticajem nanosa. To je proticaj mase, za razliku od proticaja vode, koji predstavlja proticaj zapremine. U hidrometriji se proticaj nanosa izražava u (kg/s). Sumarni proticaj nanosa (za dan, mjesec, sezonu ili godinu), obično se izražava u tonama za taj vremenski period.

Kada se govori o nanosu, naročito suspendovanom, kao parametru koji karakteriše količinu nanosa u jedinici zapremine vode ("mutnoća vode"), koristi se pojam *koncentracija nanosa*. To je količina (masa) suspendovanog materijala u jedinici zapremine vode. Obično se izražava u (g/l) ili (kg/m³).

4.6.1. Nastanak i podjela riječnog nanosa

Analiza režima riječnog nanosa nije moguća bez poznavanja potijekla i fizičkih svojstava nanosa. Ta svojstva se utvrđuju obradom uzoraka nanosa koji se zahvataju iz riječnog korita.

Riječni nanos nastaje kao posljedica erozionih procesa u slivu. Riječ je o razaranju tla pod uticajem fizičkih pojava kao što su padavine, sezonske promjene temperature, površinski oticaj itd.

Erozija tla usljed kiše (pluvijalna erozija), zavisi od brojnih faktora: intenziteta kiše, ukupne energije kišnih kapi, otpornosti tla, obima i vrste vegetacije.

Erozija tla usljed površinskog oticaja, koja nastaje u periodu kada je intenzitet kiše veći od intenziteta upijanja vode u tlo, dijeli se na površinsku i dubinsku eroziju.

Površinska erozija predstavlja spiranje površinskog sloja tla na nekom slivnom području. Materijal koji na taj način dospije u riječno korito, vrlo je sitan po krupnoći i kreće se nošen tokom, u vidu suspenzije. Otuda i naziv "suspendovani nanos". Dio ovog nanosa koji nikada ne dopijeva do riječnog dna, predstavlja "tranzitni" nanos, a dio koji se povremeno istaložava i aktivno učestvuje u formiranju riječnog dna, zove se "koritiformirajući" suspendovani nanos. Interesantno je da je krupnoća čestica suspendovanog nanosa manje-više

uniformna za sve dionice jednog vodotoka, kao i za većinu vodotoka istog podneblja /9/.

Dubinska erozija. Ovaj vid erozije nastaje kao posljedica koncentracije površinskog oticanja u obliku jaruga, potoka ili rijeka, a proizvodi krupan nanos, koji se kreće po dnu riječnog korita kotrljanjem, klizanjem, ili u vidu skokova, pa se stoga zove "vučeni nanos".

Dakle, moguća su dva načina podjele riječnog nanosa:

- (i) prema porijeklu, nanos se dijeli na tranzitni nanos i koritiformirajući nanos (vučeni i dio suspendovanog),
- (ii) prema načinu kretanja, dijeli se na vučeni i suspendovani nanos.

Od ukupne količine materijala koji nosi aluvijalni vodotok, oko 85-95 % otpada na suspendovani, a 5-15 % na vučeni nanos. Međutim, podjelu riječnog nanosa, koja je proizašla iz potrebe da se lakše analiziraju složeni prirodni procesi, treba uslovno shvatiti, jer se iste čestice mogu kretati u vidu suspendovanog ili vučenog nanosa, u zavisnosti od trenutnih hidrauličkih uslova.

Generalno se može reći da se oblutak i šljunak uvijek kreću u vidu vučenog nanosa. Pijesak se kreće, u zavisnosti od brzine vode, bilo kao vučeni, bilo kao suspendovani nanos, dok se glina i ilovača transportuju u vidu suspendovanog nanosa.

Podjela riječnog nanosa na vučeni i suspendovani (pri čemu krupnije čestice spadaju u prvu, a sitnije u drugu kategoriju), uslovnog je karaktera, jer ista čestica može biti sitna u jednim, a krupna u drugim uslovima. To naročito važi za oblast pri dnu, gdje podjela nanosa nije jasno izražena i gdje se čestice, u zavisnosti od trenutnih hidrauličkih uslova, kreću u vidu suspendovanog ili vučenog nanosa.

Osobine riječnog nanosa se mogu razmatrati sa geološkog i hidrauličkog stanovišta. U prvom slučaju je riječ o analizi porijekla nanosa, njegove mineralne strukture i otpornosti na razne mehaničke, termičke i hemijske uticaje. Za hidrotehničku struku su međutim bitne samo one osobine nanosa koje utiču na hidrauličke karakteristike toka i na morfološke karakteristike korita.

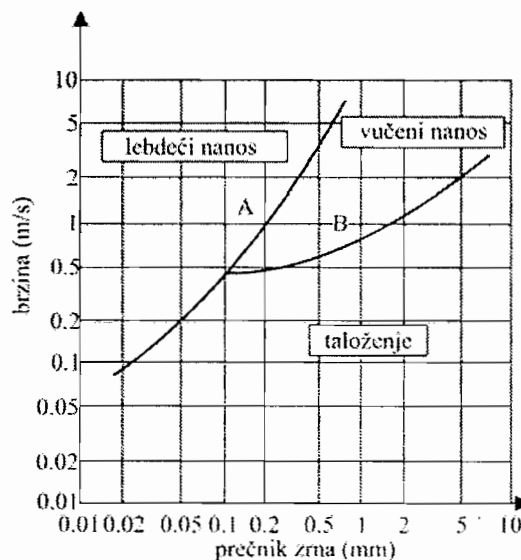
Razlukuju se dvije vrste materijala od kojih je sastavljen nanos: (i) vezani (koherentni) materijali obuhvataju vrlo sitne čestice prašine i gline, dok (ii) nevezani (nekoherentni) materijali obuhvataju zrna pijeska i šljunka. Od interesa je prvenstveno materijal iz ove druge kategorije.

U literaturi postoje različite klasifikacije riječnog nanosa, s obzirom na dimenzije pokrenutog materijala. Jedna od postojećih klasifikacija, u sažetoj formi, prikazana je u tabeli 4.5. preko karakterističnih prečnika ovih zrna i odgovarajućih naziva pojedinih klasa.

Tabela 4.5. Skala krupnoće zrna nanosa /9/

| Klasa | Dimenzije |
|--------------------------|-----------------|
| glina | 0,2 – 2 mikrona |
| ilovača | 2 – 20 mikrona |
| sitni pijesak | 0,02 – 0,2 mm |
| pijesak srednje krupnoće | 0,2 – 0,5 mm |
| krupan pijesak | 0,5 – 2 mm |
| šljunak | 2 – 20 mm |
| oblutak | 20 – 200 mm |

Jedna od mogućih zavisnosti prosječnih vrijednosti brzine toka i prečnika zrna, koja definiše režim transporta i taloženja nanosa, prikazana je na slici 4.48. Na slici su nanijete dvije krive. Kriva *A* ograničava zonu kretanja lebdećeg nanosa. Kriva *B* definiše početak kretanja vučenog nanosa na horizontalnom dnu. Kao što se na slici vidi, u zavisnosti od brzine vode, zrno datog prečnika (pijesak), može se kretati lebdeći ili po dnu, ili kao vučeni nanos. Krive *A* i *B* dijele polje brzina-prečnik zrna na tri zone, koje orijentaciono odgovaraju režimu transporta i taloženja materijala u turbulentnom toku.



Slika 4.48. Režim transporta i taloženja nanosa u turbulentnom toku /10/

4.6.2. Fizička svojstva riječnog nanosa

Karakteristike nanosa se mogu definisati na nivou pojedinačnog zrna i na nivou grupe zrna koja čine mješavinu nanosa. Naučna disciplina koja se time bavi, zove se "psamologija".

Osnovna fizička svojstva pojedinačnog zrna

Osnovna fizička svojstva pojedinačnog zrna su: gustina , krupnoća, oblik i brzina tonjenja (hidraulička krupnoća).

Gustina zrna riječnog nanosa je uslovljena mineralnim sastavom. Pretežno je prisutan kvarc, a mogu u određenoj mjeri biti zastupljeni i minerali veće gustine, kao što su magnetit, hornblenda i drugi /9/. Vrijednosti gustine nanosa kreću se u uskom rasponu od 2,6 do 2,7 t/m³, a u proračunima se najčešće usvaja vrijednost $\rho_s = 2,65 \text{ t/m}^3$. U teorijskim razmatranjima se kao pogodna bezdimenzionalna veličina, koristi relativna gustina nanosa (u odnosu na gustinu vode ρ):

$$s = \frac{\rho_s}{\rho} = 2,65, \quad \text{ili,} \quad (4.111)$$

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} = 1,65. \quad (4.112)$$

Gustina zrna bitno utiče na njegovu pokretljivost u riječnom toku. Upoređujući zrna istih dimenzija, ona sa većom gustinom se teže pokreću sa riječnog dna, a ako su u suspenziji, imaju veću brzinu tonjenja.

Krupnoća nanosa se, pretpostavljajući da je zrno sfernog oblika, opisuje karakterističnim prečnicima i karakterističnim brzinama tonjenja. Karakteristični prečnici su /9/: (i) nominalni prečnik (prečnik lopte koji ima istu masu i gustinu, odnosno zapreminu kao zrno nanosa), (ii) prečnik na situ (prečnik zrna koje prolazi kroz kvadratni otvor sita određenih dimenzija, ali ne i kroz manji otvor slijedećeg sita iz kompleta sita sa otvorima standardizovanih dimenzija, (iii) prečnik taloženja (prečnik kvarcnog zrna sfernog oblika koje ima istu brzinu tonjenja kao prirodno zrno nepravilnog oblika, u istom fluidu, pod istim uslovima, i (iv) standardni prečnik tonjenja (prečnik lopte koja ima istu gustinu kao čestica nanosa i istu uniformnu brzinu tonjenja u mirnoj destilovanoj vodi neograničene zapremine, pri temperaturi od 24 °C).

Karakteristične brzine su: brzina taloženja (uniformna brzina tonjenja pojedinačne čestice u mirnoj vodi neograničene zapremine) i standardna brzina tonjenja (uniformna brzina tonjenja pojedinačne čestice u mirnoj destilovanoj vodi neograničene zapremine, na temperaturi od 24 °C. Karakteristične brzine tonjenja se koriste za definiranje krupnoće sitnih čestica (ispod 0,062 mm), koje se ne mogu prosijavati. Krupnoća zrna u dinamičkim uslovima riječnog toka se mijenja u prostoru i vremenu, usljed mehaničkih, toplotnih, hemijskih i drugih uticaja. Mehaničko usitnjavanje zrna – abrazija, odvija se postepeno, habanjem, ili naglo, udarom krupnih komada. Taj proces je uslovljen nizom faktora, kao što su mineralni sastav, sila trenja, sila udara, količina nanosa, neravnomjernost krupnoće itd.

Oblik čestica riječnog nanosa može biti veoma raznovrstan, počevši od loptastog, pa do pljosnatog. Oblik zrna se mijenja tokom vremena. Zavisí od mineralnog sastava i dužine prevaljenog puta na kome je zrno izloženo raznim mehaničkim, hemijskim i toplotnim uticajima. Pod oblikom čestice podrazumijevaju se njene geometrijske karakteristike, bez obzira na dimenzije. Smatra se da dvije čestice imaju isti geometrijski oblik, odnosno da su geometrijski slične, ukoliko su odnosi karakterističnih dužina jedne i druge čestice identični.

Definicija oblika zrna je važna za analizu ponašanja nanosa u hidrodinamičkim uslovima. Pokazatelji oblika faktor sferičnosti i faktor oblika definisani su pomoću tri međusobno ortogonalne dužine (a, b, c), od kojih je a – najveća, b – srednja, a c – najmanja, na slijedeći način:

$$S_f = \sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{c}{b}\right)} - \text{faktor sferičnosti,} \quad (4.113)$$

$$S_p = \frac{c}{\sqrt{a \cdot b}} - \text{faktor oblika.} \quad (4.114)$$

Treba naglasiti da direktno proučavanje oblika čestica nanosa nije interesantno samo za sebe, već zato što čestice svojim oblikom i dimenzijama utiču na vrijednost koeficijenta hrapavosti riječnog korita.

Brzina tonjenja (hidraulička krupnoća) je osnovni faktor u međusobnim odnosima riječnog toka i riječnog nanosa, bez obzira da li se nalazio na dnu, obalama ili u vidu suspenzije. Kod definiranja brzine tonjenja razmatra se relativno kretanje čestice nanosa pod uticajem gravitacije, u neograničenoj zapremini mirne vode. U početku je tonjenje čestice ubrzano, ali nakog kratkog vremena postaje

jednoliko, a brzina tonjenja W konstantna. Izraz za brzinu tonjenja sfernog zrna se u opštem slučaju može izvesti iz osnovnih Navie-Stoksovih jednačina /9/:

$$W = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{l}{C_d} \cdot \Delta \cdot g \cdot d} \quad (4.115)$$

gdje je:

$C_d = C_d(R_e, S_p)$ - koeficijent sile otpora (određuje se ekperimentalno),

R_e - Rejnoldsov broj čestice,

S_p - faktor oblika zrna

$\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho$ - relativna bezdimenzionalna gustina zrna,

g – ubrzanje zemljine teže,

d – prečnik zrna.

Ostala fizička svojstva su: *mineralni sastav* čestica nanosa, *hrapavost površine* čestica nanosa, *orijentacija* čestica nanosa u riječnom koritu i *abrazija* čestica riječnog nanosa.

Mineralni sastav nanosa je od bitnog značaja za gustinu nanosa, veličinu čestica, oblik i hidrauličku krupnoću. Podatak o *hrapavosti* površine čestica nanosa interesantan je sa stanovišta proučavanja procesa abrazije kroz koji je prošla razmatrana čestica. Karakter površine varira od glatke do izrazito hrapave. Pod *orijentacijom* čestice podrazumjeva se njen položaj, kako u pokretu, tako i nakon istaložavanja. Orijetacija u toku kretanja ne mora biti identična orijentaciji čestice koja se nalazi u stanju mirovanja. *Abrazija* čestica nanosa nastaje kao posljedica međusobnog sudaranja čestica nanosa u pokretu, kao i nanosa u pokretu i onog koji se nalazi u stanju mirovanja.

Fizička svojstva mješavine nanosa

Osnovna fizička svojstva mješavine čestica su granulometrijski sastav, poroznost, zapreminska masa i ugao unutrašnjeg trenja.

Granulometrijski sastav je svakako najznačajnija karakteristika mješavine riječnog nanosa, pored ostalog i zato što oblik čestica, pa i zapreminska masa variraju u zavisnosti od krupnoće, u granicama koje se mogu grubo definisati. Kategorija šljunkova i pijeskova je vrlo značajna u režimu nanosa, pošto većim dijelom predstavlja vučeni nanos u rijeci. Ujedno, kategorija šljunkova igra

značajnu ulogu u proučavanju lokalne erozije i hidrauličke hrapavosti riječnog korita. Kategorija prašine i gline je posebno interesantna sa stanovišta režima suspendovanog nanosa.

Granulometrijski sastav riječnog nanosa određuje se na više načina, s tim što primijenjeni postupak zavisi od krupnoće nanosa koji se analizira:

- (i) određivanje krupnoće pojedinačnih komada,
- (ii) određivanje granulometrijskog sastava nanosa prosijavanjem kroz sistem sita, i
- (iii) određivanje granulometrijskog sastava posredno preko brzine istaložavanja nanosa u mirnoj vodi (hidraulička krupnoća).

Za nanos čiji je prečnik veći od 64 mm (vrlo krupan šljunak, obluci, gromade), određuje se krupnoća pojedinačnih komada. Ova krupnoća se definiše preko nominalnog prečnika, koji se određuje indirektno, uranjanjem komada u vodu i mjerenjem njegove zapremine. Kod krupnih komada je relativno izražena sferičnost, što znači da je nominalni prečnik približno jednak dužini srednje osovine.

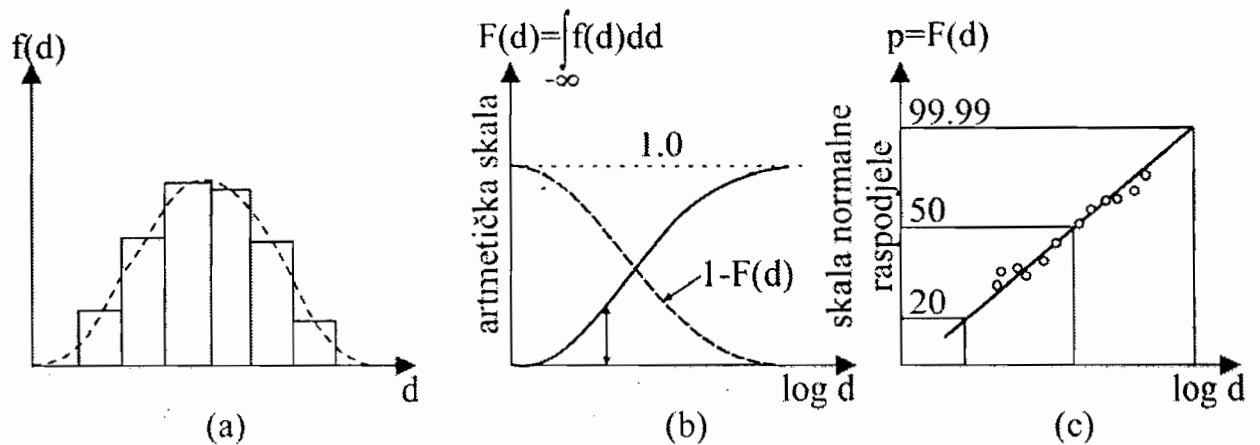
Metoda prosijavanja kroz sistem sita primjenjuje se za nanos krupnijeg granulometrijskog sastava (kategorija pijeska i šljunka), i to za čestice čiji je prečnik zrna $d > 0,062 \text{ mm}$. Krupniji (šljunčani) nanos se prosijava u vlažnom stanju, a sitniji (pješčani) se suši prije prosijavanja. Minimalna masa pješčanog uzorka je 0,5 kg.

Prosijavanje se vrši kroz sita od pletene žice, sa kvadratnim otvorima standardnih dimenzija. Sita se postavljaju jedno na drugo tako što se veličine otvora smanjuju geometrijskom progresijom, od 5 do 0,04 mm, sa faktorom $\sqrt[4]{2}$ (američki standard), odnosno $\sqrt[10]{10}$ (evropski standard). Kompleti se sastoje od 20 do 30 sita, pri čemu svako sito ima svoj identifikacioni broj. Kolona sita se na dnu završava sudom za prihvatanje najfinijih čestica koje prolaze kroz sva sita. U parksi se ne mora uvijek koristiti komplet sita. Broj sita i veličine otvora se biraju tako da se ujednače ostaci na situ. Trajanje prosijavanja zavisi od načina na koji se sita "tresu" i od mase uzorka. Što je veći uzorak, potrebno je duže prosijavanje. Primjenom mehaničkog uređaja za trešenje kolone sita, period od 15 do 20 minuta je obično dovoljan.

Uzorak riječnog nanosa čine čestice koje se razlikuju po krupnoći, obliku, specifičnoj težini, brzini tonjenja itd. Da bi se odredile ove karakteristike, pribjegava se statističkoj obradi ovih parametara preko određenog broja podataka.

Način prikazivanja može biti u vidu histograma, krivih učestalosti i sumarnih krivih učestalosti.

Bazni podaci prosijavanja su količine nanosa zadržane na sitima (ostaci prosijavanja). Veličine otvora sita određuju klasne intervale (frakcije). Svaka frakcija je karakterisana reprezentativnim (srednjim) prečnikom i masom ostatka. Ako se ova masa izrazi relativno u odnosu na ukupnu masu uzorka, dobija se relativni ostatak. Raspodjela relativnih ostataka može se prikazati histogramom (slika 4.49).

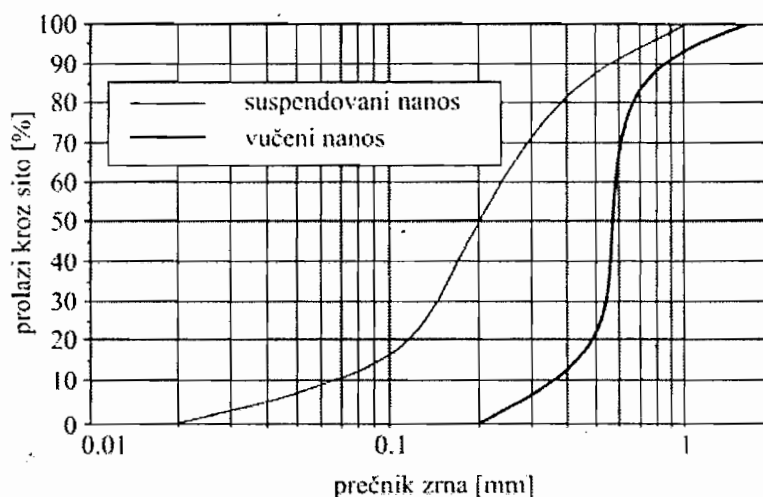


Slika 4.49: (a) Histogram krupnoće zrna; klasni intervali su definisani veličinom otvora na situ, odnosno odgovarajućim srednjim prečnicima d_i ($i = 1, 2, \dots, N$) i relativnim frekvencijama pojave $\tilde{f}_i = f(d_i)$. (b) Sumarne krive pokazuju stepen učešća prečnika većih /manjih od datog prečnika; sa ovih krivih, koje se zovu "krive granulometrijskog sastava", mogu se očitati vrijednosti karakterističnih prečnika: $d_{35}, d_{50}, d_{65}, d_{90}$ itd. (c) Sumarne krive, prikazane na dijagramu vjerovatnoće, imaju pravolinijski oblik ako se empirijska raspodjela krupnoće dobro prilagođava izabranoj teorijskoj raspodjeli vjerovatnoće /9/

Smanjenjem klasnih intervala, histogram relativnih frekvencija se transformiše u krivu frekvencije, kao što je pokazano na slici 4.49 (a). U statističkom smislu, kriva frekvencije predstavlja krivu empirijske gustine raspodjele krupnoće nanosa.

Sumarne krive frekvencije se dobijaju kumulativnim sabiranjem relativnih frekvencija krupnoće (relativnih ostataka na situ), tako da se dobija kriva $F(d)$ (slika 4.47 (b)). Ova kriva ima oblik razvučenog slova "S" i teži vrijednosti 1,0. Ona pokazuje učešće čestica krupnijih od nekog datog prečnika ("kriva krupnije od"). Njoj komplementarna sumarna kriva $1 - F(d)$ pokazuje učešće sitnijih čestica od datog prečnika ("kriva sitnije od"). U statističkom smislu, obje krive predstavljaju kumulativne krive raspodjele i zovu se "granulometrijske krive". Ako

su na ordinati vrijednosti nanijete u procentima, sumarne krive se zovu i *krive zastupljenosti* krupnoća. Granulometrijske sumarne krive se obično prikazuju u tzv. semi-logaritamskoj razmjeri (slika 4.50). Ako se međutim, umjesto aritmetičke podjele, na ordinati prikaže skala nekog teorijskog zakona raspodjele vjerovatnoće i ako se na većem dijelu dijagrama konstatuje pravolinijska zavisnost (slika 4.49 (c)), onda to znači da usvojena teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće dobro aproksimira stvarnu, empirijsku raspodjelu vjerovatnoće.



Slika 4.50. Tipične granulometrijske krive riječnog nanosa

Za analizu uzorka mješavine izraženo neuniformnog granulometrijskog sastava, neophodno je najprije izvršiti razdvajanje uzorka na krupne frakcije koje se ispituju na nivou pojedinačnih zrna (komada), na frakcije koje se mogu prosijavati i na najsitnije frakcije (krupnoće ispod 0,062 mm), koje se moraju ispitati posebnim metodama. Sušenje najsitnijih frakcija prije granulometrijske analize nije dozvoljeno, jer sljepljivanje čestica nepovoljno utiče na rezultate.

Krupnoća vrlo sitnih čestica nanosa iz kategorije sitnog pijeska i prašine, izražava se preko hidrauličke krupnoće, koja se određuje metodama *kumulativnog i frakcionog taloženja* [9].

Metoda kumulativnog taloženja zahtjeva aparaturu koja se sastoji od vertikalne staklene cijevi ispunjene vodom, na čijem donjem kraju se nalazi metalna ploča, na koju se čestice talože. Ploča je ustvari tas precizne vage pomoću koje se mjeri povećanje mase istaloženog materijala tokom vremena. Na taj način se može utvrditi sumarna kriva taloga u apsolutnom i relativnom smislu, kao i kriva relativnih frekvencija, po vremenskim intervalima. Kako su odgovarajuće srednje brzine taloženja W jednake odnosu dužine cijevi i datih vremenskih intervala, lahko se mogu definisati funkcije empirijske raspodjele $F(W)$ i $f(W)$ i sprovesti statističke analize. Za metodu *frakcionog taloženja* koristi se tzv. frakciometar

Hidrometrija

pomoću kojega se mjeri brzina taloženja krupnih čestica suspendovanog nanosa (d veće od 0,062 mm). Za određivanje krupnoće najsitnijih čestica iz kategorije prašinih i glinovitih materijala, koriste se specifične geomehaničke metode (dekantacija, aerometrisanje).

Generalno, nanos postaje sve sitniji duž riječnog toka usljed segregacije i abrazije, tako da se procentualno učešće sitnih frakcija nizvodno povećava, a krupnih smanjuje. Na ušćima pritoka međutim, može se registrovati lokalno povećanje učešća krupnih frakcija, jer po pravilu pritoke unose krupniji nanos.

Poroznost je udio zapremine pora ili šupljina V_p u zapremini uzorka V :

$$\lambda_0 = \frac{V_p}{V} \cdot 100 \quad (\%) \quad (4.116)$$

Na poroznost utiču brojni faktori: granulometrijski sastav, oblik zrna, zbijenost itd. Sitnozrni nanos ima veću poroznost od krupnozrnog. Razlikuje se *ukupna i efektivna poroznost*. Prva podrazumijeva sve pore, a druga, samo međusobno povezane pore.

Zapreminska masa mješavine ρ_z predstavlja odnos mase uzorka nanosa (sa šupljinama) i njegove zapremine. Može se izraziti preko gustine nanosa i ukupne poroznosti na slijedeći način:

$$\rho_z = (1 - \lambda_0) \cdot \rho_s \text{ (u suhom)} \quad (4.117)$$

$$\rho'_s = \lambda_0 \cdot \rho + (1 - \lambda_0) \cdot \rho_s \text{ (pod vodom)} \quad (4.118)$$

Zapreminska masa krupnog pješčanog i šljunčanog nanosa se kreće u granicama od 1,5 do 2,0 t/m³.

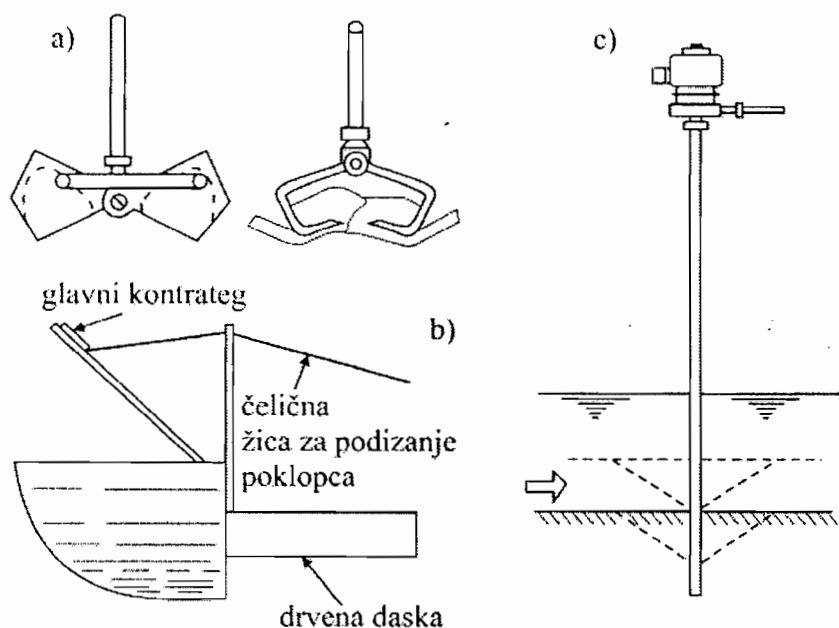
Ugao unutrašnjeg trenja se vezuje za stanje granične ravnoteže materijala, odnosno za ono naponsko stanje pri kome zrna, usljed narušene ravnoteže, postaju nestabilna. Razlikuje se ugao unutrašnjeg trenja suhog (Φ) i vlažnog materijala (Φ'). Ugao unutrašnjeg trenja se povećava sa stepenom nepravilnosti oblika zrna.

Kod pješčanog nanosa je $\Phi = 26 - 34^\circ$ u suhom, a $\Phi' = 15 - 25^\circ$ u vlažnom stanju. Kod mješavine nanosa, ugao unutrašnjeg trenja se nakon prosijavanja određuje za svaku frakciju. Veličina $f = tg\Phi$ zove se "koeficijent trenja" i

predstavlja odnos tangencijalne prema normalnoj komponenti napona u uslovima graničnog naponskog stanja. Odnos koeficijenta trenja vlažnog i suhog materijala je: $f' = \text{tg}\Phi' = 2/3 f$.

4.6.3. Metode mjerenja pronosa vučenog nanosa

Uzorci vučenog nanosa zahvataju se iz riječnog dna i iz nanosa u pokretu. Nanos sa dna zahvata se, u zavisnosti od karakteristika vodotoka i samog nanosa, pomoću različitih tipova hvatača (slika 4.51).



Slika 4.51. Različiti tipovi uređaja za zahvatanje nanosa iz riječnog dna (a) grajfer, (b) lopata, (c) uređaj za zahvatanje sitnozrnog materijala sa dna

Osnovna karakteristika uređaja prikazanih na slici 4.51 je da oni obezbjeđuju zahvatanje samo poremećenog uzorka. U novije vrijeme usavršeni su specijalni uređaji za zahvatanje neporemećenog uzorka iz muljevitog dna. Ti uređaji se pomoću čeličnog cilindra utiskuju u muljevito dno. Opremljeni su rashladnim uređajem pomoću kojega se uzorak rashladi i na taj način ostaje neporemećen. Zahvaćeni poremećeni i neporemećeni uzorci nanosa sa dna koriste se za definiranje granulometrijskog sastava, mineraloškog sastava, kao i osnovnih fizičkih svojstava riječnog nanosa.

Mjerenje pronosa (transporta) vučenog nanosa treba posmatrati u kontekstu analize režima nanosa, pri čemu se fizičke i kinematičke karakteristike nanosa (količina, granulometrijski sastav, brzina kretanja, godišnji pronos itd.), dovode u vezu sa hidrološko-hidrauličkim režimom vodotoka i morfološkim promjenama riječnog

korita. Cilj mjerenja može biti i izučavanje načina kretanja nanosa, kao i određivanje vrijednosti parametara nekog obrasca, da bi se ovaj mogao koristiti za predviđanje pronosa u hidrauličkim uslovima koji nisu obuhvaćeni mjerenjem, ili u uslovima koji su izmijenjeni regulacionim radovima.

Zahvatanje uzoraka vučenog nanosa iz nanosa u pokretu, odnosno metode mjerenja pronosa vučenog nanosa mogu se podijeliti u tri osnovne grupe:

- metode u kojima se koriste mehanički hvatači,
- metode u kojima se koriste razne vrste obilježivača, ili trasera,
- specijalne metode.

Bez obzira na izbor metode, mjerenja predstavljaju dugotrajan i skup posao, jer moraju biti opsežna da bi se obuhvatio cio opseg protoka, što bolje sagledao psamološki režim i smanjio uticaj neizvjesnosti i grešaka.

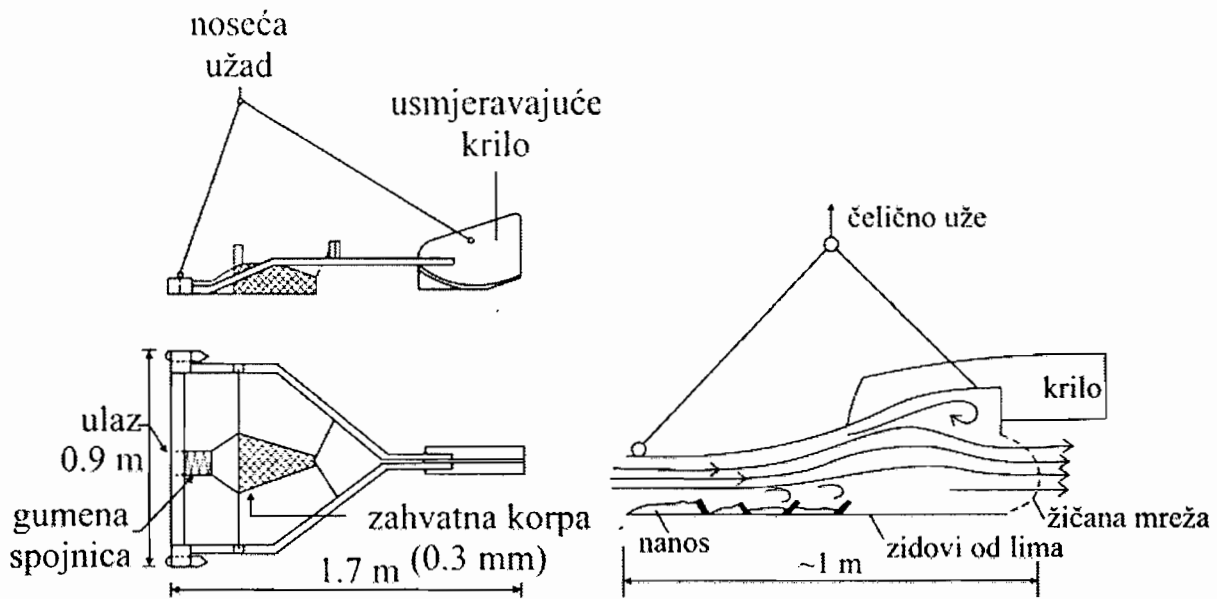
Mjerenje pomoću mehaničkih hvatača

Uzorci riječnog nanosa mogu se horizontalno ili vertikalno zahvatati iz riječnog korita pomoću raznih uređaja, kao što su metalni cilindri, grabilice, vakum pumpe itd. Riječ je o "poremećenim uzorcima" koji se koriste za analize granulometrijskog sastava. Zahvatanje vučenog nanosa mehaničkim hvatačima ne remeti strukturu materijala na riječnom dnu i predstavlja uzimanje "neporemećenih" uzoraka, koji se koriste za određivanje pronosa vučenog nanosa i njegovog granulometrijskog sastava.

Mehanički hvatači se izrađuju kao pomjerljivi uređaji, u obliku poslužavnika i kutija, ili u vidu šahтова koji se ukopaju u riječno dno.

Pomjerljivi hvatači u obliku kutija izrađeni su od žice ili lima. Na prednjoj strani imaju otvor kroz koji nanos ulazi kada se uređaj položi na riječno dno. Voda slobodno struji u unutrašnjosti hvatača, ali se brzina toka smanjuje, a nanos zadržava. Nakon određenog perioda, uređaj se sa nanosom vadi iz rijeke, a zahvaćeni uzorak, mjeri. Zahvatanje se obavlja u više vertikala jednog profila.

Dvadesetak tipova hvatača koji su u svijetu do sada razvijeni, mogu se podijeliti na one koji se koriste za krupan nanos i one koji su namijenjeni sitnom pješčanom materijalu. Hvatači iz prve kategorije imaju zidove od žičane mreže sa otvorima veličine 3-4 mm (slika 4.52). Hvatači iz druge kategorije imaju pune zidove, od lima. U našoj zemlji se koristi jedna verzija tzv. Karoljijevog hvatača. Ovaj uređaj je pogodan za mjerenje pronosa kako sitnog, tako i krupnog nanosa.



Slika 4.52. Mehanički hvatači: (a) Holandski hvatač tipa Arnhem, (b) Karoljijev hvatač

Prisustvo hvatača na dnu lokalno remeti strujnu sliku, povećava otpor i mijenja brzinu toka, tako da se efektivno zahvati svega oko 40-60 % nanosa u pokretu. Efikasnost uređaja zavisi i od drugih faktora, kao što su stabilnost, kontakt sa dnom i stepen ispunjenosti (odnos zapremine hvatača i zapremine uzorka).

Korištenje hvatača se ne može zamisliti bez prethodne kalibracije, koja se obavlja ispitivanjem modela hvatača (ili što je zbog efekata razmjere bolje, prototipa hvatača) u laboratorijskom kanalu u kome je pronos nanosa poznat. Za svaki uređaj definiše se vrijednost "koeficijenta korisnog dejstva" – odnos izmjerenog i stvarnog pronosa. Za većinu hvatača, ta vrijednost ne prelazi 50 %.

Mehanički hvatači imaju slijedeće nedostatke /9/:

- *Ograničena tačnost.* Relativno niska efikasnost je posljedica više uzroka: značajnog lokalnog poremećaja strujne slike, lošeg kontakta hvatača sa dnom ili njegove nepovoljne orijentacije u odnosu na strujnice (sitne čestice prolaze ispod hvatača ili ga zaobilaze), poremećaja koji nastaju rukovanjem, gubitka sitnih frakcija koje se ispiraju prilikom izvlačenja uređaja na površinu itd.
- *Osjetljivost na prisustvo dina.* Ako je pješčano dno formirano u vidu dina, izvjesno je veliko rasipanje rezultata mjerenja, jer ovi zavise od položaja hvatača u odnosu na čelo dina. Zato je prije mjerenja pronosa, poželjno

- snimiti podužni profil korita i odrediti talasnu dužinu dina pomoću ehosondera (ultrazvučnog mjerača dubine).
- *Dugotrajnost mjerenja.* Stohastička priroda kretanja nanosa takođe uslovljava značajno rasipanje mjernih rezultata. Da bi se rezultati statistički obradili, neophodno je ponoviti mjerenje u svakoj vertikali, a da bi se definisala raspodjela nanosa po poprečnom presjeku, neophodno je obuhvatiti više vertikala.
 - *Složenost rukovanja.* Masa i dimenzije mehaničkih hvatača iziskuju stabilne plovne objekte sa dizalicama, a položaj hvatača na dnu se teško kontroliše.

Izbor mjernih profila, prilikom mjerenja, mora da zadovolji dva osnovna uslova: (i) riječna dionica mora biti stabilna, a uticaj neustaljenosti na pronos i formu riječnog dna ne smije tokom mjerenja biti jako izražen i (ii) mora postojati mogućnost pouzdanog mjerenja hidrauličkih elemenata toka (dubine, brzine itd.).

Izbor mjernih vertikala u jednom profilu usklađen je sa propisima koji važe za izbor vertikala u kojima se mjeri lokalna brzina toka, u cilju određivanja proticaja vode.

Treba imati u vidu da se istovremeno sa mjerenjem pronosa nanosa mjeri brzina toka i određuje protok vode. Hvatač vučenog nanosa se zapravo spušta na dno, u istim vertikalama u kojima se mjere brzine. Poznato je iz hidrometrije da se mjerenje lokalne brzine (u tački vertikale) obavlja pomoću hidrometrijskog krila.

Zahvatanje uzorka vučenog nanosa u pokretu započinje od trenutka kada hvatač dospije na riječno dno. Vrijeme zahvatanja zavisi od količine nanosa i kreće se od 0,5 – 15 minuta. Nanos se u jednoj vertikali zahvata više puta. Uzorci krupnog materijala se u vlažnom stanju prosijavaju kroz sita sa veličinom otvora 3-50 mm, i mjere na decimalnoj vagi. Sitni materijal krupnoće ispod 3 mm, se suši prije prosijavanja kroz sita sa veličinom 0,13 – 2 mm. Za ovaj materijal se mora koristiti precizna vaga.

Mjerenje pomoću obilježivača

Princip ove tehnike mjerenja je da se zrna nanosa, obilježena materijama koje se zovu "obilježivači" ili "traseri", uključe u prirodni transportni proces i da se njihovim praćenjem stekne uvid u kinematičke karakteristike vučenog nanosa (što nije moguće kada se koriste mehanički hvatači). Praktična realizacija ove ideje zahtijeva da obilježena zrna po svojim karakteristikama i načinu kretanja

odgovaraju neobilježenom materijalu, da njihovo upuštanje bitno ne poremeti transportni proces i da praćenje njihovog kretanja bude efikasno.

U zavisnosti od karakteristika nanosa i drugih uslova, koriste se dvije vrste obilježivača /9/:

- *Fluorescentni obilježivači* su specijalne boje koje se vide pod ultraljubičastim osvjetljenjem. Ove boje se nanose na zrna pijeska ili šljunka, pa se tako obilježeni materijal unosi u riječni tok. Uzorci se uzimaju nizvodno od mjesta upuštanja i određuje se koncentracija (udio obilježenih zrna u ukupnom broju zrna koja čine uzorak). Ovaj tip obilježivača nije pogodan za vrlo sitan nanos i nanos sa značajnim sadržajem glinovitih čestica. Tačnost mjerenja zavisi od krupnoće zrna i veličine uzorka. Razvijeno je nekoliko tipova elektronskih "brojača" za određivanje broja obilježenih zrna u uzorku, uz mogućnost razlikovanja koncentracije po frakcijama.
- *Radioaktivni obilježivači* su radioaktivni izotopi – izvori γ – zraka, sa poluvremenom raspada od nekoliko dana do nekoliko mjeseci (najčešće se koriste skandijum, hrom, tantal, iridijum i zlato). Obilježavanje prirodnog materijala koji je uzet sa riječnog dna se vrši hemijskim postupkom, adsorpcijom po površini zrna. Kvalitet rezultata se povećava ako se izvrši obilježavanje frakcija različitim radioaktivnim traserima. Ponekad je pogodnije da se umjesto riječnog nanosa koristi vještački materijal – drobljeno staklo, u čiji hemijski sastav ulaze određeni elementi (iridijum, skandijum) koji poslije ozračivanja postaju radioaktivni. Za krupan šljunčani nanos se koristi tehnika ugrađivanja radioaktivne žice, sa zatvaranjem otvora parafinom ili cementom.

Stepen radioaktivnosti se mjeri iz broda, pri čemu se mjerni uređaj nalazi na brodu ili na saonici koje brod vuče po dnu. Za mjerenje se koriste Gajger-Milerovi (Geiger-Mueller) i scintilacioni brojači. Da bi se traser u potpunosti izmiješao sa neobilježenim nanosom, mjerenja se obavljaju na dovoljno velikom odstojanju (nekoliko talasnih dužina dina), nizvodno od mjesta ispuštanja obilježivača. Radioaktivni traseri ne iziskuju vađenje uzoraka i u principu su efikasnije sredstvo za izučavanje kinematike vučenog nanosa od fluorescentnih traseri, ali je njihovo korištenje vezano sa opasnostima radioaktivnog zagađenja.

Specijalne metode

Od brojnih specifičnih metoda za procjenu pronosa vučenog nanosa, ovdje se pominju samo dvije: metoda mjerenja pomijeranja dina i metoda zvučne detekcije.

Metoda mjerenja pomijaranja dina je primjenjiva ako je korito formirano u pješčanom materijalu, a zasniva se na mjerenju dimenzija dina i praćenju njihove migracije pomoću ehosondera. Dobra strana ove metodologije je što u potpunosti eliminiše fluktuacije pronosa po vremenu, a mana joj je što iziskuje opsežna mjerenja /9/.

Metoda zvučne detekcije se zasniva na mjerenju učestalosti udara zrna nanosa na metalnu ploču koja je postavljena na riječno dno. Intenzitet zvučnog signala (šuma) registruje se pomoću magnetofona, a kalibracijom se dovodi u linearnu vezu sa količinom nanosa u pokretu. Proces kalibracije je vrlo složen i dugotrajan, jer je neophodno eliminisati (filtrirati) parazitske šumove. Ova metoda nije našla širu primjenu u praksi.

4.6.4. Određivanje pronosa vučenog nanosa

Osnovni vid obrade uzoraka vučenog nanosa zahvaćenih pomoću mehaničkih hvatača predstavlja određivanje granulometrijskog sastava, zatim određivanje karakteristika oblika, mineraloškog sastava i konačno pronosa nanosa.

Kao rezultat zahvatanja uzoraka dobija se prosječna kriva granulometrijskog sastava nanosa u pokretu, kao i kriva jediničnog pronosa (slika 4.53). Na osnovu granulometrijskih krivih u nizu vertikalna definiše se prosječna kriva za cio profil, a za sve mjerne vertikale i sve identifikovane frakcije nanosa, određuje im se masa u (kg), na osnovu čega se računa jedinični pronos nanosa (proticaj mase), na jedinicu širine toka, g_{mv} , pomoću izraza:

$$g_{mv} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i}{b_0 \sum t} \quad (\text{kg/sm}) \quad (4.119)$$

gdje je:

G_i - masa i-te frakcije nanosa (kg),

b_0 - širina ulaznog otvora hvatača (m),

$\sum t$ - ukupno vrijeme zahvatanja uzorka (s).

Na osnovu sračunatih elementarnih pronosa nanosa, ukupan pronos vučenog nanosa Q_m kroz mjereni hidrometrijski profil, računa se po izrazu:

$$Q_{mv} = \int_0^{B_v} g_{mv}(B) dB \quad (\text{kg/s}) \quad (4.120)$$

gdje je B_v – širina pojasa kretanja vučenog nanosa.

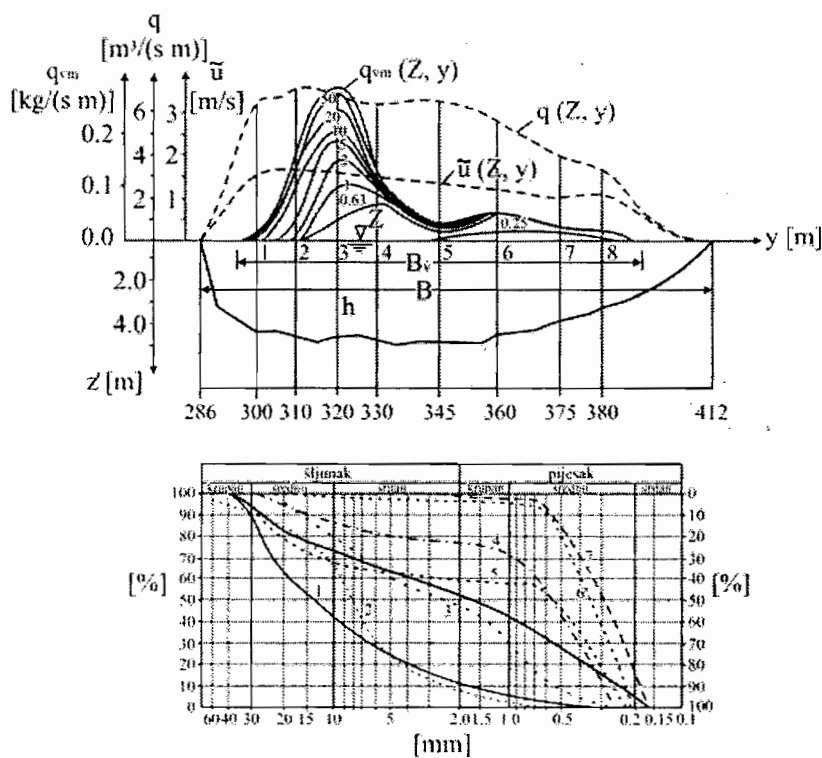
U hidrološkoj praksi, gornji integral se zamjenjuje slijedećom sumom:

$$Q_{mv} = \sum_{j=1}^m g_{mv}^j \cdot \Delta B_j \quad (\text{kg/s}) \quad (4.121)$$

gdje je:

m – ukupan broj vertikala u kojima je mjereno pronos vučenog nanosa,
 ΔB_j - razmak između dvije mjerne vertikale.

Šematski prilaz gornjeg proračuna dat je na slici 4.53.



Slika 4.53. Rezultat obrade mjerenja pronosa vučenog nanosa /9/

Hidrometrija

Za proračun pronosa vučenog nanosa pomoću radioaktivnog obilježivača neophodna su opažanja promjene koncentracije obilježivača po prostoru i vremenu $C_i(x, t)$. Najpouzdanije rezultate dala je metoda prostorne integracije, u okviru koje se u pojedinim vremenskim trenucima t_1, t_2, \dots, t_n mjeri prostorni raspored obilježivača u pravcu kretanja vučenog nanosa (x-osa):

$$C_1(x), C_2(x), \dots, C_n(x) \quad (4.122)$$

Položaj težišta obilježivača nalazi se pomoću izraza za proračun matematičkog očekivanja dijagrama koncentracije:

$$x_s = \frac{\int xC(x)dx}{\int C(x)dx} \quad (4.123)$$

na osnovu čega se izračunavaju vrijednosti: $x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sn}$ za odgovarajuće dijagrame koncentracije.

Prosječna brzina kretanja vučenog nanosa određuje se po formuli:

$$\bar{V}_s = x_s / \Delta t \quad (4.124)$$

Maseni proticaj vučenog nanosa kroz posmatrani poprečni profil računa se po formuli:

$$G_m = \rho_z \cdot \bar{B}_v \cdot \bar{V}_s \cdot \bar{h}_s \quad (4.125)$$

gdje su:

G_m - maseni proticaj vučenog nanosa [kg/s],

ρ_z - zapreminska masa nanosa u pokretu [kg/m³],

\bar{B}_v - srednja širina pojasa vučenja nanosa [m],

\bar{V}_s - srednja brzina transporta nanosa [m/s],

\bar{h}_s - srednja dubina pojasa vučenja nanosa u pokretu [m].

4.6.5. Pronos suspendovanog nanosa

Suspendovani (lebdeći) nanos je dio riječnog nanosa koji sa vodom kao nosećim fluidom, formira suspenziju. Mehanizam održanja čestica u suspenziji obuhvata s jedne strane, uticaj gravitacionog polja koje izaziva kretanje čestica ka dnu, a s druge, uticaje turbulentnih fluktuacija, koje vraćaju čestice ka površini. Održanje suspenzije je rezultat uravnoteženog djelovanja navedenih uticaja. Turbulentnost toka je dakle neophodan uslov za održanje i kretanje suspendovanog nanosa. U laminarnom toku ne postoji suspendovanje čestica.

Izučavanje suspendovanog nanosa je od izuzetnog značaja, jer je njegov udio u ukupnoj količini nanosa dominantan.

U analizi koritiformirajućeg suspendovanog nanosa (izostavlja se tranzitni nanos), postoje dva pristupa: (i) pristup zasnovan na teoriji turbulentne difuzije i (ii) pristup baziran na energetskim odnosima.

Pronos suspendovanih čestica turbulentnom difuzijom

Režim suspendovanog nanosa presudno zavisi od turbulentne strukture toka. Turbulencija je vrtložno kretanje fluida koje pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja sadrži širok spektar veličina vrtloga i odgovarajućih fluktuacionih frekvencija. Najveći vrtlozi, kojima odgovaraju nisko frekventne fluktuacije, određeni su graničnim uslovima i njihova veličina ima razmjere strujne oblasti. Veličina najmanjih vrtloga, kojima odgovaraju visoko frekventne fluktuacije, zavisi od viskoznosti fluida.

Veliki vrtlozi crpe kinetičku energiju glavnog (osrednjenog) toka sa kojim se kreću. Ta energija se dijelom utroši na trenje i transformiše u toplotu, a dijelom za formiranje novih, manjih vrtloga, sve dok se posredstvom viskoznosti i taj dio ne transformiše u toplotu /9/. Proces energetske disipacije, od većih vrtloga ka manjim, naziva se "energetska kaskada".

Skalarne veličine, kao što su na primjer koncentracija materije i toplota, prenose se konvekcijom glavnog toka (vremenski osrednjenom brzinom) i turbulentnom difuzijom – posredstvom fluktuacionih brzina. Ovaj složen proces se analitički može opisati samo uz brojne pretpostavke i uprošćenja.

Prva pretpostavka je da se na riječni tok može primijeniti model dvofaznog kontinuuma. Radi se o dvofaznoj fluidnoj sredini u kojoj su tečna i čvrsta faza istovremeno prisutne u svakoj elementarnoj zapremini, što znači da su obje faze

neprekidno raspoređene u prostoru. To u prirodi nije realno, jer se istoj tački ne mogu jednovremeno naći fluidni djelić i zrno nanosa, ali ako se "tačka" shvati kao elementarna zapremina u kojoj su posmatrane veličine osrednjene, model dvofaznog kontinuuma omogućava da se formulišu osnovni zakoni održanja u diferencijalnom obliku.

Druga pretpostavka je da su koncentracije suspendovanog nanosa u aluvijalnim tokovima relativno male. Zapreminski udio čvrste materije u ukupnoj zapremini se naziva "zapreminska koncentracija" C . Udio tečne faze je onda $(1-C)$. Zapreminska koncentracija je bezdimenzionalna veličina, a može se iskazati u procentima. Veličina $C_m = \rho_s \cdot C$ predstavlja masenu koncentraciju (kg/m^3), a $C_t = g \cdot \rho \cdot C$ - težinsku koncentraciju (N/m^3). Shodno modelu kontinuuma, pretpostavlja se da je funkcija koncentracije neprekidna u prostoru i vremenu.

U aluvijalnim tokovima se maksimalne koncentracije suspendovanog nanosa kreću u granicama od 3 – 6 %, a prosječne vrijednosti su obično ispod 1 %.

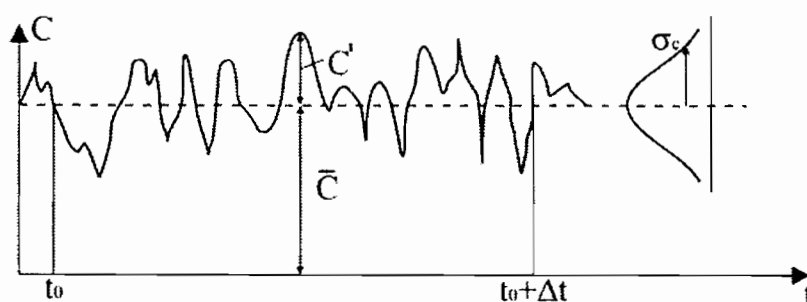
Na osnovu koncentracije se definiše gustina mješavine nanosa i vode:

$$\rho_m = \rho_s C + \rho(1 - C) = \rho + (\rho_s - \rho)C. \quad (4.126)$$

Tipične vrijednosti za aluvijalne tokove su: $\rho_m = 1,05 - 1,10 \text{ t/m}^3$. S obzirom da je usljed malih koncentracija $\rho_m \approx \rho = 1 \text{ t/m}^3$, riječni tokovi se mogu svrstati u "njutnovske fluide", koji se opisuju jednačinama klasične mehanike fluida [9].

Treća važna pretpostavka u razmatranju suspendovanog nanosa je da su čestice sitne. To znači da su u potpunosti integrisane u turbulentnu strukturu toka, da prate pulzaciona kretanja toka i svojim prisustvom ne utiču na njegove hidrodinamičke karakteristike.

Analitička razmatranja suspendovanog nanosa baziraju se na koncentraciji, kao osnovnoj promjenljivoj veličini. Na slici 4.54 je prikazana podjela trenutne koncentracije na vremenski osrednjenu i fluktuacionu komponentu.



Slika 4.54. Trenutna koncentracija u proizvoljnoj tački je zbir vremenski osrednjene koncentracije \bar{C} i fluktuacije C'

Lokalna koncentracija je:

$$C = \bar{C} + C' \quad (4.127)$$

njena vremenski osrednjena komponenta:

$$\bar{C} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} C(t) dt \quad (4.128)$$

4.6.6. Metode mjerenja pronosa suspendovanog nanosa

Kada se vrši analiza i proučavanje režima nanosa jednog riječnog toka, potrebno je raspolagati podacima o količinama nanosa koji tok pronosi u određenom periodu vremena, poznavati raspodjelu koncentracija suspendovanog nanosa po poprečnom presjeku toka za karakteristične vodostaje i u raznim sezonama, kao i promjenu granulometrijskog sastava materijala. Do ovih podataka dolazi se analizom reprezentativnih uzoraka vode koji se zahvataju u određenim tačkama poprečnog presjeka vodnog toka. U kojoj će mjeri ovi uzorci zaista biti reprezentativni, zavisi u mnogome od metode i pribora koji su upotrijebljeni za njihovo zahvatanje.

Iako dugotrajna i skupa, mjerenja su nezaobilazna. Računski rezultati zavise od dobro izmjerene referentne koncentracije. Pored toga, treba imati u vidu da tranzitni suspendovani nanos, koji kod nekih vodotoka ima dominantni udio, nije obuhvaćen postojećim metodama proračuna (osim što je sadržan u uzvodnom graničnom uslovu), tako da se njegov udio u ukupnom pronosu može procijeniti isključivo na osnovu terenskih mjerenja.

Mjerenja suspendovanog nanosa obuhvataju:

- zahvatanje uzoraka radi određivanja granulometrijskog sastava,
- određivanje rasporeda koncentracije po poprečnom presjeku,
- određivanje pronosa suspendovanog nanosa.

Način mjerenja i mjerni uređaji

Zahvatanje uzoraka vode sa suspendovanim nanosom obavlja se pomoću hvatača («batometara»), čija konstrukcija zavisi od načina zahvatanja, karakteristika toka i koncentracije nanosa. Uzimanje uzoraka se obavlja postepenim, kontrolisanim punjenjem boce određene zapremine, koja predstavlja glavni dio svakog hvatača.

Način zahvatanja je određen ciljevima analize; ako je cilj utvrđivanje rasporeda koncentracije po dubini, zahvatanje se obavlja u nizu tačaka jedne vertikale i u tom slučaju se koriste hvatači za lokalno uzimanje uzoraka. Za određivanje srednje koncentracije po vertikali se koriste hvatači-integratori.

Lokalno zahvatanje uzoraka se može obavljati po utvrđenom redosljedu mjernih tačaka, ili u više tačaka, odjednom. U obje varijante se istovremno i u istim tačkama mjere brzine vode. Uzimanje uzoraka mora biti dovoljno dugotrajno kako bi se odredila vremenski osrednjena koncentracija.

Mjerenje srednje koncentracije po dubini obavlja se tako što se hvatač-integrator spušta konstantnom brzinom od površine do dna (ili obratno), «pokrivajući» u jednom prolazu cio profil koncentracija, od najmanjih pri površini, do najvećih pri dnu. Za ovo je neophodno izabrati odgovarajuću zapreminu boce, usisnu cijev i brzinu spuštanja hvatača, kako se boca ne bi prepunila u toku rada. Ako se pretpostavi da je brzina punjenja jednaka brzini toka u svakoj tački vertikale, kao rezultat korištenja kalibrisanog hvatača se dobija po dubini osrednjena koncentracija.

Imajući u vidu opisane načine zahvatanje uzoraka, proizilazi da u radu moraju biti zadovoljena tri osnovna uslova /9/:

- zahvatanje ne smije remetiti lokalnu strujnu sliku; to podrazumijeva da su uređaji hidrodinamički oblikovani i da omogućavaju «izokinetičko zahvatanje», što znači da je brzina vode koja ulazi u hvatač jednaka brzini toka u tački zahvatanja,
- zahvatanje mora biti dovoljno dugotrajno, da bi vremensko osrednjavanje bilo moguće i da bi se prikupio dovoljan broj uzoraka,

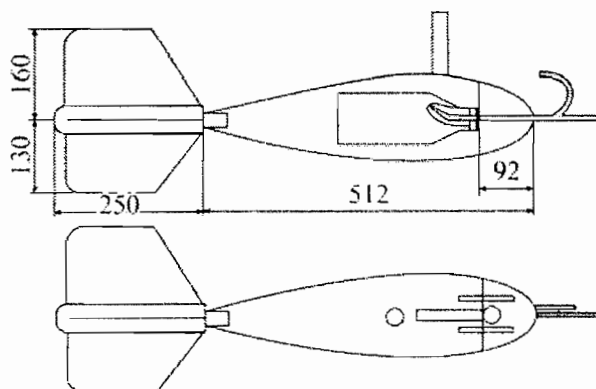
- zapremina uzorka mora biti dovoljna za sve analize; naknadno ponovljena mjerenja, s obzirom na stohastičku prirodu procesa, ne daju iste rezultate.

Mjerenjima je neophodno obuhvatiti različite hidrološke uslove, kako bi se mogle uspostaviti korelacione zavisnosti protoka vode i pronosa suspendovanog nanosa.

Hvatači sa bocom. Pri mjerenju koncentracije suspendovanog nanosa u riječnim tokovima, nekad je dovoljno poznavati srednju koncentraciju na vertikali, dok se u pojedinim slučajevima pojavljuje potreba da se prouči raspored koncentracija u nizu tačaka po dubini toka. Iz ovih potreba proizašla su i dva tipa hvatača sa bocom: hvatači integratori i hvatači za zahvatanje uzoraka u bilo kojoj tački toka. Ovaj posljednji tip hvatača je savršeniji model hvatača integratora i predstavlja u neku ruku dalji korak u poboljšanju osobina hvatača sa laganim punjenjem.

Postoje razna konstruktivna rješenja ovog uređaja. Razlikuju se po konstrukciji ulazne cijevi i po načinu na koji se vazduh odvodi iz boce u toku njenog punjenja. Neki hvatači su opremljeni zatvaračem pomoću koga se kontroliše brzina punjenja i sprečava da se boca prepuni, dok drugi imaju komoru za izjednačenje pritiska kako bi se ispunio uslov izokinetičkog zahvatanja.

Konstrukcija hvatača integratora (slika 4.55) osniva se na hipotezi da će hvatač zahvatiti integralnu, srednju probu vode na vertikali, pod uslovom da se hvatač pomjera, odnosno spušta u dubinu uniformnom vertikalnom brzinom i da je stepen punjenja takav da je brzina kojom voda ulazi, jednaka brzini toka u svakoj tački duž vertikale. Pod ovim uslovima, iz zahvaćene probe vode dobija se srednja koncentracije suspendovanog nanosa na vertikali /10/. Hvatač sa laganim punjenjem sastoji se u principu od tijela u kome je smještena boca za uzorak. Na čelu hvatača nalaze se dvije cijevi od kojih kroz prvu ulazi voda, a druga služi za evakuaciju vazduha iz boce prilikom njenog punjenja. Ovaj hvatač se većinom spušta u vodu pomoću užeta.



Slika 4.55. Hvatač – integrator

Hidrometrija

Drugi tip hvatača sa laganim punjenjem namijenjen je mjerenju koncentracija suspendovanog nanosa u bilo kojoj tački po dubini toka. Konstruktivno, ovaj hvatač se razlikuje od hvatača integratora u tome što je obavežno snabdjeven zatvaračem za zatvaranje cijevi za vodu i za izlaz vazduha kao i komorom za izjednačavanje spoljnog hidrostatičkog pritiska i pritiska u boci hvatača, kako bi se izbjeglo naglo punjenje hvatača kada se izvrši njegovo otvaranje na nekoj dubini ispod površine vode.

Pri uzimanju uzoraka pomoću hvatača-integratora, potrebno je pažljivo odabrati onu kombinaciju zapremine boce, prečnika usisne dizne i brzine spuštanja koja najbolje odgovara uslovima na terenu. Zapremina boce je ograničena (0,5-1,0 l), kao i prečnik usisne cijevi (4-6 mm), tako da je ključan izbor brzine spuštanja hvatača, koja se mora prilagoditi dubini na mjestu mjerenja i srednjoj brzini toka. Zato se prije uzimanja uzoraka mora utvrditi srednja brzina toka u posmatranoj vertikali.

Brzine spuštanja hvatača se kreću u rasponu 0,25-1,0 m/s, pri čemu je dužina vertikale konstruktivnim karakteristikama uređaja ograničena na dvanaestak metara.

Vakumni hvatači. Ovi uređaji se koriste u slučaju relativno malih koncentracija ($C < 0,5$ gr/l), kada je potrebno zahvatiti uzorak velike zapremine (do 40 l). Njima se mogu zahvatati uzorci u tački poprečnog profila do dubine od 20 m, pri brzini vode do 3 m/s, ili integralni uzorak pri brzini do 1 m/s. Podpritisak se formira pomoću ručne vazdušne pumpe.

Uređaji za kontinualno uzimanje uzoraka. Ako je potrebno utvrditi pronos nanosa u određenom profilu vodotoka koji je podložan naglim promjenama koncentracije, zahvatanje se obavlja neprekidnim pumpanjem vode iz jedne mjerne tačke, tako da se u toku dana prikupi više uzoraka. Za proračun dnevnog pronosa, potrebno je uzeti najmanje 6 uzoraka u 24 sata, pri čemu se uzorak formira neprekidnim zahvatanjem vode tokom 4 sata /10/.

Problemi zahvatanja uzoraka i tačnost mjerenja

Tačnost mjerenja pronosa suspendovanog nanosa je istog reda veličine kao tačnost mjerenja protoka na osnovu lokalnih brzina. Pitanje tačnosti je povezano sa ciljevima mjerenja. Prilikom provjere valjanosti pojedinih metoda proračuna, utvrđeno je da razlike između izmjerenog i sračunatog pronosa mogu iznositi do 200 % /10/.

Učestalost terenskih mjerenja se ne može unaprijed propisati, već se definiše u svakom konkretnom slučaju, shodno ciljevima mjerenja. Ako je cilj utvrđivanje ukupnog godišnjeg pronosa, generalno se preporučuje da se osmatranja koncentracije obavljaju što češće, a naročito u periodu velikih voda (što u uslovima velikih brzina toka nije uvijek moguće). Kako postoji određena veza između protoka vode i pronosa suspendovanog nanosa, plan terenskih mjerenja se može zasnovati na hidrološkim analizama promjene vodostaja. Treba međutim biti svjestan činjenice da su moguće velike greške u procjeni godišnjeg bilansa nanosa kod vodotoka sa izraženo promjenljivim vodnim režimom (bujični poplavni talas na malom slivnom području može u jednom danu pronijeti čak 40 % ukupne godišnje količine nanosa).

Osnovna obrada rezultata mjerenja

Laboratorijske analize uzoraka obuhvataju određivanje koncentracije suspendovanih čestica i njihovog granulometrijskog sastava. Po potrebi, vrše se petrografske i druge analize za specijalne potrebe.

Određivanje koncentracije. Koncentracija suspendovanog nanosa (mutnoća vode), veoma je važna fizička karakteristika suspendovanog nanosa. Predstavlja količinu suspendovane materije u jedinici zapremine vode. Obilježava se sa C i može biti: težinska C_t (N/m^3), masena C_m (kg/m^3) ili zapreminska C_z (\sim).

Masena koncentracija se određuje kao odnos mase čestica nanosa i zapremine uzorka. Za određivanje mase čestica koriste se dvije metode: isparavanja i filtracije.

Metoda isparavanja zahtijeva prethodno višednevno istaložavanje čestica iz zahvaćenog uzorka na sobnoj temperaturi. Smisao taloženja (koje se obavlja u specijalnim sudovima iz kojih se lahko može izdvojiti čista voda od vode sa talogom), je u tome da se smanji količina vode koju treba ispariti. Talog se suši u sušnici najmanje dva sata na temperaturi od $105\text{ }^{\circ}\text{C}$, zatim se mjeri na analitičkoj vagi, čija je tačnost 10^{-4} gr.

U normalnim slučajevima, ako je od interesa samo koncentracija, nanos se izdvaja filtriranjem pošto je ova metoda ekspeditivnija i jeftinija. *Filtracija uzorka*, kao metoda za razdvajanje čvrste od tečne faze, zasniva se na korištenju papirnog filtra koji se stavlja u stakleni lijevak. Voda prolazi kroz filter, a nanos se na njemu zadržava. Masa nanosa je jednaka razlici mase filtra prije i poslije filtracije, pri čemu se poslije filtracije filteri suše najprije na vazduhu, a zatim u sušnici na temperaturi od $105\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mjerenje zahtijeva preciznu analitičku vagu. Nedostatak

Hidrometrija

ove metode je u tome što je moguć prolaz kroz pore filtra čestica sitnijih od 0,0020 mm, kao i to što na rezultate utiče vlažnost vazduha u trenutku mjerenja.

Ako su koncentracije suspendovanog nanosa u vodi reda nekoliko (g/l) ili veće, mogu se sa uspjehom primijeniti tzv. indirektna metode za određivanje koncentracije. Ove metode su naročito pogodne za primjenu u uslovima terenskog rada, pri pojavama znatnijih koncentracija (na primjer kod bujičnih tokova), pošto se brzo dolazi do rezultata i ne zahtijevaju skupu opremu. Najčešće su u upotrebi dvije metode: prva bazirana na određivanju težine nanosa u uzorku vode i druga na određivanju specifične težine suspenzije (mješavine nanosa i vode).

Metoda sa određivanjem težine nanosa zahtijeva da specifična težina materijala bude poznata i da materijal bude uniforman. Razlika u težinama jednakih zapremina čiste vode i mješavine vode i nanosa ΔT , omogućava računanje težine suhog nanosa T_n .

$$T_n = \frac{\gamma_n}{\gamma_n - \gamma_v} \Delta T \quad (4.129)$$

gdje su γ_n i γ_v specifična težina nanosa i vode.

Specifična težina mješavine nanosa i vode γ_m određuje se pomoću areometra. Ako je specifična težina nanosa $\gamma_n = 1,65 \text{ g/cm}^3$ i vode $\gamma_v = 1,0 \text{ g/cm}^3$, onda se može pokazati da je koncentracija /.../:

$$C = 1,6(\gamma_m - 1) \quad (\text{g/l}) \quad (4.130)$$

Treba pomenuti i dvije savremene metode za kontinualno praćenje koncentracije suspendovanog nanosa u prirodnim vodotocima. Prva se bazira na korištenju radioaktivnih izotopa, gdje se, kao kod vučenog nanosa, mjeri intenzitet radioaktivnog zračenja. Slabije zračenje odražava veće koncentracije i obrnuto. Druga metoda se bazira na korištenju fotoelektričnog turbidimetra – uređaja za kontinualno mjerenje intenziteta svjetlosti pomoću fotoelektrične ćelije smještene u cijevi kroz koju struji voda. Obje tehnike neprekidnog praćenja koncentracije zahtijevaju prilično komplikovanu kalibraciju mjernih uređaja.

Određivanje granulometrijskog sastava. Treba se podsjetiti na činjenicu da se krupnoća finih čestica koje se ne mogu prosijavati, izražava preko brzine tonjenja (hidrauličke krupnoće) i da se raspodjela ove brzine određuje metodama kumulativnog i frakcionog taloženja. Razdvajanje po krupnoći filtracijom nije moguće kod prašinih i glinovitih materijala, jer se čestice sljepljuju prilikom filtracije.

4.6.7. Određivanje pronosa suspendovanog nanosa

Količina nanosa, suspendovanog ili vučenog, koja biva pronačena kroz posmatrani poprečni profil vodotoka u jedinici vremena, naziva se proticajem nanosa. Proticaj nanosa izražava se u (kg/s), a sumarni protok nanosa (za dan, mjesec, sezonu ili godinu) u tonama. Za proračun proticaja suspendovanog nanosa neophodno je u profilu istovremeno mjeriti koncentraciju nanosa i brzinu toka u nizu vertikala, čiji je broj uslovljen veličinom vodotoka (prema propisima), ali zavisi i od svrhe i željene tačnosti mjerenja. Broj vertikala i broj tačaka na svakoj vertikali uzima se u skladu sa uputstvima za mjerenje proticaja vode (poglavlje 4.5).

Jedinični pronos suspendovanog nanosa na jednoj mjernoj vertikali dobija se osrednjavanjem izmjerenih brzina i koncentracija po dubini:

$$q_s = \bar{v} \cdot d \cdot \bar{C} = q \cdot \bar{C}; \quad [kg / (sm)] \quad (4.131)$$

a ukupni pronos pri datom vodostaju se dobija integracijom po profilu (slika 4.56):

$$Q_s = \int_0^B q_s(y) dy; \quad [kg / s] \quad (4.132)$$

gdje je:

- \bar{v} - srednja brzina vode u mjernoj vertikali,
- d - dubina vode u mjernoj vertikali,
- \bar{C} - srednja koncentracija nanosa u mjernoj vertikali,
- q - jedinični proticaj vode u mjernoj vertikali.

Srednja profilska koncentracija jednaka je:

$$\bar{C}_p = Q_s / Q \quad (4.133)$$

gdje je Q proticaj vode, dok je srednja koncentracija na j -toj vertikali:

$$C_v^j = q_s^j / q_j \quad (4.134)$$

gdje je q_j elementarni proticaj vode.

Kod rutinskih mjerenja proticaja nanosa dovoljno je zahvatiti po jedan integralni uzorak na svakoj brzinskoj vertikali (vertikala u kojoj se mjere brzine vode). Na taj način se dobijaju srednje koncentracije suspendovanog nanosa na j -toj vertikali

C_v^j pa je elementarni proticaj nanoša:

$$q_s^j = q_j \cdot C_v^j \quad (4.135)$$

gdje je q_j elementarni proticaj vode koji se dobije na osnovu mjerenja brzina i dubine na j -toj vertikali.

Broj uzoraka za analizu se može svesti na jedan uzorak ako se pomoću zahvaćenih integralnih uzoraka jednake zapremine na svakoj vertikali, formira jedan uzorak iz koga se određuje srednja koncentracija suspendovanog nanosa za čitav poprečni presjek C_ω . Proticaj nanosa je u tom slučaju:

$$Q_s = Q \cdot C_\omega \quad (4.136)$$

Raspored srednjih koncentracija u vertikalama po širini profila je po pravilu znatno uniformniji od rasporeda po dubini vodnog toka. Na osnovu mnogobrojnih mjerenja na prirodnim tokovima, došlo se do zaključka da odstupanja srednje koncentracije suspendovanog nanosa na pojedinim vertikalama od srednje profilske koncentracije, u normalnim okolnostima, rijetko dostižu 10 %, pod uslovom da na odgovarajućem potezu rijeke ne djeluju faktori koji bitno mijenjaju režim nanosa glavnog toka (obrušavanje obala, značajne pritoke itd.) /9/. Ovdje su, kao kod raspodjele koncentracija po dubini riječnog toka, razlike u koncentracijama u poprečnom presjeku toka utoliko manje ukoliko je materijal u suspenziji sitniji.

Kompletna mjerenja koncentracije po profilu zahtijevaju puno vremena i finansijskih sredstava. Da bi se lakše došlo do podataka o pronosu nanosa u profilu, može se na osnovu nekoliko kompletnih mjerenja odrediti jedna referentna tačka u

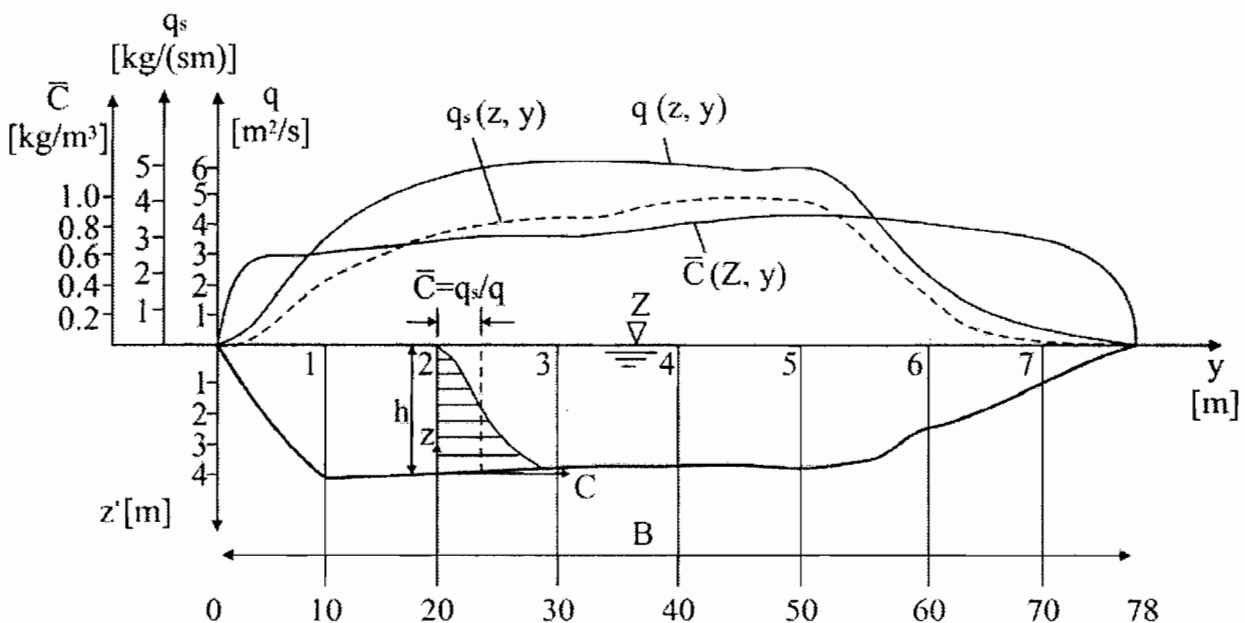
profilu, u kojoj je lokalna koncentracija u jednoznačnoj vezi sa srednjom profilskom koncentracijom. Ustvari, na osnovu mjerenja se određuje korelaciona zavisnost odnosa:

$$R = \bar{C}_p / C_s^R \quad (4.137)$$

(gdje je C_s^R - masena koncentracija u referentnoj tački) i neke hidrauličke veličine u posmatranom profilu, najčešće protoka Q .

Zahvatanje uzoraka se obavlja svakodnevno, na isti način, u istoj referentnoj tački, a u laboratoriji se određuje koncentracija C_s^R . Pronos suspendovanog nanosa se dobija na osnovu usvojene vrijednosti redukcionog koeficijenta R i poznatog protoka Q :

$$Q_s = R \cdot C_s^R \cdot Q \quad [\text{kg} / \text{s}] \quad (4.138)$$



Slika 4.56. Rezultat obrade mjerenja suspendovanog nanosa u jednom profilu vodnog toka

Kvalitet rezultata presudno zavisi od izbora položaja referentne tačke. Ovaj položaj mora biti pažljivo izabran. Uzimanje uzoraka u tački pri površini (najlakša

varijanta) ima smisla samo kod strmih, bujičnih vodotoka, sa uniformnim rasporedom koncentracije po dubini. I tada se mora voditi računa da mjerena tačka bude dovoljno udaljena od obale. Površinsko zahvatanje nije uputno kod velikih vodotoka sa izraženim gradijentima koncentracije po dubini i širini, jer to obično dovodi do slabe korelacije.

Svrha opisanih mjerenja je da se utvrde zavisnosti između pronosa suspendovanog nanosa i protoka vode u datom profilu. Jačina te veze zavisi od ispunjenosti dva uslova: (i) da je promjena granulometrijskog sastava suspendovanog nanosa tokom vremena mala i (ii) da je tok dovoljno zasićen nanosom i da je korito stabilno, bez deformacije.

4.7. MREŽA HIDROLOŠKIH STANICA

Među najkrupnije zadatke hidrometrije, spada izgradnja i oprema mreže hidroloških stanica i organizacija mjerenja na njima.

Najvažniji podaci, koji se prikupljaju preko mreže hidroloških stanica su slijedeći: vodostaji i protoci na rijekama, vodostaji na prirodnim i vještačkim jezerima, transport vučenog i suspendovanog nanosa, kvalitet vode, temperatura vode, led na rijekama i jezerima, podzemne vode.

Hidrološki i srodni klimatski podaci se mjere, osmatraju, prikupljaju i publikuju, a osnovni cilj je da se dobiju što kvalitetnije informacije koje služe za planiranje, zaštitu, razvoj i upravljanje vodnim resursima jedne zemlje. U tom kontekstu, na osnovu prikupljenih informacija vrše se (probabilistička ili deterministička) predviđanja i prognoze proticanja i vodostaja, malovodnih perioda, mjesečnih, sezonskih, godišnjih i višegodišnjih proticaja, i izrađuju hidrološke studije.

«Mrežu» kao opšti termin, Langbein /20/ je definisao na slijedeći način: Mreža je jedan organizovani sistem za prikupljanje specifičnih podataka; svaka osmatračka stanica mora da popuni pripadajuće mjesto (sistema) u prostoru ili vremenu. Za mrežu hidroloških stanica Kohler /20/ je dao slijedeću jednostavnu definiciju: to je mreža na kojoj se prikupljaju podaci koje koriste hidrolozi, misleći pri tome, očigledno, na stanice u okviru hidrološke službe.

Prilikom planiranja i projektovanja mreže hidroloških stanica, neophodno je imati u vidu namjenu mreže i svrhu u koju se podaci prikupljaju. Prema Hofmannu-u (WMO, /20/) namjena podataka je trojaka: (i) za planiranje (vodoprivrednih sistema), što zahtijeva dugogodišnja osmatranja, (ii) za upravljanje, što uslovljava mjerenja (i transfer podataka) u realnom vremenu radi prognoze i donošenja

(dnevni) operativnih odluka i (iii) za istraživanja, što zahtijeva podatke mjerenja visokog kvaliteta. Ako se mreža planira za namjenc pod (i) i (ii), potrebno je projektovati optimalnu mrežu hidrometrijskih stanica. Jedan pristup se sastoji u ocjeni vrijednosti prikupljenih podataka, što se dovodi u vezu sa gubitkom koristi zbog nedostatka podataka.

Optimalna mreža hidroloških stanica pruža mogućnost da se odredi vremenska i prostorna raspodjela analizirane hidrološke veličine, sa greškom koja je manja od unaprijed zadane dozvoljene greške. Međutim, projektovanje i uspostavljanje optimalne mreže stanica, povezano je sa rješavanjem tehničkih i ekonomskih problema, jer ekonomski razlozi nalažu da broj stanica sa dugim periodom osmatranja mora biti redukovan na razumnu mjeru. Shodno tome, osmatračke stanice se dijele u tri grupe: osnovna mreža stanica, dopunska mreža stanica, mreža stanica za posebne, specifične potrebe.

Osnovna mreža stanica pruža bazu za statistička istraživanja i analize; zato bi osmatranja na njima morala biti kontinualna i praktično veoma duga. Primjera radi, za koliko-toliko pouzdanu ocjenu prosječnog proticaja u vlažnim područjima potreban je period od najmanje 30 do 40 godina osmatranja, a u područjima sa izuzetno promjenljivim padavinama taj period mora biti najmanje 70 do 80 godina.

Hidrološki i srodni klimatološki podaci prikupljaju se, obrađuju i publikuju u tzv. godišnjacima hidrometeorološke službe, sa ciljem da se dobiju kvalitetnije informacije koje služe za planiranje, zaštitu, razvoj i upravljanje vodnim resursima jedne zemlje. Na osnovu njih se definišu karakteristične vrijednosti hidroloških procesa (vodostaja, proticaja, pronosa nanosa i dr.) za različite vremenske periode (mjesec, sezona, godina). Drugim riječima, ovi podaci služe za definisanje režima hidroloških pojava (minimalne, srednje i maksimalne vrijednosti), kao i za njihovo prognoziranje.

Dopunske stanice postavljaju se između osnovnih, a osmatranja na njima se vrše u kraćem periodu. Osmatra se samo onoliko dugo koliko je potrebno da bi se uspostavila čvrsta i pouzdana korelativna veza između dopunske stanice i stanica osnovne mreže ili, pak, korelativna veza između dopunske stanice i karakteristika terena. Kada se takva korelacija odredi, stanice dopunske mreže mogu se ukinuti, pošto je obezbijeđeno da se samo sa stanicama osnovne mreže «pokrije» cio region.

Posebne stanice mogu se uspostaviti ili za specifične potrebe, ili pak, za povećanje broja stanica osnovne ili dopunske mreže; dužina rada zavisi od namjene i potreba zbog kojih su postavljene. Mogu to, na primjer, biti vodomjerne letve postavljene

tako da se na njima osmatra vodostaj samo u vremenu pojave visokoh vodostaja i slično.

Svi elementi ne mogu se mjeriti i osmatrati na istoj stanici, pa se zato uspostavlja posebna mreža stanica za, na primjer, mjerenje padavina, a posebna za osmatranje vodostaja itd. Međutim, bitno je da se sve mreže stanica projektuju i uspostavljaju tako da odgovore jednom integralnom cilju: da podaci sa cjelokupne mreže stanica daju najvjerodostojnije informacije o hidrološkom procesu koji se odvija na jednom riječnom slivu.

Pored toga, zbog stohastičke prirode hidroloških veličina, bitno je i neophodno da se na mreži stanica podaci osmatraju i prikupljaju neprekidno u dužem vremenskom periodu.

Posebno je važno da mreže kišomjernih i vodomjernih stanica budu postavljene i međusobno usaglašene po navedenim principima, pošto su padavine i riječni proticaj dvije osnovne i najvažnije komponente vodnog bilansa.

4.7.1. Vodomjerne stanice na riječnim tokovima

Vodomjerna stanica može biti jedan od elemenata mreže hidroloških stanica koja se organizuje u cilju izučavanja vodnog potencijala sliva ili je to vodomjer privremenog ili lokalnog karaktera, koji se postavlja u cilju proučavanja režima vodostaja na kraćem potezu vodotoka. U oba slučaja, prethodnim hidrološko-hidrauličkim analizama se indicira šira lokacija vodomjerne stanice, dok se u fazi njene realizacije postavlja problem izbora profila i mjesta na kome će biti postavljen uređaj za osmatranje vodostaja.

Ako se vodostaji koriste kao osnovni podatak osmatranja za proračun oticanja vode i pronosa nanosa, onda je tačnost i kontinuitet osmatranja od primarnog značaja, te se profil vodomjera mora odabrati poslije brižljivo provedenih analiza. Ovdje su od značaja geološki, morfološki i hidraulički faktori. Najpogodniji profil je obično na početku duže, uniformne dionice sa stabilnim obalama.

Hidrauličke uslove na potezu treba analizirati u tom smislu, da se u profilu vodomjera ostvari jednoznačna veza između vodostaja i proticaja vode. Takvi profili se mogu naći uzvodno od prirodnih suženja u koritu (klisure, tjesnaci), slapova, mosta ili neke druge zapreke koja ostvaruje denivelaciju. Vodomjer ne treba postaviti neposredno uzvodno od takvih lokaliteta. Nije za preporuku da se vodomjerna stanica postavlja nizvodno od mosta, čak i ako ovaj objekat ne utiče

mnogo na hidraulički režim tečenja vode. Ako na vodostaj, pored proticaja vode, utiču nizvodni promjenljivi uslovi (ušće u drugi tok ili drugog toka, more, brana sa ustavama), kod ovakvih vodomjernih stanica treba pored vodostaja, mjeriti i pad vodnog ogledala. Ovdje, dakle, zavisnost između vodostaja i proticaja nije jednoznačna /11/.

Poželjno je da se vodomjerna stanica postavi na pravolinijskom potezu vodotoka, kako bi u rejonu vodomjera raspodjela brzina bila približno uniformna, pri svim vodostajima, kao i da se ne javlja izlivanje iz glavnog korita. Ako su ispunjeni ovi uslovi, mjerenja proticaja vode se mogu vršiti u profilu vodomjera, ili u njegovoj neposrednoj blizini. U principu, problem mjerenja vodostaja može biti posmatran izolovano od problema mjerenja proticaja vode, pošto u prvom slučaju treba prvenstveno da bude zadovoljen uslov o jednoznačnosti veze između vodostaja i proticaja, dok su u drugom, mjerodavne okolnosti koje treba da omoguće precizno mjerenje proticaja vode (i, eventualno, nanosa). Ovi uslovi ne moraju nužno da budu zadovoljeni na jednom profilu, mada je, iz više razloga, poželjno da se profil vodomjera i hidrometrijski profil poklapaju /11/.

Pored gore pobrojanih kriterijuma tehničke prirode, pri izboru mjesta za postavljanje vodomjerne stanice, treba voditi računa i o slijedećem: (i) blizina osmatrača (čuvara) vodomjerne stanice, (ii) pogodan pristup, (iii) mogućnost priključenja električne energije, odnosno telefonske linije, (iv) koštanje uređenja profila i troškovi u eksploataciji.

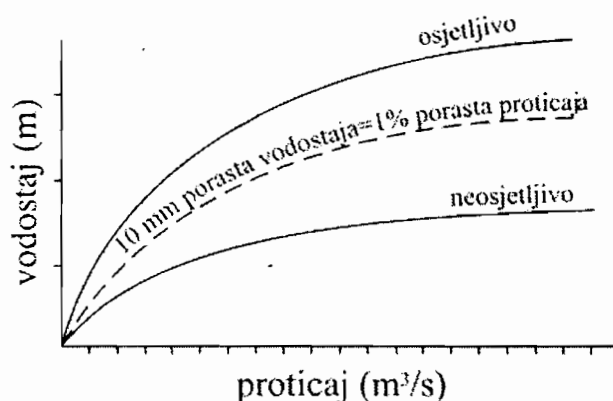
Da bi se moglo kontrolisati da li je, tokom vremena, došlo do promjena u koti "nule" vodomjera, odnosno da bi se, u slučaju da se vodomjer ošteti ili uništi, "nula" novog vodomjera mogla postaviti na istu kotu, svaka vodomjerna stanica treba da ima dva repera: kontrolni, koji se postavlja u neposrednoj blizini vodomjerne stanice, na stabilnoj podlozi, i glavni reper, koji služi za provjeru visine kontrolnog repera. Ovaj drugi reper treba da bude postavljen tako da bude obezbijeđen od oštećenja ili bilo kakvog pomjeranja.

Osjetljivost profila vodomjerne stanice (slika 4.57) odnosi se na promjenu vodostaja za određenu promjenu proticaja. Profili koji uzrokuju relativno velike promjene u vodostaju za datu promjenu proticaja smatraju se profilima sa jakom osjetljivošću. Suprotno, za profile koji uzrokuju malu promjenu vodostaja za relativno veliku promjenu proticaja kažemo da su neosjetljivi.

Profili koji su formirani u toku sa obalama od čvrstih, postojanih stijena mogu se smatrati trajnim, najmanje nekoliko decenija. Nasuprot tome, ako je na tom mjestu prisutna erozija, donošenje nanosa ili bujna vegetacija, javlja se povremena ili

stalna promjena veze vodostaj-proticaj, te takav profil nazivamo promjenljivim profilom.

Nekoliko primjera prirodnog profila vodomjerne stanice prikazano je na slici 4.58, dok je primjer vještačkog profila vodomjerne stanice prikazan na slici 4.46.



Slika 4.57. Ilustracija osjetljivosti krive proticaja /15/

Kod projektovanja vještačkih profila vodomjerne stanice treba razmotriti slijedeća četiri problema:

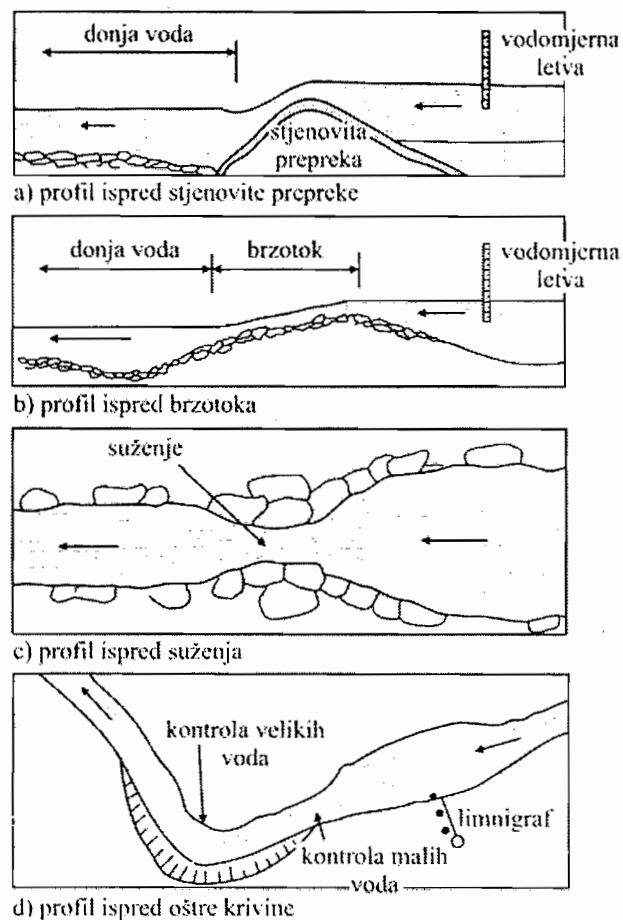
- oblik objekta treba omogućiti prolaz vode bez izazivanja poremećaja u toku uzvodno ili nizvodno od profila,
- objekat treba biti dovoljne visine da bi se eliminisao efekat promjenljivih nizvodnih uslova,
- profil treba projektovati da male promjene u proticaju pri malim vodostajima omogućavaju mjerljive promjene vodostaja, i da veza između promjena vodostaja i promjena proticaja daje krivu proticaja takvog oblika koji omogućava njenu ekstrapolaciju na maksimalne proticaje, bez ozbiljnijih grešaka,
- profil treba imati strukturnu stabilnost i treba biti trajan. Trebao bi se sam čistiti i biti otporan na ploveće predmete i led ili depozit nanosa, kako uzvodno tako i nizvodno od profila.

4.7.2. Gustina hidrološke mreže stanica

U uslovima kada već na određenom slivu, regionu ili državi postoji relativno gusta mreža hidroloških i klimatoloških stanica, sa dugačkim periodom osmatranja, od vitalnog je značaja da se projektuje optimalna mreža stanica.

Osnovni cilj, koji se postiže sa optimalnom mrežom stanica, je da se za praktične potrebe sa dovoljnom tačnošću mogu, interpolacijom između stanica, odrediti karakteristike osnovnih hidroloških veličina u bilo kojoj željenoj tački. Pod karakteristikama se podrazumijevaju svi kvantitativni pokazatelji: srednje vrijednosti, koeficijenti varijacije i asimetrije, ekstermi, svi, dakle parametri koji definišu funkciju raspodjele elementa koji se analizira. Kraće rečeno, optimalna mreža stanica pruža mogućnost da se odredi vremenska i prostorna raspodjela analizirane hidrološke veličine, sa greškom koja je manja od unaprijed zadate dozvoljene greške.

Međutim, projektovanje i uspostavljanje optimalne mreže stanica vezano je sa rješavanjem tehničkih i ekonomskih problema – jer ekonomski razlozi nalažu da broj stanica sa dugim periodom osmatranja mora biti redukovana na razumnu mjeru.



Slika 4.58. Nekoliko primjera prirodnog profila vodomjerne stanice

4.7.3. Minimalna gustina mreže stanica

Na osnovu prethodnih razmatranja, očito je da uspostavljanje jedne optimalne mreže hidroloških stanica zahtijeva znanje, iskustvo i znatna materijalna sredstva. Zato se kao prvi korak postavlja pitanje uspostavljanja jedne minimalne mreže stanica, minimalne sa tačke gledišta ekonomičnog razvoja vodnih resursa jednog regiona ili cijele zemlje.

Kada je minimalna mreža stanica postavljena, onda se osnovne komponente vodnog bilansa padavine i oticanje, mogu odrediti za bilo koje mjesto, interpolacijom ili ekstrapolacijom između stanica. Međutim, za detaljnije i egzaktnije analize, interpolacija i ekstrapolacija najčešće ne može dati zadovoljavajuću tačnost. To je i razlog da se, u drugom koraku, teži ka optimalnoj mreži stanica, koristeći minimalnu mrežu kao bazu, i dopunjavajući je sa relativno gustom mrežom dopunskih stanica. Neke od dopunskih stanica će kasnije, na osnovu potrebnih analiza vremenske i prostorne raspodjele osmatranih hidroloških veličina, ili biti ukinute ili postati stanice osnovne mreže /11/.

Obzirom na malu gustinu minimalne mreže stanica, osnovno i od najvećeg značaja je da su osmatranja na svim stanicama besprijekorna i kvalitetna. Jer, od male je koristi, čak i kad je mreža veoma gusta, ako su osmatranja nekorektna, opterećena subjektivnim greškama i propustima.

Od velikog je značaja da se pri projektovanju i postavljanju stanica obezbijede svi potrebni uslovi da se osmatranja redovno obavljaju i kontrolišu.

Ne postoje neki univerzalni, opšte važeći kriterijumi za uspostavljanje stanica, niti ih može biti. Detaljnije studije na nekoliko regiona, posvećene ovom problemu, pokazale su da nije moguće generalisati sve faktore koji utiču na gustinu mreže stanica, ali da su slijedeća dva uvijek prisutna /10/:

- Geografski i hidrološki uslovi, posebno prostorne varijacije padavina i drugih hidroloških veličina,
- Karakteristike hidrografske mreže datog regiona. Na primjer, ne može biti ista mreža stanica za mnogo malih vodotoka kao za nekolicinu velikih rijeka – iako je površina regiona ista.

Prema Komisiji za hidrologiju Svjetske meteorološke organizacije (WMO), osnovni kriterijumi za uspostavljanje minimalno potrebnog broja kišomjernih i vodomjernih stanica bili bi slijedeći /20/:

Minimalni broj stanica za mjerenje padavina

- u ravničarskim područjima – jedna stanica na svakih 600 – 900 km²,
- u planinskim područjima – jedna stanica na svakih 100 – 250 km²,
- na ostrvima i planinskim regionima sa veoma gustom hidrografskom mrežom – jedna stanica na svakih 25 – 100 km².

U mreži stanica treba da su zastupljene tri vrste instrumenata: totalizatori, standardni kišomjeri i ombrografi.

Već je naglašeno da mreža padavinskih stanica treba da bude usklađena sa mrežom vodomjernih stanica. U tom pogledu treba poštovati dva osnovna pravila:

- postaviti stanicu za mjerenje padavina pored, ili u blizini svake vodomjerne stanice,
- obavezno postaviti minimum jednu kišomjernu stanicu u gornjem rejeonu malog riječnog sliva – uzvodno od vodomjerne stanice.

Minimalna gustina mreže vodomjernih stanica. Često se pod terminom vodomjerna stanica podrazumijeva i stanica na kojoj se osmatra samo vodostaj. Da bi se izbjegli ovakvi nesporazumi, ovdje će se pod vodomjernom stanicom podrazumijevati ona stanica na kojoj se istovremeno mjere i vodostaji i proticaji.

U pogledu minimalnog broja vodomjernih stanica preporučuju se slijedeće opšte norme:

- u ravničarskim područjima – jedna stanica na svakih 1000 – 2500 km²,
- u planinskim područjima – jedna stanica na svakih 300 – 1000 km²,
- na ostrvima i planinskim regionima sa veoma gustom hidrografskom mrežom – jedna stanica na svakih 100 – 300 km².

Pored toga, kao dopuna navedenim normama, treba voditi računa da stanice budu ravnomjerno raspodijeljene u dvije kategorije:

- vodomjerne stanice na velikim rijekama,
- vodomjerne stanice na malim vodotocima.

Pri tom se, kao mali vodotoci, prema gornjoj podjeli, računaju oni vodotoci čija je veličina sliva:

- 3000 – 5000 km² za ravničarska područja,

Hidrometrija

- oko 1000 km² za planinska područja,
- oko 500 km² za ostrva i planinske regione sa veoma gustom hidrografskom mrežom.

Ovi dopunski kriterijumi imaju za cilj da se izbjegne dosta česta tendencija za prekomjernim gomilanjem vodomjernih stanica na velikim rijekama, dok ih na malim vodotocima ima veoma malo, ili ih uopšte nema.

Vodostaji se osmatraju na svim postavljenim vodomjernim stanicama. Međutim, pored toga, posebne stanice za osmatranje samo vodostaja treba postaviti još:

- na malim i velikim jezerima i akumulacijama,
- na mjestima duž toka značajnim za odbranu od poplava i za davanje prognoza,
- na velikim tokovima – između vodomjernih stanica, gdje vodostaji mogu biti potrebni za analizu propagacije i rasplinjavanja poplavnih talasa i prognoze.

4.8. ZAVISNOST IZMEĐU VODOSTAJA I PROTICAJA VODE

Utvrđivanje veze između vodostaja i proticaja ima veliki praktični značaj, jer se raspolaže sa neuporedivo više podataka o vodostajima nego o proticajima, pošto se vodostaj mjeri neprekidno, ili bar svakodnevno, dok se proticaji mjere povremeno. Poznavanje veze vodostaj – proticaj znači da se proticaj može procijeniti za sve podatke o mjenim vodostajima. Tako se i radi, pa se može reći da prihvaćena veza vodostaj – proticaj ima presudan uticaj na procjenu količina voda. Prema tome, pouzdanost te procjene zavisi od pouzdanosti veze između proticaja i vodostaja i od podataka o mjerenju proticaja.

Veza proticaj-vodostaj naziva se "*kriva proticaja*", ili "*linija proticaja*" jer se misli na njen grafički prikaz. To je jedan od najčešćih pojmova u hidrotehničkim razmatranjima.

4.8.1. Hidrauličke osnove na kojima se zasniva veza između vodostaja i proticaja u vodotocima

Prirodne vodotoke karakteriše turbulentno, prostorno trodimenzionalno, a vremenski promjenljivo – neustaljeno tečenje. U cilju lakše analize, ovi tokovi se osrednjavanjem po dubini svode na ravanske (u horizontalnoj ravni dvodimenzionalne) tokove, a ovi, daljim osrednjavanjem po širini korita, na

linijske (prostorno jednodimenzionalne) tokove. Kako je dužina riječnog korita dominantna u odnosu na njegovu dubinu i širinu, pretpostavka o linijskom karakteru tečenja je opravdana u većini problema riječne hidraulike, što znači da se hidraulički proračuni mogu zasnivati na brzinama toka koje su osrednjene po poprečnom presjeku.

Neustaljeno – «talasno» tečenje vode karakteriše promjenljivost hidrauličkih veličina (protoka, kota nivoa, brzine itd.) u prostoru i vremenu. Ako je brzina promjene velika, kažemo da se radi o «naglo promjenljivim» neustaljenim tokovima. Tipični primjeri su talasi izazvani rušenjem brana ili ispuštanjem vode iz hidroelektrana ili brodskih prevodnica, kao i poplavni talasi bujičnih vodotoka. S druge strane, poplavne talase velikih aluvijalnih rijeka karakterišu relativno spore promjene, pa kažemo da je riječ o «blago promjenljivim» neustaljenim tokovima.

Generalno, u hidraulici se razlikuju slijedeće vrste tečenja:

- ustaljeno ravnomjerno tečenje, pri kome je:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4.139)$$

odnosno brzina kretanja se ne mijenja ni po vremenu (u određenom profilu) ni po putu.

- ustaljeno neravnomjerno tečenje, pri kome je:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} \neq 0 \quad (4.140)$$

odnosno brzina tečenja se ne mijenja po vremenu, ali se mijenja po putu.

- neustaljeno tečenje, pri kome je:

$$\frac{\partial v}{\partial t} \neq 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} \neq 0 \quad (4.141)$$

što znači da se brzina tečenja mijenja i po vremenu i po putu. To je ujedno i najsloženiji vid kretanja vode u otvorenim tokovima.

Osnova za definisanje zavisnosti između vodostaja i proticaja u prirodnom vodotoku su jednačine linijskog neustaljenog tečenja, poznate kao San Venanove jednačine (jednačina održanja mase i jednačina održanja količine kretanja) koje opisuju zakone održanja mase i količine kretanja pod slijedećim uslovima /9/:

- fluid je nestišljiv, homogene gustine, njutnovski (linearna veza smičućih napona i brzine klizanja),
- tečenje je linijsko, blago promjenljivo, u vidu «dugih talasa»,
- zanemarena su vertikalna ubrzanja fluidnih djelića u odnosu na gravitaciono ubrzanje, što znači da je raspored pritisaka po dubini hidrostatički, a nivo vode u poprečnom presjeku horizontalan,
- otpori trenja se mogu definisati empirijskim izrazima izvedenim za ustaljeno jednoliko tečenje,
- uzdužni nagib dna je mali, a korito nije podložno deformaciji,
- zanemareni su uticaji sekundarnih strujanja.

Jednačina održanja mase se zove i «jednačina kontinuiteta» (neprekidnosti mase) i izvodi se iz uslova da je integral materijalnog izvoda mase po kontrolnoj zapremini ($dV = A \cdot dx$) jednak nuli, odnosno da je povećanje mase unutar kontrolne zapremine jednako razlici ulaza i izlaza mase kroz kontrolnu-graničnu površinu (slika 4.59):

$$\rho \frac{\partial A}{\partial t} dx = \rho VA - \rho \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) + \rho q dx \quad (4.142)$$

Nakon određenih matematskih sređivanja i izostavljanja beskonačno malih veličina drugoga reda, njen oblik glasi /10/:

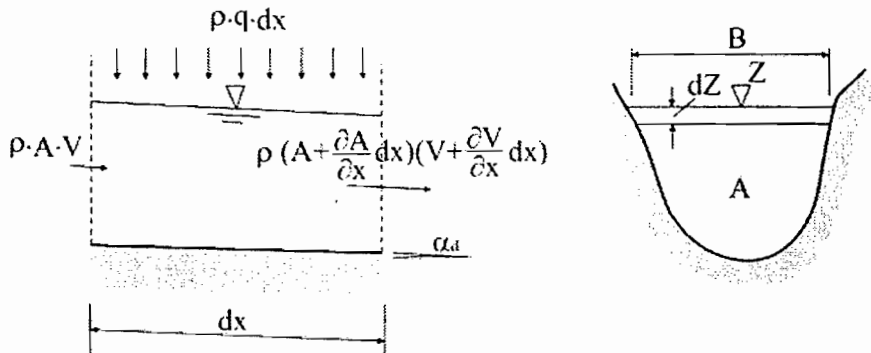
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (4.143)$$

Kako je površina poprečnog presjeka funkcija kote nivoa Z i širine vodenog ogledala B (slika 4.59):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} = B \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (4.144)$$

to se jednačina (4.143) može alternativno formulisati preko kote nivoa:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0 \quad (4.145)$$



Slika 4.59. Kontrolna zapremina u izvođenju jednačine kontinuiteta

Jednačina održanja količine kretanja. Njen konačni oblik, nakon izvođenja koje se ovdje neće pokazivati, je slijedeći /9/:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \cdot A \cdot \frac{\partial Z}{\partial x} + g \cdot A \cdot J_e = 0 \quad (4.146)$$

Dobiva se tako što se priraštaj količine kretanja u kontrolnoj zapremini u jedinici vremena ($\rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx$) izjednači sa zbirom: (i) površinskih sila u pravcu toka (sile hidrostatičkog pritiska, sile kojom čvrsta kontura djeluje na fluid unutar kontrolne zapremine i sila trenja), (ii) zapreminskom silom (komponenta težine fluida) i (iii) razlikom količine kretanja kroz kontrolnu površinu u jedinici vremena. Pri tome su (slika 4.60):

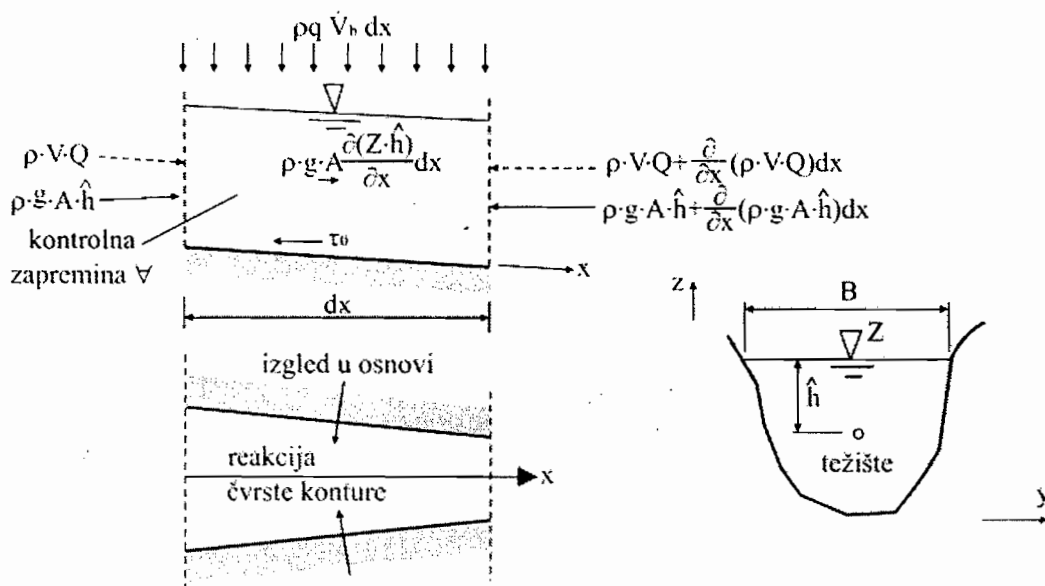
$\rho \frac{\partial(QV)}{\partial x} dx - \rho q V_b dx$ - razlika ulazne i izlazne količine kretanja u jedinici vremena,

$-\rho g A \left[\partial(Z - \hat{h}) / \partial x \right] dx$ - zapreminska sila,

$\rho g A \hat{h} - \left[\rho g A \hat{h} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho g A \hat{h}) dx \right]$ - sila hidrostatičkog pritiska u poprečnim presjecima,

$\rho g \hat{h} (\partial A / \partial x) dx$ - sila kojom čvrsta kontura djeluje na fluid unutar kontrolne zapremine,

$\rho g A J_e dx$ - sila trenja (sa J_e - pad linije energije).



Slika 4.60. Kontrolna zapremina u izvođenju dinamičke jednačine

Sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina (4.145) i (4.146) je hiperboličkog tipa i mora se, uz odgovarajuće početne i granične uslove, numerički rješavati po zavisno promjenljivim Q i Z . Na osnovu vrijednosti ovih promjenljivih, računaju se vrijednosti ostalih hidrauličkih veličina: A , B , V itd.

Ako se kota nivoa u jednačini (4.146) izrazi preko kote dna i dubine: $Z = z_d + h$, može se napisati da je (gdje je J_d pad dna vodotoka):

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial z_d}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = -J_d + \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (4.147)$$

pa dinamička jednačina (4.146) dobija ovaj oblik:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAJ_d + gAJ_e = 0 \quad (4.148)$$

Za ustaljeno neravnomjerno tečenje, gornja jednačina se svodi na jednačinu:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAJ_d + gAJ_e = 0, \quad (4.149)$$

a za ustaljeno ravnomjerno na:

$$gAJ_d = gAJ_e \quad (4.150)$$

Čest oblik pisanja jednačine (4.148) izražen preko pada linije energije, J_e , je:

$$J_e = J_d - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{l}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (4.151)$$

ili ako se uvede korekcija za neravnomjernost brzine po poprečnom presjeku preko Koriolisovog koeficijenta α (nadoknađuje gubitak informacije koji je nastao usljed osrednjavanja dijagrama brzina u poprečnom presjeku toka):

$$J_e = J_d - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{l}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right) \quad (4.152)$$

gdje je:

$\frac{l}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$ - inercijalni član ili gradijent lokalnog ubrzanja,

$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right)$ - brzinski član ili gradijent kinetičke energije duž toka,

x – dužina toka na posmatranoj dionici.

Hidrometrija

Navedena jednačina predstavlja opštu jednačinu protoka za neustaljeno tečenje sa slobodnom vodenom površinom, gdje veza između vodostaja i proticaja nije jednoznačna.

Iz gornje jednačine proističe da se u opštem slučaju ne može govoriti o jednoznačnoj vezi između vodostaja i proticaja.

Postavlja se pitanje kada jednoznačna veza $Q = Q(H)$ praktično postoji. Da bi se dobio odgovora na to pitanje, treba razmotriti slijedeće:

1. Koliki je red veličine uticaja lokalnog $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)$ i usputnog $\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)$ ubrzanja na proticaj u prirodnim vodotocima,
2. Koliki je red veličine promjene pada vodenog ogledala u funkciji vremena, odnosno kolika se greška pravi pri proračunu proticaja kada se usvaja da je pad jednoznačna funkcija vodostaja $J = J(H)$, ili, pak, da je konstantan $J = J_d$,
3. Sa kojom preciznošću, odnosno sa kolikom greškom se mogu vršiti hidrometrijska mjerenja, obzirom na nepreciznost mjernih instrumenata i terenske uslove pri kojima se izvodi mjerenje.

Poznata je činjenica da je dopustiva greška mjerenja proticaja hidrometrijskim krilom u prirodnom vodotoku 5-7 %. Ta je greška neizbježna, jer je posljedica nesavršenosti instrumenata i metode mjerenja, a to znači slijedeće: ako je režim tečenja takav da su uticaji lokalnog ubrzanja, usputnog ubrzanja i promjene lokalnog pada po vremenu na veličinu proticaja manji od 5 – 7 %, onda se praktično takvi uticaji ne mogu ni izmjeriti sa tehnikom mjerenja koja se koristi.

Podsjetimo se da se maksimalna vrijednost tangencijalnog napona na dnu poprečnog profila toka može izraziti kao /6/:

$$\tau_0 = \rho g h J_d \quad (4.153)$$

ili uz zamjenu $h \approx R$; $J_e = J_d$ (za jednoliko tečenje):

$$\tau_0 = \rho g R J_e \quad (R - \text{hidraulički radijus}) \quad (4.154)$$

Obzirom na poznati obrazac Šezija za otpor trenja /6/:

$$V/V^* = C/\sqrt{g} \quad (4.155)$$

gdje je: V – srednja profilska brzina, V^* – srednja profilska smičuća brzina, a C Šezijev koeficijent sa dimenzijom ($m^{1/2}/s$), te vezu smičuće brzine i tangencijalnog napona:

$$V^* = \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gRJ_e} \quad (4.156)$$

dobije se:

$$\frac{V}{\sqrt{gRJ_e}} = \frac{Q/A}{\sqrt{gRJ_e}} = \frac{C}{\sqrt{g}}, \text{ odakle slijedi:} \quad (4.157)$$

$$J_e = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R} = \frac{V^2}{C^2 R}; \text{ ili} \quad (4.158)$$

$$V = C\sqrt{RJ_e} \quad (4.159)$$

Jednačina predstavlja dobro poznatu Šezijevu jednačinu za prosječnu brzinu tečenja u ustaljenom jednolikom tečenju, pri čemu se, zbog toga, umjesto pada J_e može uzeti pad pijezometarske linije J_{Π} , odnosno pad dna vodotoka J_d .

4.8.2. Kriva proticaja

Jednoznačna kriva proticaja se uspostavlja u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja, kada je:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4.160)$$

što praktično znači da je pad linije energije jednak padu linije vodenog ogledala, tj.:

$$J_e = J_{\Pi} \quad (4.161)$$

Hidrometrija

Navedena jednakost ukazuje da su pri ustaljenom i ravnomjernom tečenju sile otpora i gravitacije u međusobnoj ravnoteži duž toka. U tom slučaju vodena površina je paralelna sa dnom korita, a pad vodenog ogledala J_{Π} je jednak padu dna riječnog korita J_d , pa se može uspostaviti jednakost:

$$J_e = J_{\Pi} = J_d \quad (4.162)$$

Na taj način jednačina (4.158) se svodi na:

$$J_e = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R} = J_d \quad (4.163)$$

iz koje slijedi Šezijeva jednačina:

$$Q = CA\sqrt{RJ_d} \quad (4.164)$$

Uvođenjem Šezijevog koeficijenta po Manningu:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad (4.165)$$

dobije se:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} J_d^{1/2} \quad (4.166)$$

gdje je (n) Manningov koeficijent otpora.

Za stabilno (nepromjenjeno) riječno korito važe slijedeće relacije:

$$A = A(H) \quad \chi = \chi(H) \quad (4.167)$$

pa je:

$$R = \frac{A}{\chi} = R(H) \quad (4.168)$$

Za određeni profil rijeke Manningov koeficijent otpora je konstantan ili je jednoznačna funkcija vodostaja h , odnosno H , tj. $n = \text{const.}$ ili $n = n(h)$ i pod pretpostavkom da je pad dna korita $J_d = \text{const.}$, slijedi da je proticaj jednoznačna funkcija vodostaja:

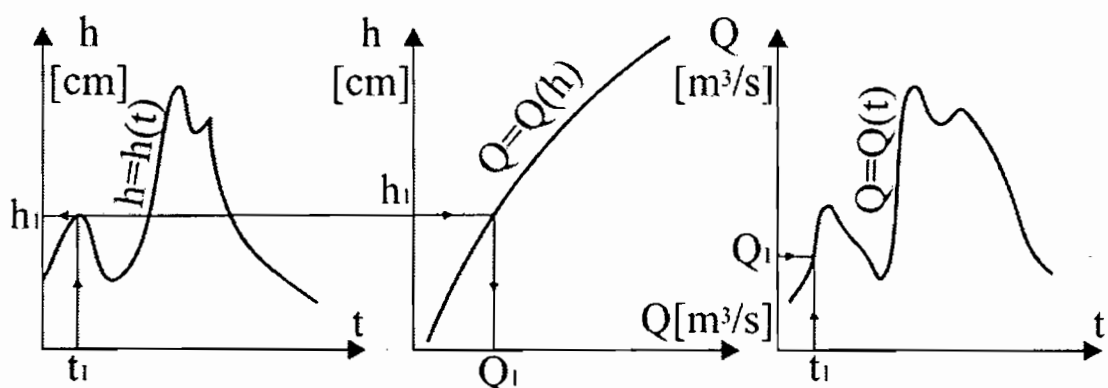
$$Q = Q(h) \text{ ili } Q = Q(H) \quad (\text{slika 4.1}) \quad (4.169)$$

Ovako definisana funkcija naziva se *kriva proticaja*. Ona omogućava da se preko nje, na osnovu registrovanih vodostaja direktno odrede proticaji. Obično se označava kao funkcija $Q = Q(h)$ i predstavlja jednoznačnu vezu između proticaja i vodostaja na profilu određenog vodotoka.

Zavisnost vodostaj – protok se može predstaviti na tri načina: (i) grafički (kriva protoka), (ii) u vidu tabele i (iii) analitički (matematički model).

Kada se radi o profilu vodomjerne stanice na prirodnom vodotoku, zavisnost $Q = Q(h)$ se ne može odrediti unaprijed, na bazi geometrijskih i hidrauličkih elemenata toka (pošto su oni nedovoljno poznati i promjenljivi u vremenu), nego se mora definisati eksperimentalno, na osnovu serije mjerenja protoka vode. Ovdje se, dakle radi o "kalibraciji" hidrološke satnice. Pošto se u prirodi rijetko može naći potpuno stabilna dionica rijeke, zavisnost $Q = Q(h)$ se mora redovno kontrolisati, naročito poslije velikih voda. Mjerenje protoka treba vršiti u čitavom opsegu promjene vodostaja.

Da bi se dobio hidrogram, tj. dijagram promjene proticaja u vremenu, $Q = Q(t)$, potrebno je svakodnevno mjeriti proticaj, što je veoma skupo i praktično neizvodljivo. Zbog toga je neophodno da se na osnovu rezultata povremenih hidrometrijskih mjerenja (istovremenog mjerenja proticaja i odgovarajućeg vodostaja), uspostavi zavisnost između mjerenih proticaja Q i korespondentnih vodostaja h , tj. formira kriva proticaja $Q = Q(h)$. Preko te zavisnosti određuje se proticaj Q u vremenu kada on nije mjereno, na osnovu osmotrenog vodostaja h . Podsjetimo se (poglavlje 4.1), vodostaji se na vodomjernim stanicama osmatraju (mjere) najmanje svakodnevno ili kontinualno, obično od strane hidrometeorološke službe, što omogućava poznavanje promjena vodostaja u vremenu, odnosno konstruisanje nivograma $h = h(t)$. Drugim riječima, nivogram $h = h(t)$ se preko krive proticaja $Q = Q(h)$ preslikava u hidrogram $Q = Q(t)$. Šematski prikaz ovoga postupka prikazan je na slici 4.61.



Slika 4.61. Određivanje proticaja vode na osnovu osmatranja vodostaja

Da bi se vidio karakter krive proticaja, odnosno da li se veza $Q = Q(h)$ može smatrati jednoznačnom u granicama dozvoljenih greški, po cijeloj amplitudi kolebanja vodostaja, najbolje je sve tačke mjerenja proticaja u funkciji vodostaja prikazati grafički (slika 4.62).

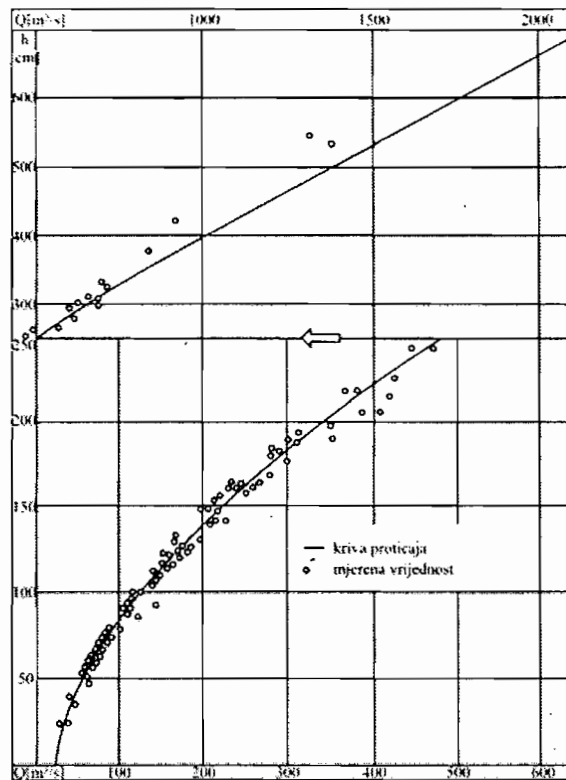
Na slici 4.62 je pokazana kriva proticaja za vodomjernu stanicu Žitomislići, na rijeci Neretvi. Radi tačnijeg očitavanja, donji, strmiji dio krivulje je nacrtan u razvučenoj razmjeri, a gornji dio, gdje protoci brzo rastu, u zbijenijoj razmjeri. Mada se ovdje uočava neizbježno rasipanje tačaka oko osrednjene krive, zbog grešaka u mjerenjima i drugih uzroka, ovo predstavlja primjer jednog solidnijeg profila. Može se reći da su ovdje, približno, u važnosti osnovne pretpostavke za zavisnost $Q = Q(h)$: (i) profil vodotoka i hrapavost su nepromjenljivi u vremenu i jedino su funkcija vodostaja, i (ii) padovi su, takođe, funkcija vodostaja i ne zavise od ustaljenosti tečenja.

Kod mnogih profila, ovo nažalost nije slučaj, zbog čega dolazi do značajnog rasipanja tačaka nanijetih na zavisnost $Q = Q(h)$.

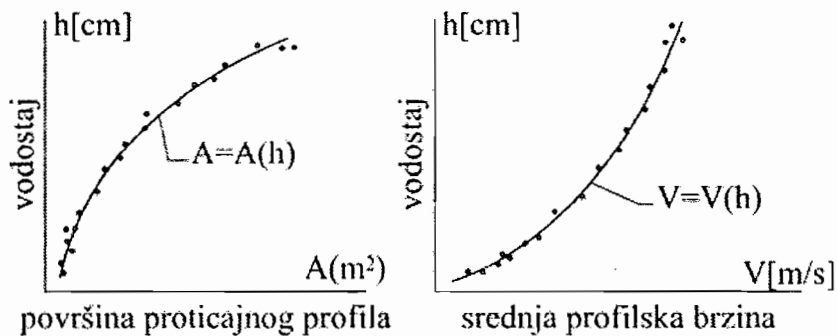
Poželjno je pa i praktično neophodno, na osnovu podataka hidrometrijskih mjerenja, prije konstrukcije krive proticaja $Q = Q(h)$, konstruisati zavisnosti – krive $A = A(h)$ i $V = V(h)$, čiji generalni oblik je pokazan na slici 4.63.

Ako se tačke primjetno rasipaju oko krive $A = A(h)$, a to nije slučaj sa tačkama $V = V(h)$, u pitanju je deformabilnost korita. Naprotiv, ako linija $A = A(h)$ ukazuje na jednoznačnu zavisnost, a tačke se rasipaju oko osrednjene krive $V = V(h)$, u pitanju je promjenljiv uspor (drugim riječima ovdje je $Q = Q(h, J)$).

Detaljnije o ovome razmatrano je u poglavlju 4.8.3.



Slika 4.62. Kriva proticaja rijeke Neretve na vodomjernoj stanici Žitomislići



Slika 4.63. Raspored mjernih tačaka A_i i V_i u funkciji vodostaja h

Kao što se vidi na slikama 4.62 i 4.63, u svim slučajevima postoji izvjesno rasturanje izmjenjenih tačaka, čak i ako je u pitanju ustaljeno i ravnomjerno tečenje, što je i razumljivo. Rasturanje je posljedica greški pri mjerenjima navedenih veličina, izazvanih nesavršenošću opreme ili metode mjerenja i obrade. U hidrološkoj praksi, dopustive greške, odnosno stepen rasturanja tačaka su:

Hidrometrija

- za proticaje $\frac{\Delta Q}{Q} \leq 7\%$,
- za brzine $\frac{\Delta V}{V} = 3 - 4\%$,
- za površine $\frac{\Delta A}{A} = 2 - 3\%$

Zbog pogodnosti analitičke forme za proračun, dobro je da se krivoj proticaja da analitički oblik, odnosno da se da jednačina krive proticaja.

Za iznalaženje analitičkog oblika krive proticaja, najčešće se koriste slijedeći matematički modeli:

$$Q = a + bh + ch^2 - \text{kvadratna parabola,} \quad (4.170)$$

$$Q = a(h + h_0)^b - \text{stepena funkcija,} \quad (4.171)$$

$$Q = ae^{bh} - \text{eksponencijalna funkcija.} \quad (4.172)$$

gdje se parametri a , b i c definišu po teoriji najmanjih kvadrata ili na drugi način, na osnovu izmjerenih vrijednosti parova (h_i, Q_i) (vidjeti poglavlje 8.2).

Dobivena jednačina uzima se onda jednačinom krive proticaja jer su parametri modela a , b i c određeni pod uslovom da je:

$$\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2 = \min \quad (4.173)$$

gdje je:

Q_i – izmjerena vrijednost proticaja za dati vodostaj,

\hat{Q}_i – vrijednost proticaja dobivena po odabranom modelu, odnosno jednačini krive proticaja (jednačine 4.170, 4.171, 4.172),

n – ukupan broj mjerenih proticaja.

Često je nemoguće primijeniti jedinstven model za čitav opseg krive protoka.

Ovakva "objektivizacija" uvođenjem metode najmanjih kvadrata za iznalaženje analitičkog izraza $Q = Q(h)$, je bez prethodnih analiza prema tome, u principu formalna. Unaprijed predstavljena nelinearna analitička forma, može ali ne mora biti adekvatna za konkretan slučaj. Metodom najmanjih kvadrata će se dobiti

koficijenti, takvi da je zadovoljen uslov $\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}_i)^2 = \min$, ali za unaprijed

već zadat analitički oblik, što ne obezbjeđuje da je takva kriva zaista i adekvatna za određeni profil toka.

Na primjer, za vodomjernu stanicu Foča, na rijeci Drini dobijene su slijedeće dvije jednačine:

$$\text{za } h \leq 100 \text{ cm: } Q = 73,58(h + 0,4)^{2,46} \quad (4.174)$$

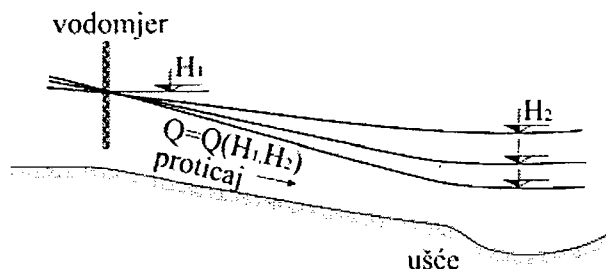
$$\text{za } h > 100 \text{ cm: } Q = 20,43h^2 + 313,3h - 165,5 \quad (4.175)$$

Treba uočiti da se jednoznačna veza pouzdano uspostavlja kod preliva i suženja samo ako se obezbijedi nepotapanje vodene struje, odnosno neuticanje nizvodnih uslova na tečenje na mjestu mjerenja. Ovo govori da se jednoznačnost veze proticaj – vodostaj mora obezbijediti, a da ona sama od sebe ne mora biti takva.

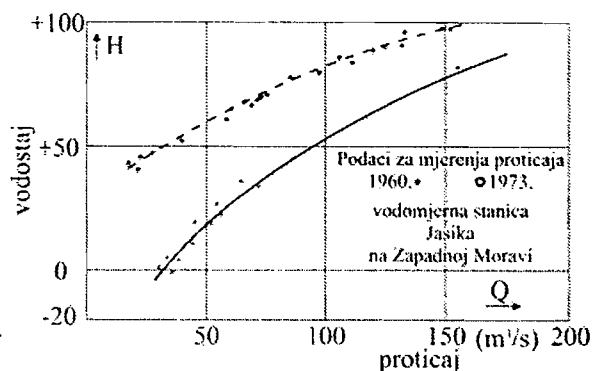
4.8.3. Nejednoznačne veze između vodostaja i proticaja

Može se reći da je jednoznačna i ustaljena kriva proticaja prije izuzetak nego pravilo, čak iako je korito stabilno (nema produbljavanja i zasipanja) jer promjenljivi nizvodni uslovi utiču na obrazovanje nivoa na vodomjernoj stanici. Slika 4.64 daje jedan primjer za to – ušće rijeke iza vodomjerne stanice. Ovdje je veza vodostaj - proticaj pod uticajem i vodostaja u rijeci u koju se mjerena rijeka uljeva. Nizvodni uslovi mogu da potiču i od ušća pritoke u mjerenu rijeku ili od nekog hidrotehničkog objekta koji nameće vodostaje.

Kriva proticaja može da se mijenja vremenom, jer se mijenja korito rijeke (zasipa se ili se produbljuje, ili se smjenjuje i jedno i drugo), ili se mijenjaju uslovi oticanja (mijenjaju se nizvodni uslovi koji nameću uzvodne nivoe). Tada se kaže da vodomjerna stanica "nije pouzdana", i trebalo bi istraživati razloge za ove promjene. Na slici 4.65 daju se krive proticaja za jednu takvu vodomjernu stanicu.



Slika 4.64. Proticaj ne zavisi isključivo od vodostaja H_1 na vodostajnoj stanici nego i od nivoa H_2 na ušću



Slika 4.65 Primjer promjenjljive krive proticaja usljed nasipanja korita

Naredni primjer (slika 4.66), dat je da se prikaže dvoznačnost krive proticaja kod nailaska poplavnih talasa: isti vodostaj ne daje isti proticaj u periodima porasta i opadanja vodnog vala, nego je proticaj pri porastu veći. Ovo se objašnjava time što su pri nailasku talasa velike vode, padovi nivoa veći nego pri jenjavanju.

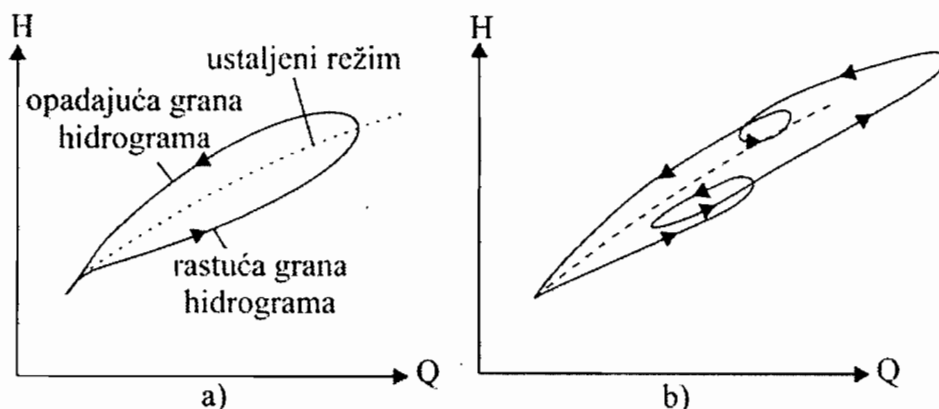
Pomoću jednačine (4.152), može se objasniti pojava petlje («histerezisa») koja se javlja kod krivih proticaja u neustaljenom tečenju. Dijeljenjem faktorom gAJ_d , a imajući u vidu da je pri istoj dubini i hrapavosti $J_e / J_d = (Q / Q_n)^2$, navedena jednačina se može napisati u obliku:

$$Q = Q_n \sqrt{1 - \frac{1}{J_d} \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} \right)} \quad (4.176)$$

gdje je Q_n - proticaj u ravnomjernom režimu.

Dakle, u periodu nailaska poplavnog talasa (rastuća grana hidrograma), vrijednosti hidrauličkih veličina (protoka, brzine, dubine) su na uzvodnom kraju posmatrane dionice veće od onih na njenom nizvodnom kraju. Imajući u vidu da koordinata (x) raste u nizvodnom smjeru, vrijednosti izvoda po (x) u jednačini (4.176) su negativne. Vrijednost izvoda po vremenu je pozitivna, ali je mnogo manja od ostalih vrijednosti, pa se može zanemariti. Tako ostaje da su drugi i treći član pod korijenom u jednačini (4.176) pozitivni, te da je $Q > Q_n$, što je u skladu sa skicom

na slici 4.66. Na isti način se može pokazati i obrnuto, da je u periodu opadanja poplavnog talasa $Q < Q_n$.



Slika 4.66. Usljed neustaljenosti, krive proticaja imaju oblik petlji koje zavise od karakteristika poplavnih talasa: (a) prosta petlja odgovara hidrogramu sa jednim vrhom, (b) složena petlja odgovara hidrogramu sa više vrhova, ili odražava uticaje uspora; težišna linija odgovara ustaljenom režimu

Zavisnost između vodostaja i proticaja za nedeformabilno riječno korito

Pod pojmom nedeformabilno riječno korito, podrazumijeva se riječno korito koje je stabilno u dužem vremenskom periodu i kada se njegov oblik veoma slabo mijenja. Međutim, i u takvim uslovima, u prirodnim tokovima veza između vodostaja i proticaja ne mora biti jednoznačna. To se pojavljuje u uslovima: (i) neustaljenog režima tečenja (nailazak poplavnih talasa), i (ii) neravnomjernog režima tečenja (pri pojavi uspora ili depresije) koji nastaje usljed uticaja pritoka ili hidrotehničkih objekata nizvodno od dionice gdje se nalazi hidrometrijski profil i mjerodavna vodomjerna stanica.

Zavisnost između vodostaja i proticaja u tim uslovima dobija se iz Šezijeve jednačine u obliku:

$$Q = CA\sqrt{RJ_e} \quad (4.177)$$

Kako se padovi mijenjaju, to je u uslovima neustaljenog i neravnomjernog tečenja pad vodnog ogledala J :

$$J_e \neq J \neq J_d \quad (4.178)$$

a ostali parametri Šezijeve jednačine su funkcija vodostaja H , slijedi da se može uspostaviti zavisnost:

$$\frac{Q}{\sqrt{J}} = CA\sqrt{R} \quad (4.179)$$

Kako je desna strana jednačine (4.179) poznata na osnovu geometrijskih karakteristika poprečnog profila, ona se može predstaviti modulnim koeficijentom K koji je jednak:

$$K = CA\sqrt{R} \quad (4.180)$$

odnosno

$$\frac{Q}{\sqrt{J}} = K(H) \quad (4.181)$$

Na osnovu ovih vrijednosti uspostavlja se zavisnost:

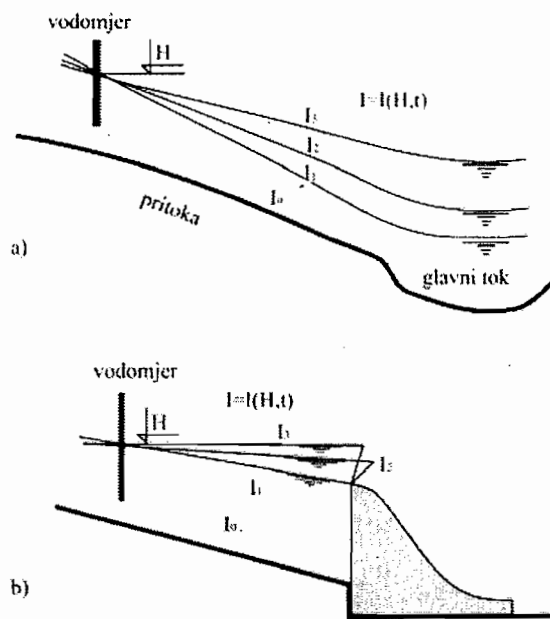
$$K = K(H) = \frac{Q}{\sqrt{J}} = f(H) \quad (5.182)$$

Ovako definisana zavisnost između vodostaja i proticaja naziva se *modulna kriva proticaja ili kriva propusne moći*. Evidentno je da proticaj rijeke u ovim uslovima nije jednoznačno vezan za vodostaj H , već i za pad vodnog ogledala J , tj. $Q = Q(H, J)$.

Modulna kriva proticaja formira se na osnovu rezultata hidrometrijskih mjerenja u određenom profilu riječnog toka (vodomjerne stanice). U hidrološkoj praksi, ona se koristi za proračun proticaja u vremenskim trenucima kada ne postoje hidrometrijska mjerenja proticaja, nego samo podaci o vodostajima. U tom slučaju, za poznatu vrijednost vodostaja H , preko formirane modulne krive proticaja, određuje se modulni koeficijent $K(H)$. U tim slučajevima mora se poznavati i pad vodnog ogledala J , pa se proticaj dobija po jednačini:

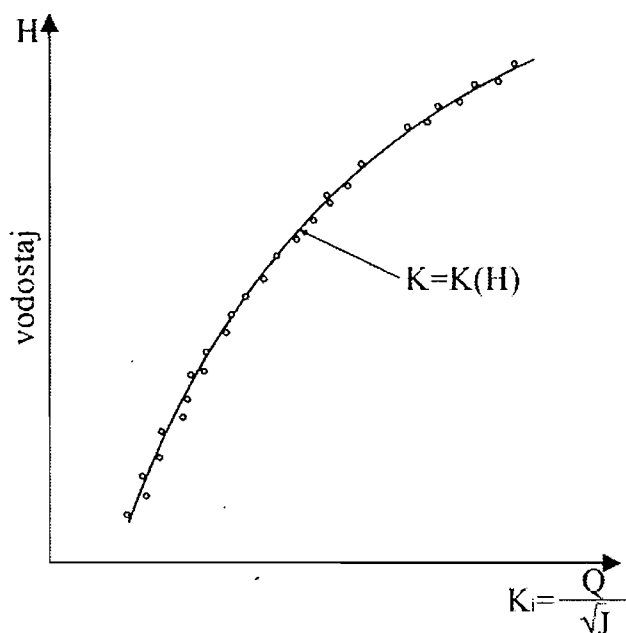
$$Q = K(H)\sqrt{J} \quad (4.183)$$

Navedena procedura koristi se za definisanje proticaja u slučaju nailaska poplavnih talasa i pri pojavi uspora ili depresija u otvorenim prirodnim tokovima. Pri ustaljenom i neravnomjernom tečenju, koje nastaje kao posljedica uspora ili depresije, izazvanih uticajem pritoke ili izgrađenih hidrotehničkih objekata, kako je prikazano na slici 4.67, pri formiranju klasične jednoznačne zavisnosti između vodostaja i proticaja (krive proticaja), dobila bi se velika rasturanja kod zavisnosti $Q = Q(H)$ i $V = V(H)$.



Slika 4.67: A - Uticaj ušća na promjenu pada vodnog ogledala u zoni vodomjerne stanice: B – uticaj hidrotehničkog objekta na promjenu pada vodnog ogledala u zoni vodomjerne stanice

Međutim, ako se u tim uslovima, umjesto klasične krive proticaja pređe na formiranje modulne krive, tj. uspostavi zavisnost između vodostaja H i modulnog koeficijenta $K(H)$, dobiće se znatno manje rasturanje tačaka, odnosno pouzdanija zavisnost između vodostaja i proticaja u uslovima ustaljenog i neravnomjernog tečenja, kako je to pokazano na slici 4.68.



Slika 4.68. Jednoznačna modulna kriva proticaja $K = f(H)$

U istraživanju napisane veze pojavljuje se i praktična teškoća: mjerenje pada. Pad je obično veoma malen (na većim rijekama nivo na kilometar padne svega nekoliko centimetara) i stoga je nemoguće pad odrediti na manjem rastojanju.

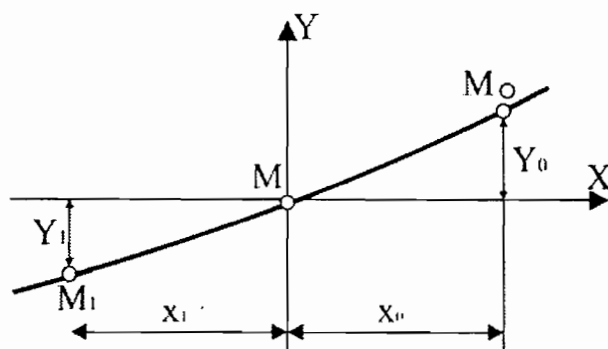
Jedan od postupaka za određivanje pada prikazan je na slici 4.69. Pored nivoa na vodomjernoj stanici za koji se utvrđuje zavisnost između proticaja i vodostaja, uzimaju se još dvije stanice – jedna uzvodno i druga nizvodno. Na parabolu (drugog reda) kroz tri tačke (tri nivoa), odredi se nagib tangente u srednjoj i to je pad nivoa.

Ako se za koordinatni početak usvoji kota nivoa vodnog ogledala na stanici M, onda se uslovni pad na profilu vodomjerne stanice M dobija po jednačini:

$$J = Y_0 \frac{x_1}{x_0(x_0 + x_1)} + Y_1 \frac{x_0}{x_1(x_0 + x_1)} \quad (4.184)$$

gdje su:

- Y_0 – razlika kota nivoa vode na vodomjernim stanicama M_0 i M,
- Y_1 – razlika kota nivoa vode na vodomjerenim stanicama M_1 i M,
- x_0 – rastojanje između vodomjernih stanica M_0 i M,
- x_1 – rastojanje između vodomjernih stanica M_1 i M.



Slika 4.69. Aproximacija linije vodene površine parabolom

Zavisnost između vodstaja i proticaja za deformabilno korito

Jednu od najvećih nevolja u praktičnoj hidrologiji, predstavlja nestabilnost riječnog korita. Ako deforancije imaju jedan smjer (stalno dubljenje ili stalno zasipanje), što može biti posljedica regulacionih radova, i ako promjene nisu nagle, moguće je na bazi učestalih mjerenja protoka, konstruisati familiju krivih, od kojih se svaka kriva odnosi na određeni period. Poslije izvjesnog vremena (jedna ili više godina), kada se korito stabilizovalo, dobiće se jednoznačna zavisnost $Q = Q(H)$.

Kod prirodnih vodotoka koji obiluju riječnim nanosom usljed dejstva erozije i taloženja, često dolazi do promjene poprečnog profila korita. Kod aluvijalnih vodotoka poprečni profil se mijenja ne samo u funkciji vodostaja, već i po vremenu, naročito nakon prolaska većih poplavnih talasa. Na taj način se promjena poprečnog profila može iskazati u vidu $A = A(H, t)$.

Promjena poprečnog profila je prirodan, permanentan proces koji se dešava u riječnom koritu. Naime, u gornjim tokovima rijeke odvija se proces erozije, a u donjim proces erozije i taloženja, u zavisnosti od brzine vodotoka i njegovih vučnih sila. Izgradnjom hidrotehničkih i drugih objekata u riječnom koritu (brana, mostova, prosjecanjem krivina i sl.), narušavaju se prirodni uslovi transporta nanosa u riječnom koritu, što izaziva dodatnu eroziju ili taloženje, a na taj način i promjenu poprečnog profila. Ove promjene mogu se otkriti samo čestim mjerenjima proticaja Q i površine poprečnog presjeka A .

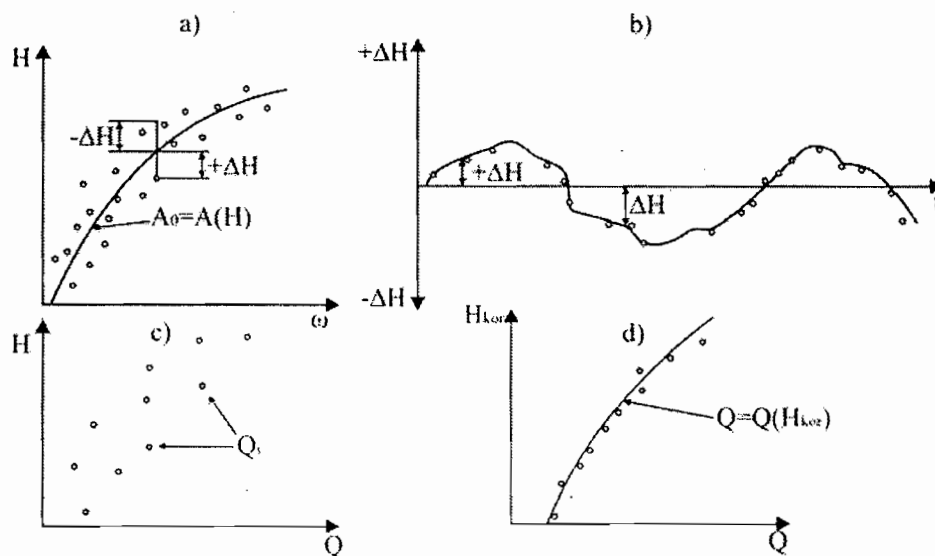
Za definiranje zavisnosti $Q = Q(H)$, za deformabilno riječno korito, u nastavku ovog teksta prikazuju se dvije procedure koje se najčešće koriste u hidrološkoj praksi.

Prva procedura bazira se na redukciji krive proticaja na osrednjeni profil. Primjenjuje se u uslovima kada deformacije korita imaju vertikalni karakter (produblјavanje ili zasipanje) i kada se pad vodnog ogledala beznačajno mijenja. Suština procedure svodi se na osrednjavanje zavisnosti $A = A(H)$, na bazi velikog broja mjerenja poprečnog profila A_i , a koja u suštini predstavlja osnovnu krivu (slika 4.70-a). Za svaku izmjerenu tačku A_i određuje se veličina popravki osmotrenog vodostaja H_i , tj. definiše se razlika $\Delta H_i = H_i - H_{kr}$, gdje je H_{kr} vodostaj očitani sa osnovne (osrednjene) krive na slici 4.70-a, za izmjerenu vrijednost poprečnog profila A_i . Na osnovu sračunatih vrijednosti ΔH_i konstruiše se hronološki grafik razlika $\Delta H = f(t)$ (slika 4.70-b).

Za definisanje zavisnosti između vodostaja i proticaja, crtaju se dvije zavisnosti. Prva, direktna zavisnost $Q = Q(H)$ (slika 4.70-c), koja pokazuje znatno rasturanje izmjerenih tačaka i nemogućnost korištenja klasične krive proticaja u uslovima deformabilnog korita. Druga zavisnost definiše vezu proticaja Q i korigovanih vodostaja H_{kor} (slika 4.70-d). Korigovani vodostaj se dobija kada se za svaki datum izmjerenog proticaja odredi popravka vodostaja ΔH_i (sa grafika $\Delta H = f(t)$ na slici 4.70-b):

$$H_{kor} = H_i \pm \Delta H_i \quad (4.185)$$

Nanošenjem odgovarajućih tačaka izmjerenih proticaja i korigovanih vodostaja u koordinatnom sistemu $Q - H_{kor}$ dobiće se jednoznačna veza $Q = Q(H_{kor})$, što je pokazano na slici 4.70-d.



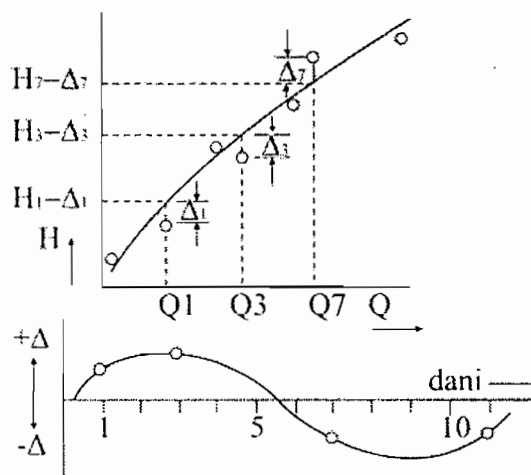
Slika 4.70. Šema redukcije krive proticaja na osnovni profil

Postupak za proračun proticaja u periodima kada nisu vršena hidrometrijska mjerenja sastoji se u slijedećem: prvo se za poznate datume osmatranja vodostaja, pomoću grafika $\Delta H = f(t)$, postupkom interpolacije očitaju odgovarajuće popravke ΔH_i i računaju odgovarajući korigovani vodostaji H_{kor} po jednačini (4.185). Zatim se za sračunatu vrijednost $H_{kor,i}$ sa grafika na slici 4.70-d očitavaju stvarne vrijednosti proticaja Q_i .

Druga procedura definisanja zavisnosti između vodostaja i proticaja, za slučaj kada je u pitanju potez na manjem toku gdje se korito naizmjenično zasipa i dubi, odnosno određivanja protoka, u danima u kojima se mjeri samo vodostaj, naziva se metoda Stout-a.

Ova metoda pretpostavlja da se tačke rasipaju oko neke srednje $Q = Q(H)$ krive koja se ne mijenja u vremenu (slika 4.71). Na bazi mjerenja Q_i određuje se odstupanje ΔH_j i konstruiše linija $\Delta H = \Delta H(t)$. Ako je, na primjer, tačka mjerenja Q_1 ispod krive, onda je odstupanje ΔH_1 , ako je iznad, onda je $-\Delta H_7$.

Za dan u kome nije mjereno protok, ovaj se određuje tako što se sa krive $\Delta = \Delta(t)$ prvo očita $\pm \Delta H$, pa se ova korektura doda osmotrenom vodostaju H ; zatim se sa osrednjene krive očita odgovarajući protok (na primjer za drugi dan na slici 4.66 je korigovani vodostaj $H_2 + \Delta H_2 = H'_2$, pa se za H'_2 sa osrednjene $Q = Q(H)$ krive očitava Q_2). Ovo je skupa metoda jer uslovljava da se mjerenja Q vrše veoma često (10 - 15 mjerenja mjesečno). Ako se predviđaju dugotrajna osmatranja, treba ili promijeniti profil vodomjera, ili izgraditi objekat kao na slici 4.46.

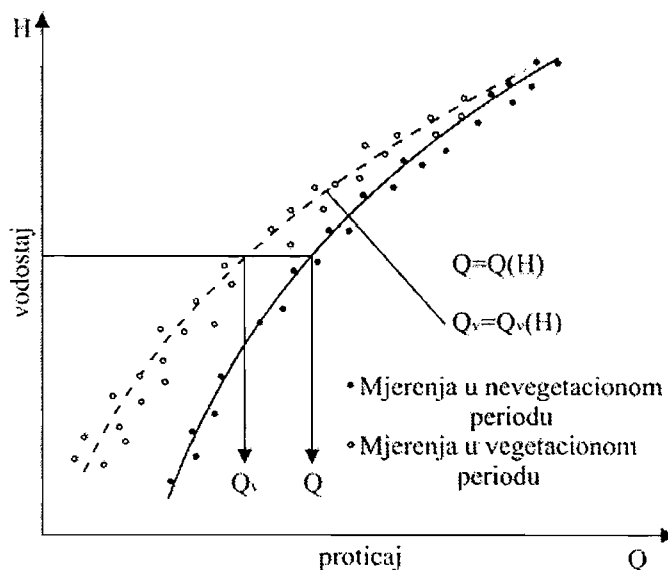


Slika 4.71. Šema za konstrukciju osnovne krive i popravku Stout-a

Zavisnost između vodostaja i proticaja za korito sa promjenljivom hrapavošću

U prirodnim vodotocima, a u uslovima ravnomjernog tečenja i nedeformabilnog korita, nejednoznačna kriva proticaja može se javiti kao posljedica značajnog mijenjanja hrapavosti korita tokom vremena. To se redovno događa kod ravničarskih rijeka, kada se u riječnom koritu, u vegetacionom periodu godine, pojavi bujna vegetacija, u vidu guste trave, trske, šiblja i sl. Kao posljedica ove pojave povećavaju se hidraulički otpori u koritu rijeke, usljed čega se smanjuje njegova propusna sposobnost za proticanje. U tim slučajevima neophodno je da se, na bazi izvršenih hidrometrijskih mjerenja, konstruišu dvije krive proticaja, jedna za period vegetacije – $Q_v = Q_v(H)$ i jedna za van vegetacioni period – $Q = Q(H)$. Na taj način dobija se kriva proticaja, kako je to prikazano na slici 4.72.

Za određivanje proticaja vode u trenucima kada nisu vršena hidrometrijska mjerenja, koristi se standardna procedura korištenja krivih proticaja. Razlika je samo u tome što se u ovom slučaju koriste nezavisno dvije krive – za vegetacioni period i za van vegetacioni period.



Slika 4.72. Krive proticaja za vegetacioni i vanvegetacioni period

4.8.4. Ekstrapolacija krivih proticaja

Zbog toga što je kako na malim, tako i na velikim rijekama uvijek teško da se izmjere protoci pri visokim vodostajima, opseg krive protoka, koja je konstruisana na bazi mjerenja, skoro uvijek biva prevaziđen prilikom nailaska poplavnih talasa.

Ovo uslovljava potrebu da se kriva produži, ekstrapoluje, na gore, za visoke vodostaje (i eventualno na dole, za niske vodostaje). Treba naglasiti da je ekstrapolacija krive proticaja iznad mjenenog proticaja nužno zlo, a da treba nastojati da se do mjenenih podataka dođe i pri velikim vodama.

U suštini većine metoda za ekstrapolaciju krivih proticaja je hidraulička analiza mjenenih podataka kao osnova za ekstrapolaciju. Poprečni presjeci i hidraulički radijusi poznati su i u ekstrapoliranom području, a brzina, pad nivoa i hrapavost ekstrapolišu se na osnovu izmjenenog i procjene terenskih okolnosti.

U zavisnosti kakvo je kretanje vode uzeto kao osnova za ekstrapolaciju, razmatra li se promjenljivost elemenata profila ili ne, postoje li ili ne izmjeneni padovi u zoni ekstrapolacije, zavisice i sam izbor metode za ekstrapolaciju krive proticaja.

U suštini, one se razlikuju među sobom vidom funkcije hidrauličkih elemenata koja može linearizovati vezu između te funkcije i vodostaja ili proticaja. Samim tim, praktično je nemoguće preporučiti univerzalnu metodu za ekstrapolaciju krive proticaja.

Ekstrapolacija se smatra pouzdanom navise u predjelu $0,2(H_{max} - H_{min})$, odnosno $0,05(H_{max} - H_{min})$ naniže.

U nastavku se navodi nekoliko osnovnih postupaka za ekstrapolaciju krive proticaja. U svakom konkretnom slučaju prednost dati onoj metodi-postupku čija je linearizacija najbolja.

1. Neposredna ekstrapolacija

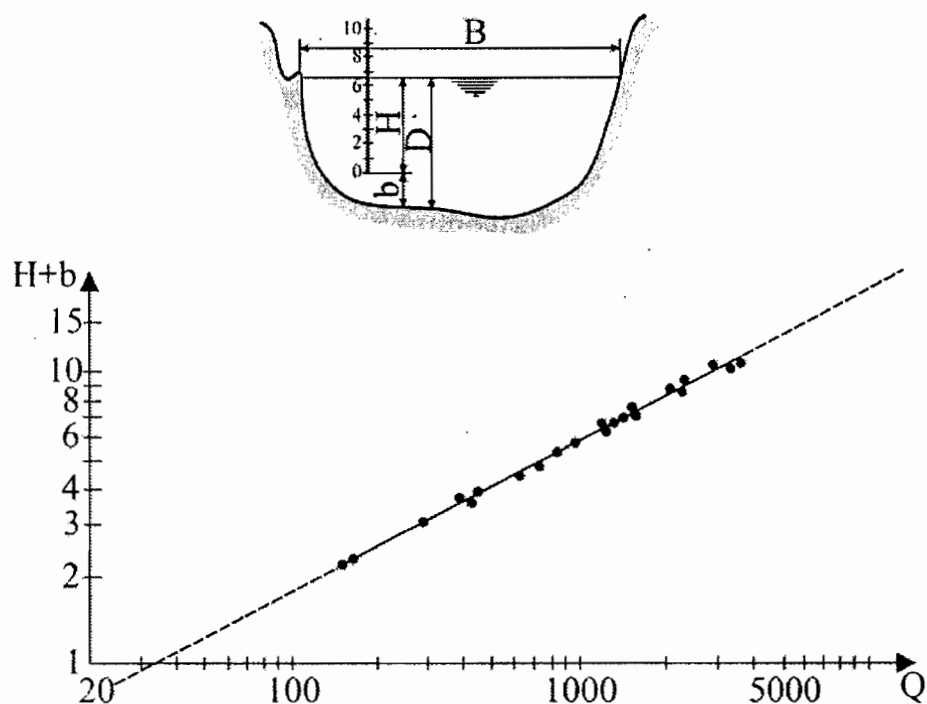
Neposredna ekstrapolacija krive proticaja bilo analitički ili grafički, moguća je pri pravilnijem obliku korita i ograničenom dijapazonu. U prvom slučaju, usvojeni analitički oblik zavisnosti $Q = Q(h)$ produžava se i u zoni ekstrapolacije. U drugom slučaju kriva proticaja zadržava svoj osnovni pravac i u zoni ekstrapolacije.

2. Logaritamska ekstrapolacija

Ako se kroz (H, Q) tačke nanijete na papir sa log – log podjelom može povući prava linija, onda se ta prava može produžiti, ali ne za više od 20 % u odnosu na najveći izmjeneni protok. Ovo istovremeno ukazuje da se eksperimentalna kriva $Q = Q(H)$ može prilagoditi stepenom funkcijom, jednačina (4.171). naime, ako se jednačina $Q = a(H \pm b)^c$ logaritmuje dobije se linearna jednačina:

$$\log Q = \log a + c \log(H \pm b) \quad (4.186)$$

Ako se parovi vrijednosti $\log Q$ i $\log(H \pm b)$ nanesu na dijagram u kome su i na ordinati i na apcisi vrijednosti u linearnoj skali-podjeli, jednačina (4.186) će imati oblik pravca. Isto će se desiti ako se parovi vrijednosti (Q) i $(H \pm b)$ nanesu na dijagramu u kome su i na ordinati i na apcisi vrijednosti u tzv. logaritamskoj skali-podjeli (slika 4.73).



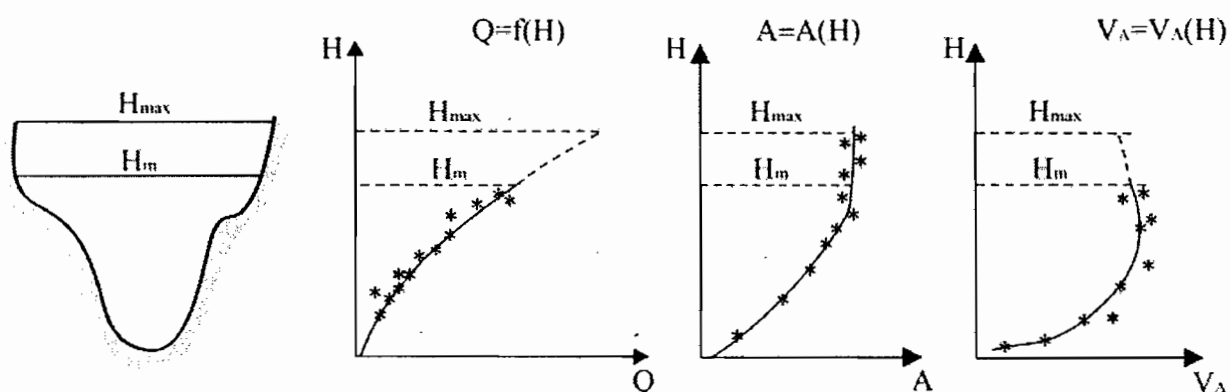
Slika 4.73. Logaritamska ekstrapolacija krive proticaja

3. Metoda sa ekstrapolacijom krive $V_A = V_A(H)$

Ako se u istoj razmjeri za H , na bazi podataka mjerenja, konstruišu krive $Q = Q(H)$, $A = A(H)$ i $V_A = V_A(H)$, gdje je $V_A = Q/A$, onda se kriva $A = A(H)$ može nacrtati do željenog H_{max} , na bazi geodetskog promjera profila vodomjerne stanice (A – površina proticajnog profila). Kriva $V_A = V_A(H)$ se (ručno) ekstrapoluje do H_{max} (V_A – srednja profilaska brzina).

Ako je H_m najveći vodostaj pri kome je mjeren protok, onda se za vodostaj H_j , $H_m < H_j \leq H_{max}$ sa ekstrapolovanog dijela krive $V_A = V_A(H)$ očitava srednja profilaska brzina V_{Aj} . Sa krive $A = A(H)$ se očitava odgovarajuća površina A_j , pa je

$Q_j = V_{Aj} \cdot A_j$. Ovo se ponavlja za nekoliko vodostaja do $H_j = H_{\max}$, pa se kroz dobijene tačke interpoluje produženi dio krive $Q = Q(H)$. Opisana metoda je, zbog svoje jednostavnosti, veoma popularna u hidrološkoj praksi.



Slika 4.74. Ekstrapolacija krive proticaja po krivoj srednje brzine $V_A = V_A(H)$

4. Metoda Steven-a

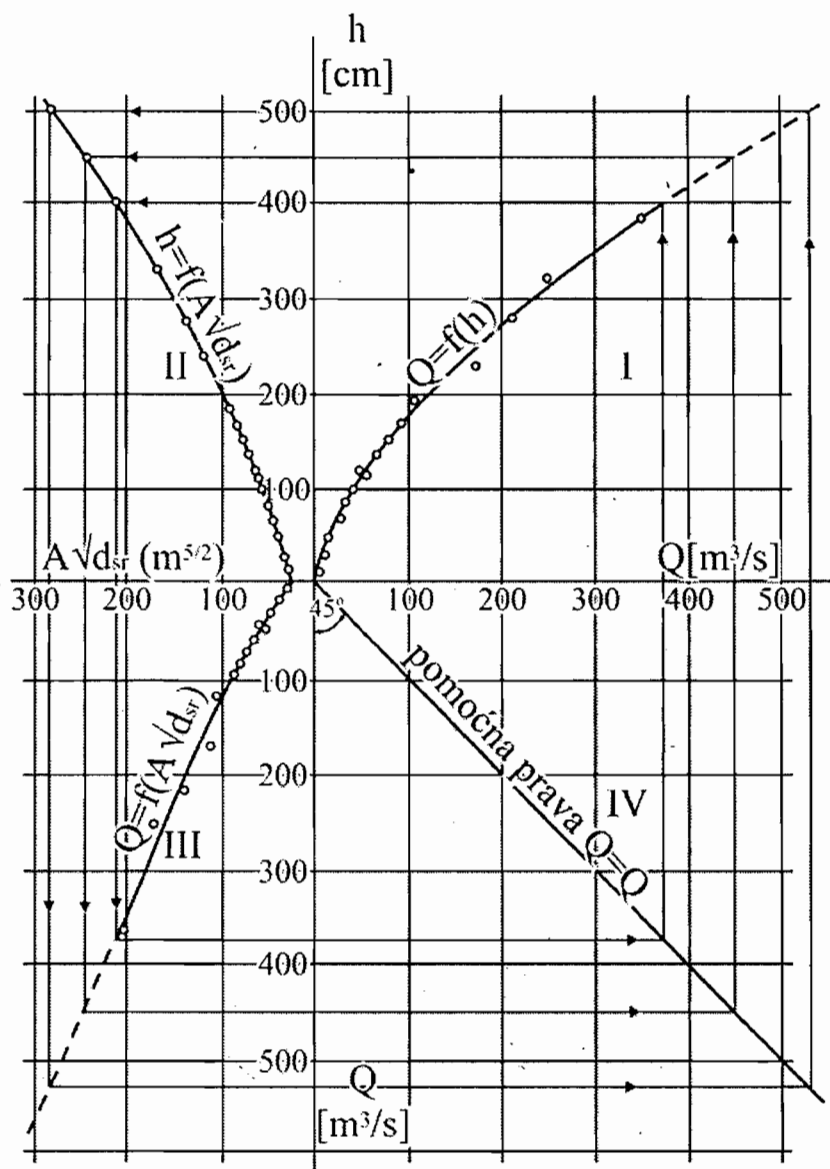
Ovdje se koristi empirijska formula Šezija za proračun protoka u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja (vidi jednačinu 4.159). U jednačini (4.159) se za široko prirodno korito može uzeti $R \approx d_{sr}$, gdje je $d_{sr} = A/B$, srednja profilska dubina (A – površina proticajnog profila, B – širina vodnog ogledala). Prema tome,

$$Q = AC\sqrt{d_{sr}}\sqrt{J} \quad (4.187)$$

Polazeći od pretpostavke da je u jednačini (4.159) $C\sqrt{J} \cong \text{const}$, veza između proticaja Q i izraza $A\sqrt{R} \cong A\sqrt{d_{sr}} \cong B \cdot d_{sr} \cdot d_{sr}^{1/2} = B \cdot d_{sr}^{3/2}$ trebala bi u domenu velikih voda biti linearna. Drugim riječima, ako se proizvod $A\sqrt{d_{sr}}$ nanese na grafik u funkciji mjerenih vrijednosti za Q , odnosno $Q = Q(A\sqrt{d_{sr}})$, kroz eksperimentalne tačke se može povući prava, koja se, dalje, ekstrapoluje. Pošto su A i d_{sr} geometrijske veličine, za desetak vodostaja se izračuna proizvod $A\sqrt{d_{sr}}$ (do h_{\max}) i konstruiše zavisnost $h - A\sqrt{d_{sr}}$.

Način određivanja protoka za h_j , ($h_m < h_j \leq h_{\max}$) je prikazan na grafiku na slici 4.75.

U slučaju nelinearnosti funkcije (zavisnosti) $Q = Q(A\sqrt{d_{sr}})$ predložena metoda nije prihvatljiva.



Slika 4.75. Ekstrapolacija linije proticaja $Q = Q(H)$ po zavisnosti $Q = Q(A\sqrt{d_{sr}})$
 - metoda Steven-a – rijeka Vrbas (V.S. Han Skela)

5. Metoda Velikanova

Polazeći od ranije poznate činjenice da ukupan proticaj u poprečnom profilu vodotoka predstavlja sumu elementarnih proticaja u vertikalama sa dubinom d_i , tj.

$$Q = C\sqrt{J} \int_0^B d_i \sqrt{d_i} db \quad (4.188)$$

Nakon određene transformacije se može napisati

$$Q = \beta^* CBd_{sr}^{3/2} \sqrt{J} \quad (4.189)$$

gdje je:

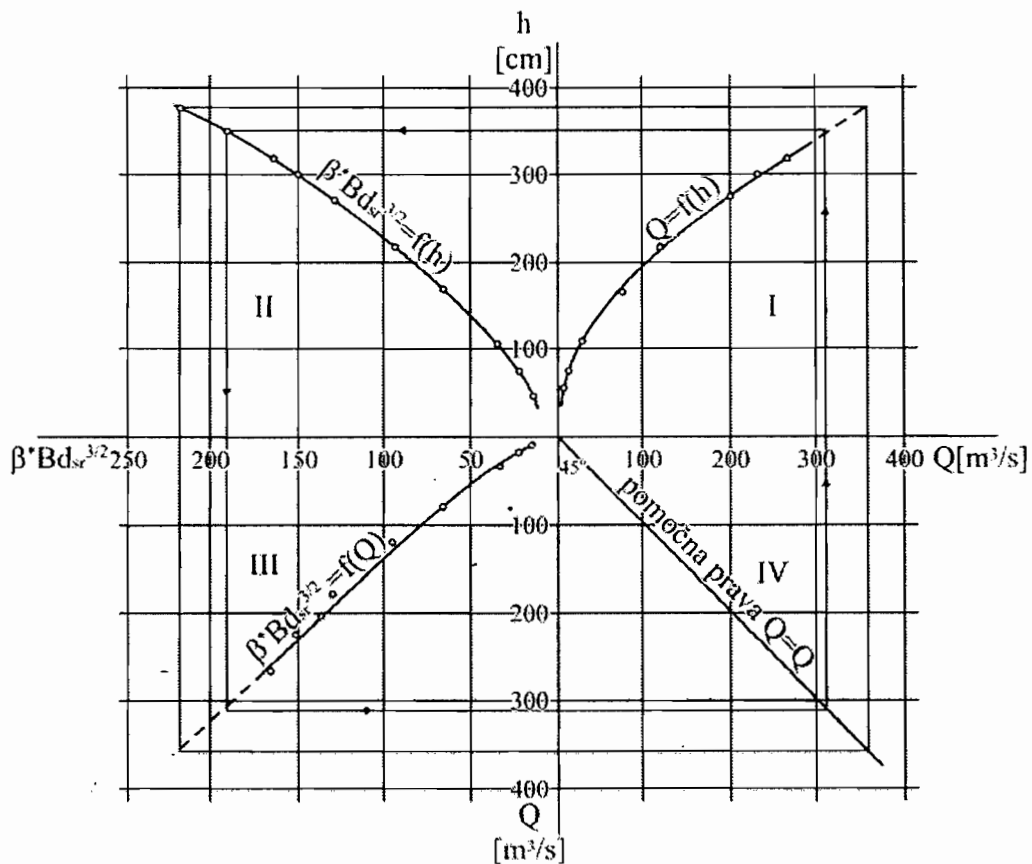
$$\beta^* = \frac{1}{A\sqrt{d_{sr}}} \int_0^B d_{sr}^{3/2} db - \text{parametar forme poprečnog presjeka} \quad (4.190)$$

$\beta \geq 1$, a A , B i d_{sr} imaju značenje kao u prethodnoj metodi.

Parametar β uzima u obzir neravnomjernost rasporeda dubine vode po širini korita.

Vrijednost integrala određuje se zamjenom sumiranjem proizvoda $d_i^{3/2} \Delta b$.

Kao i kod metode Steven-a, usvajajući pretpostavku da je $C\sqrt{J} \cong const.$, proizilazi da zavisnost $Q = Q(\beta^* Bd_{sr}^{3/2})$ predstavlja funkciju koja se linearizuje, odnosno veza između proticaja Q i izraza $(\beta^* Bd_{sr}^{3/2})$ trebala bi u domenu velikih voda biti linearna. Ekstrapolacija krive proticaja vrši se slijedećim redom: konstruiše se kriva proticaja $Q = Q(h)$, zatim zavisnost $\beta^* Bd_{sr}^{3/2} = f(h)$ koja se može konstruisati do željenog h_{max} . Nakon toga, konstruiše se zavisnost $Q = Q(\beta^* Bd_{sr}^{3/2})$, (trebala bi biti linearna) koja se ekstrapoluje do maksimalnog vodostaja h_{max} . Način određivanja proticaja za neki vodostaj h_j iz raspona $h_m < h_j < h_{max}$ je prikazan na slici 4.76. U slučaju nelinearnosti funkcije $Q = Q(\beta^* Bd_{sr}^{3/2})$ predložena metoda nije prihvatljiva.



Slika 4.76. Ekstrapolacija krive proticaja $Q = Q(H)$ po zavisnosti

$$Q = Q\left(\beta^* B d_{sr}^{3/2}\right) - \text{rijeka Lašva (V.S. Merdani)}$$

6. Ekstrapolacija po formuli Manning-a

Osnova za ekstrapolaciju krive proticaja u uslovima promjenljivog pada vodnog ogledala, je takođe Šezijeva jednačina za široko prirodno korito. Uvođenjem izraza za Šezijev koeficijent preko Manningovog koeficijenta hrapavosti, jednačina (4.177) sa $C = R^{1/6} / n = d_{sr}^{1/6} / n$ dobija oblik (R – hidraulički radijus):

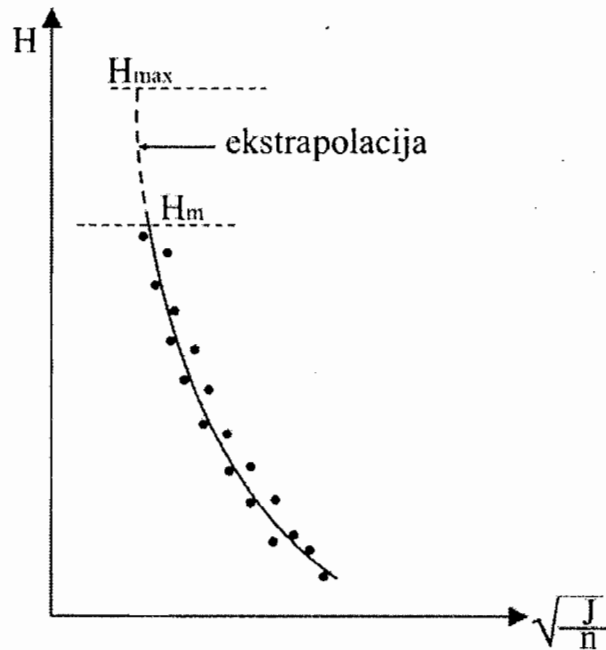
$$Q = A \cdot d_{sr}^{2/3} \frac{\sqrt{J}}{n} \quad (4.191)$$

gdje je (n) koeficijent hrapavosti po Manning-u (za prirodna korita $n = 0,020$ do $0,050$), a A i d_{sr} imaju ranije data značenja.

Ako iz (4.191) na lijevu stranu prenesemo veličine koje su mjerene, dobija se:

$$Q / A \cdot d_{sr}^{2/3} = \sqrt{J} / n \quad (4.192)$$

Na osnovu podataka mjerenja se izračunavaju vrijednosti $Q / Ad_{sr}^{2/3}$ i nanese na koordinatni sistem u funkciji H . Dobija se zakrivljena linija koja se ekstrapoluje do H_{max} . Za H_j , ($H_M < H_j \leq H_{max}$) se na bazi poznatih geometrijskih karakteristika izračunava prizvod $Ad_{sr}^{2/3}$ i množi se količnikom \sqrt{J} / n koji se za H_j očitava sa ekstrapolovanog dijela krive $H = H(Q / Ad_{sr}^{2/3}) = H(\sqrt{J} / n)$ na taj način se prema jednačini (4.192) dobija ekstrapolovana vrijednost Q_j .



Slika 4.77. Zavisnost $H = f(\sqrt{J} / n)$

7. Ekstrapolacija po Frudovom broju

Polazeći od poznatog izraza za Frudov broj:

$$F_r = \frac{Q^2 B}{gA^3} = V_A^2 / gd_{sr} \quad (4.193)$$

čija vrijednost, ako se nanese na grafik u funkciji vodostaja, najčešće za veliko H , daje pravolinijsku vezu, pa se ova linija lahko može ekstrapolovati do H_{max} . Ako se

Hidrometrija

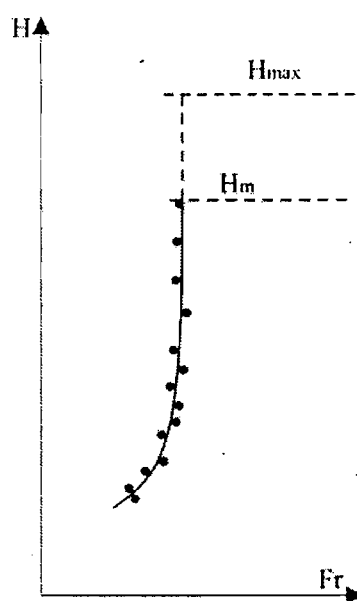
sada sa ekstrapolovanog dijela prave $H = H(Fr)$ za vodostaj H očita vrijednost za Fr , iz jednačine (4.193) se može odrediti V_A :

$$V_A = \sqrt{F_r g d_{sr}} \quad (d_{sr} - \text{srednja dubina}) \quad (4.194)$$

i dalje, protok

$$Q = V_A \cdot A \quad (A - \text{površina proticajnog profila}) \quad (4.195)$$

pošto su linije $H = H(d_{sr})$ i $H = H(A)$ poznate do H_{\max} .



Slika 4.78. Zavisnosti $Fr(H) = f(H)$

Iz naprijed izloženog, vidi se važnost mjerenja proticaja Q pri visokim vodostajima. Jer, niti jedna metoda za ekstrapolaciju ne može dati pouzdaniju vezu $Q = Q(H)$ od one koja se dobija mjerenjima. Međutim, opsjednuti ovim problemom, hidrolozi često zaboravljaju na značaj mjerenja malih voda. U prirodnim tokovima, naročito ako je u profilu vodomjera širina profila velika u odnosu na dubine, što je čest slučaj kod manjih rijeka, veza $Q = Q(H)$ je veoma nepouzdana, a i osmotreni vodostaj H je nepouzdana veličina. U takvim situacijama, nekoliko mjerenja protoka pri minimalnim vodostajima ne rješava problem bilansiranja protoka u malovodnom periodu godine, niti omogućuje da se izvrši pouzdana statistička analiza Q_{\min} , radi određivanja minimalnih protoka male vjerovatnoće javljanja [11].

Izgradnjom kanala sa suženjem na malim vodotocima (slika 4.45) ili fiksiranjem profila na većim (slika 4.46), rješava se problem mjerenja malih (i velikih) voda.

Kada takvi objekti nisu izgrađeni, treba često mjeriti protok. Ova mjerenja se brzo i lahko vrše (hidrometrijsko krilo na štangi) u povoljnim vremenskim uslovima.

4.9. ZAVISNOST IZMEĐU PRONOSA RIJEČNOG NANOSA I PROTICAJA VODE

Faktori koji uslovljavaju proces erozije u slivnom području vodotoka, odnosno režim nanosa jednog vodotoka, mogli bi se podijeliti na one koji se praktično ne mijenjaju ili one koji se u periodu od nekoliko godina ne mijenjaju znatno, i faktore koji su u toku godine podložni promjenama, u zavisnosti od meteoroloških i klimatskih promjena nad slivnim područjem.

U prvu grupu bi došli faktori koji karakterišu tlo u svim vidovima (reljef, topografija terena, struktura i geološki sastav tla, obraslost). U grupu parametara koji su u toku godine podložni promjenama spadaju: klima područja, odnosno režim padavina.

Za definisanje režima suspendovanog nanosa, u hidrološkoj praksi najčešće se uspostavljaju zavisnosti između pronosa nanosa i proticaja rijeke, kao jednog od najbitnijih faktora koji uslovljavaju pojavu nanosa u vodotocima. S druge strane, podaci o pronosu nanosa su znatno skromniji u odnosu na podatke osmatranja i mjerenje proticaja vodotoka. Zbog toga se u te svrhe uspostavljaju zavisnosti između proticaja nanosa i vode, za periode u kojima su vršena uporedna opažanja nanosa i proticaja. U periodima kada nisu vršena opažanja nanosa, te zavisnosti se koriste za procjenu pronosa nanosa, na osnovu poznatih proticaja vodotoka u višegodišnjem periodu u istom profilu. U vezi sa ovim, najčešće se uspostavljaju slijedeće zavisnosti:

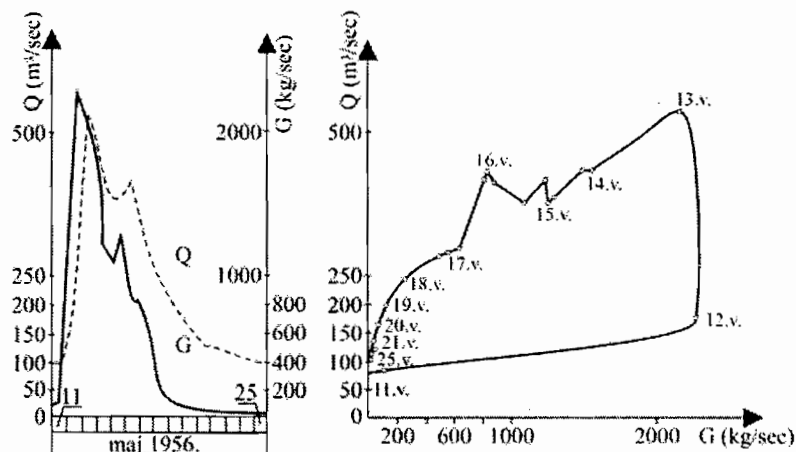
- zavisnost između srednjih dnevnih proticaja vode i suspendovanog nanosa,
- zavisnost između srednjih mjesečnih proticaja vode i suspendovanog nanosa,
- zavisnost između srednjih godišnjih proticaja vode i suspendovanog nanosa.

Eksperimentalna istraživanja su pokazala da se najčvršće zavisnosti dobijaju za veće periode diskretizacije vremena. Tako na primjer, za srednje godišnje vrijednosti zavisnost je najčvršća, a uspostavljene veze su uglavnom linearne. Za srednje mjesečne vrijednosti zavisnosti su slabije, a tipovi zavisnosti dobijaju nelincarni karakter (parabola n -tog stepena). Najslabije veze se uspostavljaju za dnevne vrijednosti, zbog asinhronosti u pojavama nanosa i proticaja u rijekama.

Naime, pri poplavnim talasima, kada se najviše nanosa pronosi rijekom, pojava najvećih količina nanosa prethodi pojavi maksimalnih proticaja, što se može vidjeti na slici (4.79). To se objašnjava činjenicom da pri pojavi kiša jakog inteziteta dolazi do intenzivnog pokretanja čestica nanosa sa sliva i prije pojave najvećih intenziteta kiše. Kasnije, koncentracije suspendovanog nanosa brže opadaju (oslabljen proces spiranja nanosa) nego proticaj vode /10/.

Zavisnost $G = G(Q)$, prikazana na slici 4.79 ilustruje odnos proticaja vode i nanosa kod jednog poplavnog talasa. Koncentracije brzo rastu i maksimalna koncentracija suspendovanog nanosa po pravilu prethodi vrhu poplavnog talasa; kasnije, koncentracije brže opadaju nego proticaj vode.

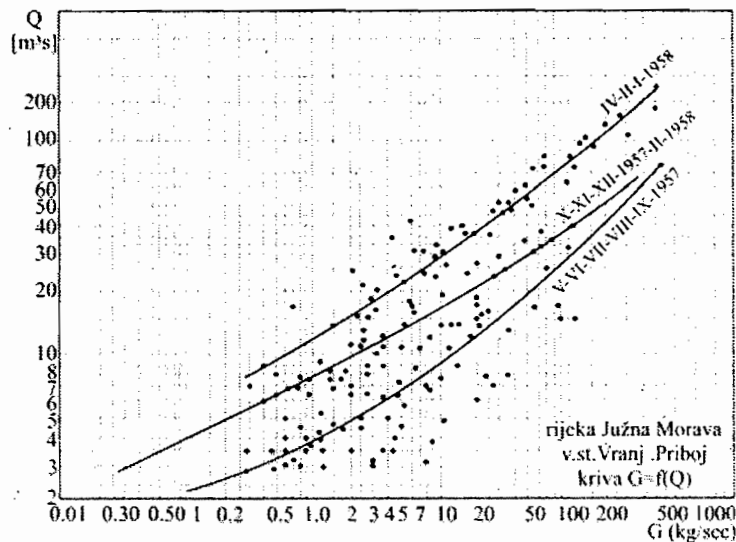
Neophodno je istaći da koncentracije suspendovanog nanosa nisu konstantne, ni pri istom proticaju vode, ni u različitim sezonama. Zbog toga, pri istom proticaju rijeke, vrijednost proticaja nanosa može varirati u veoma širokom intervalu, što se može vidjeti na slici (4.79), pa prema tome prikazana zavisnost ne može reprezentovati dovoljno čvrstu zavisnost između dnevnih proticaja nanosa i vode.



Slika 4.79. Zavisnost $G = f(Q)$ za poplavni talas /10/

Generalno posmatrano, zavisnost između proticaja nanosa i vode, moraju se razlikovati po sezonama zbog različitog karaktera njihovih uslovno-posljedičnih veza. Zimi se formiranje oticaja javlja kao posljedica topljenja snijega i kiša slabijih intenziteta, a kao posljedica toga pojavlju se manje koncentracije suspendovanog nanosa. Ljeti je oticanje posljedica uglavnom kiša jakog intenziteta i praćeno je visokim vrijednostima koncentracije nanosa. Ako se tome dodaju još i različiti nivoi razvoja vegetacije u tim periodima, onda se u potpunosti može shvatiti sva kompleksnost koja vlada pri formiranju riječnog nanosa.

Imajući u vidu navedene okolnosti, na slici (4.80) prikazana je zavisnost $G = G(Q)$ za jednu godinu osmatranja koja je podijeljena na tri različita perioda, vodeći računa o dobu godine i porijeklu oticanja vode. Kao što se vidi, tačke koje odgovaraju pojedinim sezonama su dosta dobro grupisane. U oči naročito pada činjenica da su vrijednosti koje odgovaraju ljetnjim mjesecima oštro odvojene od proljetnjih i zimskih mjeseci. Prelazni period je u principu slabo definisan.

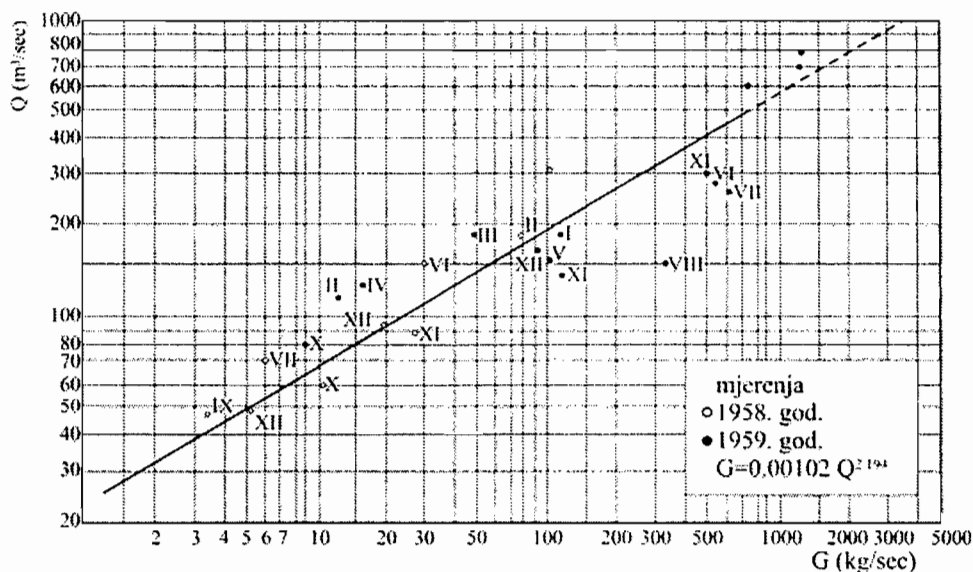


Slika 4.80. Zavisnost između srednjih dnevnih vrijednosti proticaja i pronosa suspendovanog nanosa za periode opadanja vodostaja /10/

Korelacije ovog tipa mogu se, uz dijagrame $G = G(t)$ i $Q = Q(t)$, koristiti pri analizi režima nanosa osmatranog toka. One zatim mogu praktično da posluže i za određivanje dnevnih proticaja nanosa (na osnovu podataka o proticaju vode), ukoliko u periodu osmatranja, iz razloga ekonomije ili drugih uzroka, uzorci vode na mutnoću nisu zahvatani svakodnevno.

Na slici (4.81), pokazana je zavisnost srednjih mjesečnih vrijednosti proticaja vode i suspendovanog nanosa. Ova zavisnost se često može aproksimirati modelom oblika $G = a Q^n$. Ukoliko zavisnost ovog tipa nije podložna promjenama u vremenu, ona se može koristiti za određivanje prosječnih mjesečnih vrijednosti pronosa nanosa.

Radi dobijanja pouzdane veze između godišnjih protoka vode i nanosa, potrebno je raspolagati podacima od najmanje desetak godina osmatranja. Zavisnost prosječnih godišnjih vrijednosti Q i G je za veće vodotoke obično pravolinijska.



Slika 4.81. Zavisnost između srednjih mjesečnih proticaja i pronosa suspendovanog nanosa /10/

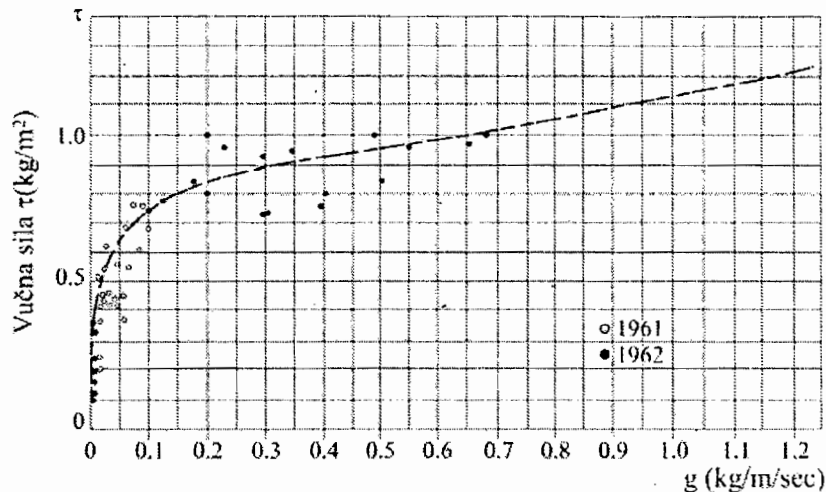
Za definisanje zavisnosti između pronosa vučenog nanosa i proticaja rijeke, neophodni su pouzdani podaci o istovremenom mjerenju obje veličine, kao i podaci o najnužnijim hidrauličkim elementima: padovi vodnog ogledala, linije energije i dr. Na potezu rijeke gdje ne dolazi do deformacije korita, na osnovu većeg broja mjerenja, može se uspostaviti direktna zavisnost između proticaja nanosa i vode $G = G(Q)$. Međutim, ukoliko na razmatranom potezu dolazi do čestih morfoloških promjena korita, dolazi i do promjena u vrijednostima hidrauličkih parametara koje su relevantne za pronošnje nanosa. U takvim slučajevima uspostavlja se zavisnost $g = f(\tau)$, gdje je τ vučna sila koja se računa prema izrazu /14/:

$$\tau = \rho \cdot d_{sr} \cdot J_e \quad (4.196)$$

gdje je:

- τ - vučna sila u (kg/m^2),
- d_{sr} - srednja dubina toka u (m),
- ρ - gustina vode u (kg/m^3),
- J_e - pad linije energije.

Primjer takve zavisnosti prikazan je na slici 4.82. Ovaj postupak podrazumijeva da se za dane kada ne postoje mjerenja proticaja vučenog nanosa moraju poznavati navedeni hidraulički elementi. Ukoliko je to poznato, računaju se vučne sile prema jednačini 4.186, a sa slike 4.82 se dobijaju odgovarajuće vrijednosti proticaja vučenog nanosa.



Slika 4.82. Zavisnost pronosa vučenog nanosa od vučne sile (po m' širine korita)

Iskustvo pokazuje da je za uspostavljanje kvalitetne korelacione veze između proticaja vode i pronosa nanosa neophodan veliki broj podataka. Mora se raspolagati rezultatima svakodnevnih mjerenja koncentracije u periodu od najmanje 3 do 5 godina. Preporučuje se uspostavljanje korelacije između srednjih mjesečnih proticaja vode i pronosa nanosa. Te korelacije se zatim mogu koristiti za formiranje krivih trajanja pronosa nanosa na osnovu poznatih krivih trajanja proticaja vode za višegodišnji period.

4.10. OSNOVNA OBRADA HIDROLOŠKIH PODATAKA

Hidrološka mjerenja i osmatranja se obrađuju sa ciljem da se svi podaci dovedu u oblik koji je najpogodniji za čuvanje (arhiviranje), razmjenu, publikovanje i analizu.

Obrada podataka može se razdvojiti u tri osnovne kategorije:

- obrada osmotrenih veličina u tački, za sve tačke posebno na određenom slivnom području,
- određivanje prostornih varijacija karakterističnih hidroloških veličina na slivnom području i

Hidrometrija

- tabeliranje osmatranih podataka i rezultata obrade, u formi koja je najpogodnija za publikovanje, razmjenu i korištenje.

Obrada podataka mjerenja i osmatranja u pojedinim tačkama sliva obuhvata slijedeće /11/:

- Prvi pregled i obradu prikupljenih podataka sa terena; konstrukcija kontinualnih dijagrama promjene svih osmotrenih veličina u funkciji vremena,
- Provjera i kontrola rezultata osmatranja; vrši se inspekcija grešaka mjerenja, neispravnosti instrumenata, prekida u osmatranju i ocjena vjerodostojnosti podataka. Ovakve kontrole vrše se analizom korelacionih zavisnosti između osmatračkih stanica i upoređenjem varijacija osmotrene promijenljive sa mogućim uzrocima koji su takve varijacije izazvali. U slučajevima kada postoji kraći prekid u osmatranjima određene veličine, potrebno je izvršiti popunu podataka. Podaci koji nedostaju na nekoj stanici, mogu se popuniti na dva načina: analizom podataka osmotrenih prije i poslije prekida na istoj stanici, ili analizom podataka sa drugih stanica, koje nisu imale prekide u radu a locirane su u blizini, u sličnim prirodnim uslovima. Po oba načina, podaci koji nedostaju u suštini se određuju interpolacijom po vremenu i/ili prostoru. Tačnost ovako određenih podataka veoma je različita, i u prvom redu zavisi od načina osmatranja i blizine susjednih osmatračkih stanica. U slučajevima kada nedostaju osmatranja ekstremnih vrijednosti, njihovo određivanje interpolacionim postupcima može biti opterećeno značajnim greškama. U principu, svi podaci koji nisu osmotreni, već proračunati, aproksimativnog su karaktera i u publikacijama moraju biti posebno označeni.
- Tabeliranje podataka. Za različite vremenske intervale (dan, mjesec, godina, period), osmotreni hidrološki podaci se prikazuju tabelarno i/ili grafički. Forma i formati tabela ili karata moraju zadovoljiti dva osnovna zahtijeva: (i) jednostavnost forme, koja omogućuje preglednost i lahko nalaženje podataka prilikom korištenja, (ii) unificiranost tabela i karata, koja omogućuje brzu razmjenu podataka i usklađenost sa ulazno-izlaznim programskim formatima za računarsku obradu.

Na hidrološkim stanicama hidrometeorološke službe vrše se osmatranja i mjerenja vodostaja, proticaja vode, koncentracije suspendovanog nanosa, temperature vode i uzimaju se uzorci vode za određivanje kvaliteta vode, kao i osmatranje pojave leda.

Način osnovne obrade zavisi od karakteristika hidrološke promjenljive koja se obrađuje. Kao primjer, daje se prikaz standardnih obrada površinskih voda, koji obuhvata obradu vodostaja i proticaja.

Vodostaji na rijekama, jezerima, akumulacijama i moru, osmatraju se terminski ili kontinualno. Ako se nivo registruje pomoću limnigrafa (kontinualno), numerička konverzija podataka vrši se pomoću električnog čitača (digitajzera). Podaci o srednjim (i ekstremnim) dnevnim vodostajima unose se u računarske datoteke radi dalje obrade. Standardizovana osnovna obrada ovako pripremljenih podataka o vodostajima, u jednoj kalendarskoj godini sastoji se od:

- određivanja srednjih dnevnih vodostaja i dnevnih ekstrema,
- određivanje srednjih mjesečnih vodostaja, mjesečnih ekstrema i datuma njihove pojave,
- određivanje srednjih godišnjih vodostaja, godišnjih ekstrema i datuma njihove pojave,
- određivanje krive učestalosti i trajanja vodostaja u godini,
- konstrukcija nivograma $H = H(t)$,

Vodostaji se obrađuju za sve stanice na kojima se vrše osmatranja vodostaja i publikuju u Hidrološkom godišnjaku, u obliku tabela (tabela 4.6).

Bilo koji način osmatranja i/ili obrada da se koristi, uvijek je neophodna pretodna kontrola osmatranja, popunjavanje podataka i korekcija grešaka vodostaja.

Trenutni ekstremi zabilježeni u toku 24 sata, proglašavaju se za ekstremne dnevne vodostaje, i to:

$$\text{maksimalni dnevni } H_{max}^d = \max\{H_{ti}\}, \quad (4.197)$$

$$\text{minimalni dnevni } H_{min}^d = \min\{H_{ti}\}. \quad (4.198)$$

Napominje se da u slučaju postojanja samo jednog osmatranja u toku dana isti vodostaj se u daljnjim analizama tretira kao srednji dnevni, minimalni i maksimalni dnevni vodostaj.

Srednji mjesečni vodostaj H_{sr}^m dobija se kao aritmetička sredina srednjih dnevnih vodostaja po izrazu:

Hidrometrija

$$H_{sr}^m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m H_{sr,i}^d \quad (4.199)$$

gdje je m broj dana u mjesecu za koji se računa srednja vrijednost.

Za ekstremne mjesečne vrijednosti vodostaja proglašavaju se ekstremi iz niza od m dnevnih ekstrema odgovarajućeg mjeseca, i to:

$$\text{za maksimalni mjesečni vodostaj } H_{max}^m = \max \{ H_{max,i}^d \}, \quad (4.200)$$

$$\text{za minimalni mjesečni vodostaj } H_{min}^m = \min \{ H_{min,i}^d \}. \quad (4.201)$$

Datumi pojave ekstremnih dnevnih vrijednosti vodostaja proglašavaju se za datume pojave odgovarajućih mjesečnih vrijednosti vodostaja.

Srednji godišnji vodostaj dobija se kao aritmetička sredina srednjih dnevnih vodostaja po izrazu:

$$H_{sr}^g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H_{sr,i}^d \quad (4.202)$$

gdje je n broj dana u godini za koju se računa srednja vrijednost.

Tabela 4.6. Izgled jednog lista Hidrološkog godišnjaka sa obrađenim vodostajima

| VODOSTAJI (cm) | | | | | | Godina: 1983 | | | | | | | |
|----------------|-------------|-----|-----|-----|--------|----------------------|-------------|-----|-----|---------|--------|-----|--|
| Stanica: USORA | | | | | | Broj stanice: 204 | | | | | | | |
| Vodotok: BOSNA | | | | | | Kota nule: 140,16 | | | | | | | |
| Sliv: SAVA | | | | | | km (od ušća) = 76,00 | | | | | | | |
| Dan | Jan | Feb | Mar | Apr | Maj | Jun | Jul | Avg | Scp | Okt | Nov | Dcc | |
| 1 | 78 | 80 | 79 | 174 | 75 | 29 | 58 | 17 | 11 | 22 | 43 | 71 | |
| 2 | 73 | 77 | 94 | 158 | 73 | 26 | 80 | 14 | 10 | 22 | 59 | 57 | |
| 3 | 69 | 79 | 93 | 150 | 80 | 23 | 119 | 12 | 7 | 18 | 50 | 45 | |
| 4 | 69 | 72 | 82 | 140 | 72 | 21 | 89 | 12 | 7 | 16 | 43 | 41 | |
| 5 | 83 | 64 | 75 | 133 | 66 | 19 | 69 | 12 | 8 | 15 | 39 | 39 | |
| 6 | 115 | 63 | 72 | 126 | 62 | 19 | 55 | 14 | 8 | 13 | 35 | 37 | |
| 7 | 152 | 118 | 73 | 115 | 58 | 61 | 48 | 33 | 8 | 12 | 30 | 36 | |
| 8 | 146 | 201 | 91 | 108 | 56 | 49 | 83 | 26 | 15 | 10 | 28 | 35 | |
| 9 | 122 | 189 | 105 | 103 | 56 | 40 | 48 | 18 | 11 | 9 | 25 | 33 | |
| 10 | 101 | 323 | 122 | 101 | 68 | 29 | 55 | 14 | 6 | 14 | 24 | 31 | |
| 11 | 84 | 327 | 128 | 102 | 78 | 36 | 50 | 11 | 3 | 20 | 22 | 47 | |
| 12 | 75 | 404 | 128 | 102 | 67 | 143 | 55 | 14 | 16 | 18 | 20 | 68 | |
| 13 | 69 | 262 | 117 | 171 | 60 | 82 | 51 | 33 | 44 | 45 | 18 | 50 | |
| 14 | 67 | 202 | 100 | 222 | 54 | 62 | 44 | 90 | 52 | 30 | 16 | 36 | |
| 15 | 72 | 172 | 91 | 161 | 50 | 63 | 58 | 58 | 27 | 22 | 16 | 29 | |
| 16 | 72 | 149 | 86 | 139 | 47 | 77 | 54 | 36 | 19 | 17 | 15 | 25 | |
| 17 | 79 | 128 | 82 | 135 | 44 | 162 | 51 | 26 | 41 | 14 | 15 | 27 | |
| 18 | 78 | 116 | 82 | 128 | 45 | 176 | 47 | 23 | 192 | 16 | 12 | 60 | |
| 19 | 89 | 108 | 88 | 124 | 44 | 117 | 39 | 22 | 157 | 62 | 12 | 185 | |
| 20 | 83 | 100 | 92 | 118 | 40 | 87 | 33 | 21 | 119 | 45 | 14 | 214 | |
| 21 | 72 | 92 | 96 | 110 | 37 | 71 | 74 | 19 | 85 | 34 | 12 | 191 | |
| 22 | 64 | 87 | 101 | 104 | 36 | 71 | 50 | 17 | 63 | 29 | 12 | 147 | |
| 23 | 61 | 79 | 110 | 104 | 34 | 98 | 37 | 12 | 48 | 26 | 13 | 116 | |
| 24 | 59 | 71 | 111 | 102 | 32 | 122 | 30 | 10 | 38 | 23 | 10 | 96 | |
| 25 | 55 | 69 | 107 | 96 | 37 | 94 | 25 | 8 | 32 | 21 | 9 | 81 | |
| 26 | 52 | 67 | 154 | 92 | 34 | 69 | 23 | 8 | 33 | 18 | 6 | 70 | |
| 27 | 52 | 69 | 176 | 86 | 32 | 56 | 20 | 8 | 35 | 18 | 12 | 83 | |
| 28 | 60 | 73 | 162 | 83 | 30 | 52 | 18 | 8 | 30 | 16 | 19 | 99 | |
| 29 | 73 | | 177 | 81 | 32 | 98 | 16 | 7 | 26 | 15 | 117 | 78 | |
| 30 | 76 | | 220 | 78 | 33 | 74 | 16 | 5 | 25 | 14 | 92 | 71 | |
| 31 | 79 | | 199 | | 32 | | 17 | 14 | | 12 | | 66 | |
| NV | 51 | 62 | 72 | 76 | 30 | 17 | 16 | 5 | 3 | 9 | 6 | 25 | |
| SV | 80 | 137 | 113 | 122 | 50 | 71 | 49 | 20 | 39 | 21 | 28 | 73 | |
| VV | 160 | 452 | 226 | 256 | 84 | 223 | 132 | 131 | 212 | 70 | 140 | 224 | |
| NV: 3 | 11.09. | | | | SV: 67 | | | | | VV: 452 | 12.02. | | |
| NNV: -4 | 30.09.1982. | | | | | VVV: 707 | 13.05.1965. | | | | | | |

Kao ekstremni godišnji vodostaji uzimaju se ekstremi iz mjesečnih vrijednosti, i to:

$$\text{maksimalni godišnji vodostaj } H_{max}^g = \max\{H_{max,i}^m\} = \max\{H_{max,i}^d\} \quad (4.203)$$

$$\text{minimalni godišnji vodostaj } H_{min}^g = \min\{H_{min,i}^m\} = \min\{H_{min,i}^d\} \quad (4.204)$$

Odgovarajući datumi pojave izdvojenih ekstremnih dnevnih vrijednosti predstavljaju i datume pojave ekstremnih godišnjih vrijednosti.

Proticaji se obrađuju za sve stanice na kojima se mjere proticaji vode. Standardne obrade obuhvataju slijedeće:

- Određivanje zavisnosti između vodostaja i proticaja vode (kriva proticaja),
- Proračun trenutnih proticaja – na osnovu osmotrenih trenutnih vodostaja i uspostavljenih zavisnosti između vodostaja i proticaja,
- Konstrukcija hidrograma $Q = Q(t)$ za cijelu godinu i za karakteristične poplavne talase,
- Određivanje srednjih dnevnih, mjesečnih i godišnjih proticaja, odgovarajućih ekstrema i trenutaka njihove pojave,
- Proračun trajanja i učestalosti proticaja u godini i konstrukcija krive trajanja i učestalosti proticaja.

Kao i kod vodostaja, vrijednosti proticaja se publikuju u Hidrološkom godišnjaku, u obliku tabela. Tabela ima istu formu kao i tabela za vodostaje (tabela 4.6).

Pored pomenutih obrada, od interesa je da se redovno računaju i slijedeći kvantitativni pokazatelji površinskog oticanja: (i) zapremina ukupno otekle vode, (ii) specifično oticanje, (iii) ukupna visina oticanja i (iv) koeficijent oticanja.

Zapremina ukupno otekle vode u vremenskom periodu T , W_T :

$$W_T = Q_T \cdot T \quad [\text{m}^3] \quad (4.205)$$

gdje je:

Q_T – srednji proticaj u vremenskom periodu T , $[\text{m}^3/\text{s}]$,

T – vremenski period, $[\text{s}]$.

Specifično oticanje sa sliva q_T :

$$q_T = Q_T / F_{sl} \quad [\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2] \quad (4.206)$$

gdje je F_{sl} – površina sliva do posmatrane vodomjerne stanice za koju je određen Q_T , $[\text{km}^2]$.

Ukupna visina oticanja ili visina efektivnih padavina P_e :

$$P_{eT} = \frac{W_T \cdot 10^9}{F_{sl} \cdot 10^{12}} \quad [\text{mm}] \quad (4.207)$$

za W_T u $[\text{m}^3]$ i F_{sl} u $[\text{km}^2]$.

Koeficijent oticanja sa sliva u posmatranom vremenu T :

$$\eta_T = P_{eT} / P_T \quad (4.208)$$

gdje je P_T ukupna visina kiše pala na posmatrani sliv za vremenski period T .

Koeficijent oticanja uvijek je manji od jedinice i pokazuje koliki je dio kiše, koja je pala na sliv u periodu vremena T , površinski otekao.

Period T , za koji se računaju ovi pokazatelji oticanja zavisi od konkretnih potreba i može biti: dan, mjesec, period pojave velikih voda, sezona, godina i višegodišnji period. U Hidrološkim godišnjacima obično se računaju samo godišnji pokazatelji oticanja.

Kompletni rezultati obrade proticaja podvrgavaju se kontroli, da bi se otklonile eventualne grube greške nastale tokom mjerenja, osmatranja ili obrade.

Kontrola dnevnih proticaja na rijekama gdje postoji više stanica se vrši poređenjem i, po potrebi, usklađivanjem duž toka. Serija godišnjih hidrograma, poredanih počev od najuzvodnije stanice, omogućuje vizuelnu kontrolu. Ovaj način se naročito koristi pri analizi poplavnih talasa duž toka. Vršni proticaji poplavnih talasa pomijeraju se (kasne) idući nizvodno. To kašnjenje je srazmjerno vremenu putovanja talasa duž posmatrane dionice. Pošto na dionici dolazi do transformacije poplavnog talasa, očigledno je da se kontrola proticaja ne može vršiti prostim poređenjem (korespodencijom) dnevnih vrijednosti. Krivulja korespodencije proticaja (vodostaja) za dvije stanice $[Q_A = f(Q_B) \text{ ili } H_A = f(H_B)]$ zavisi od mnogih faktora, na prvom mjestu od vremena putovanja. Vrijeme putovanja

Hidrometrija

između stanica A i B, s druge strane, zavisi od veličine proticaja. Iz izloženog proizilazi da je najpouzdaniji način za kontrolu i usklađivanje hidrograma duž toka, primjena neke od (hidroloških) metoda za proračun propagacije i transformacije poplavnih talasa, koje će biti detaljno pokazane u poglavlju 12. Pošto se pri tome u obzir uzima i dotok sa međusliva (između dvije susjedne stanice na glavnom toku), time se vrši i kontrola proticaja na pritokama. Na taj način se provjerava kompletan bilans voda posmatranog sliva.

Na nekim rijekama, na veličinu dnevnih proticaja vode mogu uticati uzvodna zahvatanja vode ili izravnjanje voda u akumulacionom bazenu. U prvom slučaju, zahvaćena voda može predstavljati nepovratni gubitak sa gledišta prirodnog proticaja (navodnjavanje, prevođenje vode u drugi sliv), dok u drugom, ako je na primjer u pitanju akumulaciona hidroelektrana, voda se ne troši, nego se vrši preraspodjela proticaja u vremenu (i ovdje je moguće prevođenje voda u drugi sliv). U takvim situacijama, na nizvodnoj hidrološkoj stanici se ne registruje prirodni, nego modifikovan proticaj (umanjen, uvećan ili poremećen). Veoma je važno da se prilikom publikovanja podataka o registrovanim proticajima ukaže na ovu okolnost. Potpuni uvid o poremećenom režimu vodotoka se dobija ako se pored registrovanih podataka, izračunaju i prirodni (rekonstruisani) proticaji, na bazi podataka o zahvatanju, odnosno izravnjanju voda u akumulacionom bazenu.

Kada se vrše specijalne obrade (u cilju modeliranja procesa oticanja vode), rade se detaljnije analize. Hidrogrami velikih voda, nastalih od kiše, se kontrolišu preko osmotrenih padavina, a oni koji su posljedica topljenja snijega, sa zalihama snijega u slivu i izotermalnom situacijom u periodu topljenja.

Ako su sve kontrole pokazale da su rezultati mjerenja, osmatranja i obrade površinskih voda vjerodostojni, podaci se tabeliraju i publikuju u Hidrološkom godišnjaku. Isti podaci se pohranjuju i u računarske baze podataka.

Pri tome je najznačajnija priprema, organizacija i formiranje banke hidroloških podataka i razvijanje serije programa za hidrološke obrade, proračune i analize preko računara.

Dobro organizovana banka hidroloških podataka, uz bogatu podršku razvijenih hidroloških programa, omogućava, ne samo brzu osnovnu obradu, već i kompleksne hidrološke analize svih komponenata vodnog bilansa i operativno izdavanje hidroloških prognoza.

Ostali podaci koji se obrađuju i publikuju u Hidrološkom godišnjaku su:

- Suspendovani nanos se mjeri svakodnevno na stanicama hidrološke službe; mjeri se koncentracija nanosa a publikuju se srednje mjesečne i godišnje koncentracije i mjesečni i godišnji ekstremi,
- Pojava leda na rijekama osmatra se i publikuje samo kvalitativno; označavaju se periodi kada je na rijeci bio ledohod, odnosno ledostaj,
- Temperatura vode mjeri se na rijekama i jezerima. Mjerenja se vrše svakodnevno, a publikuju se srednje mjesečne i godišnje temperature, mjesečni i godišnji ekstremi i datumi godišnjih ekstrema,
- Kvalitet voda. Uzimanje uzoraka za određivanje fizičkih, hemijskih, bioloških i bakterioloških osobina vrši se terminski, najviše osam puta godišnje. Svi rezultati analiza i obrada publikuju se u Hidrološkom godišnjaku.

Tačnost hidroloških podataka zavisi od veličine grešaka osmatranja i grešaka obrade osmotrenih promjenljivih. Veličina ukupne greške može se odrediti analizom svih mogućih slučajnih i sistematskih grešaka koje se mogu javiti tokom osmatranja i obrade podataka. Sistematske greške se relativno lahko otkrivaju – pažljivom provjerom osmotrenih podataka ili testiranjem homogenosti vremenske serije. Ocjena veličine slučajnih grešaka mora se izvršiti statističkim metodama, što nije uvijek moguće, zbog kratkog niza osmatranja, rijetke pojave analizirane veličine ili postojanja veze između analiziranog fenomena i karakteristika sliva.

4.10.1. Linija trajanja i učestalosti

Sređivanje opaženih podataka i njihovo pregledno prikazivanje obavlja se postupcima koji su suštinski primjene statističkih metoda, uz izvjesno prilagođavanje praktičnim potrebama. Izvjesni prikazi i pojmovi su postali redovno sredstvo izlaganja i sporazumijevanja u okviru hidrotehničke struke. To je, prije svega, tzv. “*linija trajanja*” i “*linija učestalosti*”.

Linija učestalosti je empirijska funkcija koja predstavlja broj pojava (ili procenat pojava) nekog hidrološkog procesa u određenom klasnom intervalu.

Linija trajanja predstavlja empirijsku funkciju koja pokazuje koliko je neka zadata veličina i sve vrijednosti veće od te veličine trajala u danima ili procentima.

Da bi ilustrovali ova dva pojma, poslužimo se primjerom konstrukcije krive učestalosti i kumulativne učestalosti srednjih dnevnih vodostaja rijeke Neretve, na vodomjernoj stanici Žitomislići za 1947. godinu – dakle 365 vrijednosti slučajne promjenljive, odnosno srednjih dnevnih vodostaja h .

Da bi se to uradilo, zabilježeni interval varijacije vodostaja prethodno je podijeljen u određeni broj klasnih intervala od na primjer 25 cm. Tada se može izvršiti prebrojavanje da bi se utvrdio broj dana kada je vodostaj bio takve veličine da pada u određenu klasu ili klasni interval. Ovo prebrojavanje se može izvršiti po mjesecima, a onda i za čitavu godinu. Na taj način su dobijene vrijednosti apsolutnih učestalosti, f , promjenljive h , date u tabeli 4.7.

Grafičkim nanošenjem vrijednosti vodostaja h nasuprot učestalosti f , dobije se empirijska kriva učestalosti (empirijska pošto je ocijenjena iz uzorka) koja se u hidrološkoj praksi naziva *linija učestalosti* (slika 4.83). Za ovaj primjer to je linija učestalosti vodostaja.

Odredimo i kumulativnu krivu učestalosti, ali prethodno oformivši uređen uzorak ili skup slučajne promjenljive po pripadajućoj vrijednosti. Uređen skup slučajne promjenljive, odnosno skup uređen po veličini, je onaj skup kod koga je:

$$x_1 > x_2 > x_3 > \dots > x_{N-1} > x_N \quad (4.209)$$

Upravo na taj način je i predstavljen uzorak vodostaja dat u tabeli 4.7.

Saberimo sada vrijednosti apsolutnih učestalosti od najviše vrijednosti naniže, tj.

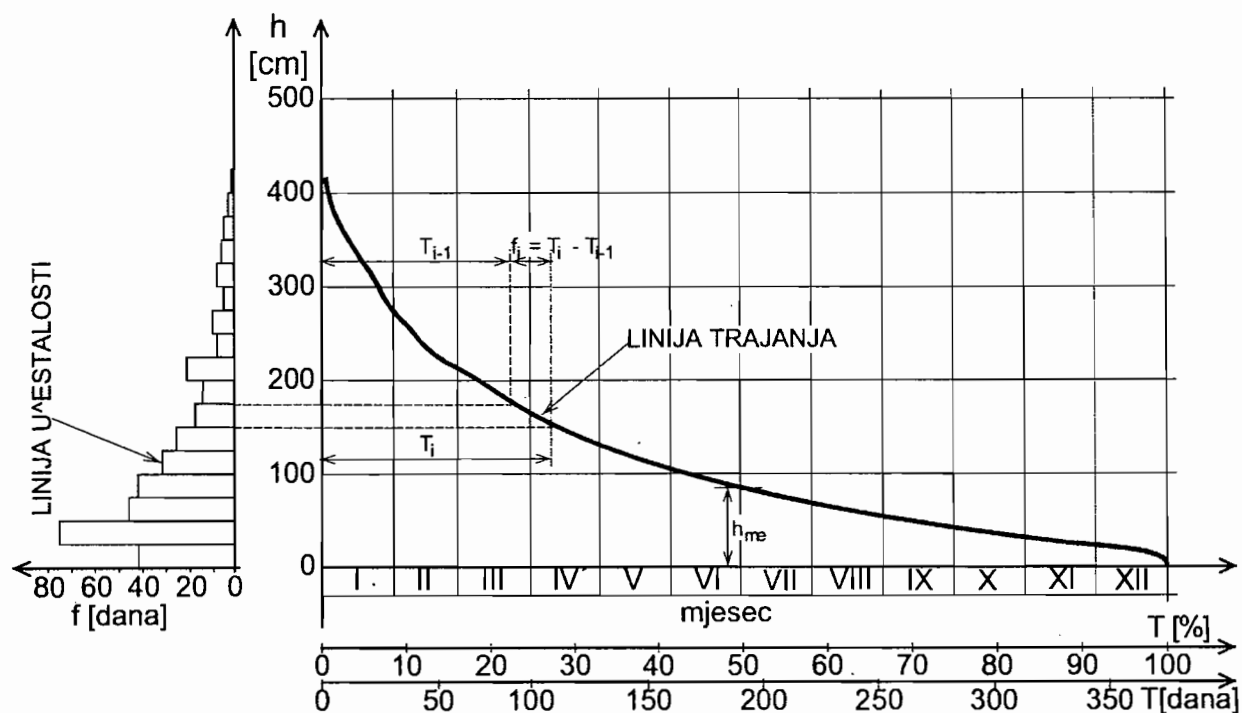
$$\sum_{j=1}^i f_j = F_i = T_i (\text{dana}), \text{ ili} \quad (4.210)$$

$$\sum_{j=1}^i f_j^r = \sum_{j=1}^i \frac{f_j}{365} = F_i = T_i (\%). \quad (4.211)$$

Dobivene vrijednosti predstavljaju tzv. *liniju trajanja* (u ovom slučaju vodostaja) (slika 4.83). Ona u suštini predstavlja empirijsku funkciju vjerovatnoće prevazilaženja određene vrijednosti h , i u hidrološkoj praksi se zove *linija trajanja vodostaja*.

Tabela 4.7 Broj pojavljenih vodostaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislíci
(1947.godina) po mjesecima i klasnim intervalima

| i | Vod. Od - do (cm) | Učestalost pojave po mjesecima $f_{i,k}$ (dana) | | | | | | | | | | | | Ukup. Ucest. f_i (dana) | Traja- nje T_i (dana) |
|----|-------------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------------------------------------|----------------------------------|
| | | Mjesec k | | | | | | | | | | | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | | |
| 1 | 400-425 | | 1 | | | | | | | | | | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 375-400 | | 1 | | | | | | | | | | 2 | 3 | 5 |
| 3 | 350-375 | | 4 | | | | | | | | | | 1 | 5 | 10 |
| 4 | 325-350 | | 2 | 3 | | | | | | | | | 1 | 6 | 16 |
| 5 | 300-325 | | 4 | 2 | | | | | | | | | 2 | 8 | 24 |
| 6 | 275-300 | | 3 | 2 | | | | | | | | | | 5 | 29 |
| 7 | 250-275 | | 4 | 4 | | | | | | | | 1 | 1 | 10 | 39 |
| 8 | 225-250 | | 1 | 5 | 1 | | | | | | | | 1 | 8 | 47 |
| 9 | 200-225 | | 4 | 10 | 6 | | | | | | | | 1 | 21 | 68 |
| 10 | 175-200 | | | 5 | 5 | | | | | | | | 4 | 14 | 82 |
| 11 | 150-175 | 2 | | | 14 | | | | | | | | 2 | 18 | 100 |
| 12 | 125-150 | 2 | | | 4 | 9 | | | | | | 1 | 10 | 26 | 126 |
| 13 | 100-125 | 8 | 3 | | | 12 | 2 | | | | 1 | 1 | 5 | 32 | 158 |
| 14 | 75-100 | 19 | 1 | | | 10 | 4 | | | | 2 | 6 | | 42 | 200 |
| 15 | 50-75 | | | | | | 24 | 10 | | | 2 | 10 | | 46 | 246 |
| 16 | 25-50 | | | | | | | 21 | 31 | 14 | | 11 | | 77 | 323 |
| 17 | 0-25 | | | | | | | | | 16 | 26 | | | 42 | 365 |
| | Σ | 31 | 28 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 365 | |



Slika 4.83 Linija trajanja i učestalosti vodostaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislići (za 1947. godinu)

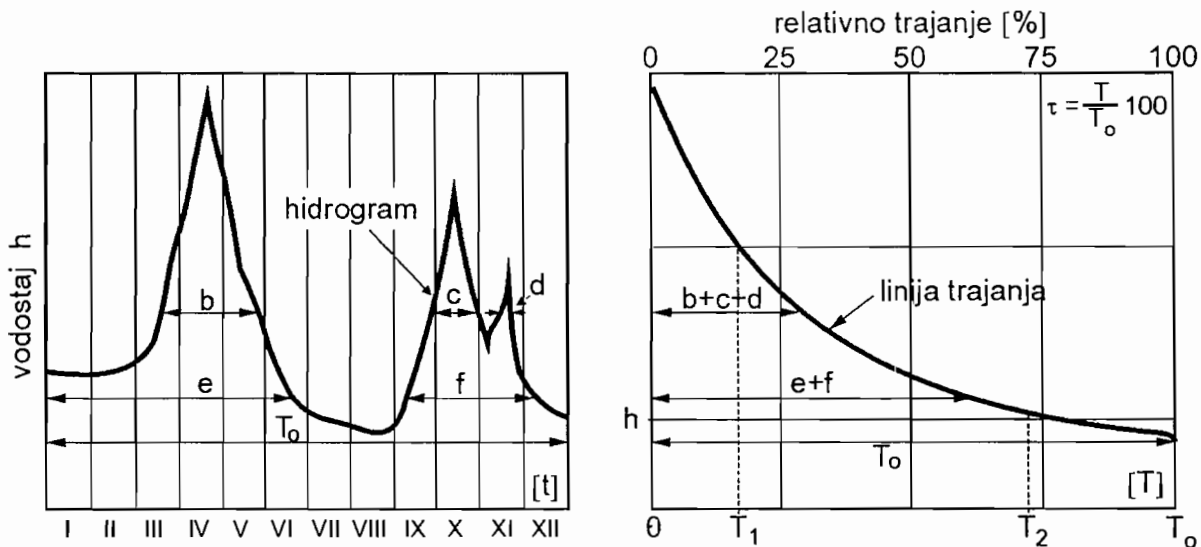
Naravno, ako je poznata linija, trajanja tada se može odrediti linija učestalosti tako što se izvrši oduzimanje vrijednosti trajanja na granicama klasnih intervala, tj.

$$f_i = T_i - T_{i-1}, \text{ za } T_{i-1} \leq T_i \quad (4.212)$$

odakle jasno slijedi da je

$$T_i = T_{i-1} + f_i \quad (4.213)$$

Potrebno je uočiti da linija trajanja vodostaja ima određen odnos prema nivogramu (slika 4.84). Naime, ako se nivogram presječe konstantnom veličinom vodostaja h_i , tada će trajanje vodostaja h_i i svih vodostaja koji ga prevazilaze biti dato zbirom vremena pojedinih prevazilaženja što se vidi iz slike 4.84.



Slika 4.84. Odnos nivograma i linije trajanja vodostaja

Ako se ima u vidu prethodna slika, može se slikovitije reći: vrijeme T označava koliko je bio u vodi podiok na vodomjernoj letvi koji označava posmatrani vodostaj h .

Izraz trajanje ima svoj smisao prema slijedećem objašnjenju: ako je vodostaj h_i , onaj od koga počinje poplava, onda je $T_i = T(h_i)$ trajanje poplave, jer izražava koliko dana u posmatranoj godini traje poplava bez obzira na hronološki red i broj navrata i prekida.

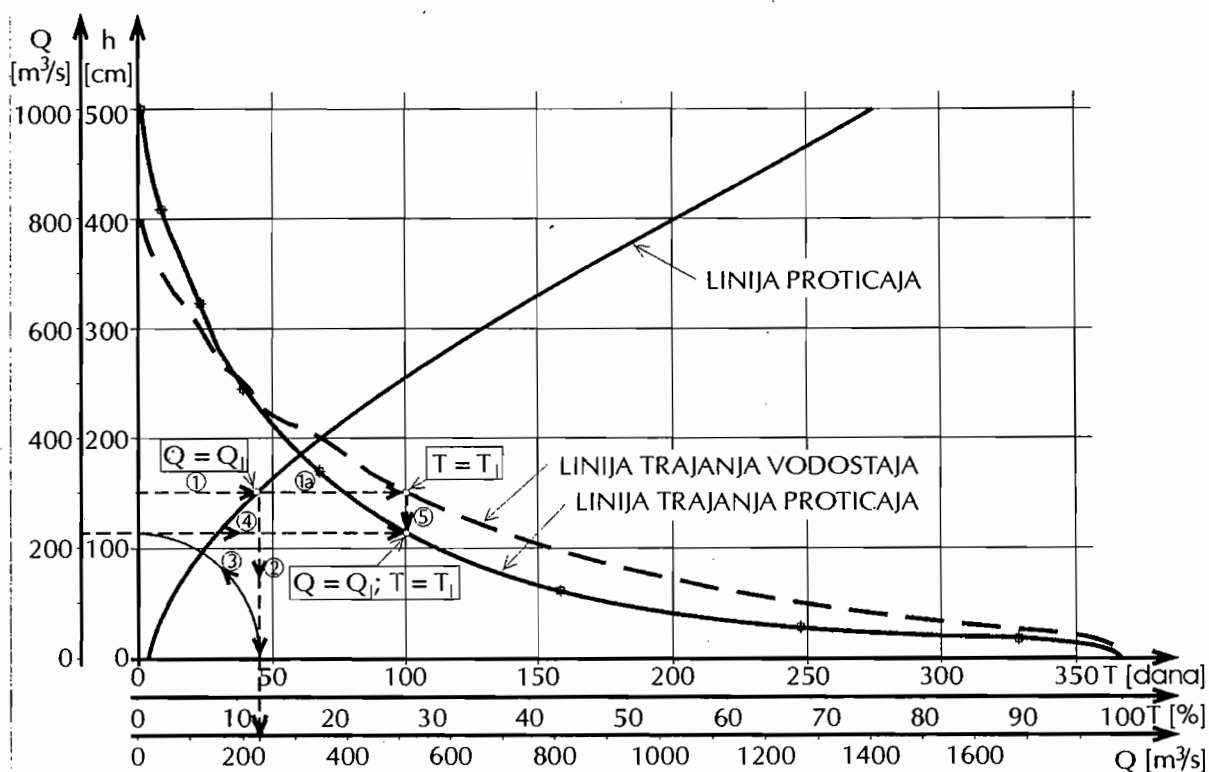
Ima još niz praktičnih primjera na kojima se uviđa kako se izraz trajanje odomaćio, mada je to ono, kao što je već rečeno, što se u statistici naziva empirijska kumulativna funkcija (kriva) učestalosti raspodjele, jer ukazuje na to kako su vrijednosti podataka raspodijeljene u odnosu na neku određenu vrijednost (koliko ih ima veću, odnosno manju od posmatrane).

Treba uočiti da je na slici 4.84. pored apcise T ucrtana još jedna (sa gornje strane) označena sa τ gdje je

$$\tau = \text{relativno trajanje} = \frac{\text{trajanje } (T)}{\text{ukupno trajanje osmatranja } (T_0)} \quad (4.214)$$

Na slici 4.84 $T_0 = 1$ godina, ali ono može da bude i niz godina ili mjesec dana, a može se ograničiti samo na izvjestan period godine (na primjer ljetnji) za niz godina. Prema tome, T znači nešto određeno tek ako se uz to naznači i T_0 . Relativno trajanje je stoga veoma pogodno, jer ono uvijek daje odnos prema ukupnom vremenu posmatranja, ono izražava da je određeni vodostaj bio prevaziđen naprimjer 0,25 (25 %) vremena posmatranja.

Naravno, procedura za određivanje linije trajanja proticaja u potpunosti je identična već izloženom za liniju trajanja vodostaja. Znači, ona se dobije iz hidrograma (proticaj u funkciji vremena), na isti način kako se trajanje vodostaja dobije iz nivograma (što je objašnjeno na slici 4.83). Međutim, liniju trajanja proticaja, za poznatu jednoznačnu vezu proticaj – vodostaj (kriva proticaja), moguće je dobiti iz linije trajanja vodostaja. Odgovarajuća grafička procedura pokazana je na slici 4.85.



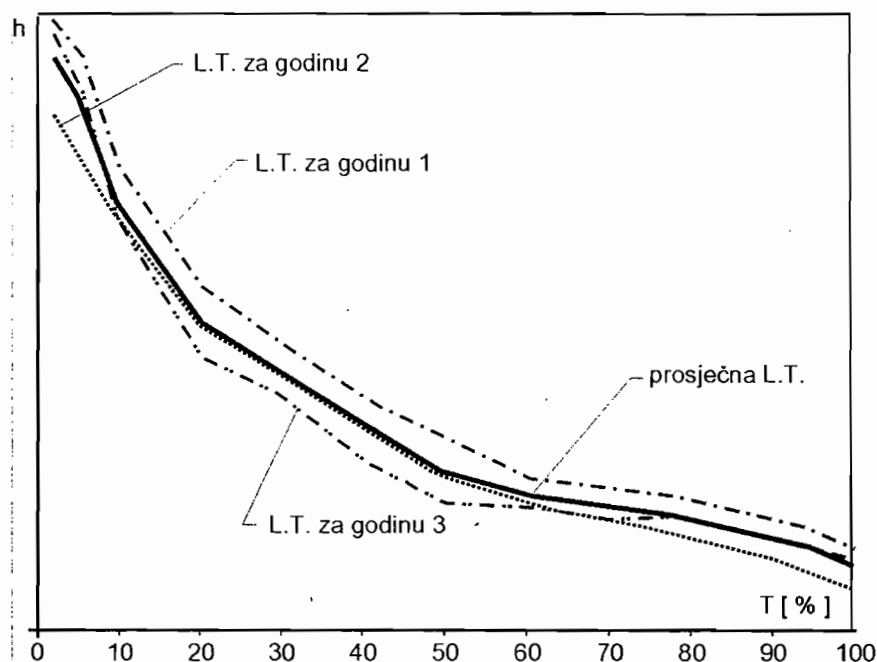
Slika 4.85. Konstrukcija linije trajanja proticaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislčići pomoću poznate linije trajanja vodostaja i krive proticaja

Pokazana procedura odnosila se na liniju trajanja za jednu godinu. Naravno, ponavljanjem ove procedure može se dobiti onoliki broj linija trajanja koliko godina osmatranja se nalazi na raspolaganju. Naravno, iz većeg broja ovih linija trajanja se mogu definirati još neke bitne i karakteristične vrijednosti a to su (slika 4.86).

$$\text{prosječna linija trajanja } T_i = \frac{T_{i,1} + T_{i,2} + \dots + T_{i,n}}{n} \quad (4.215)$$

$$\text{anvelopa minimalnih trajanja } \min T_i = \min \{T_{i,1}, T_{i,2}, \dots, T_{i,n}\} \quad (4.216)$$

$$\text{anvelopa maksimalnih trajanja } \max T_i = \max \{T_{i,1}, T_{i,2}, \dots, T_{i,n}\} \quad (4.217)$$



Slika 4.86. Definiranje prosječne linije trajanja za višegodišnji vremenski period

Prosječna linija trajanja za višegodišnji vremenski period prikazana na slici 4.86 dobivena je tzv. osrednjavanjem po proticaju (za dato T se dobija srednji proticaj Q_i) kao:

$$Q_i = \frac{Q_{i,1} + Q_{i,2} + \dots + Q_{i,n}}{n} \quad (4.218)$$

Međutim, u hidrološkoj praksi se podjednako koristi i drugi način, tzv. osrednjavanje po vremenu (za dato Q se dobije srednje T_i), prema jednačini 4.218.

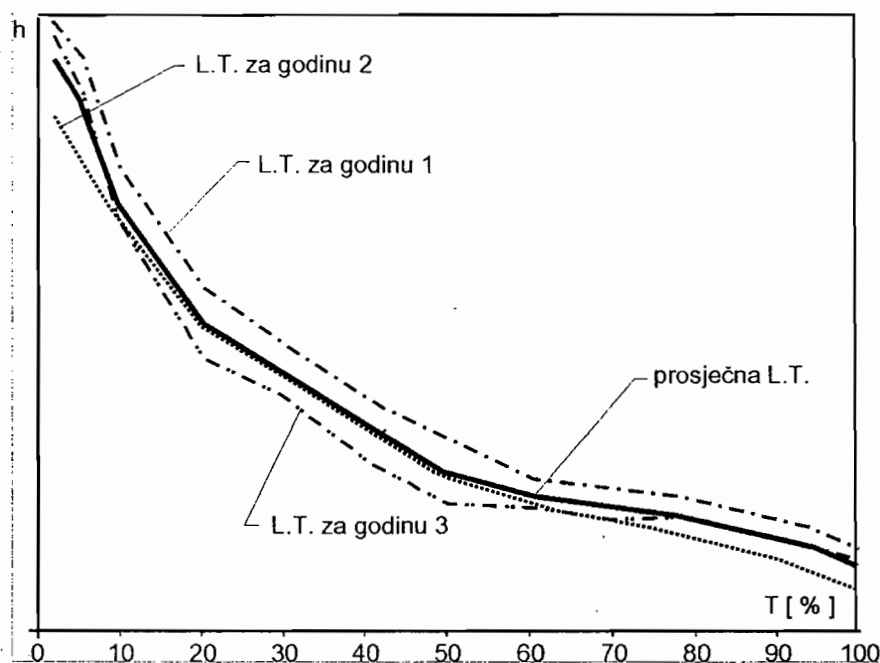
Konačno, treba imati u vidu da je zapremina vode koja protekne tokom godine ekvivalentna ukupnoj površini ispod linije trajanja proticaja, tj.

$$W = \int_{t=0}^{t=T_k} Q(t) dt = \bar{Q} T_k, \quad (4.219)$$

odakle slijedi da je prosječni proticaj, \bar{Q} :

$$\bar{Q} = W / T_k$$

(4.220)



Slika 4.87. Odnos prosječnog proticaja i linije trajanja proticaja

4.11. LITERATURA

1. Bonacci, O., 1984. *Meteorološke i hidrološke podloge*, Priručnik za hidrotehničke melioracije, Društvo za odvodnjavanje i navodnjavanje Hrvatske, Zagreb.
2. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
3. Brooks, K., Ffolliott, P., Gregersen, H., DeBano, L., 1997. *Hydrology and the Management of Watersheds*, Iowa State University Press/Ames, Iowa, USA.
4. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
5. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
6. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
7. Hrelja, H., Isailović, D., 1984. *Hidrologija – Zbirka riješenih zadataka*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
8. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.

9. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija- I dio*, Hidrotehnički institut «Jaroslav Černi», Beograd.
10. Jovanović, M., 2002. *Regulacija reka – Rečna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet Beograd, Beograd.
11. Jovanović, S., Bonacci, O., Anđelić, M., 1980. *Hidrometrija*, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu,
12. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
13. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus, 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
14. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
15. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
16. UNESCO, 1994. *Applied hydrology for technicians*, IHP-IV Project E-1.2, Paris.
17. Vladislavljević, Ž., 1965. *O vodoprivredi-pogledi i metode*, Građevinski fakultet Beograd i Institut za vodoprivredu "Jaroslav Černi" Beograd.
18. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
19. Wilson, E. M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britain.
20. WMO, 1970. *Guide to Hydrometeorological Practices*, No. 168, Geneva.

Fizičke karakteristike sliva

*«Ljudska duša je poput vode,
ona dolazi sa neba,
odlazi u nebo
i ponovo se vraća na zemlju,
zauvijek kružeći.*

(Goethe)

5

FIZIČKE KARAKTERISTIKE SLIVA

Faktori u prirodi koji utiču na proces formiranja riječnog oticanja, odnosno na oblik hidrograma oticanja u kišnom i bezkišnom periodu, nazivaju se fizičkim faktorima oticanja. Uticaji pojedinih faktora na oticaj mogu se izučavati izolovano, ili se više njih može grupisati, usljed teškoća odvojenog izučavanja.

Fizički faktori oticanja, odnosno fizičke osobine sliva, kao područja s kojega dio padavina (koji otiče) dotiče do određene tačke riječnog toka, sadržane su u njegovoj (i) veličini i obliku, (ii) padu, (iii) visinskim odnosima u slivu, (iv) gustoći riječne mreže, (v) karakteristikama zemljišta, (vi) tipovima vegetacije, (vii) uticaju ljudskog rada i drugim faktorima.

Na količinu i vremenski raspored oticanja s neke površine (područja), kao i na veličinu ostalih hidroloških procesa, uz padavine i isparavanje, važnu ulogu imaju nabrojane fizičke osobine te površine. Ovi faktori se mogu smatrati tzv. dopunskim, dok su osnovni faktori padavine i isparavanje čiji je uticaj najvažniji i koji daju glavno obilježje oticanju.

5.1. POVRŠINA I OBLIK SLIVA

Sliv predstavlja dio zemljine površine sa koje se voda sliva u riječni sistem ili određenu rijeku. Ili, sliv je površina u prirodi ili urbanoj sredini koju drenira sistem međusobno povezanih tokova, tako da se oticaj sa te površine javlja na jednom izlaznom profilu. Sliv omeđuje vododjelnica ili razvođe koja ga dijeli od susjednih slivova. Dakle, može se i reći da slivno područje nekog vodotoka odgovara površini omeđenoj vododjelnicom, s koje se vodne količine slivaju prema nekoj tački tog vodotoka. Pri tome se razlikuju:

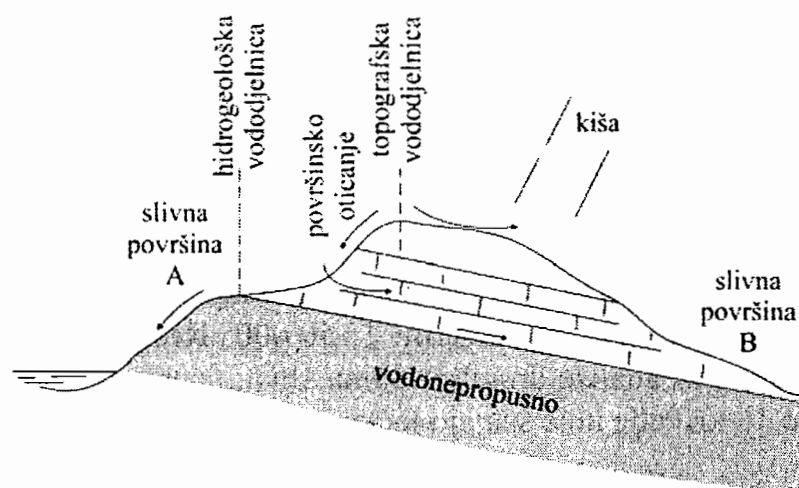
- topografska vododjelnica (orografska vododjelnica),
- hidrološka (hidrogeološka) vododjelnica.

Topografska vododjelnica je krivulja koja spaja tačke s najvećom nadmorskom visinom između dva sliva.

Hidrološka vododjelnica definiše granicu površina dva sliva s kojih se (površina) vode slijevaju jednim ili drugim slivom. Ovisi o geološkoj građi sliva, pa se često naziva i hidrogeološka vododjelnica. Ona, i pripadajuća joj površina sliva se mogu razlikovati od topografske.

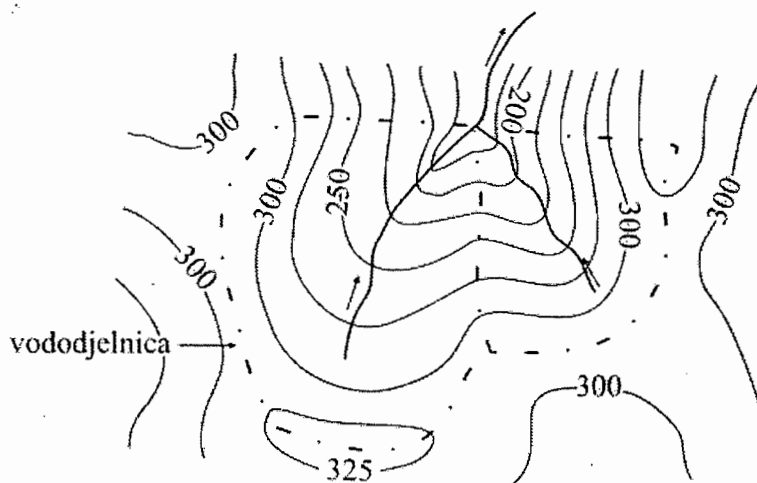
Mada se, striktno govoreći, ove dvije vododjelnice nikada u potpunosti ne podudaraju, u nekim područjima (na primjer kraške oblasti ili prostori debljih šljunkovitih naslaga), razlike mogu biti enormne. Problem se dodatno otežava time što hidrogeološka vododjelnica čak ne mora biti fiksna, već može biti varijabilna krivulja, ovisno o režimu podzemnih tokova. Dakle, ovisi o geološkoj građi područja. Dosljedno tome, definiranje hidrogeološke vododjelnice je nemoguće provesti bez hidrogeološkog rekognosciranja terena, te niza istražnih radova, kojima se može pratiti podzemna cirkulacija vode. Međutim, u praksi se najčešće nastoji vododjelnica definirati topografski, budući da se time znatno pojednostavljaju daljnje analize.

Jedan od hipotetičkih slučajeva geološke strukture terena, koji ilustruje razliku između topografske i hidrogeološke vododjelnice, pokazan je na slici 5.1. Zbog postojanja vodonepropusnog sloja terena na kome leži vodopropusni sloj, dio voda lijevo od topografske vododjelnice će podzemnim putem stići do vodonepropusnog sloja, te zbog njegovog nagiba (prema slivu *B*) iz sliva *A*, dospjeti u sliv *B*. Naravno, infiltracioni kapacitet tla i intenzitet padavina će uticati na to koliki dio voda će dospjeti u sliv *A*, a koliki u sliv *B*.



Slika 5.1. Ilustracija razlike između topografske i hidrogeološke vododjeljnice /25/

Primjer određivanja topografske vododjeljnice za jedno pojednostavljeno slivno područje ilustrovan je na slici 5.2.



Slika 5.2. Ilustracija određivanja topografske vododjeljnice za jedan pojednostavljeni hipotetički sliv

Od površine sliva, njegovog oblika i pada, te visinskih odnosa bitno ovise hidrološke karakteristike vodotoka, posebno u domenu oticanja velikih voda.

Površina sliva F (km²) ili (ha), u hidrološkim se analizama, pod pretpostavkom da se može definirati vododjeljnica, prezentira vrijednošću njene površine. Zadovoljavajući nivo tačnosti površine sliva postiže se postupkom planimetrisanja, koristeći geodetske (topografske) karte odgovarajuće razmjere.

Fizičke karakteristike sliva

Granice velikih slivova najčešće predstavljaju tektonski obrazovani planinski lanci, a bočne granice srednjih slivova dobijene su ili geološkim pokretima ili erozijom. Kod malih rijeka su granice slivova najvećim dijelom određene dosad izvršenom erozijom.

Za veće slivove, preko 400 km², uglavnom zadovoljavaju karte u mjerilu 1: 100.000, a za manje slivove u mjerilu 1: 50.000. Radi mogućnosti korištenja topografskih karata i za analize drugih osobina sliva, neophodno je da su na njima ucrtane izohipse, tj. krivulje koje spajaju tačke istih nadmorskih visina.

U hidrološkim se obradama često govori o malim ili velikim slivovima. Na pitanje koji se sliv smatra malim, a koji velikim, nije jednostavno odgovoriti. Neki autori, kao graničnu spominju površinu od 1000 km², a češće se naziv mali sliv odnosi na slivove veličine do 400 km².

Sliv se u hidrološkom smislu ne smije smatrati malim isključivo na osnovu veličine njegove površine, već se u obzir trebaju uzeti i druge osobine bitne za oticanje voda. Bitno svojstvo malih slivova je da padavine koje su uzrokovale pojavljivanje velikih voda redovito padaju na cijeli sliv. Iako njihovi intenziteti nisu svugdje na slivu jednaki, ipak u oticanju sudjeluje cijeli sliv. U slučajevima velikih slivova događa se da padavine jakih intenziteta, koje izazivaju pojave velikih voda, padnu samo na dio sliva, pa u oticanju ne sudjeluje čitava slivna površina.

Prema tome, da li je neki sliv malen ili velik, određuje se na osnovu faktora bitnih za oticanje u svakom stvarnom slučaju posebno. Raspoređivanje kiše po slivnoj površini ovisi o velikom broju lokalnih klimatskih i topografskih faktora, koji se vrlo razlikuju od slučaja do slučaja. Zbog toga, svaki stvarni primjer treba proučiti na osnovu rasporeda kiša po posmatranoj slivnoj površini i na toj osnovi donijeti odgovarajuće zaključke. Za male je slivove bitno da se uz pretpostavku jednoliko raspoređene mjerodavne kiše po cijelome slivu (što znatno pojednostavljuje proračune), mogu dobiti realne vrijednosti velikih voda, dovoljno tačne za praktične potrebe.

Geometrijske osobine riječnih slivova obično se karakterišu nekim kvantitativnim pokazateljima koji se nazivaju morfološke karakteristike. Osnovne morfološke karakteristike su dužina rijeke i površina sliva.

Između površine sliva F (km²) i dužine glavnog vodotoka L (km), postoji veza koju je Gray (1961) uspostavio na osnovu eksperimentalnih podataka u obliku /3/:

$$L = 1,40 \cdot F^{0,568}; \quad F = 0,58 \cdot L^{1,78} \quad (5.1)$$

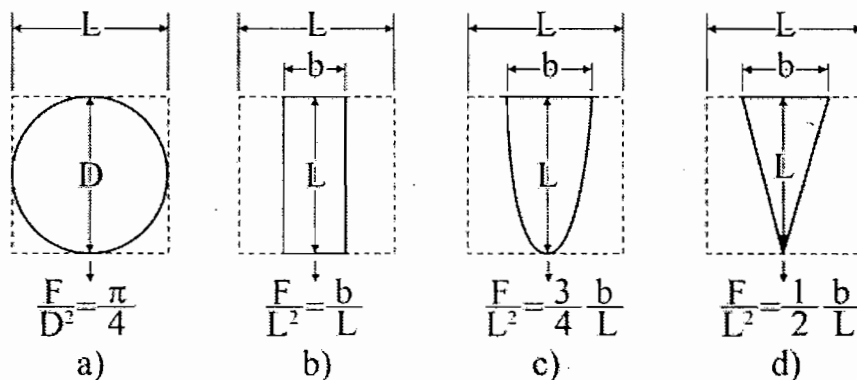
gdje je F u (km³) i L u (km).

Na osnovu (5.1) može se napisati:

$$R_f = \frac{F}{L^2} = \frac{1}{1,72} F^{-0,136} \quad (5.2)$$

gdje se R_f naziva faktorom oblika sliva (bezdimenzionalna veličina).

Izraz (5.2) ukazuje da slivovi različitih površina nemaju sličan oblik. Drugim riječima, kako raste površina sliva, vrijednost faktora F/L^2 opada, što znači da se kod većih slivova javlja tendencija da budu srazmjerno duži od malih. Ovo je, za nekoliko karakteristinih oblika slivova, pokazano na slici 5.3 /6/.



Slika 5.3. Efektivna površina sliva $F = mbL$ /6/

Slika 5.4 pokazuje vezu između veličine slivne površine i njene dužine. Za dužinu se obično uzima dužina "glavnog toka", definirana kao rastojanje izlazne tačke sliva do zamišljenog presjeka sa gornjom granicom sliva. Glavni tok slijedi tok najvećeg reda (vidi poglavlje 5.2). Na presjeku dva toka istog reda, glavni tok slijedi dominantnu granu koja drenira veću slivnu površinu. Veza između veličine slivne površine i njene dužine, data na slici 5.4, može se izraziti kao:

$$L = 1,40 F^{0,568}, \quad \text{za } F \text{ u [kv. miljama]} \text{ i } L \text{ u [miljama]} \quad (5.3)$$

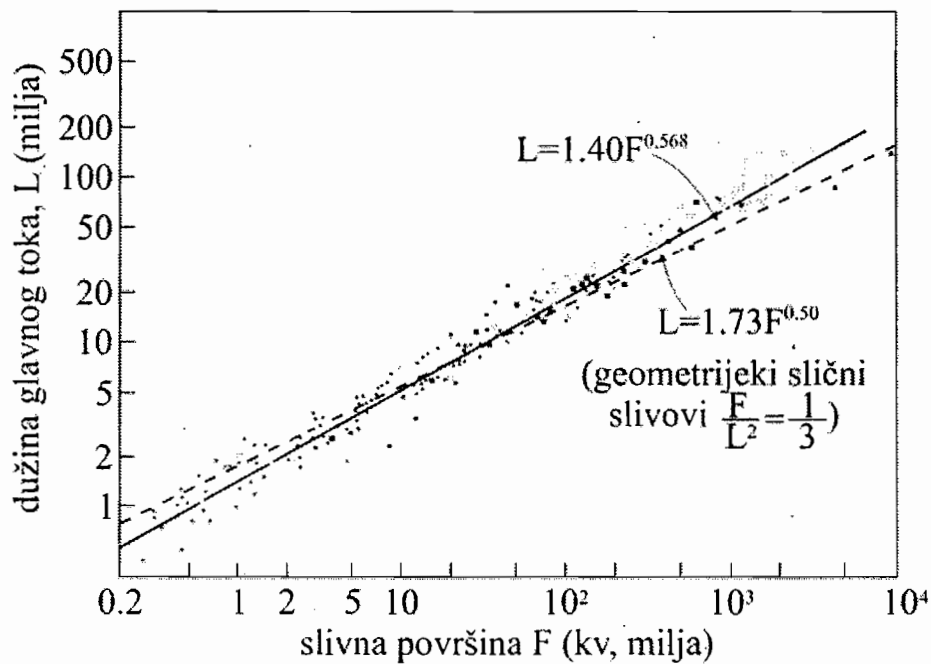
Fizičke karakteristike sliva

Činjenica da dužina nije kvadratni korijen površine, ukazuje da riječni slivovi nisu u potpunosti geometrijski slični, tj. odnos površine i kvadrata dužine nije konstantan za sve slivove. Na slici 5.4 je pokazana geometrijski bolja (geometrijski slični slivovi) veza kao:

$$L = 1,73 F^{0,5}, \text{ za } F \text{ u [kv. miljama] i } L \text{ u [miljama]} \quad (5.4)$$

ili

$$\frac{F}{L^2} = \frac{1}{3} \quad (5.5)$$



Slika 5.4. Ilustracija veze između veličine slivne površine i dužine sliva /3/

Oblik sliva

Oblik sliva utiče na doticaj kojim se hrani glavna rijeka, na svom putu od izvora do ušća. Koncentracija voda neposredna je posljedica oblika sliva; od nje zavise dimenzije i oblik korita i uzdužni profil rijeke.

Teško je brojevima zahvatiti karakteristike oblika sliva. Gravelius /3/ daje "faktor oblika" kao odnos prosječne širine sliva B , prema dužini sliva L po osovini. Dužina se mjeri od ušća do najudaljenije tačke sliva, pa je srednja širina $B=F/L$, gdje je F površina sliva.

Oblici slivova mogu biti različiti i oni utiču na veličinu i trajanje hidrograma oticanja sa slivnih površina. Tako, na primjer, postoje izduženi, lepezasti, okrugli sliv i sl. O obliku sliva ovisi koncentracija voda, pa se zbog toga uticaj oblika sliva opisuje *koeficijentom koncentrisanosti sliva*. Što je oblik sliva bliže krugu, to je koeficijent koncentrisanosti sliva K bliži jedinici. Za sliv iste površine, a izdužena oblika, sa znatno manjim koeficijentom koncentrisanosti, mogućnost da padavina pokrije cijeli sliv je veća. Za određivanje koeficijenta koncentrisanosti sliva K postoje različite formule, nazvane po svojim autorima, a neke od njih su:

$$K = 2F / OU \quad (\text{Srebrenović /20/}) \quad (5.6)$$

$$K = F / L^2 \quad (\text{Horton /3/}) - \text{izraz (5.2)} \quad (5.7)$$

$$K = 0,28O / F^{0,5} \quad (\text{Gravelius /3/}) \quad (5.8)$$

gdje je F veličina sliva, O obima sliva, U udaljenost težišta sliva od posmatranog profila na riječnom toku i L dužina glavnog vodotoka.

K je neimenovani broj i zavisi samo od oblika; najmanja vrijednost je $K=1$ za kružni sliv. Što je K veće od jedinice, to je sliv izduženiji i nepravilniji. Za sve iste uslove, veće velike vode treba očekivati pri malim vrijednostima K .

Oblik riječnog sliva je uglavnom proširen u srednjem dijelu toka, a sužen u gornjim i donjim sektorima rijeke. Postoje rijeke koje imaju približno konstantnu širinu, ili veću širinu u gornjem, odnosno donjem dijelu toka. Oblik riječnog sliva određuje karakter istovremenog doticanja vode do izlaznog profila iz različitih dijelova sliva, a s tim u vezi bitno utiče na uslove formiranja riječnog oticanja u slivu.

Fizičke karakteristike sliva

Fenomen koncentracije voda u slivu ima pri tome presudnu ulogu, i kada se polazi od izbora parametara, ne može se mimoći pojava faktora koncentrisanosti sliva. Uzme li se kao jedinica koncentrisanosti K krug, tada će prema Srebrenoviću biti /20/:

$$K = 2F / UO = 2r^2 \pi / r \cdot 2r\pi = 1$$

5.2. HIDROGRAFSKA MREŽA

Prirodni vodotoci – rijeke, nastaju kao posljedica oticanja vode koja dopijeva na zemljinu površinu u vidu padavina, ili iz podzemlja.

U zavisnosti od fizičko-geografskih karakteristika područja i načina hranjenja, površinski vodotoci mogu se pojavljivati kao stalni ili periodični. Sistem površinskih vodotoka koji se stalno ili povremeno javljaju, naziva se *hidrografska mreža* površinskih voda.

Sistem stalnih vodotoka naziva se zajedničkim imenom *riječna mreža*. Usvojena klasifikacija je uslovna, pošto ne postoje kvantitativni kriterijumi za diferenciranje hidrografske i riječne mreže. Neki autori smatraju da riječna mreža obuhvata samo rijeke koje se nalaze na topografskim kartama krupnih razmjera /12/.

Razvoj hidrografske i riječne mreže je rezultat veoma složenih fizičko-geografskih uzročno-posljedičnih procesa koji se dešavaju u nekom slivu. Karakter riječne mreže zavisi od reljefa prvobitne površine na koju su pale atmosferske padavine, zatim geološke strukture, tektonskih poremećaja, klimatskih uslova i vrste vegetacije na slivu.

U zavisnosti od vrste zemljišta, reljefa, vegetacionog pokrivača i količine atmosferskih padavina, riječna mreža može biti različitog oblika. U uslovima lahko propustljivog zemljišta dio padavina ponire, što ima za posljedicu veoma slabo razvijenu riječnu mrežu. Takva pojava je karakteristična za karstna područja. Sa povećanjem visine, evidentno je povećanje gustine riječne mreže. U šumskim predjelima, zbog povećane vodopropustljivosti, riječna mreža je slabije razvijena nego u oblastima koje nisu pokrivene šumskom vegetacijom.

Veoma je teško odrediti pojedinačno sve faktore koji utiču na proces formiranja riječne mreže. Oni uglavnom djeluju skupa, mada nije rijedak slučaj da neki od njih bude dominantan u pojedinim regionima.

Pri određivanju dužine rijeke na bazi topografskih karata, neophodno je prije svega identifikovati izvor i ušće rijeke. Mjesto gdje počinje riječni tok naziva se *izvor*. Početak rijeke može biti izvor iz podzemlja, lednika, jezera ili močvare. Ukoliko se rijeka formira od dvije manje rijeke, mjesto njihovog spajanja predstavlja početak nove rijeke, ali za izvor treba uzeti mjesto početka duže rijeke. U tom slučaju postoje dvije dužine rijeke: hidrografska dužine rijeke (dužina rijeke od najudaljenijeg izvora) i dužina date rijeke. Ukoliko su njihove dužine približno iste, tada se za hidrografsku dužinu uzima dužina lijeve rijeke. Očigledno je da uslovi formiranja riječnog oticanja, odnosno vrijeme premiještanja voda od izvora do ušća, ili do bilo koje druge tačke, zavise od hidrografske dužine rijeke. Zato se pri analizi formiranja riječnog oticanja uzima u obzir hidrografska dužina rijeke.

Mjesto ulijevanja rijeke u drugu rijeku, more ili jezero naziva se *ušće*. Ukoliko se rijeka uliva u rijeku, jezero ili more preko više rukavaca, tada se kao ušće podrazumijeva mjesto ulijevanja većeg rukavca. Kod delti, pod ušćem se podrazumijeva mjesto ulijevanja osnovnog rukavca.

U nekim područjima, gdje je isparavanje i poniranje značajno, sva voda se gubi na svom putu, tako da i ne dopijeva do mora, jezera ili okeana. Mjesto završetka takvog vodotoka naziva se slijepim ušćem.

Razni su načini podjele prirodnih vodotoka. Po mjestu nastanka, rijeke se dijele na one koje izvire iz podzemlja, one koje ističu iz jezera i one koje nastaju topljenjem glečera. Rijeke se mogu ulivati u druge, veće rijeke, u jezera ili more, a rijeke ponornice uviru u podzemlje.

Prema hidrauličkim karakteristikama, rijeke se dijele na *bujične*, *planinske* i *ravničarske rijeke*.

Bujiče rijeke, koje se javljaju u višim dijelovima sliva, mogu biti stalne ili povremene (*efemerni vodotoci*). Karakterišu ih velike varijacije proticaja, odnosno nagle i kratkotrajne poplave, pri čemu se pokreće velika količina materijala iz riječnog korita.

Planinske rijeke, kao i bujice, karakterišu veliki uzdužni nagibi korita, sa pojavom silovitog režima tečenja. Obiluju krupnim nanosom.

Ravničarske rijeke se javljaju u nižim dijelovima sliva, gdje je uzdužni nagib korita manji, a intenzitet hidroloških i hidrauličkih promjena slabije izražen. Ove rijeke odlikuje miran režim tečenja i sitan pješčani nanos.

Fizičke karakteristike sliva

Opisanu podjelu treba shvatiti uslovno, jer ista rijeka u gornjem dijelu sliva obično ima bujični, a u donjem dijelu, ravničarski karakter. Mnogim rijekama je režim izmijenjen ljudskom djelatnošću. To su na primjer vodotoci čija je dužina skraćena prosijecanjem krivina, kanalisane rijeke koje su pregrađene nizom "stepenica" – brana, kao i rijeke u čijem je gornjem toku formirana akumulacija pomoću koje se diktira režim proticaja i nivoa u donjem toku.

Sa geološke tačke gledišta, prirodni vodotoci se dijele na *mlade*, *zrele* i *stare*.

Mladi vodotoci su karakteristični za početnu fazu formiranja korita, koje tok usjeca u pokretnom ili nepokretnom raspadnutom stjenskom materijalu. Primjer mladih vodotoka su planinski i bujični vodotoci.

Zreli vodotoci imaju šire korito od mladih vodotoka i blaže uzdužne nagibe dna. Njihovo korito je u postepenom razvoju, sa povremenim stanjima dinamičke ravnoteže, kada je energija toka dovoljna da ponese sav raspoloživi nanos.

Stari vodotoci odražavaju nastavak razvoja zrelih vodotoka pod uticajem erozionih procesa. Karakterišu ih široke doline, mali uzdužni nagibi dna, prisustvo aluvijalnih naslaga (terasa) i ostataka napuštenih dijelova korita.

Riječni tok se od izvora do ušća može podijeliti na tri dijela.

Kod većih rijeka postoje, pored izvora i ušća, karakteristični sektori: *gornje*, *srednje* i *donje dionice rijeke*. Pri diobi dužine rijeke na karakteristične sektore, ne postoje jasno izdiferencirani kriterijumi. Ova dioba se uglavnom obavlja imajući u vidu karakter reljefa, brzine tečenja, vodnosti rijeke i drugih karakteristika.

Gornji tok karakterišu veliki nagibi dna korita (iznad 1 %). Hidrološko-hidrauličke promjene su velikog intenziteta, kao i intenzitet dubinske erozije, usljed velike energije toka. Riječni nanos je krupan. U svom gornjem toku rijeka ima bujični karakter, relativno malo krivuda, a dolina je uska, sa strmim stranicama.

Srednji tok karakterišu blaži nagibi dna (0,05 – 0,5 %) i umjerenije hidrološko-hidrauličke promjene u odnosu na gornji tok. Riječno korito je često razruđeno, a smanjenjem uzdužnog nagiba, sve više pokazuje tendenciju krivudanja. Dolina je šira nego u gornjem toku, a njene kosine su blaže. Riječni nanos je sitniji. Srednji tok ponekad nije jasno izražen.

Donji tok karakterišu mali uzdužni nagibi (ispod 0,1 %). Korito, koje je formirano u aluvijumu, stalno se izdiže usljed taloženja sitnog (pješčanog) nanosa. Usljed

usputnog povećanja proticaja, u donjem toku se po pravilu uspostavljaju uslovi za višenamjensko korišćenje vodotoka (proizvodnja električne energije, plovidba, navodnjavanje itd.). Na ušću u more se formira delta.

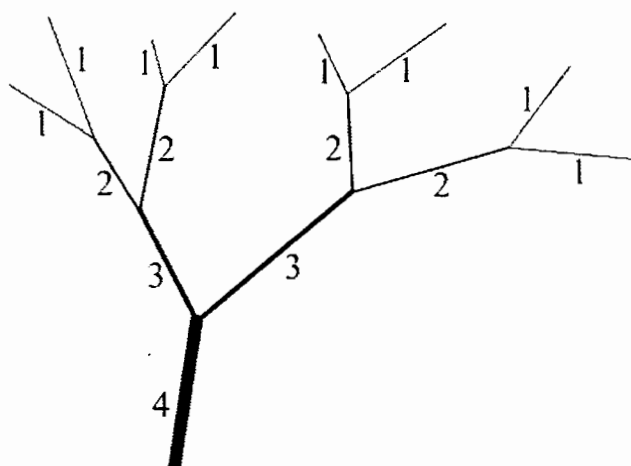
Uzdužni profil aluvijalnih vodotoka generalno pokazuje tendenciju smanjenja nagiba dna u nizvodnom smjeru. Gornji tok predstavlja zonu "produkcije nanosa", koju karakteriše erozija, ili degradacija korita. Srednji tok je "zona transporta nanosa", u kojoj su istovremeno prisutni erozija i zasipanje. Donji tok predstavlja "zonu zasipanja" (izdizanja, ili agradacije korita). U prirodi međutim, lokalni geološki uslovi dovode do toga da se i u gornjem toku mogu javiti kratke zone zasipanja, a u donjem toku, zone erozije. Aluvijalni vodotok, ili neka njegova dionica, nalazi se u dinamičkoj ravnoteži ako je sumarni efekat erozije i zasipanja takav da se korito u višegodišnjem periodu neznatno mijenja.

Topologija hidrografske mreže

Jedan od načina da se opiše sliv je numeracija hidrografske mreže, vodeći računa o veličini i povezivanju vodotoka. Hortonov morfometrički sistem, koji daje informacije o hijerarhijskoj strukturi vodotoka, predviđa da su najmanje rijeke prvog reda. Spajanjem dvije rijeke prvog reda dobija se vodotok drugog reda (slika 5.5), itd. Definicija najmanjeg vodotoka je donekle proizvoljna i zavisi od razmjere u kojoj se hidrografska mreža prikazuje na situacionoj karti.

Ukupni broj vodotoka prvog, drugog i višeg reda (N_1, N_2, N_3, \dots) daje uvid u stepen grananja (bifurkacije) hidrografske mreže. Velike vrijednosti odnosa $N_1 / N_2, N_2 / N_3$ itd., ukazuju na to da je u slivu puno malih, a malo velikih vodotoka. U tom slučaju su hidrografi oticanja razvučeniji nego kod sliva sa malim vrijednostima bifurkacionog odnosa. Mreža vodotoka sa konstantnim vrijednostima bifurkacionih odnosa, zove se Hortonova mreža. Varijacije pomenutih vrijednosti su po slivovima relativno male (2 -5) i odražavaju specifične geološke uslove i oblike sliva.

Fizičke karakteristike sliva



Slika 5.5. Jedan primjer Horton-ove mreže ($N_1=8, N_2=4, N_3=2, N_4=1$;
 $N_1/N_2=N_2/N_3=N_3/N_4=2$)

Kvantitativna analiza riječne mreže počinje sa Horton-ovom (1945) metodom klasifikacije (rangiranja) riječnih tokova prema redovima.

Odnos broja segmenata datog reda N_ω sa brojem segmenata višeg reda $N_{\omega+1}$ se, prema Horton-u naziva bifurkacionim faktorom R_B :

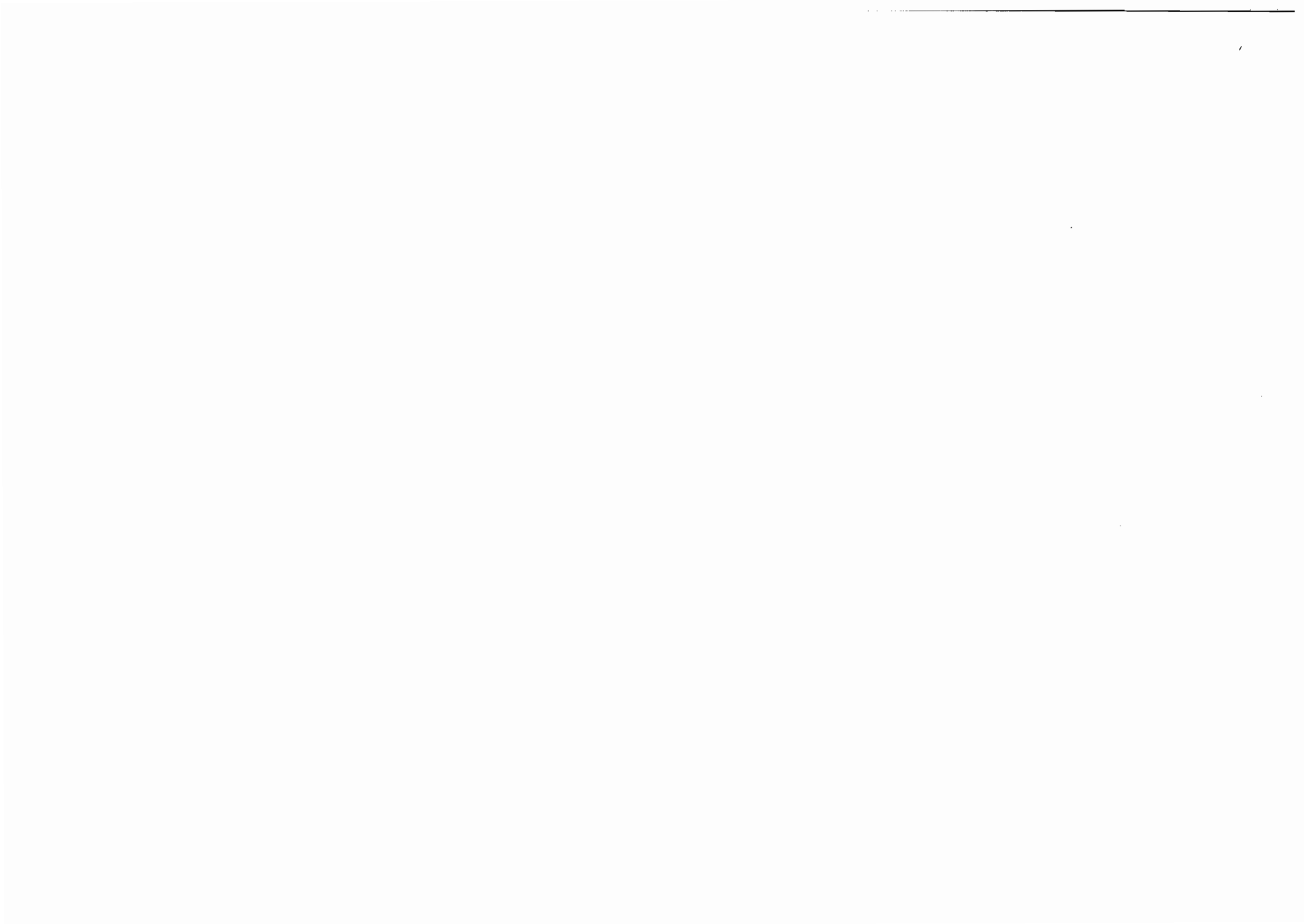
$$R_B = N_\omega / N_{\omega+1} \quad (5.9)$$

Horton je našao da N_ω u jednom slivu sa tokom najvišeg reda (Ω), zavisi od R_B /3/:

$$N_\omega \cong R_B^{(\Omega-\omega)}; \quad 1 \leq \omega \leq \Omega \quad (5.10)$$

Na osnovu analiza slivova u SAD, prosječna vrijednost odnosa R_B je 3,5, dok je teorijski najmanja vrijednost 2. Najčešće: $3,0 \leq R_B \leq 5,0$ /15/. Izduženi slivovi (mala vrijednost odnosa F/L^2 iz (5.2)) imaju visoku vrijednost za R_B i proizvode razvučene poplavne talase. Slivovima čiji se oblik približava onom na slici 5.3 odgovara mala vrijednost R_B i kod njih se javlja oštar pik/vrh.

Horton je predložio i slijedeće empirijske zakone: zakon broja tokova i zakon dužina tokova.



Zakon broja tokova kaže da broj tokova nekog reda slijedi inverznu geometrijsku vezu sa redom toka u obliku:

$$N_{\omega} = R_B^{\Omega - \omega} \quad (5.11)$$

gdje je Ω red toka sa najvišim redom u mreži, ω je red toka čiji broj tražimo, a R_B je konstanta za datu riječnu mrežu. R_B se naziva bifukacionim faktorom. Ako se na dijagramu prikaže odnos N_{ω} i ω tako da na ordinatu nanese logaritam od N_{ω} a na apcisu ω , dobiće se približno pravac sa negativnim nagibom. Veličina nagiba toga pravca predstavlja logaritam od R_B .

Treba zapaziti da se na osnovu jednačine (5.11) može izvesti zaključak da je ukupan broj tokova u riječnoj mreži jednak:

$$\sum_{\omega=1}^{\Omega} N_{\omega} = 1 + R_B + R_B^2 + \dots + R_B^{\Omega-1} = \sum_{\omega=1}^{\Omega} R_B^{\Omega-\omega} = \frac{R_B^{\Omega} - 1}{R_B - 1} \quad (5.12)$$

Takođe, važi:

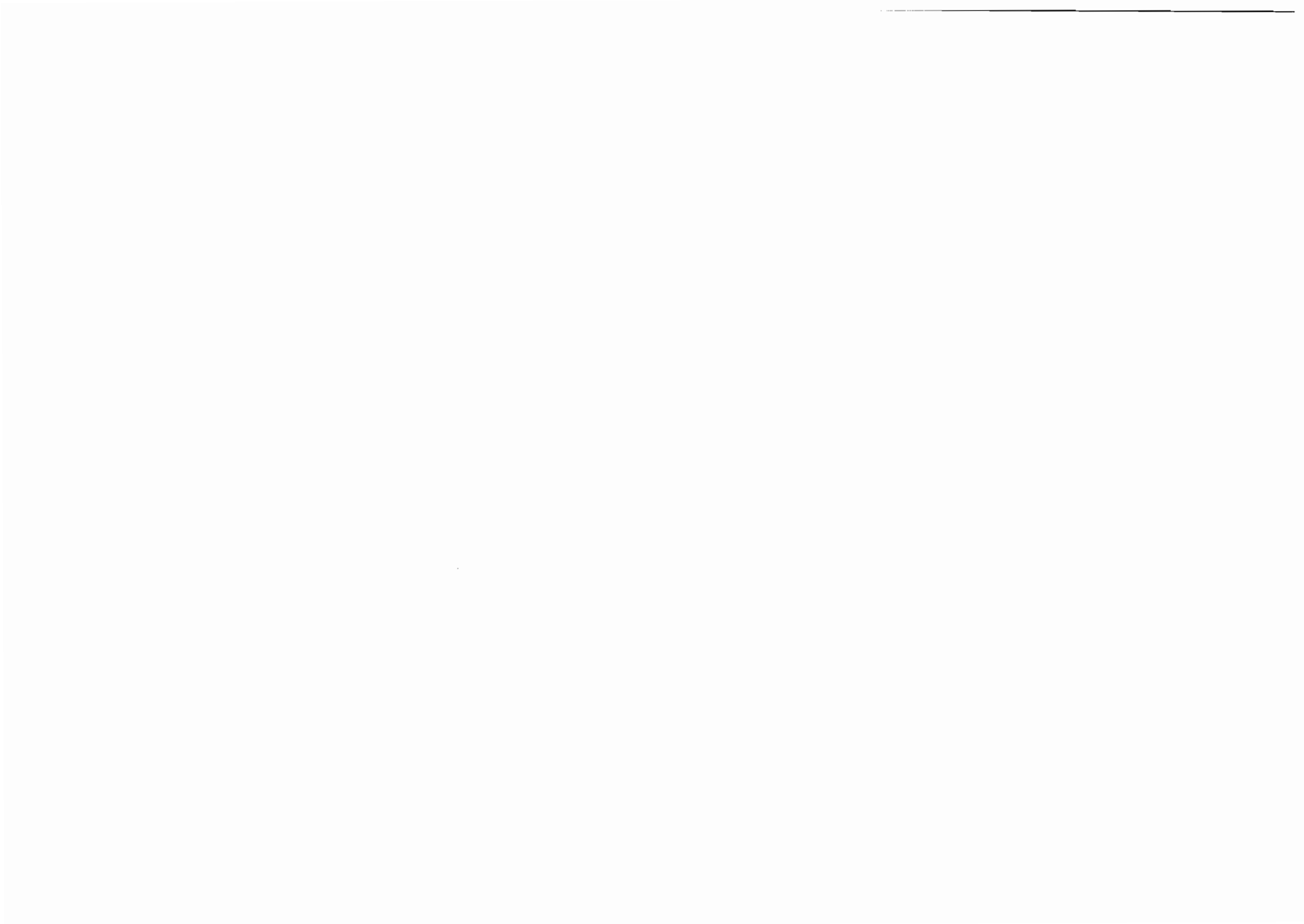
$$R_B = N_{\omega-1} / N_{\omega} \quad (5.13)$$

što implicira da u prosjeku postoji R_B tokova reda $\Omega - 1$.

Isti koncept zakona broja tokova, odnosno bifukacioni faktor R_B se može primijeniti i na dužine tokova, te površine tokova. Tako se definišu prosječna dužina tokova \bar{L}_{ω} kao:

$$\bar{L}_{\omega} = \frac{1}{N_{\omega}} \sum_{i=1}^{N_{\omega}} L_{\omega i} \quad (5.14)$$

gdje je $L_{\omega i}$ dužina tokova reda ω , i prosječna površina tokova svih redova \bar{F}_{ω} kao:



$$\bar{F}_\omega = \frac{1}{N_\omega \sum_{i=1}^{N_\omega} F_{\omega i}} \quad (5.15)$$

gdje je $F_{\omega i}$ površina sa koje voda dopijeva u tok reda ω i njegove pritoke. Na primjer, \bar{A}_Ω je ukupna površina slivne površine čiju riječnu mrežu analiziramo. Tako se kvantitativno Horton-ovi zakoni mogu izraziti kao:

$$\text{Zakon broja tokova:} \quad \frac{N_{\omega-1}}{N_\omega} = R_B \quad (5.16)$$

$$\text{Zakon dužine tokova:} \quad \frac{\bar{L}_\omega}{\bar{L}_{\omega-1}} = R_L \quad (5.17)$$

$$\text{Zakon površine tokova:} \quad \frac{\bar{F}_\omega}{\bar{F}_{\omega-1}} = R_F \quad (5.18)$$

Empirijski rezultati ukazuju na to da se kod riječnih slivova vrijednosti R_B kreću u granicama od 3 do 5, R_L od 1,5 do 3,5, i R_F od 3 do 6 (Smart, 1972) /3/.

Zakon broja i dužine tokova može se kombinovati u jednu jednačinu koja daje ukupan broj tokova reda ω , kao:

$$\sum_{i=1}^{N_\omega} L_{\omega i} = \bar{L}_1 R_B^{\Omega-\omega} R_L^{\omega-1} \quad (5.19)$$

Takođe, prema Horton-u može se pisati /3/:

$$\sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} L_{\omega i} = \bar{L}_1 R_B^{\Omega-1} \frac{R_{LB}^{\Omega} - 1}{R_{LB} - 1} \quad (5.20)$$

gdje je $R_{LB} = \frac{R_L}{R_B}$ a \bar{L}_1 je prosječna dužina tokova prvoga reda.

Gustina riječne mreže. Gustina riječne mreže, definisana kao odnos ukupne dužine svih tokova na slivnoj površini podijeljena sa veličinom slivne površine, ukazuje na efikasnost dreniranja riječnog sliva. Veća gustina uzrokuje brže oticanje, a manju infiltraciju i druge gubitke. Slijedeći Hortonov koncept rangiranja tokova, gustina riječne mreže može biti kvantitativno analizirana.

Pojam gustine riječne mreže može biti komparabilan jedino ako je izveden na bazi karata iste razmjere. Na kartama malih razmjera mnoge rijeke nisu predstavljene, pa je ukupna dužina rijeka manja od stvarne.

Za hidrološke proračune, zavisno od veličine sliva, u Bosni i Hercegovini dovoljno je koristiti topografske karte razmjere 1:50.000, 1:25.000 ili 1:10.000.

Horton je gustinu riječne mreže definirao kao /3/:

$$D = \frac{L_T}{F_\Omega} = \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} \frac{L_{\omega i}}{F_\Omega} = \sum_{\omega=1}^{\Omega} \frac{N_\omega \bar{L}_\omega}{F_\Omega} \quad (5.21)$$

gdje je L_T ukupna dužina tokova reda Ω na slivu čija je površina A_Ω . Gustina riječne mreže može se dovesti u vezu sa Horton-ovim brojevima, kao:

$$D = \frac{\bar{L}_1 R_B^{\Omega-1}}{F_\Omega} \frac{R_{LB}^\Omega - 1}{R_{LB} - 1} \quad (5.22)$$

Učestalost riječnih tokova. Učestalost riječnih tokova definiše se kao broj riječnih segmenata na jedinicu površine kao /3/:

$$FT = \frac{\sum_{\omega=1}^{\Omega} N_\omega}{F_\Omega} \quad (5.23)$$

gdje je N_ω broj tokova reda ω a F_Ω je ukupna površina sliva tokova reda Ω .

Iako učestalost tokova i gustina mreže izražavaju različite osobine, Melton (1958) je našao vezu između njih u obliku /3/:

$$FT = 0,69 D^2 \quad (5.24)$$

5.3. PAD TOKA I SLIVA

Pad sliva ima vrlo složen i važan uticaj na poniranje, površinsko sljevanje vode, vlažnost zemljišta i doticaj iz podzemlja u rijeke; on je osnovni faktor od uticaja na vrijeme površinskog kretanja vode i na koncentraciju voda u koritu glavnih rijeka. Od nagiba terena dobrim dijelom zavisi oblik hidrograma, odnosno vrijeme oticaja voda i najveći proticaj poplavnih voda.

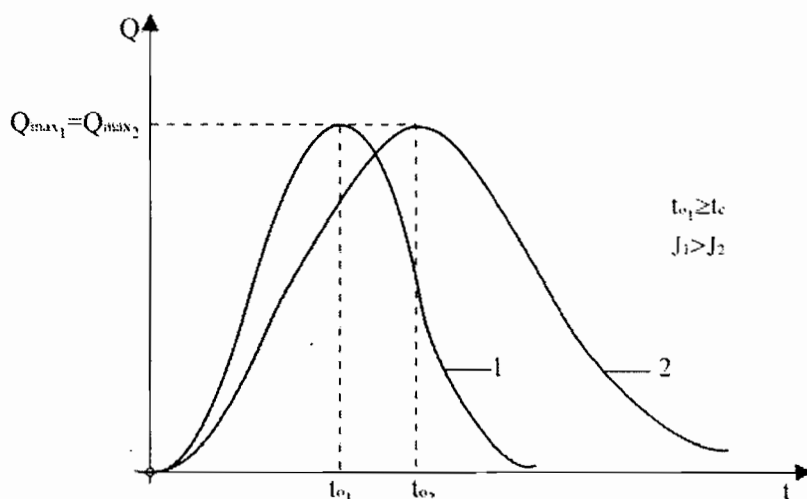
Pad sliva utiče kako na brzinu površinskog tečenja vode, tako i na brzinu tečenja u vodotoku. Iz elementarne hidraulike je poznato da, pri konstantnosti ostalih parametara tečenja, većem padu pripada i veća brzina tečenja, odnosno manje vrijeme koncentracije sliva i obrnuto. Dakle, zahvati li ista padavina dva sliva jednake površine, ali različitog pada, bit će kod sliva s većim padom grane porasta i opadanja hidrograma strmije i obrnuto (vidi poglavlje 9). Takođe će se u slučaju strmijeg sliva i vršni proticaj javiti ranije, no ukoliko padavina u oba slučaja traje dovoljno dugo, tj. duže od vremena koncentracije sliva, realizirat će se jednaki vršni proticaji kod oba sliva.

Pad sliva nije u hidrološkom smislu posve definiran, tako da se često pojedine kategorije pada sliva izjednačuju s padovima glavnog vodotoka i njegovih pritoka.

Zbog toga se u praksi najčešće definiraju slijedeća dva parametra:

- bruto pad vodotoka,
- srednji pad vodotoka.

U većini slučajeva, uzdužni profil riječnog toka pokazuje karakteristično smanjivanje pada idući nizvodno. To je ilustrovano na slici 5.7. Treba napomenuti kako karakteristični uzdužni profil glavnog vodotoka generalno sadrži nizvodno smanjenje pada. O razlozima smanjivanja pada, idući nizvodno i matematičkom opisu pada, bilo je detaljnije riječi u poglavlju 4.3.



Slika 5.6. Uticaj pada sliva na oblik hidrograma direktnog oticanja
1- sliv sa većim padom; 2 – sliv sa manjim padom

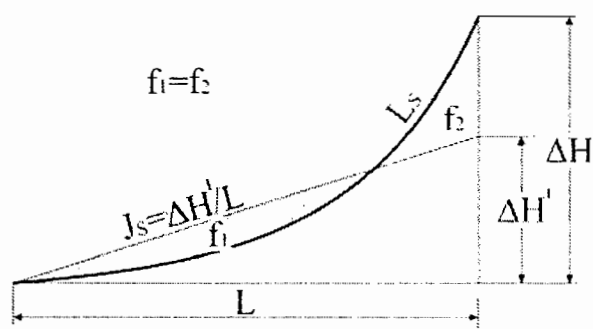
Bruto pad vodotoka se dobije kada se razlika u nadmorskoj visini najviše i najniže tačke na uzdužnom profilu toka (slika 5.7), podijeli sa dužinom toka, odnosno:

$$J_b = \Delta H / L \quad (5.25)$$

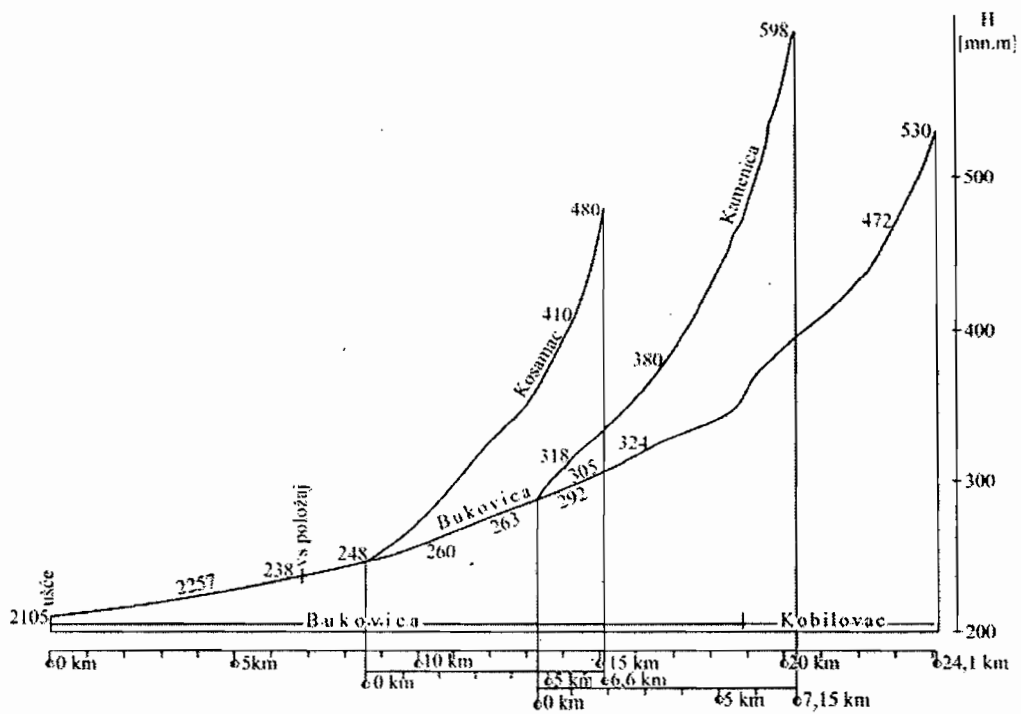
Uravnati (srednji) pad se određuje tako da postoji jednakost površina $f_1 = f_2$ na slici 5.7, odnosno:

$$J_s = \Delta H' / L \quad (5.26)$$

Na slici 5.8 dat je primjer jednog realnog uzdužnog profila rijeke Bukovice.



Slika 5.7. Ilustracija bruto i uravnatog pada riječnog toka



Slika 5.8. Uzdužni profil rijeke Bukovice (pritoka rijeke Spreče)

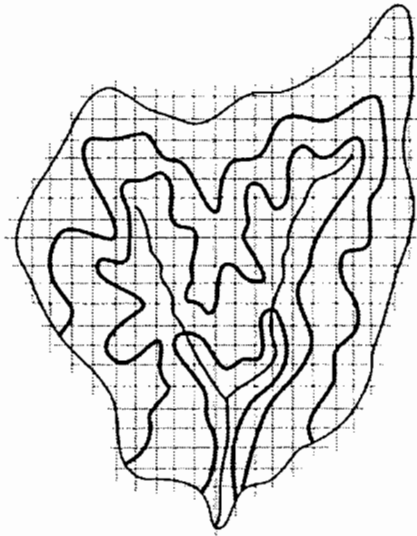
Jedan uprošćen način da se odredi prosječni pad sliva se sastoji u slijedećem (Viessman, 1977 /15/). Preko topografske karte se postavi providni papir sa milimetarskom (centimetarskom) mrežom (slika 5.9). Broje se vertikalni n_v i horizontalni n_h presjeci sa izohipsama; odmjerava se ukupna dužina segmenata vertikalne L_v i horizontalne L_h mreže (do granice sliva).

Zatim se izračunavaju padovi, kao:

$$i_v = \frac{n_v h}{L_v}; \quad i_h = \frac{n_h h}{L_h} \quad (5.27)$$

gdje je: h – visinsko rastojanje izohipsi. Srednji pad sliva je:

$$i_{sl} = \frac{(i_v + i_h)}{2} \quad (5.28)$$



Slika 5.9. Određivanje približne vrijednosti srednjeg pada sliva

5.4. VISINSKI ODNOSI U SLIVU

Utjecaj visine sliva se ispoljava; na procenat padavina u obliku snijega; na zadržavanje vode zimi u slivu u vidu snijega, leda na rijekama, na jezerima i kao zamrznuta voda po terenu; na sprečavanje poniranja vode, usljed zamrzavanja vode u površinskim slojevima terena; na smanjivanje isparavanja vode na većim visinama.

Prosječna visina sliva H_{sl} se najlakše određuje planimetrisanjem površina između izohipsi ΔF :

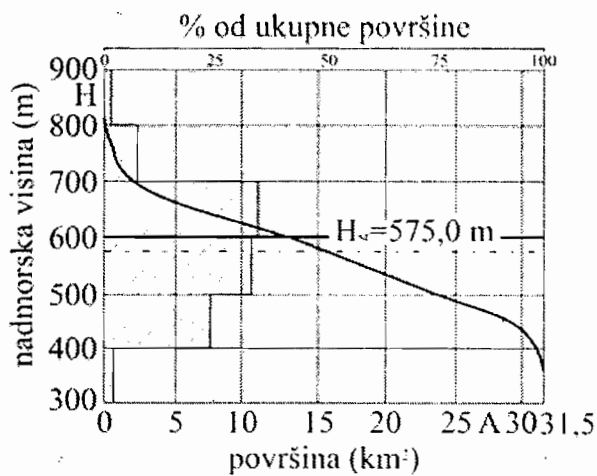
$$H_{sl} = \sum_{j=1}^n (\Delta F_j \cdot H_{srj}) / F \quad (5.29)$$

gdje je: H_{sr} srednja nadmorska visina između susjednih izohipsi (odnosno površine ΔF) i F ukupna površina sliva.

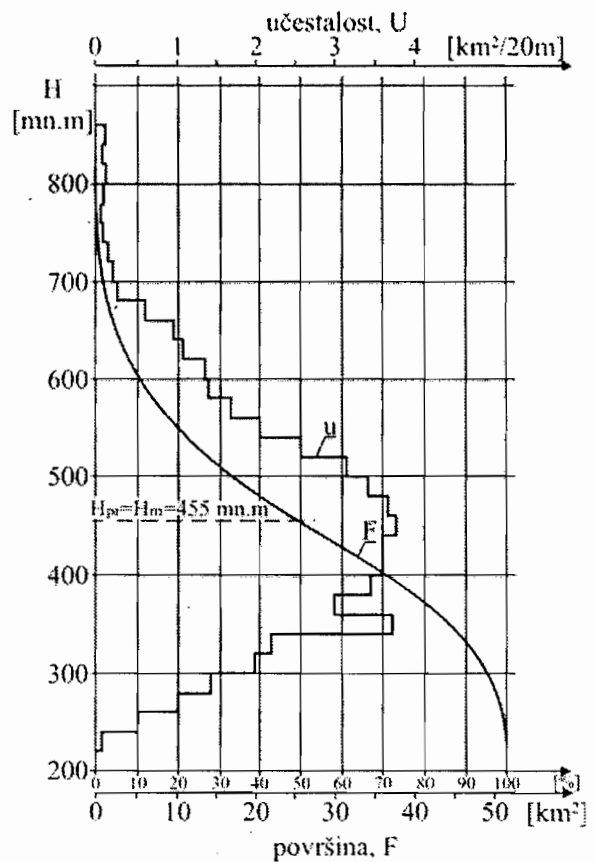
Približna metoda se sastoji u određivanju kote H_x u sredini svakog kvadrata na slici 5.9, pa je $H_{sl} = \sum H_x / n$, gdje je (n) broj kvadrata mreže koja pokriva sliv.

Fizičke karakteristike sliva

Često se radi hipsometrijska kriva (veza: površina – nadmorska visina), koja daje površinu (ili procenat ukupne površine) iznad pojedinih nadmorskih visina. Prvo se radi diferencijalna linija, gdje se određuje procenat u kome površina ΔF učestvuje u ukupnoj površini (tj. $\Delta F / F \cdot 100$). Ovaj odnos se obično predstavlja grafički (slika 5.10). Potom se vrši sumiranje odnosa $\Delta F / F$ (%) da bi se dobila integralna (hipsometrijska) kriva. Prosječna visina sliva H_{sl} (jednačina (5.29)) je predstavljena pravom linijom na slici 5.10. Ovdje mora biti zadovoljen uslov da je površina pravougaonika $H_{sl} \cdot F$ jednaka površini ispod hipsometrijske krive.



Slika 5.10. Ilustracija hipsometrijske krive sliva



Slika 5.11. Hipsometrijska kriva sliva rijeke Bukovice (pritoka rijeke Spreče)

5.5. KARAKTERISTIKE ZEMLJIŠTA

Vodni režim zemljišta je promijenljiv po dubini i u vremenu. Vlažnost zemljišta zavisi od niza fizičkih procesa prenosa vlage: infiltracije, isparavanja, transpiracije, kondenzacije, kapilarnog penjanja podzemne vode, površinskog oticanja i doticanja kao i drugih komponenata vodnog bilansa.

Glavni faktori koji utiču na formiranje vodnog režima zemljišta su /1/:

1. Osnovni: fizički, fizičko-hemijski i biološki, i
2. Specifični: geološki, geomorfološki, hidrološki, antropogeni i sl.

U *fizičke faktore* spadaju sile, koje izazivaju kretanje zemljišnih rastvora i njihove promjene. Kretanje vode u kapilarno-poroznim sredinama, u koje spada i zemljište, dešava se pod dejstvom različitih sila, predstavljenih gradijentom pritiska, potencijala gravitacionog polja, potencijala električnog polja i koncentracije rastvorenih materija. Fizičko-hemijski faktori utiču na vodni režim posrednije. Oni, uglavnom određuju ponašanje koloidnog sistema, u smislu tendencije procesa peptizacije ili koagulacije, koji sa svoje strane stvaraju mikro i makroagregate tvrde faze zemljišta i određuju uslove cirkulacije vlage. U *biološke faktore* spadaju procesi povezani sa životnom djelatnošću biljaka i životinja. Uticaj bioloških faktora na vodni režim sastoji se u upijanju vlage korijenjem biljaka, tj. u isušivanju zemljišta. Zakorovljene površine smanjuju površinsko oticanje i povećavaju vlažnost. Količina vode koju biljke mogu apsorbirati iz zemljišta, zavisi od građe korjenovog sistema, raspodjele vode u zoni ovog sistema i odnosa sile upijanja biljke i vlažnosti zemljišta.

Geološki faktori terena stvaraju određene uslove za cirkulaciju vlage, soli i vazduha u nezasićenoj sredini. Na kretanje vlage utiče i debljina pokrivnog sloja zemljišta. Geološki faktori određuju uslove formiranja podzemne vode, njen položaj, brzinu kretanja, dubinu i reljef regionalnog vodonepropusnog sloja, karakter vodonosnog sloja, litološke karakteristike, slojevitost, poroznost, veličinu specifične površine, mehanički, mineraloški i agregatni sastav zemljišta.

Geomorfološki faktori, a naročito oblik i tip reljefa, depresije na terenu bez prirodnog oticanja površinske vode ili sa slabim oticanjem, utiču na nastajanje prevlaženih zemljišta. Depresije ili niža zemljišta izložena su stalnom ili povremenom doticanju površinske vode sa viših terena ili nereguliranih okolnih vodotoka iz kojih se zemljište plavi, kao i doticanju podzemne vode. Usljed malih padova površine terena, zadržava se površinsko oticanje i nastaje prevlaživanje zemljišta.

Hidrološki faktori, se uglavnom odnose na površinske vodotoke i vodne akumulacije koji učestvuju u formiranju vodnog režima zemljišta posredno, preko

podzemne vode. Ovi faktori stvaraju lokalne ili regionalne izvore hranjenja podzemne vode, snabdijevaju zemljište vodom ili ga dreniraju. Izlivanja rijeka mogu stvarati dopunska vlaženja, kao i ispiranja zemljišta, i time utiču na količinski sastav rastvorenih materija i njihovu koncentraciju.

Antropogeni faktori-privredna djelatnost čovjeka, mogu se pokazati veoma značajnim i čak odlučujućim u pravcu režima procesa obrazovanja zemljišta i promjene vodnog režima.

5.5.1. Fizička i vodna svojstva zemljišta

Stijene koje obrazuju koru Zemlje – litosferu, dijele se po načinu njihovog postanka na: magmatske, sedimentne i metamorfne. Razlikuju se, zatim, čvrste (kompaktne) i rastresite (nevezane) stijene. Površinski sloj, obično nevezan, nastao raspadanjem stijena (pod uticajem atmosferilija i organskog svijeta), zove se *zemljište* [15]. Profil zemljišta se često dijeli na četiri horizontalna sloja (horizonta): A – zemljište bogato organskim materijalom, B – sloj zemljišta izložen uticaju vazduha, modifikovan zbog dejstva korijenja vegetacije, C – nekonsolidovani materijal koji se sastoji od čestica raznih dimenzija i D – osnovna stijena. Debljina ovih slojeva zavisi od geološke strukture i geomorfoloških prilika konkretnog terena.

Zemljište je trofazna sredina i predstavlja smjesu raznih materijala koji se u zoni aeracije javljaju u sva tri agregatna stanja: čvrstom, tečnom i gasovitom, u raznim međusobnim odnosima. Čvrsta faza zemljišta, koja se naziva skeletom ili matricom, sastoji se od mineralnih i organskih čestica različitih dimenzija. Tečna faza zemljišta je vodeni rastvor raznih soli (uglavnom se sastoji iz vode a sadrži takođe i rastvorene mineralne materije-soli i gasove). Gasovita faza je zemljišni vazduh, koji se razlikuje od atmosferskog po učešću sastavnih dijelova. Međusobni odnos, faza čvrste, tečne i gasovite, ima veliki značaj za plodnost zemljišta.

Tanki sloj zemljišta, od nekoliko centimetara do 2-3 m, pokriva veliki dio zemljine površine i predstavlja izvor hrane i života za biljke. Biljni i životinjski svijet živi u zemljištu u kome nalazi vodu i neophodne hranjive materije. Debljina sloja utiče na formiranje aktivnog sloja za biljke i na stvaranje zapremine za zalihe vode i hranjivih materija. Veća debljina zemljišta obezbjeđuje i prostraniji rizosferni sloj i veću zapreminu rezerve vode i hranjivih materija. Deblji slojevi zemljišta su produktivniji u odnosu na iste, ali manje debljine.

Debljina i položaj sloja zemljišta određuje i različita njena svojstva. Sloj sa malom propusnošću koji se nalazi bliže površini terena, više ograničava kretanje vode od sličnog sloja, koji se nalazi dublje u profilu. Takav značaj može imati i položaj

sloja sa visokim ili niskim sadržajem neophodnih hranjivih elemenata ili jona, toksičnih za biljke ili životinje.

Struktura zemljišta predstavlja mjeru kvalitativnog spajanja čestica zemljišta. Elementarne čestice zemljišta nisu odvojene jedne od drugih, nego su na različite načine slijepljene u mrvice, grudvice i agregate. Razlikuju se strukturalna zemljišta koja imaju izraženu strukturu, i bezstrukturna zemljišta koja nemaju nikakvu strukturu (kvarcni pijesak).

Sadržaj vode u zemljištu je u tjesnoj vezi sa njegovom strukturom. Zemljišta sa česticama manjim od 2 μ čine glinu, dok zemljišta koja su sastavljena od zrnaca sa prečnikom većim od 2 mm, su poznata pod nazivom šljunak. Opseg između ova dva ekstrema se klasifikuje na različite načine. Na slici 5.12 je data klasifikacija zemljišta prema Međunarodnom udruženju za nauku o zemljištu (ISSS) i Britanskoj ustanovi za standarde (BSI).

Naziv pojedinih tipova zemljišta, zavisi od udjela pojedinih frakcija u njemu. Na primjer, ilovača sadrži u prosjeku 20% gline, 40% prašine i oko 40% pijeska, dok je kod pjeskovite ilovače ovaj odnos 10 – 25 – 65%. Neki nazivi zemljišta su dati u tabeli 5.1 i slici 5.12.

| ISSS | glina | prašina | | | sitan pijesak | krupni pijesak | | šljunak | |
|-------------------|-------|---------------|---------|--------|---------------|----------------|--------|---------|--------------------|
| BSI | glina | p r a š i n a | | | sitan pijesak | p i j e s a k | | šljunak | |
| | | fina | srednja | krupna | | srednji | krupan | | |
| prečnik čestica | 1 | 2 | 5 | 20 | 50 | 200 | 500 | 2000 | (μ) |
| poljski kapacitet | 325 | 300 | 270 | 116 | 100 | | | | |
| tačka venjenja | 200 | 133 | 100 | 33 | 25 | | | | mm m ⁻³ |
| raspoloživa vlaga | 125 | 167 | 170 | 83 | 75 | | | | |

Slika 5.12. Klasifikacija čestica u zemljištu

Mehanički sastav zemljišta, predstavlja kvantitativan odnos zastupljenosti osnovnih čestica raznih veličina u masi zemljišta. Čvrsta faza zemljišta sastoji se od mineralnih i organskih čestica različitih dimenzija, koje su obično skupljene u agregate raznih veličina. Raspodjela mineralnih čestica po dimenzijama, karakteriše mehanički sastav zemljišta, a karakter agregata i opšta geometrijska konfiguracija skeleta, određuju građu zemljišta. Mnoga fizička svojstva zemljišta

Fizičke karakteristike sliva

tijesno su povezana sa njihovim mehaničkim sastavom i građom. Mehanički sastav zemljišta određuje se mehaničkom analizom.

Čestice se grupišu u pojedine frakcije prema svojoj krupnoći, pa se određuje relativna zastupljenost tih frakcija u datom uzorku zemljišta. Grupisanje i prikazivanje osnovnih (elementarnih) čestica po dimenzijama, naziva se klasifikacija mehaničkog sastava. Podjela u definisane frakcije-klasifikacija je stvar konvencije, pa danas u svijetu postoje razne klasifikacije. U svijetu je najpoznatija klasifikacija mehaničkog sastava zemljišta prema USDA (U.S. Department of Agriculture) – tabela 5.1.

Tabela 5.1. Klasifikacija zemljišta prema USDA //

| Glavna frakcija | Naziv frakcije mehaničkog sastava | Dimenzije (mm) |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|
| Pijesak | Vrlo krupan pijesak | 2,0 – 1,0 |
| | Krupan pijesak | 1,0 – 0,5 |
| | Srednjevzrni pijesak | 0,5 – 0,25 |
| | Sitnozrni pijesak | 0,25 – 0,10 |
| | Jako sitan pijesak | 0,10 – 0,05 |
| Prah | Prah | 0,05 – 0,002 |
| Glina | Glina | manje od 0,002 |

Oblici vode u zemljištu

Odnos zemljišta prema vodi zavisi od njegovih fizičkih karakteristika i od geološkog sastava. Voda u zemljištu potiče od padavina i podzemnih voda. Od međusobnog odnosa padavina i nivoa podzemnih voda, zatim od temperature i vlažnosti vazduha, kao i od strukture zemljišta i njegovih fizičkih karakteristika, zavisi u kakvom će se obliku voda naći u zemljištu.

Svako zemljište u prirodi uvijek sadrži u sebi izvjesnu količinu vode. Istraživanja pokazuju, da razni dijelovi ove vode imaju bitna različita svojstva, tj. u zemljištu se voda pojavljuje u više različitih oblika.

Voda se u gasovitom stanju nalazi u zemljišnim porama u obliku vodene pare i zajedno sa zemljišnim vazduhom obrazuje smjesu. Njeno kretanje se ostvaruje pasivno sa zemljišnim vazduhom, pod uticajem promjene atmosferskog pritiska, temperature i vlažnosti i aktivno putem difuzije zahvaljujući postojanju gradijenta pritiska. Voda u obliku pare kreće se kao gas, od mjesta sa većim pritiskom pare ka mjestima sa manjim pritiskom, i sposobna je da prelazi u druge oblike. Voda u

obliku pare neprekidno se obrazuje u zemljištu, premješta se, i pretvara se u druge oblike. Kondenzuje se i popunjava rezerve vode. Negativna temperatura izaziva kondenzaciju vode ili njeno zamrzavanje u obliku leda.

Voda se u tečnom stanju nalazi u nekoliko oblika vezana sa čvrstim česticama zemljišta. Može se izdvojiti fizički vezana (molekularna), kapilarna i slobodna (gravitaciona) voda.

Fizički vezana voda (molekularna voda), vezuje se sa privlačnim molekularnim silama za zemljišne čestice. Prema stepenu jačine veze i prema tome, pokretljivosti, dijeli se na *hidroskopnu* (čvrsto vezana) i *opnenu* (slabo vezana). Svojstvo zemljišta da upija vodenu paru iz atmosfere, naziva se njegovom hidroskopnošću.

Hidroskopna voda nalazi se na površini čvrstih čestica i predstavlja vodenu paru koja je upijena iz atmosfere, odnosno čvrsto vezanu vodu koja usljed apsorpcionih sila prijanja na površini čestica zemljišta. Karakteriše se velikom gustinom. Glinasti materijali, čija je površina svih čestica po jedinici zapremine velika, karakterišu se visokom hidroskopnošću. Nasuprot tome, pijesak i šljunak, čije su povišine značajno manje, karakterišu se niskom hidroskopnošću. Može se kretati samo pri prelazu u paru. Obrazuje tanku opnu oko zemljišnih čestica i ne podliježe sili gravitacije, već se drži za česticu privlačnom molekularnom silom.

Opnena ili adhezionna voda (često se naziva i *pelikularna voda*), obrazuje deblju molekularnu opnu nego hidroskopna oko zemljišnih čestica i za njih se vezuje manjim molekularnim silama. Maksimalna količina opnene vode koja može da se održava na čestici zemljišta privlačnim dejstvom molekula, naziva se maksimalna molekularna vlažnost. Ona je utoliko veća ukoliko je prečnik čestica manji. Opnena voda pripada kategoriji slabo vezanih, čije kretanje nastaje pod dejstvom gravitacije i sila molekularnog prijanjanja. Pri malim zalihama vlage preovladavaju sile prijanjanja. Ona se može predstaviti kao vodeni omotač sastavljen iz nekoliko slojeva molekula koji se drže jedan za drugi. Između čestica zemljišta, okruženih opnenom vodom, nalazi se vazduh, te zemljište na prvi pogled izgleda suho. Usljed dejstva gravitacije, opnena voda teče vertikalno nadole. Pod dejstvom molekularnih sila, ona se kreće od mjesta sa debljim omotačem ka mjestima sa tanjim vodenim omotačem, tj. u pravcu koji se skoro po pravilu ne poklapa sa pravcem dejstva gravitacije.

Kapilarna voda ispunjava kapilarne pore i pukotine i pripada kategoriji slobodne vlage. U njima se voda nalazi pod dejstvom adhezione i kohezivne sile, a podvrgava se i sili gravitacije. Zato, pri određenim uslovima dio kapilarne vode može preći u slobodnu gravitacionu vodu. Kapilarne sile su najveće u najsitnijim

Fizičke karakteristike sliva

kapilarima. Oni se najprije pune vodom, a najteže se prazne. Poslije se pune vodom širi kapilari. Ispunjavajući prostor između čestica, kapilarna voda prenosi hidrostatički pritisak. Pri postojanju razlike pada između dvije tačke, kapilarna voda se može kretati u zemljištu, pri čemu se ovo kretanje ostvaruje kao posljedica dejstva gravitacionih i kapilarnih sila. Tada se premještanje vode ostvaruje po zakonima laminarnog tečenja.

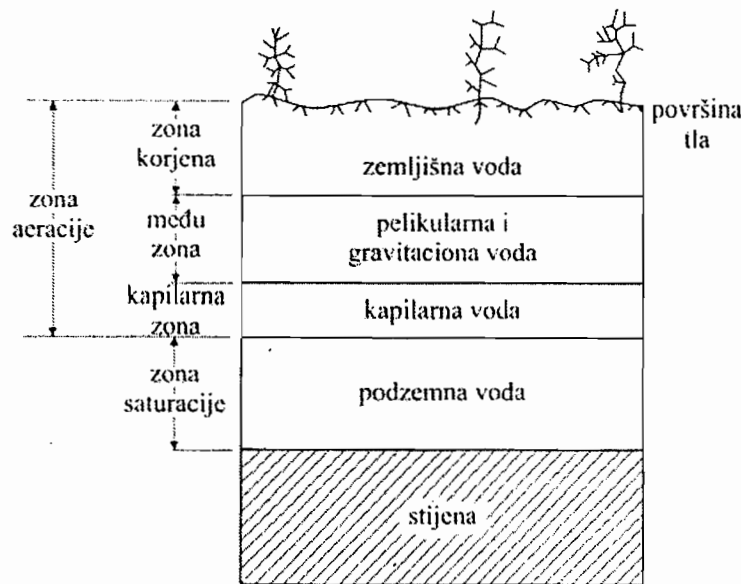
Slobodna (gravitaciona) voda nastaje kod vlaženja zemljišta iznad tzv. poljskog kapaciteta (definiran u nastavku), ispunjava široke pore, tj. superkapile i nalazi se u tečnom stanju. Podvrgava se dejstvu sile teže, tj. može slobodno da se kreće. Pod uticajem sile teže procjeđuje se dole ili bočno. Ako procjedna voda dođe do vodonepropusnog sloja ili površine podzemne vode, gravitaciona voda povišava njen nivo ili je obrazuje. Slobodna (gravitaciona) voda popunjava prostor između čestica zemljišta pri bilo kojoj vlažnosti. Ona se ne može zadržati kapilarnim silama, već se pod uticajem gravitacije slobodno kreće u podzemlju. Kretanje podzemnih voda u zavisnosti od veličine poroznosti, može biti laminarno i turbulentno. Laminarno kretanje se pojavljuje u sitnozrnomo zemljištu, a turbulentno u zemljištu sa krupnim šupljinama i pukotinama.

Podjela profila tla u kojem je sadržana podzemna voda

U prirodnim uslovima, najveći dio vode u zemljištu potiče od kiše ili otapanja snijega. Voda sa površine popunjava prostor između čestica pod uticajem sila gravitacije i površinskih napona. Na česticama se obrazuje tanak sloj hidroskopske vode, koja uz česticu prijanja zbog elektrostatičkih sila i ne može se otkloniti drugim silama.

Profil tla, od njegove površine pa do nepropusne podloge, može se klasificirati u slijedeće zone (slika 5.13):

- (i) Zona aeracije ili nesaturisana zona koja uključuje: (a) zonu korijenja biljaka, (b) među zonu i (c) kapilarnu zonu.
- (ii) Zona saturacije.



Slika 5.13. Podjela profila tla u kome je sadržana podzemna voda

Zona aeracije. Ova zona se proteže od površine tla do nivoa podzemne vode (vrha zone saturacije). Ovaj sloj se sastoji od mješavine čvrstih čestica, vode i gasova. Tlo u ovoj zoni je samo djelimično saturisano. Tri podzone ove zone ilustrovane su grafički na slici 5.13).

Zona korijenja biljaka. Ovo je zona iz koje biljke svojim korijenjem uzimaju vodu. Ona se prostire od površine tla do nekoliko metara u dubinu, do koje se prostire korjenje biljaka. Dubina prodiranja korijenja biljaka varira od nekoliko centimetara (trava) do gotovo 30 m (Phreatophytes). Dubina od 80 do 100 cm može se smatrati razumnom dubinom za zonu korijenja biljaka. Ova voda se gubi u atmosferu isparavanjem. U ovoj zoni su prisutna tri tipa vode. *Hidroskopna voda* je voda apsorbovana na površini čestica tla. Ona se kondenzuje na česticama tla, čime povećava zapreminu tla u veličini od 1 % za pješčano tlo, 7 % za muljevito tlo i 17 % za glinovito tlo. *Kapilarna voda* se zadržava u obliku tečnih prstenova oko grupe čestica tla sa jednim zračnim mjehuricom u centru, vjerovatno uzrokovanim površinskim naponom vode. U toku procesa infiltracije vode kroz tlo tokom padavina, prisutni višak vode se naziva *gravitacionom vodom*.

Među zona. Ova zona se proteže od dna zone korijenja biljaka do vrha kapilarane zone formirajući tok kroz koji sva infiltrirana voda prolazi ka podzemnoj vodi. Dubina ove zone varira od nula (na nekim mjestima u sezoni kiša), do nekoliko metara (u sušnoj sezoni).

Kapilarna zona. Ova zona se proteže od vrha zone saturacije do visine određene prirodom tla. Visina kapilarne zone zavisi od kompozicije čestica i varira od

Fizičke karakteristike sliva

nekoliko centimetara za pjeskovito, do nekoliko metara za zemljište sa velikim procentom gline.

Tabela 5.2. Visine kapilarne zone za različite vrste tla /18/

| Tip tla | Dijametar čestica tla (mm) | Broj čestica tla po cm^3 | Ukupna površina čestica tla (cm^2) | Visina kapilarne zone (cm) |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------------|---|----------------------------|
| Glina | < 0,002 | $1,25 \times 10^{11}$ | 15700 | ≥ 1000 |
| Mulj | 0,002 – 0,06 | $1,25 \times 10^8$ | 1570 | 600 – 1000 |
| Pijesak | 0,06 – 2,0 | $10^6 - 10^3$ | 314 – 31,4 | 100 – 600 |
| Šljunak (srednje krupan) | 10 | 1 | 3,14 | 2 – 12 |

Zona saturacije

U saturisanoj zoni, voda u potpunosti popunjava sve pore između čestica tla, formirajući podzemni rezervoar vode. Nivo vode ovog podzemnog rezervoara je poznat pod nazivom *nivo podzemne vode*. Nivo vode je tako definisan kao ravan svih tačaka u saturisanoj zoni u kojima voda ima atmosferski pritisak. Na većoj dubini, neposredno ispod slobodnog nivoa podzemne izdani, nalazi se saturisani (zasićeni) sloj, gdje je sav prostor između čvrstih čestica ispunjen vodom.

Stijene obrazuju sistem čvrstih čestica čiji kontinuitet prekida mreža šupljina raznih dimenzija, oblika i povezanosti, koje zavisno od toga nose naziv pore, prsline, pukotine. Ako su prsline veće od 0,2 do 0,3 mm, one propuštaju vodu na čije kretanje preovlađuje djelovanje zemljine teže. Pore razmjera od 0,2 do 0,0002 mm ($0,2 \mu$) su kapilarne. One propuštaju i gravitacionu vodu, ali kada se ova ocjedi, preostala voda se kreće pod dejstvom kapilarnih sila. Pore, čije su dimenzije od 0,2 do $0,1 \mu$, su mikropore (subkapilarne) i kroz njih se voda ne može kretati. U zavisnosti od njihove propustljivosti, stijene se dijele na vodonosne (propustljive) i vododržive (nepropustljive). Sastav i konfiguracija stijena, u kombinaciji sa reljefom, uslovljavaju pojavu raznih vidova podzemne vode u slivu. Voda u podzemlju se obično klasifikuje kao zemljišna vlaga i vodena izdan (podzemna voda u užem smislu, akvifer).

Vlažnost zemljišta

Funkcionisanje zemljišta kao rezervoara za vodu, zavisi od kompozicije njegovih čestica i raspoloživog prostora između čvrstih zrnaca. Ovaj prostor sadrži gas

(vazduh i/ili vodenu paru) i/ili vodu u tečnom stanju. Ako se sa V_s , V_v , V_g i V_t označe zapremine čvrstih čestica, vode, gasa i ukupna zapremina zemljišta, a sa m_s , m_v , m_g i m_t njihove odgovarajuće mase, onda se mogu definisati slijedeći odnosi /21/ :

gustina čvrste faze:

$$\rho_s = m_s / V_s \quad (5.30)$$

(za mineralna zemljišta prosječno $2,65 \text{ g/cm}^3$);

gustina zemljišta:

$$\rho_b = m_s / V_t \quad (5.31)$$

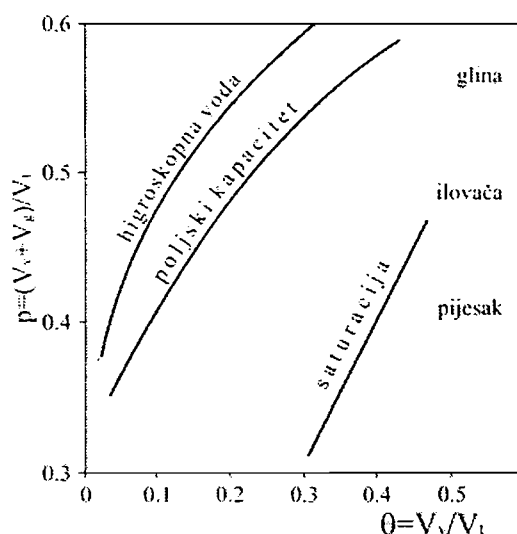
(pjeskovita $1,6 \text{ g/cm}^3$; glina $1,1 \text{ g/cm}^3$);

Stepen vlažnosti zemljišta se može definisati na slijedeći način /15/:

$$\text{Sadržaj vode po masi: } \theta_m = m_v / m_s \quad (5.32)$$

$$\text{Sadržaj vode po zapremini: } \theta_v = V_v / V_t \quad (5.33)$$

Sadržaj vode θ se može dovesti u vezu sa visinom slobodne vode u odnosu na dubinu zemljišta na jedinicu površine. Neka je, na primjer, $\theta = 20\%$ i neka na hidroskopnu vodu otpada 5% od V_t . Znači, zemljište može da primi $20 - 5 = 15\%$ vode, što na jedinicu površine (1 m^2) odgovara zapremini od $0,15 \text{ m}^3$ vode na 1 m dubine, odnosno $150 \text{ mm/m}'$. Ova količina vode će strujati u dublje slojeve ako je $i \geq f$, gdje su (i) i (f) intenziteti kiše i infiltracije, i pod uslovom da kiša traje dovoljno dugo /15/. Na slici 5.14 je pokazan sadržaj vode θ za razne tipove zemljišta. Orijentaciono se vidi poroznost za glavne tipove zemljišta; što je veći dio gline (veća poroznost), zemljište može da sadrži veću količinu vode.



Slika 5.14. Sadržaj vode u zemljištu

Poljski kapacitet je količina vode koju sadrži zemljište u uslovima kada vlada ravnoteža između kapilarnih sila i sila gravitacije. Svaki višak vode sa površine predstavlja gravitacionu vodu koja struji u niže slojeve (Darcy-ev zakon) da bi, eventualno, dospjela do podzemne izdani (obnavljanje podzemne vode). Permanentna tačka svenjavanja odgovara zapremini (pelikularne) vode u suhom zemljištu, kada biljke venu, i ne mogu se povratiti ako ponovo dobiju vodu. Sadržaj vode u zemljištu ostaje na nivou poljskog kapaciteta, sve dotle dok se voda ne potroši u procesu rasta biljaka ili isparavanja, ili dok njena količina vremenom ne poraste poslije narednih padavina. Poljski kapacitet zavisi od mehaničkog sastava zemljišta i nalazi se pod uticajem sadržaja organskih materija, tipa prisutnih minerala i strukture zemljišta, tj. zavisi od osobina zemljišta.

Do kretanja vode u zemljištu dolazi zbog razlike u pritisku u pojedinim tačkama. Obzirom da je brzina kretanja vode u zemljištu veoma mala, ovdje dominantan uticaj ima potencijalna energija (kinetička energija se može zanemariti). Ako se potencijalna energija izrazi kao energija po jedinici zapremine (J/m^3), tada je

$$\Phi_t = \Phi_g + \Phi_p \quad (5.34)$$

gdje je: Φ_i ukupni potencijal, Φ_g potencijal gravitacije i Φ_p kapilarni potencijal. Kapilarni potencijal $\Phi_p = -\psi\rho_v g$ se naziva tenzija (pritisk sisanja) i ima dominantnu ulogu kod ocjene zemljišne vlage. Izražava se u (cm) i u (barima) (bar=1000 mb=100 kP=10⁵ N/m², odnosno 1000 cm vodenog stuba). Pri tenziji $\Phi_p = -1 \text{ cm}$ vodenog stuba čemu odgovara - 1 mb, zemljište je saturisano,

poljskom kapacitetu odgovara $\Phi_p \cong -100 \text{ cm}$ vodenog stuba ili $-0,1 \text{ bar}$, a tački svenjavanja $\Phi_p \cong -100 \text{ m}$ vodenog stuba, odnosno -10 bara .

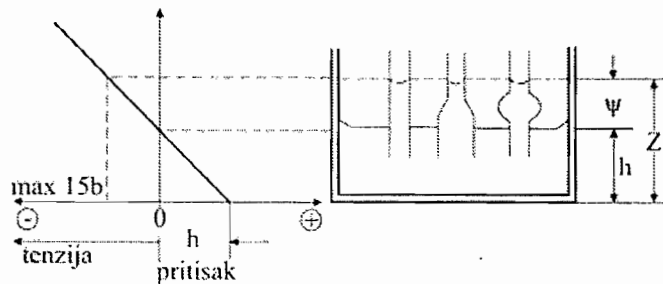
Ovdje je $\Phi_g = z \cdot \rho_v \cdot g$, gdje je: (z) visina posmatrane tačke u odnosu na referentnu ravan, ρ_v gustina vode i $g=9,81 \text{ m/s}^2$. Kako je $\Phi_p = -\psi \rho_v g$, gdje je: ψ visina kapilarnog dizanja iznad nivoa vode (gdje je $\psi_p = 0$), to je ukupni potencijal u tački na visini ψ :

$$\Phi_t = z \rho_v g - \psi \rho_v g \quad (5.35)$$

$$\Phi_t = \rho_v g (z - \psi) \quad (5.36)$$

$$\Phi_t = \rho_v g h \quad (5.37)$$

gdje je: $h = z - \psi$ (vidi sliku 5.15).



Slika 5.15. Potencijal vode u zemljištu /15/

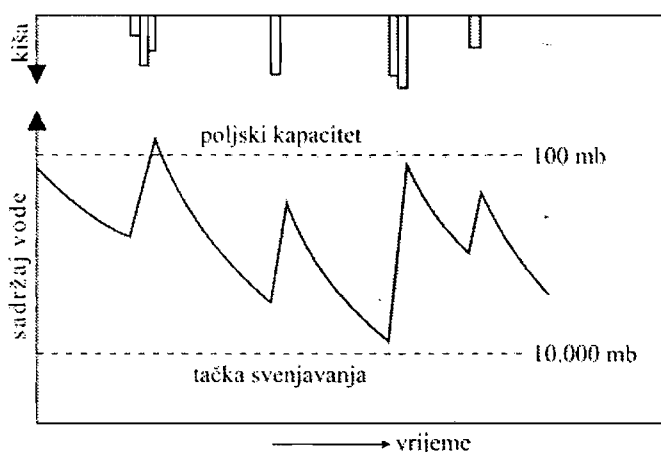
Definisanje tenzije na jedinicu zapremine tečnosti ima svoje puno opravdanje, ako se vodi računa o mogućoj promjeni gustine tečnosti, usljed prisustva strane materije (soli) u rastvoru. U suprotnom slučaju, kada se ρ_r (gustina rastvora) može smatrati identičnim sa ρ_v (gustinom vode), tenzija se može definisati u odnosu na jedinicu težine tečnosti, kao što se radi sa potencijalnom energijom u Bernulijevoj jednačini.

U tabeli 5.3 je za prosječne uslove vlažnosti zemljišta (50 – 80% zapreminskih od poljskog kapaciteta) data tenzija za nekoliko tipova zemljišta /24/.

Tabela 5.3. Vrijednosti tenzije (pritiska sisanja) za neke vrste zemljišta /18/

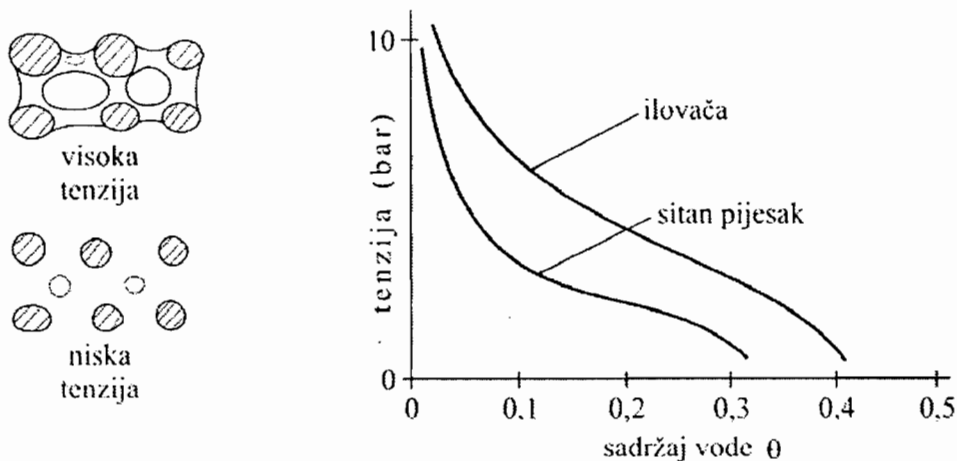
| Zemljište | Tenzija (cm) |
|-----------|--------------|
| Ilovača | 400-200 |
| Suglinak | 300-150 |
| Supijesak | 150-100 |
| Pijesak | 100-50 |

U prirodi, vlažnost zemljišta se povećava zbog kiše, kada dolazi do poniranja vode; ono kasnije gubi vodu zbog evapotranspiracije. Sadržaj vode u zemljištu se, dakle, kreće od saturacije do tačke svenjavanja, pri čemu se javlja tenzija od 1 do 10.000 (15.000) mb. Ovo je pokazano na slici 5.16.



Slika 5.16. Promjena sadržaja vode u zemljištu u vremenu /15/

Gubljenje vode iz zemljišta, zbog povećane tenzije (proces sušenja), se naziva *desorpcija*. Proces vlaženja, kada se povećava količina vode u nesaturisanom zemljištu se naziva *sorpcija*. Veza sadržaj vode – pritisak u porama zemljišta je kompleksan i zavisi od početnog stanja zemljišta, od uticaja zarobljenog vazduha i drugih faktora. Na slici 5.17 je pokazana principijelna šema ove veze, za dva karakteristična tipa zemljišta. Vidi se da zemljište finije strukture sadrži više vode za istu tenziju.



Slika 5.17. Šematski prikaz veze tenzija – sadržaj vode

Sadržaj vode se u laboratorijskim uslovima mjeri tako što se uzorak zemljišta poznate zapremine (V_t) mjeri (m_t) i suši (na 105-110 °C), dok se ne dobije konstantna težina suhog uzorka (m_s). Težinski sadržaj vode je $\theta_m = m_v / m_s = (m_t - m_s) / m_s$, dok je zapreminski sadržaj $\theta = \theta_m (\rho_b / \rho_v)$, gdje je $\rho_b = m_s / V_t$ i $\rho_v = 1 \text{ g / cm}^3$.

5.5.2. Vodena izdan

Materijali prisutni na Zemlji, potencijalno formiraju rezervoare podzemne vode. Shodno njihovim kapacitetima da zadrže vodu između njihovih intergranularnih prostora, ovi materijali se mogu klasificirati u slijedeće četiri kategorije /18/.

Potpuni izolatori/barijere - Aquifuge

To su materijali koji, niti dozvoljavaju vodi da se u njima akumulira, niti da teče kroz njih. Masivno ležište granitne stijene bez bilo kakvih lomova ili grešaka je dobar primjer potpunog izolatora. Ovakva ležišta imaju beznačajnu poroznost i provodljivost.

Izolatori/barijere - Aquiclude

Materijali koji imaju osobinu da akumuliraju vodu zbog velikog broja pora u njima ali prolaz vode kroz njih nije moguć se zovu izolatori. Međutim, poroznost pomaže da se voda akumulira u tlu od takvih materijala, a provodljivost pomaže vodi da teče kroz takve materijale. Tako na primjer, tanko ležište gline ima dobru poroznost ali zanemarljivu provodljivost.

Fizičke karakteristike sliva

Vodena izdan malih zapremina/izdašnosti - Aquitard

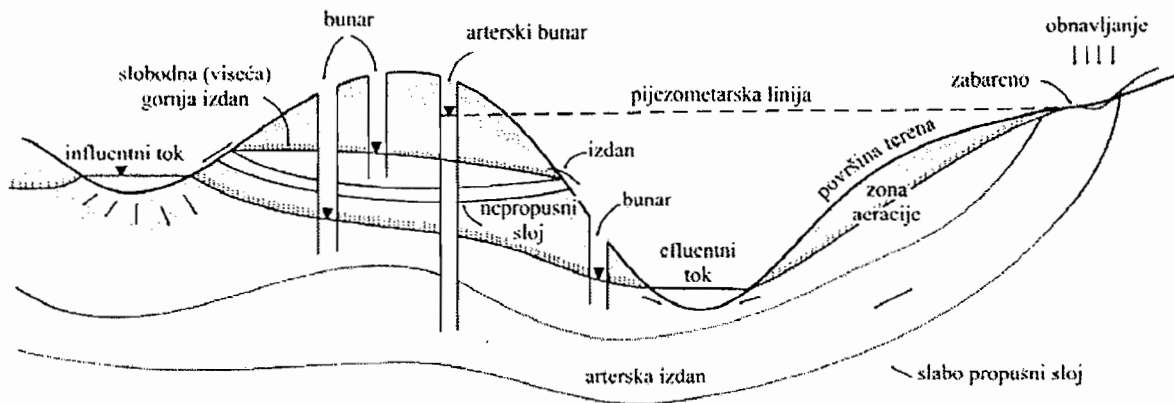
Ležišna formacija u kojoj se voda može akumulirati, te omogućava maloj količini vode da teče kroz nju tokom dužeg vremenskog perioda se naziva vodena izdan malih zapremina. Ovi tipovi ležišta pronose značajnu količinu vode kod regionalnih kretanja podzemnih voda ali ne u dovoljnoj količini da bi se mogla eksploatirati putem bunara. Tanko ležište gline ili zaglinjenog pijeska su primjeri takvih formacija.

Akvifer/Vodena izdan - Aquifer

Akviferi su prirodne formacije ispod površine zemlje, u kojima je omogućeno formiranje akumulacija vode, a također i omogućavanje prolaska kroz njih značajnih količina vode. Ova ležišta imaju dobru poroznost i dobru provodljivost i iz njih je moguće ekonomično zahvatiti značajne količine vode. Ležišta pijeska i šljunka formiraju akvifere najboljih svojstava. Pošto su ekonomičnost zahvatanja i raspoloživost tih voda dva kriterija na osnovu kojih su klasificirane saturisane formacije, u zonama oskudnim sa vodom, aquitard se može klasificirati kao akvifer.

Dakle, dio vodonosne stijene zasićen vodom je *vodena izdan* (podzemna voda u užem smislu). Kada se poniranje vode zaustavlja zbog nekog nepropusnog sloja, kao što je kompaktna stijena ili zbijena glina, dolazi do saturacije vodonosnog sloja, iznad vododržljivog sloja. Iznad slobodnog nivoa vodene izdani, formira se zona kapilarne vode (slika 5.13). Neki od mogućih vidova pojave podzemne vode su pokazani na slici 5.18. Na ovoj slici su pokazana i dva tipa vodotoka: (i) *influentni* tokovi koji prihranjuju podzemnu vodu i (ii) *efluentni* tokovi koji dobijaju vodu iz podzemlja. Jasno je da se isti tokovi mogu ponašati i drugačije, što zavisi od odnosa nivoa vode u otvorenom toku i u podzemlju, koji se mijenja u vremenu.

Na slici 5.18 su dati primjeri slobodne vodene izdani, kao i arteške izdani. Ovi akviferi se mogu posmatrati kao rezervoari u koje se voda procjeđuje gravitacijom i iz kojih odlazi također zbog gravitacije. Pijezometarski pritisak odgovara nivou do kojeg bi se podigla voda u bunaru, koji bi se izbušio u odgovarajući akvifer. Za artešku izdan, to je nivo koji odgovara pritisku u izdani.



Slika 5.18. Mogući vidovi pojave podzemne vode /15/

Problem vodnog režima zemljišta svodi se na određivanje glavnih parametara, sa kojima su povezana fizička i hemijska svojstva zemljišta, a među kojima se ističu slijedeći: (i) količina vlage u zemljištu (vlažnost zemljišta), (ii) potencijal vlage i (iii) kretanje vlage u zemljištu.

Osobine akvifera

Neke važne osobine aquifera koje utiču na formacije podzemnih voda su:

Poroznost zemljišta je važna kvantitativna karakteristika i predstavlja mjeru zapremine praznih prostora u geološkim formacijama. Čvrsta faza zemljišta ne obrazuje svojim česticama kontinuum u prostoru, koje one zauzimaju. Između čestica i strukturnih agregata zemljišta, u koje su čestice grupisane, nalaze se šupljine-pore. Pore su ispunjene vodom ili vazduhom, ili njihovom mješavinom. Voda i vazduh nalaze se u odnosima koji se mijenjaju, u zavisnosti od vlažnosti zemljišta. Uglavnom krupne pore sadrže vazduh, ako zemljište nije potpuno zasićeno vodom, a sitne pore sadrže vodu, ako zemljište nije potpuno suho. Glinovita zemljišta obično imaju visoku poroznost i zadržavaju veliku količinu vode od koje se samo manji dio može koristiti. Pore su veoma male.

Poroznost zemljišta (p), određuje se odnosom ukupne zapremine pora (V_p) i ukupne zapremine tijela/uzorka (V_0). Poroznost se izražava u procentima:

$$p = (V_p / V_0) \cdot 100 ; \quad \text{sa } V_0 = V_p + V_s \quad (5.38)$$

Fizičke karakteristike sliva

gdje je p poroznost obično izražena u procentima, V_0 ukupna zapremina uzorka a V_p zapremina pora u uzorku. Poroznost se takođe može izraziti kao:

$$p = V_p / V_0 = (V_0 - V_s) / V_0 = 1 - (V_s / V_0) \quad (5.39)$$

ili

$$p = (\rho_s - \rho_0) / \rho_s = 1 - (\rho_0 - \rho_s) \quad (5.40)$$

gdje je V_s zapremina zrna, ρ_0 gustina uzorka a ρ_s gustina zrna. Veličina zrna, oblik, stepen zbijenosti i konsolidacije su glavni faktori koji utiču na poroznost. Poroznost se klasificira kao mala, srednja i velika, u zavisnosti od reda veličine volumena pora. Tabcla 5.4 daje reprezentativne vrijednosti poroznosti za različite materijale.

Tabela 5.4. Karakteristike nekih uobičajenih materijala /18/

| Materijal | Specifična izdašnost (%) | Koeficijent filtracije (cm/s) | Poroznost (%) | Klasifikacija poroznosti |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------------|---------------|--------------------------|
| Glina | 1 - 10 | $10^{-5} - 10^{-9}$ | 45 - 55 | Velika 20 - 50% |
| Mulj | 5 - 10 | $0,001 - 10^{-7}$ | 35 - 50 | |
| Fini pijesak | 10 - 20 | 0,001 - 0,05 | 30 - 35 | Srednja 5 - 20% |
| Mješani pijesak | 15 - 30 | 0,005 - 0,01 | 20 - 35 | |
| Šljunak | 15 - 30 | 1 - 100 | 30 - 40 | Mala 0 - 5% |
| Pješčar | 5 - 15 | 0,001 - 0,0001 | 10 - 20 | |
| Konsolidovana prašina | 0,5 - 5 | $10^{-10} - 10^{-14}$ | 1 - 10 | |
| Krečnjak | 0,5 - 5 | 0,001 - 0,00001 | 1 - 10 | |

Specifična izdašnost I_{sp} : Definiira se kao zapremina vode koja se može drenirati iz potpuno saturisanog akvifera samo pod uticajem sila gravitacije na jednicu volumena materijala koji čini akvifer. Izražava se u procentima kao:

$$I_{sp} = \frac{V_d}{V_0} \cdot 100 \quad (5.41)$$

gdje je V_d zapremina drenirane vode, V_0 ukupna zapremina saturisanog uzorka. Pošto se sva voda iz saturisanog uzorka ne može ukloniti gravitacionim silama, zbog površinskog napona i molekularnih privlačenja između materijala akvifera i vode, specifična izdašnost je uvijek manja od poroznosti. Za pijesak i šljunak specifična izdašnost je vrlo visoka, a za mulj i glinu mala (tabela 5.4); zbog toga što je u materijalu akvifera sa manjim zrnima veći broj zrna po jedinici zapremine.

Specifična retenzija (zadržavanje) R_{sp} : To je zapremina vode koja se ne može drenirati iz materijala saturisanog akvifera silama gravitacije po jediničnoj zapremini materijala aquifera. Izražava se u procentima kao:

$$R_{sp} = \frac{V_r}{V_0} \cdot 100 \quad (5.42)$$

gdje je V_r zapremina zadržane vode.

Pošto je $V_r + V_d = V_p$, tj. zapremina zadržane vode, plus zapremina drenirane vode daje ukupnu zapreminu pora u materijalu. Tako se poroznost može izraziti i kao:

$$p = I_{sp} + R_{sp} \quad (5.43)$$

Darsijev zakon

U saturisanom vodonosnom sloju je kretanje vode po pravilu laminarno. U ovim uslovima strujanja i u homogenoj sredini je u važnosti Darcy-ev zakon:

$$v = K \cdot i \quad (5.44)$$

gdje je: (i) hidraulički gradijent, a (K) hidraulički konduktivitet (koeficijent filtracije) koji ima istu dimenziju kao brzina (v), i predstavlja osobinu ne samo poroznog medijuma nego i fluida koji teče kroz taj medijum. Za vodu, K ima visoke vrijednosti za krupan pijesak i šljunak (10^{-3} do 10^{-1} m/s), a niske vrijednosti za kompaktnu glinu (10^{-9} m/s).

Kada je u pitanju strujanje vode u sredini koja nije saturisana vodom (prisutan je i vazduh, pa je tenzija > 0), može se primijeniti modifikovana jednačina:

Fizičke karakteristike sliva

$$v = \lambda \cdot K \cdot i; \quad \lambda = 0 \div 1 \quad (5.45)$$

Parametar λ mnogo zavisi od sadržaja vode θ . Njegova vrijednost se naglo smanjuje sa opadanjem θ .

Do zakona predstavljenog jednačinom (5.44), Darcy je došao u okviru svojih laboratorijskih istraživanja filtracije. Naime, Darcy je uočio da su proticaj i brzina tečenja vode kroz laboratorijski uzorak od pijeska proporcionalni padu pijezometarske visine (linije) (hidrauličkom gradijentu), odnosno $v \propto \Delta h$, te da je brzina tečenja obrnuto proporcionalna rastojanju Δl , za koje pijezometarska visina opada za Δh , odnosno $v \propto 1 / \Delta l$. Zbog toga se može pisati:

$$v \propto \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad \text{ili} \quad v = \frac{k \cdot \Delta h}{\Delta l} \quad (5.46)$$

Pošto je proticaj $Q = \text{površina proticajnog profila} \times \text{brzina} = A \cdot v$

$$Q = K \frac{\Delta h}{\Delta l} A = K \cdot i \cdot A \quad \text{ili} \quad K = \frac{Q}{i \cdot A} = \frac{Q}{\{(\Delta h / \Delta l) \cdot A\}} \quad (5.47)$$

gdje je (v) tzv. prividna brzina vode ($=Ki$). Brzina je prividna zato što ne predstavlja stvarnu varijaciju brzine vode od tačke do tačke u sredini u kojoj voda teče. K je konstanta proporcionalnosti poznata kao *koeficijent filtracije* ili *hidrauličke provodljivosti*. Darcy-ev zakon je primjenjiv za laminarno tečenje, a ograničenja njegove primjene uglavnom zavisi od više faktora, među kojima je odnos inercijalnih i sila viskoznosti (Rejnoldsov broj) najvažniji. Pošto je tečenje podzemne vode u prirodi uglavnom laminarno, jednačina je primjenjiva na većinu problema tečenja podzemnih voda.

Iz jednačine (5.47) se može sračunati koeficijent filtracije. Za neku sredinu se kaže da ima jediničnu hidrauličku provodljivost (koeficijent filtracije), ako se kod određene temperature i kinematske viskoznosti, javlja jedinična zapremina vode na jediničnu površinu poprečnog presjeka za jedinični hidraulički gradijent (pad pijezometarske linije). Ova definicija je primjenjiva za terenske uslove tečenja vode kroz poroznu sredinu. Za laboratorijske uslove, U.S. Geological Survey je definirao koeficijent filtracije K_f kao tečenje vode na temperaturi od 60 °F u galonima/dan kroz poroznu sredinu površine poprečnog presjeka od 1 sq.ft i hidrauličkim gradijentom od 1 feet/1 feet. Koeficijent K zavisi od osobina fluida

(vode) kao što su viskoznost i temperatura i osobina porozne sredine kao što su veličina zrna materijala, njihov oblik i raspored, površina zrna, njihova stratifikacija i drugo. Zbog toga se hidraulička provodljivost, odnosno koeficijent filtracije, može analizirati kao proizvod osobina vode i sredine, odnosno /18/:

$$K = \left(C \cdot d_s^2 \right) \cdot \left(\frac{\gamma}{\mu} \right) \quad (5.48)$$

gdje je:

C – konstanta oblika koja zavisi od osobina zrna sredine kroz koju se odvija tečenje

$$(C = f_0 \cdot f_p),$$

f_0 - faktor oblika zrna,

f_p - faktor poroznosti zrna,

d_s - srednja veličina zrna sredine kroz koju se odvija tečenje,

$\gamma = \rho g$ – zapreminska težina vode,

μ – koeficijent dinamičke viskoznosti vode.

Sada možemo napisati:

$$\begin{aligned} Q &= K \cdot i \cdot A = K \left(\frac{\Delta h}{\Delta l} \right) A = C \cdot d_s^2 \cdot \left(\frac{\gamma}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\Delta h}{\Delta l} \right) \cdot A = \\ &= K_s \cdot \left(\frac{\gamma}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\Delta h}{\Delta l} \right) \cdot A \end{aligned} \quad (5.49)$$

gdje je $K_s = C \cdot d_s^2$, tzv. specifična provodljivost koja ima dimenziju (L^2).

ili

$$K_s = \frac{\mu(Q/A)}{\gamma(\Delta h/\Delta l)} \quad (5.50)$$

gdje je K_s izraženo u (cm^2).

Fizičke karakteristike sliva

Laboratorijska ili standardna vrijednost koeficijenta filtracije K_s i vrijednost koeficijenta filtracije u terenskim uslovima K se mogu dovesti u međusobni odnos preko temperature vode koja utiče na viskoznost, kao:

$$\frac{K_l}{K} = \frac{\mu}{\mu_{60}} \quad (5.51)$$

koji se koristi da se laboratorijski koeficijent filtracije konvertuje u odgovarajuću vrijednost koeficijenta filtracije u terenskim uslovima. U jednačini (5.51) μ predstavlja viskozitet na temperaturi u terenskim uslovima, a μ_{60} viskozitet na temperaturi od 60 °F ili 17,5 °C.

Koeficijent filtracije uglavnom se određuje na slijedeće načine: (i) ispitivanjem uzorka materijala na Darsijevom aparatu, (ii) probnim pumpanjem ili inektiranjem vode u teren, (iii) pomoću empirijskih formula uz poznavanje granulometrijskog sastava zemljišta i njegove poroznosti.

Za približne proračune mogu se koristiti koeficijenti filtracije dati u tabeli 5.5.

Tabela 5.5. Orijentacione vrijednosti koeficijenata filtracije za nevezane materijale jednorodnog sastava /15/

| Zemljište | Koeficijent filtracije K (cm/s) |
|--|-----------------------------------|
| Šljunak 2-4 mm | 2 – 3 |
| Pijesak | 1 – 0,01 |
| Pješčani materijal sa primjesama gline | 0,1 – 0,005 |
| Pjeskovito-glinoviti materijal | $5 \cdot 10^{-3} - 10^{-4}$ |
| Glina | $10^{-4} - 10^{-7}$ |
| Nabijena glina | $10^{-7} - 10^{-10}$ |

Od mnogobrojnih empirijskih formula za određivanje koeficijenata filtracije, ovdje se navodi često korištena formula Kozeny-a /18/:

$$K = 8 \cdot \frac{p^3}{(1-p)^2} \cdot \tau \cdot d_e^2 \quad (5.52)$$

gdje je τ temperaturni koeficijent, obrnuto proporcionalan koeficijentu viskoznosti (tabela 5.6), a d_e efektivni prečnik zrna u (mm). Približno se može uzeti $d_e = d_{17}$.

Tabela 5.6. Vrijednosti temperaturnog koeficijenta (τ) u izrazu (5.52)

| | | | | |
|---|------|------|------|------|
| Temperatura t ($^{\circ}\text{C}$) | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Koeficijent (τ) | 0,70 | 0,81 | 0,93 | 1,05 |

Generalno, u vodonosnim slojevima tzv. intergranularne poroznosti, brzina tečenja podzemne vode je u rasponu od 2 m/dan do 2 m/godinu i manje. Iznimno, brzine tečenja reda veličine 2000 m/dan ili više, mogu se javiti u jako raspuknutim slojevima, kao što su to kaverne u područjima izgrađenim od krečnjaka /18/. Striktno govoreći, budući da voda teče kroz šupljine, prosječna brzina tečenja kroz šupljine jednaka je $v = Q / A_{\xi}$, gdje je Q proticaj vode a A_{ξ} površina šupljina u akviferu.

Koeficijent propusnosti (transimibilnosti)

Kapacitet nekog akvifera da propušta vodu kroz njegovu cijelu debljinu, reprezentovan je koeficijentom propusnosti (transimibilnosti) i jednak je proizvodu koeficijenta filtracije (K) materijala aquifera i saturisane debljine aquifera (H), kao:

$$T = K \cdot H \quad (5.53)$$

gdje je T izraženo u (m^2/s) ili (litara/dan/m širine) ili (m^2/dan). Jednačina (5.53) daje

$$Q = K \cdot i \cdot A = K \cdot i \cdot L \cdot H = T \cdot i \cdot L \quad (5.54)$$

gdje je (L) širina aquifera.

5.6. LITERATURA

1. Avakumović, D., 1991. *Hidrotehničke melioracije-Odvodnjavanje*, Građevinska knjiga, Beograd.
2. Bloomfield, P., Pilgrim, D., Watson, K., 1981. *The Infiltration Soil Water Storage Relationship at a Point in Watershed Modelling*, Water Resources Research, No. 2.
3. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
4. Brooks, K., Ffolliott, P., Gregersen, H., DeBano, L., 1997. *Hydrology and the Management of Watersheds*, Iowa State University Press/Ames, Iowa, USA.
5. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
6. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
7. Gray, D.M., 1961. *Interrelationships of Watershed Characteristics*, J. Geophys. Res. Vol. 66, No. 4.
8. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
9. Horton, R. E., 1940. *An Approach Toward the Physical Interpretation of the Infiltration Equation*, Soil SC. Soc. of Amer., Vol. 5.
10. Hrelja, H., 1980. *Kvantitativno-kvalitativne karakteristike voda u slivu rijeke Spreče za potrebe izgradnje malih akumulacija*, Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
11. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
12. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija*, Institut "Jaroslav Černi", Beograd.
13. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
14. Jovanović, M., 2002. *Regulacija rijeka-Riječna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet, Beograd, Beograd.
15. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
16. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus, 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
17. Marjanov, M., 1979. *Podzemne vode, hidrometrija, mineralne vode i rekreacija*, Tehničar br. 5, Građevinska knjiga, Beograd.
18. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
19. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
20. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.

21. Shaw, E., 1983. *Hydrology in Practice*, Van Nostrand Reinhold, U.K.
22. UNESCO, 1994. *Applied Hydrology for Technicians*, Vol. III, Technical Documents in Hydrology, Paris.
23. Veisman, J., Knapp, W., Lewis, G.L., Harbough, T.E., 1977. *Introduction to Hydrology*, Harper and Row, New York.
24. Vladislavljević, Ž., 1979. *Hidrologija*, Tehničar br. 5, Građevinska knjiga, Beograd.
25. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.



„Sva Zemlja ima puno pukotina, i pod zemljom, nevidljivim putevima, teče voda još od postanka svijeta“

(Bugarski)

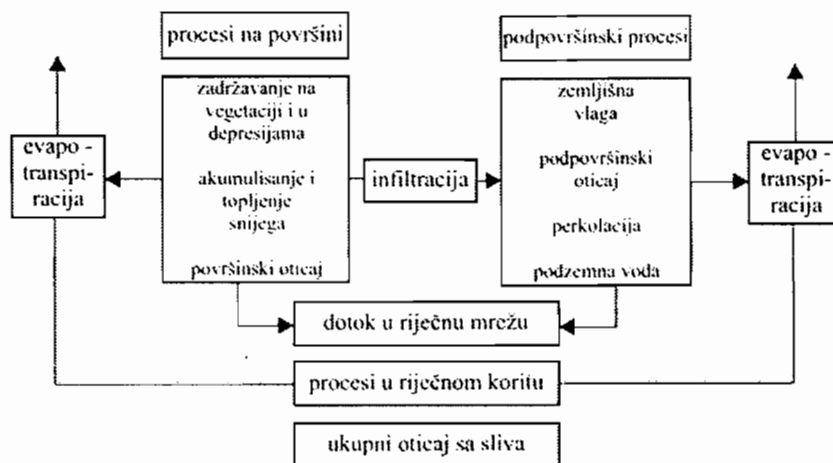
6

PROCESI U SLIVU

Fizički parametri sliva, kao što je pad sliva, njegov geološki sastav, gustina hidrološke mreže i drugi, nisu podložni promjenama tokom vremena.

Grupa parametara koji su promjenljivi u vremenu, kao što je intenzitet infiltracije, sadržaj vode u zemljištu, zadržavanje vode na lišću vegetacije i u depresijama terena, evapotranspiracija, zatim hidrauličke karakteristike površine terena i riječnih korita, koji kvantifikuju kretanje i akumulisanje vode u zemljištu, odnosno tečenje vode po površini terena i u riječnoj mreži, često se nazivaju *procesni parametri* [12].

Procese zemaljske faze hidrološkog ciklusa Fleming [6] je klasifikovao na slijedeći način:



Slika 6.1. Šematski prikaz procesa zemaljske faze hidrološkog ciklusa /12/

Za date ulaze, odgovor sliva je promjenljiv u vremenu, zbog toga što se mijenjaju odnosi procesnih parametara. Prilikom determinističkog modeliranja hidroloških procesa u slivu, struktura modela je utoliko jednostavnija ukoliko je uzet manji broj procesnih parametara, i obrnuto. Na primjer, kod poznate racionalne formule fizički parametar je površina sliva, dok je procesni parametar koeficijent oticanja, koji ovdje obuhvata sve faktore od kojih zavisi količina otekle vode. Naprotiv, kompleksni (konceptualni ili "grey-box") hidrološki modeli, kojima se simulira kompletan hidrološki ciklus, sadrže veliki broj različitih fizičkih i procesnih parametara. Obzirom na često nepremostive teškoće da se mjerenjem odrede numeričke vrijednosti procesnih parametara u razmjerama čitavog sliva, u konceptualnim modelima se njihove vrijednosti određuju kombinovanjem direktnih mjerenja i indirektna ocjene u toku kalibracije modela /12/.

U poglavlju 3. je razlika između ukupnih padavina na slivu i oticanja vode, uslovno nazvana gubitkom. Gubici vode tokom pljuska potiču od infiltracije i od zadržavanja vode na vegetaciji i u depresijama terena, a u vezi su sa karakteristikama zemljišta i vegetacije u slivu. Pošto je gubitak od infiltracije najznačajniji, uspješno simuliranje oticanja pomoću determinističkih hidroloških modela u najvećoj mjeri zavisi od korektna prognoze zapremine infiltrirane vode tokom pljuska. Osim toga, prilikom kontinualnog simuliranja oticanja vode, ovdje se javlja i sekundarni efekat, u smislu da količina infiltrirane vode, tokom pljuska, utiče na sadržaj vlage u zemljištu, a time i na infiltraciju pri pojavi slijedeće kiše.

Kako se praktično svi gubici vode (osim filtracije ili perkolacije), u određenoj fazi hidrološkog ciklusa javljaju kao vodena para, u nekim modelima za kontinualno simuliranje se kao procesni parametar uvodi samo evapotranspiracija ili, čak, isparavanje sa vodene površine, pošto u određenoj mjeri postoji korelacija između ova dva procesa /12/.

6.1. INFILTRACIJA (PONIRANJE) I FILTRACIJA (PROCJEĐIVANJE) VODE

Infiltracija (poniranje), vode u zemljište, jedna je od najvažnijih komponenti formiranja režima riječnog oticanja. Ona u najvećoj mjeri određuje karakter odvodnjavanja zemljišta, intenzitet površinskog oticanja i povećanje rezervi podzemnih voda.

Infiltracija predstavlja glavne gubitke padavina koji utiču na proces površinskog oticanja voda na nekoj slivnoj površini. Zbog toga je taj proces potrebno dobro razumjeti i kvantificirati. Ostali gubici padavina, kao što su intercepcija, zadržavanje vode u depresijama i isparavanje tokom odvijanja padavina su mali, i ne mogu značajno promijeniti površinsko oticanje na slivnoj površini u periodu velikih (poplavnih) voda. Međutim, infiltracija je glavni proces koji kontinuirano utiče na veličinu, vrijeme i raspodjelu površinskog oticanja, na bilo kojoj tački slivne površine.

Infiltracija djeluje na:

- Smanjenje veličine poplavnih voda,
- Odlaganje vremena pristizanja voda u vodne tokove,
- Smanjenje erozije tla,
- Nadopunjavanje rezervoara podzemne vode,
- Popunjavanje pora tla sa vodom do tzv. "poljskog kapaciteta", koju kasnije koriste biljke,
- Dopunjavanje vode u vodnim tokovima tokom sušnih perioda,
- Pomoć biljkama u snabdijevanju vodom.

Kada se dese padavine, jedan njihov dio se zadržava na drveću, grmlju, travi, zgradama i drugim objektima, odakle uglavnom ispari. Drugi dio ponire (infiltrira se) u unutrašnjost zemljišta, a treći dio se skuplja u terenskim depresijama stvarajući akumulacije vode na površini. Pošto se terenske depresije ispune vodom, i ako je intenzitet kiše veći od intenziteta infiltracije vode u zemljište, višak vode se skuplja po cijeloj površini zadržavajući se u tankom sloju, i krećući se po površini prema manjim i većim vodnim tokovima. Ovo kretanje vode naziva se površinsko, a voda koja tako dolazi u rijeke, naziva se površinski doticaj. Proces kojim voda otiče sa neke površine ili sliva, naziva se oticanje voda ili samo oticanje.

Ispod površine tla na manjoj ili većoj dubini, nalazi se slobodna površina podzemne vode. Voda koja se nalazi ispod slobodne površine naziva se podzemna

voda, dok se voda iznad ove površine naziva vlagom zemljišta. Područje između slobodne površine podzemne vode i površine zemljišta dijeli se u tri zone: zonu kapilarne vode, prelaznu zonu i površinsku zonu. Iznad površine podzemne vode, na visini koja se kreće približno od 0,3 do 3 m (u zavisnosti od strukture zemljišta), prostire se kapilarna zavjesa. Kod nje se vlaga zemljišta zadržava iznad podzemne vode dejstvom površinskih napona, a sadržaj vlage je približno stalan na pojedinim dubinama. Ispod površine terena, praktično u području u koje dopire biljno korjenje, prostire se površinska zona u kojoj se procenat vlage mnogo mijenja, od gotovo potpunog zasićenja poslije kiše i topljenja snijega, do minimalnog sadržaja iza dugotrajne suše.

Maksimalna količina vode koju zemljište može da sadrži i pored dejstva sile gravitacije naziva se *zemljišni kapacitet*. Potrebna količina vlage da se ispuni zemljišni kapacitet naziva *deficit vlažnosti* u zemljištu. Od ukupne vode koja ponire (infiltrira se) prvo se zasiti deficit vlažnosti, a potom nastaje, uglavnom pod uticajem površinskih napona između vode i čestica tla i dejstvom gravitacije, kretanje u pravcu slobodne površine podzemne vode. Prema ovome, ukupna vlaga u zemljištu se kreće od potpunog zasićenja do potpuno suhog zemljišta.

Dakle, pod *poniranjem* podrazumijevamo proces prelaženja vode sa površine u unutrašnjost zemljišta i njeno kretanje u pravcu podzemne vode. To je neustaljeno strujanje kroz nesaturisanu poroznu sredinu. Sinonimi: *upijanje*, *infiltracija*. Kretanje kroz zasićeno (saturisano) zemljište se naziva *filtracija*. Sinonimi: *procijeđivanje*, *perkolacija*. Riječ poniranje se često upotrebljava za kretanje vode kroz prslina i pukotine, dok se u rastresitom materijalu taj pojam izražava riječima upijanje, prokapljavanje, infiltracija. U nastavku, za obje navedene pojave kretanja vode, koristiće se termin infiltracija.

Različiti tipovi tla dozvoljavaju vodi da ponire (infiltrira) u različitim količinama. *Svaki tip tla ima različit infiltracioni kapacitet, koji se obično izražava preko brzine (intenziteta) infiltracije (naziva se često koeficijent infiltracije ili brzina poniranja) i predstavlja količinu vode (izraženu obično u milimetrima sloja vode) koja ponire (infiltrira se) kroz jedinicu površine zemljišta u jedinici vremena (obično u minuti).* Sinonim: *jačina poniranja*.

Poniranje vode u zemljište može se ostvariti u obliku turbulentnog kretanja vode unutar prslina, pukotina i pora većih razmjera, i u obliku kapilarnog (laminarnog) kretanja unutar kanala i pora sitnih razmjera pod dejstvom kapilarnih sila.

U prirodi, zemljišta se razlikuju po veličini prslina, pukotina i pora, što ima za posljedicu pojavu veoma različitih formi turbulentnog i kapilarnog kretanja vode

kroz zemljište. U nekim slučajevima, pri visokim nivoima podzemnih voda, poniranje može biti isključivo kapilarnog tipa, a kod drugih turbulentnog, što zavisi od strukture zemljišta kroz koje voda ponire.

Početni stadijum poniranja, kada su sile trenja i sile otpora vazduha koje se istiskuju iz pora male i preovladavaju kapilarne sile, naziva se upijanje (*infiltracija*).

Sa povećanjem debljine sloja zemljišta, u kojem su pore ispunjene vodom, dejstvo kapilarnih sila se smanjuje, a kretanje vode uglavnom odvija pod uticajem sile gravitacije, u zavisnosti od koeficijenta filtracije datog zemljišta. Ovaj stadijum poniranja naziva se *filtracija* (procijeđivanje).

Brzina poniranja vode u stadijumu filtracije nije ista kod svih zemljišta. Ona je kod nekih konstanta i naziva se brzina filtracije ili koeficijent filtracije. Neke vrijednosti brzine filtracije za različita zemljišta date-su u tabeli 6.1.

Tabela 6.1. Brzina (koeficijent) filtracije u različitim tipovima zemljišta /16/

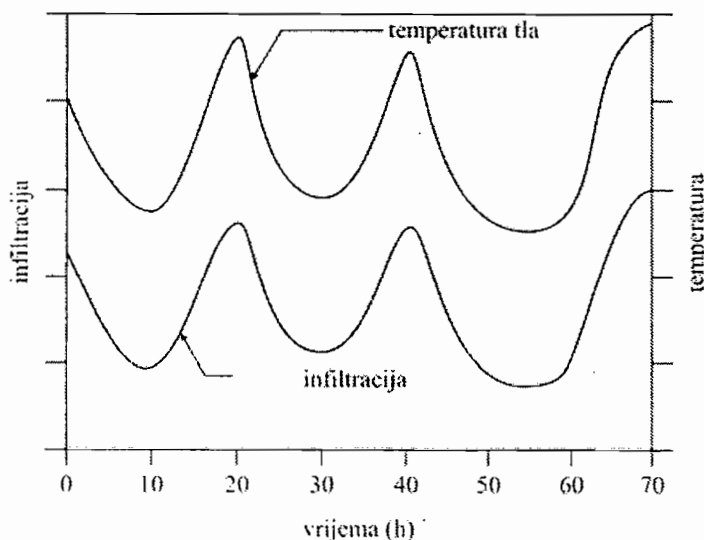
| Tip zemljišta | Koeficijent filtracije (mm/min) |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| pijesak | 3,0 – 34,0 |
| supijesak | 1,5 – 3,0 |
| suglina | 0,66 – 1,5 |
| glina | 0,06 – 0,7 |
| neplodna slana zemljišta (podzol) | 0,8 – 2,5 |

Faktori koji utiču na proces infiltracije

Faktori koji utiču na proces infiltracije zavise kako od meteoroloških uslova, tako i od karakteristika zemljišta. To su slijedeći faktori:

- (a) *Ulazna površina zemljišta.* Ako je površina zemljišta gola, efekat udara kišnih kapi o tlo uzrokuje unošenje finih čestica u zemljište koje ga začepljuju. To smanjuje infiltraciju. Površina koja je pokrivena travom i drugim rastinjem, ima bolji infiltracioni kapacitet od gole površine.

- (b) *Filtracija (procijeđivanje)*. Ako se infiltracija ne prekida, voda koja je ušla u zemljište mora se pronijeti ka dubini pomoću sila gravitacije i kapilarnih sila. Kada je veličina filtracije mala, infiltracioni kapacitet je ograničen veličinom filtracije. To zavisi od faktora kao što su tip zemljišta, njegov sastav, propusnost, poroznost, slojevitost, prisustvo organskih materija i prisustvo soli.
- (c) *Prethodna vlažnost zemljišta*. Infiltracija zavisi od prisustva vlage u zemljištu. Za jedan pljusak koji slijedi nakon nekog pljuska, zemljište će imati manju veličinu infiltracije nego za prvi pljusak. Osim pješčanog tla, većina drugih tala ima dijelove koji bubre u prisustvu vode i smanjuju intenzitet infiltracije
- (d) *Klimatski uslovi*. Temperatura zemljišta utiče na viskoznost vode. Promjena infiltracije sa promjenom temperature zemljišta je prikazana na slici 6.2. Tečenje vode kroz zemljište je laminarnog karaktera; tečenje je u direktnoj vezi sa viskoznošću. Zbog toga, u ljetnim periodima, voda manje viskoznosti uzrokuje veću infiltraciju nego u zimskom periodu. Pri temperaturama koje su blizu nule, voda prisutna u porama zemljišta se kristalizira, blokirajući tako prolaz vodi. Drugi klimatski faktori ne utiču na infiltraciju toliko, i zbog toga se temperatura često razmatra kao jedini klimatski faktor koji utiče na infiltraciju.



Slika 6.2. Uporedni prikaz promjene veličine infiltracije i temperature zemljišta /15/

- (e) *Intenzitet i trajanje kiše*. Tokom jakih kiša, površina zemljišta je pod uticajem mehaničkog zbijanja i unošenja vodom finih čestica tla. To vodi ka bržem smanjenju veličine infiltracije nego je to prisutno kod kiša slabijih intenziteta.

Trajanje kiše utiče na način, da ista visina kiše pala u (n) izolovanih pljusкова, ima veću infiltraciju od kiše iste visine, ali koja se odigrala u neprekinutom trajanju.

- (f) *Ljudske aktivnosti.* Kada na zemljištu rastu biljke ili je ono pokriveno travom, za takvo zemljište infiltracija se povećava. Nasuprot tome, izgradnja puteva i urbanizacija površina smanjuje infiltracioni kapacitet na razmatranoj površini.
- (g) *Kvalitet vode.* Voda koja sadrži mulj, soli i druge primjese, utiče na intenzitet infiltracije. Prisustvo soli utiče na viskozitet vode a takođe, može hemijski reagirati sa tлом, formirajući spojeve koji smanjuju poroznost zemljišta, i time uticati na infiltraciju. Mulj začepljuje pore tla značajno smanjujući intenzitet infiltracije.
- (h) *Vegetacija.* Zemljište pokriveno vegetacijom ima veći infiltracioni kapacitet od golog zemljišta. Zbog rasta vegetacije i truljenja korjena bakterijskim aktivnostima, gusta prirodna šuma obezbjeđuje dobru infiltraciju za razliku od rijetke šume.
- (i) *Veličina zrna čestica tla.* Ako su ostali uticajni faktori isti, vrijednost intenziteta infiltracije je direktno proporcionalna prečniku zrna čestica tla. Kada su u zemljištu prisutni minerali koji bubre, veličina infiltracije se smanjuje.
- (j) *Parametri slivne površine.* Korelacija između gustine sliva (dužina svih tokova u slivu podijeljena sa veličinom slivne površine) i infiltracije se može uspostaviti za različite slivove. Takve zavisnosti imaju negativan koeficijent korelacije. Kako gustina sliva raste, infiltracioni kapacitet opada. Sličan tip korelacije se može uspostaviti između veličine specifičnog oticanja i infiltracionog kapaciteta. Veza između specifičnog pronosa nanosa i infiltracionog kapaciteta takođe je istog karaktera.

Ako je f_m maksimalni intenzitet kojim jedno zemljište u datim uslovima može da apsorbira vodu, onda je stvarna infiltracija:

$$f = f_m, \text{ ako je } i > f_m$$

$$f = i, \text{ ako je } i < f_m$$

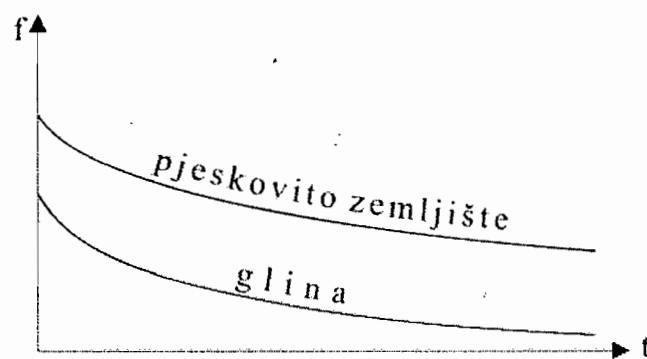
gdje je (i) intenzitet kiše.

Ako je $i > f_m$ može doći do površinskog oticanja vode.

Osnovna karakteristika infiltracije je njena promjenljivost, ne samo od mjesta do mjesta, prema sastavu zemljišta i opštim geološkim i topografskim osobinama, već

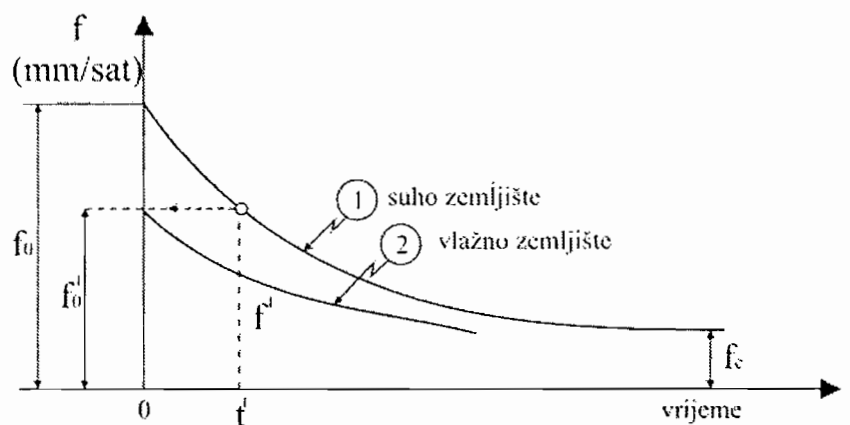
se na istom mjestu ona mijenja prema vremenski promjenljivim uticajima. Druga karakteristika je da je intenzitet infiltracije u početku najveći (f_0), zatim naglo opada, da bi u toku vremena sišao na približno stalnu vrijednost (f_c) (slika 6.4).

Intenzitet infiltracije je različit za različite tipove zemljišta. Na primjer, kada kiša pada na pjeskovito zemljište, brzo infiltrira; na ovakvom zemljištu se neće javiti površinsko oticanje ni pri pojavi jakog pljuska. Naprotiv, ako zemljište sadrži veliki procenat gline, intenzitet upijanja je mali, pa i pri slaboj kiši može doći do površinskog oticanja (slika 6.3).



Slika 6.3. Promjena intenziteta infiltracije za različite tipove zemljišta

Ako je zemljište potpuno suho prije početka kiše, tada pored sila gravitacije, u istom pravcu djeluju i kapilarne sile, pa je intenzitet infiltracije veliki. U uslovima dugotrajne kiše, pore u zemljištu se popunjavaju vodom, usljed čega se vremenom smanjuju kapilarne sile, a time i intenzitet infiltracije (slika 6.4).



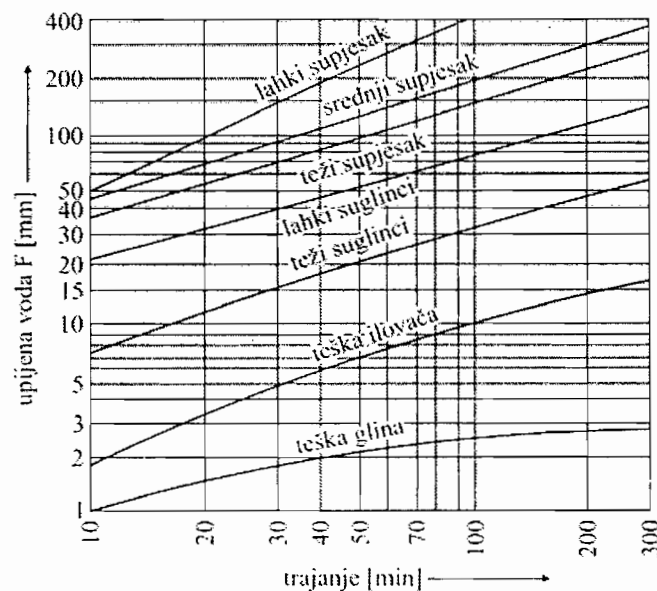
Slika 6.4. Promjena intenziteta infiltracije u funkciji vlažnosti zemljišta

Kako je početna vrijednost za infiltraciju krive 2 - f_0' a f' ordinata krive (1) u trenutku t' , kriva (2) se može shvatiti kao dio krive (1) koja je pomjerena u lijevo za vremenski interval $(0, t')$. Prema tome, za određeni tip zemljišta, oblik krive infiltracije zavisi od početne vlažnosti zemljišta. Sa oznakama na slici 6.4 je $f_0 > f_0'$, ali obje krive teže jednoj krajnjoj vrijednosti infiltracije f_c , pošto u oba slučaja zemljište poslije izvjesnog vremena dostiže približno isti stepen saturacije (zasićenja) vodom.

Kako je intenzitet infiltracije različit za razne tipove zemljišta, to se adekvatno odražava na sumarnu krivu infiltracije. To je ilustrovano na slici 6.5, gdje su pokazane integralne linije infiltracije:

$$F = \int_0^t f dt \quad (6.1)$$

gdje je F sumarna infiltracija (mm), a f je intenzitet infiltracije, $f = dF/dt$ (mm/h). U početku je intenzitet infiltracije veliki, da bi se kasnije sa vremenom sve više smanjivao.



Slika 6.5. Grafički prikaz sumarne infiltracije za razne vrste zemljišta [12/

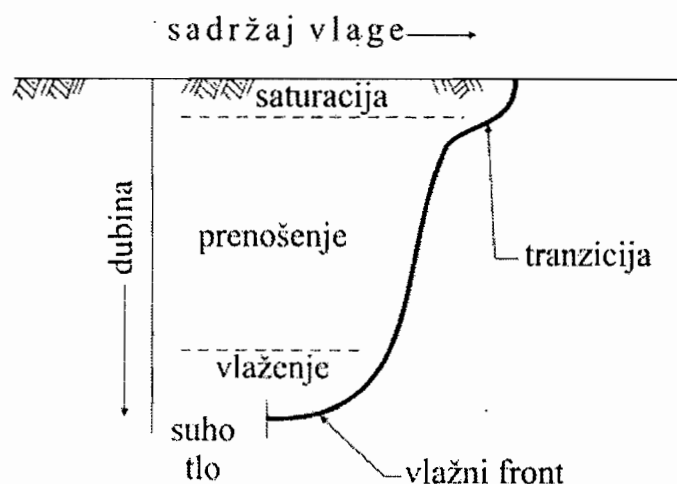
U slučajevima kada količina vode koja ulazi kroz površinski sloj zemljišta nije ograničena, tada je količina infiltrirane vode uslovljena njenim vertikalnim

kretanjem naniže, kroz sloj tla koje se naziva *filtracijom* (*perkolacijom*). Da bi se u potpunosti definirala veza između filtracije i infiltracije, neophodno je ukratko opisati raspodjelu vlage u profilu zemljišta tokom kretanja vode naniže.

U tom smislu, Bodman i Colman /7/ su na osnovu svojih istraživanja predložili da se raspodjela vlage unutar profila zemljišta podijeli u četiri različite zone vlažnosti:

- (a) Zona saturacije (zasićenja) i tranzicije (prijelaza),
- (b) Zona prenošenja,
- (c) Zona vlaženja, i
- (d) Vlažni front.

Navedene zone ilustrovane su na slici 6.6.



Slika 6.6. Prikaz raspodjele vlage unutar profila zemljišta

Zona saturacije. To je zona u kojoj je tlo saturisano.

Zona prenošenja. To je uvijek jedna produžena nesaturisana zona, prilično ujednačenog sadržaja vode. Jedan broj istraživača je pokazao da u ovoj zoni postoji samo mali gradijent napona, te kada voda prodre dovoljno duboko u zemljište, njeno kretanje je u principu rezultat gravitacionih sila. Pod tim uslovima, u profilu zemljišta uniformnog sastava, intenzitet infiltracije poprima konstantnu vrijednost. Naravno, ovi uslovi se mijenjaju u profilu zemljišta koje je sastavljeno od slojeva različitih karakteristika, odnosno različite hidrauličke provodljivosti.

Zona vlaženja. Zona koja spaja vlažni front i zonu prenošenja. Zona vlaženja naglo prestaje na vlažnom frontu, a sadržaj vlage u toj zoni raste kako se proces infiltracije nastavlja.

Vlažni front. To je oštra linija razgraničenja na kojoj se vlažnost tla mijenja od vlažnog do suhog.

Tečenje kroz duboke pukotine.

Mnoga zemljišta koja sadrže visok procenat koloidalne gline se skupljaju i pucaju tokom produženih perioda suša. U uslovima pukotina, ta zemljišta generalno apsorbuju velike količine vode i to brže nego je to slučaj kod normalnih uslova. Porast količine ulaska vode zavisi od stepena ispucalosti i kontinuiteta pukotina ka dubljim slojevima zemljišta. Osmatranjima je pokazano da intenzitet infiltracije za vrlo ispucale gline teži vrlo velikim vrijednostima, približno konstantnim, sve dok pukotine prihvataju vodu. Nakon tog vremena, intenzitet ulaza postaje vrlo mali.

Infiltracija u smrznuto zemljište

Jedan od osnovnih parametara koji utiče na intenzitet infiltracije kod smrznutog zemljišta, jeste broj i veličina pora bez leda. Zbog toga je važno utvrditi sadržaj vlage u zemljištu, u periodu kada je prisutno zamrzavanje. Nekoliko ruskih istraživača /7/ je konstatovalo, da ako je zemljište smrznuto kada je njegov sadržaj vlage veći od poljskog vodnog kapaciteta, tada će njegov infiltracioni kapacitet biti vrlo mali, a ako je saturisano biće vrlo blizu nule. Takođe istraživači u Sjevernoj Dakoti (SAD) /7/, na istraživanjima vršenim na malim površinama, su konstatovali da se 90 % vode od topljenja snijega sa tih površina javlja u formi površinskog oticanja, ako su te površine smrznute pri velikoj vlažnosti tla.

6.1.1. Određivanje krivih infiltracije

Sposobnost zemljišta da apsorbuje određenu količinu vode, u zavisnosti od intenziteta upijanja (infiltracije) u vremenu, može se izraziti pomoću krive infiltracije.

Krive infiltracije su različite za razna zemljišta u okviru neke razmatrane teritorije – dakle, veoma su heterogene u prostoru. Formiranje neke prosječne krive infiltracije za veće teritorije nema teorijsko opravdanje. Zato je bolje da se u tim slučajevima količina vode koja se prividno gubi na infiltraciju na nekom slivnom području zamjeni sa tzv. koeficijentom oticanja (vidi poglavlje 8).

Na raspolaganju su brojne metode za definiranje krivih infiltracije. Pri tome, za male slivne površine (urbana hidrologija), postupci mogu biti potpuno različiti od

onih za velike slivne površine. Kod velikih slivova obično se određuje jedan prosječni infiltracioni kapacitet, poznat pod imenom infiltracioni indeks (detaljnije u nastavku). Ovaj tip pretpostavke daje podcijenjene vrijednosti infiltracionog kapaciteta za početni dio pljuska i malo precjenjuje njegovu vrijednost na kraju pljuska. Postupak se pokazao dobrim za pljuskove jakih intenziteta i dugih trajanja ili u situacijama kada je slivna površina prilično saturisana vodom prije početka pljuska. Takva je upravo situacija kod pljuskova koji proizvode poplavne vode.

Izražavanje krive infiltracije u matematičkom obliku se može izvesti razmatranjem procesa uključenih u smanjenje intenziteta infiltracije tokom vremena; to je slično prirodnom procesu iscrpljivanja – procesa kod kojeg je količina rada koji se izvršava proporcionalna količini preostalog rada. Kod procesa infiltracije, rad koji treba obaviti u datom vremenu (t), je onaj koji zahtijeva promjenu infiltracionog kapaciteta sa njegove trenutne vrijednosti (f), na njegovu konačnu konstantnu vrijednost f_c . Intenzitet preostalog rada je df/dt , i pošto infiltracioni proces (f) opada sa vremenom, diferencijal je negativan. Koristeći gornje pretpostavke, slijedi da je:

$$-\frac{df}{dt} = k(f - f_c) \quad (6.2)$$

gdje je (k) konstanta proporcionalnosti.

Integrisanjem gornje jednačine, kao neodređenog integrala, slijedi:

$$\ln(f - f_c) = -kt + C \quad (6.3)$$

Kako je za $t = 0$, $f = f_0$ dobije se jednačina:

$$f = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-kt} \quad (6.4)$$

Često je puno praktičnije infiltraciju predstaviti u formi kumulativne krive ukupne količine vode (F_f) koja je ušla u tlo u datom vremenu. Takva kriva naziva se sumarna kriva infiltracije. Nagib ove krive u određenom vremenu, predstavlja intezitet infiltracije (infiltracioni kapacitet) u tom vremenskom trenutku, odnosno:

$$\frac{dF_f}{dt} = f = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-kt} \quad (6.5)$$

Sumarna kriva infiltracije dobije se integracijom jednačine (6.4) sa konturnim uslovom da je za $t = 0$, $F_f = 0$, odnosno:

$$F_f = f_c \cdot t + \frac{1}{k} (f_0 - f_c) \cdot (1 - e^{-kt}) \quad (6.6)$$

Jednačinu (6.4) je pokazao Horton /9/ 1940. godine, koja se naziva standardnom krivom infiltracije.

Dakle, Hortonova jednačina standardne krive infiltracije se može matematički izraziti u obliku:

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-kt} \quad (\text{mm/sat}) \quad (6.7)$$

gdje je: f infiltracioni kapacitet, f_0 , f_c i k su parametri (slika 6.7), a (t) je vrijeme. Integraljenjem jednačine (6.7) se dobija:

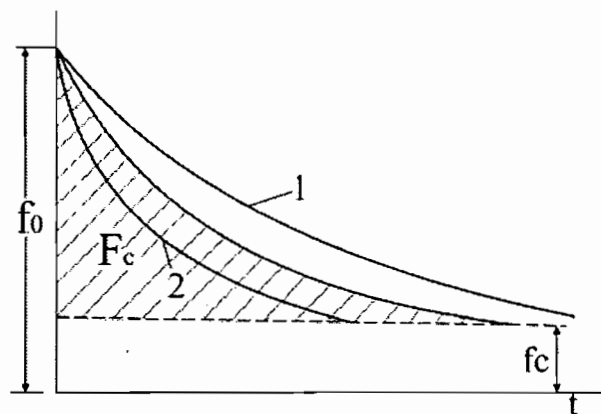
$$F = \int_0^t f dt = f_c t + \left(\frac{f_0 - f_c}{k} \right) (1 - e^{-kt}) = f_c t + F_c \quad (\text{mm}) \quad (6.8)$$

Proizvod ($f_c t$) predstavlja količinu (sloj) upijene vode sa intenzitetom f_c , dok je $F_c = [(f_0 - f_c)/k] [1 - e^{-kt}]$ količina upijene vode za $f > f_c$ (slika 6.7).

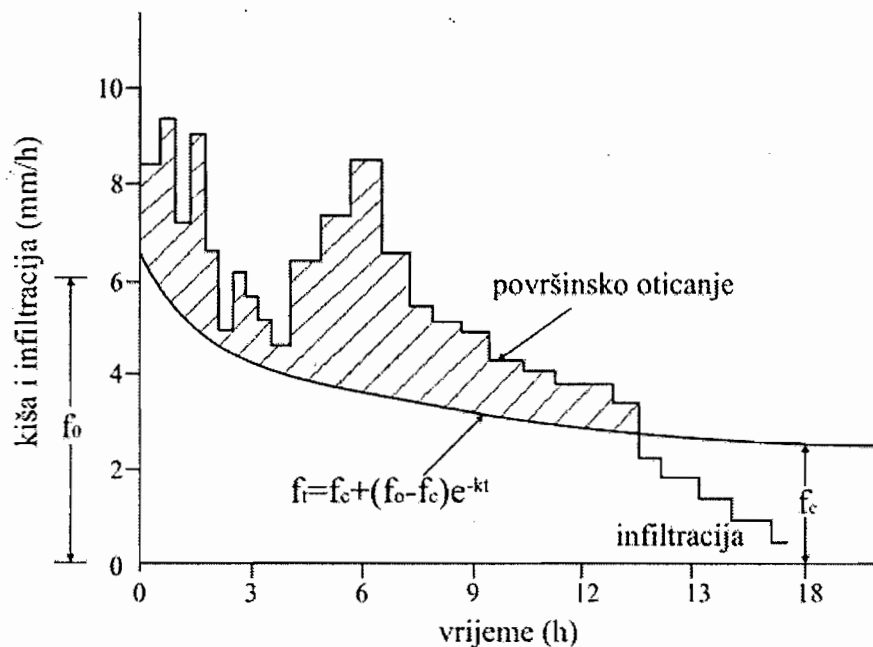
Kada $t \rightarrow \infty$, $F_c = (f_0 - f_c)/k$, odakle:

$$k = \frac{f_0 - f_c}{F_c} \quad (1/\text{sat}) \quad (6.9)$$

Pomoću (6.9) se, dakle, može odrediti vrijednost konstante (k), ako se raspolože krivom infiltracije.



Slika 6.7. Značenje parametara u Horton-ovom modelu za infiltraciju. Uticaj parametra (k) na oblik krive infiltracije: (1) mala vrijednost za (k), (2) velika vrijednost za (k) /12/



Slika 6.8. Grafički prikaz standardne krive infiltracije prema Horton-ovom modelu /15/

Perkolacija ili procjeđivanje (prelaženje vode u dublje slojeve zemljišta) može se simulirati jednačinom /12/:

$$l = f_c \left(1 - e^{-kt} \right) \quad (\text{mm/sat}) \quad (6.10)$$

gdje je l perkolacija.

Vrijednosti parametara u jednačini (6.7) za nekoliko tipova propusnih površina, su date u tabeli 6.2 (Terestrip i Stall /12/).

Tabela 6.2. Parametri u Horton-ovoj jednačini za razne tipove zemljišta /12/

| Tip zemljišta | f_0 (mm/min) | f_c (mm/min) | k (1/min) |
|---|-------------------|-------------------|--------------|
| Visok intenzitet infiltracije (pijesak) | 4,23 | 0,42 | 0,033 |
| Umjerenjena infiltracija | 3,29 | 0,21 | 0,033 |
| Slaba infiltracija (ilovača) | 2,12 | 0,11 | 0,033 |
| Veoma spora infiltracija (glina sa visokim nivoom vodene izdani) | 1,27 | 1,27 | 0,033 |

Ovdje treba skrenuti pažnju da na infiltraciju, pored teksture, utiče i način obrade zemljišta (biljni pokrivač). Prema /12/, vrijednosti za f_c u tabeli 6.2 se odnose na golo zemljište i odgovaraju gornjoj granici infiltracije na kraju prvog sata (f_1). Ako se uzme da je $f_1 \cong f_c$, onda vrijednosti za f_c u tabeli 6.2 treba pomnožiti sa faktorom pokrivača čije se vrijednosti kreću od 1,4 do 7,5 za zemljište pod šumom i livadom, od 1,1 do 3,0 za žitarice i od 1,0 do 1,5 za kulture u redovima. Prema istom izvoru je odnos $f_0 / f_1 \cong 5$ (Viessman i ostali, /12/). Parametar oblika (k) se prema Wilsonu /18/ kreće u granicama od 2 do 0,8 (1/min).

Prema tome, raznolikost infiltracionog kapaciteta (f) je velika. Dok kod nekih stijena, laporaca i kompaktnih glina konstanta f_c dostiže vrijednost nula, dotle kod drugih stijena (krečnjaci, vulkanski tufovi, zdrobljene stijene, neki pješčari) i kod čistog pijeska i šljunka, kao i osulinskih šuteva, kapacitet (f) prevazilazi i najjače kiše. Između ova dva ekstrema nalaze se svi prelazi, kako kod zemljišta tako i kod stijena.

Vrijednosti f_0 i f_c se čak mijenjaju i za istu vrstu terena. Na ovo utiče više činilaca. Tako vlažnost zemljišta osjetno mijenja početne uslove, odnosno prelaz od f_0 do f_c . Zemljište je u stanju da molekularnim silama zadrži znatne količine vode, tako da je pri novim poniranjima kapacitet manji, a posebno početni, nego kad je zemljište suhlje. Biljni pokrivač takođe jako utiče na poniranje. Iskustvo pokazuje da gornji sloj zemljišta, pod pokrivačem od granja i lišća, održava zemljište znatno sposobnijim za prijem vode, nego li golo i obično obrađeno

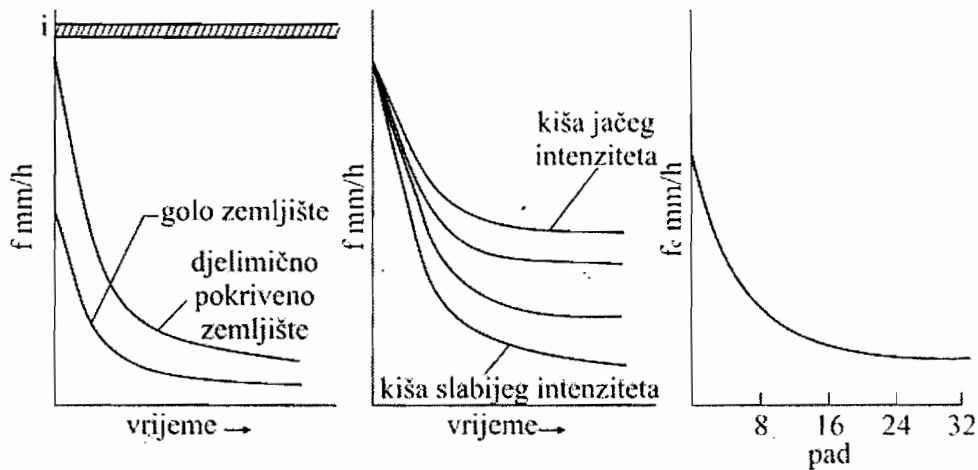
zemljište. Neki hidrolozi smatraju da je često biljni pokrivač važniji faktor i od same strukture zemljišta. Kad u zemljištu ima dosta koloidnih čestica, tada pri dovoljnoj vlazi nastaje bubrenje, što zatvara šupljine i smanjuje propusnu moć za vodu. Obratno, poslije jakih suša, isuši se cio gornji sloj zemljišta, pa ono ispuca sa pukotinama od po više (mm) širine, i više (cm) dubine kod jako glinovitih terena, ilovača i mulja. Kada padne kiša, početna jačina poniranja f_0 je znatna, dok se ne ispune pukotine i zemljište bubrenjem ne zatvori šupljine i smanji poniranje. Velika razlika ($f_0 - f_c$) kod glina najbolje se objašnjava na taj način. Istruhlo biljno korjenje stvara puteve za vodu. Tamo gdje voda brzo rastvara razne minerale u zemljištu, povećava se propustljivost. Vazduh u zemljištu čini smetnju poniranju usljed njegovog sabijanja i otpora, ukoliko voda silazi ravnomjerno na većoj površini. Toplota djeluje tako, što se sa povećanjem temperature povećava propustljivost usljed smanjenja viskoziteta vode, pa ukoliko je kretanje vode pri poniranju laminarno (a to je u većini slučajeva), jačina poniranja obratno je proporcionalna kinematskom viskozitetu. Ako se voda zamrzne u gornjim slojevima zemljišta, može mu se propustljivost jako smanjiti, tako da poniranje padne na nulu. Otuda se objašnjava zašto srednje i jake kiše, pale na zamrznuto tlo, daju velike vode, isto kao i najjače kiše pale na suho i nezamrzlo zemljište.

Nagle promjene u slivu (na primjer krčenje šuma, promjena načina obrade i kulture zemljišta), mogu izazvati brze promjene jačine poniranja.

Generalno, infiltracioni kapacitet f_c je najveći ljeti a najmanji zimi, uz veće isparavanje ljeti, objašnjava zašto iste kiše ljeti daju znatno manje velike vode nego li u kasnu jesen, zimi ili u proljeće.

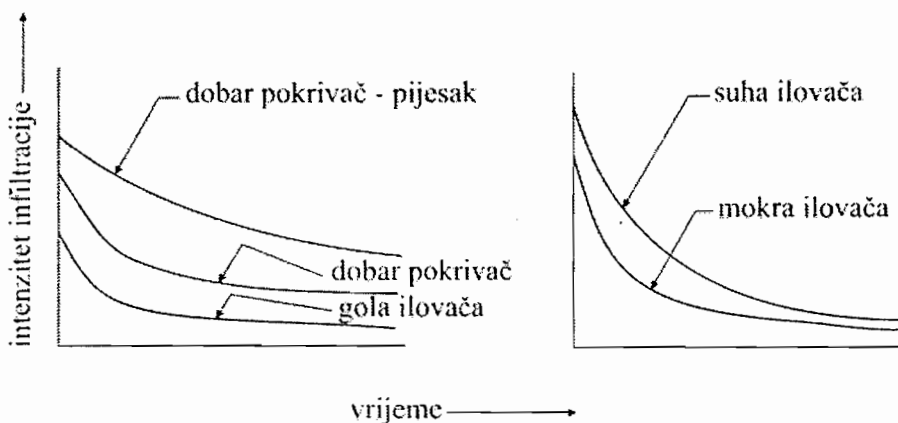
Na osnovu istraživanja procesa infiltracije, koja su proveli na jednom laboratorijskom slivu veličine 25 m^2 , Nassif i Wilson /18/ su zaključili da za svako tlo na koje pada kiša konstantnog intenziteta, infiltracioni kapacitet opada u skladu sa Horton-ovom jednačinom (6.7). Konstanta (k) u jednačini (6.7) je funkcija teksture površine tla: na primjer, ako je površina tla pokrivena vegetacijom (k) je malo, dok je za glatku teksturu tla, kao što su gola tla, konstanta (k) znatno veća. Konstante f_0 i f_c su funkcije i vrste tla i vrste pokrivača na površini tla. Na primjer, golo šljunčano ili pješčano tlo će imati visoke vrijednosti f_0 i f_c a golo glinovito tlo će imati male vrijednosti f_0 i f_c ali obje vrijednosti će rasti za oba tla ako su ona na primjer tresetna tla. Konstanta f_c je funkcija i nagiba površine sve do gornje granice nagiba (u eksperimentu varirao između 16 i 24 %) nakon čega postoje manje varijacije. Konstanta f_c je takođe funkcija početne vlažnosti

zemljišta: što je na početku kiše tlo suhlje, to je veće f_c , ali varijacije mogu biti razmjerno male. Konstanta f_c je i funkcija intenziteta padavina. Ako intenzitet padavina (i) raste, f_c raste. Ovaj parametar ima veći efekat na f_c nego bilo koja druga varijabla. Odnos infiltracionog kapaciteta i nekih od gore pominjanih karakteristika tla je, za tipično poljoprivredno zemljište, ilustrovan na slici 6.9.



Slika 6.9. Promjene infiltracionog kapaciteta za različite karakteristike zemljišta /18/

Varijacije u obliku standardnih krivih infiltracije za različite vrste tla date su na slikama 6.10 i 6.11.



Slike 6.10. i 6.11. Varijacije u obliku standardnih krivih infiltracije za različite vrste zemljišta /18/

Linearna funkcija gubitaka

Umjesto krivolinijske zavisnosti (6.4), za proračun infiltracije u vremenu se može koristiti linearna jednačina oblika:

$$f = f_0 - (f_0 - f_c) \frac{t}{t_r} \quad (6.11)$$

gdje je: f_0 intenzitet infiltracije u vremenu $t = 0$, f_c je infiltracija u vrijeme $t = t_r$, t_r je trajanje kiše.

U prvom koraku proračuna treba usvojiti vrijednost za infiltraciju f_c (ocjenjuje se na osnovu karakteristika zemljišta i biljnog pokrivača u slivu, tabela 6.2 ili, ako se raspolaze podacima osmatranja pale i otekle vode, f_c se za sliv može odrediti eksperimentalno). Početni intenzitet infiltracije f_0 se izračunava na slijedeći način:

$$f_0 = \frac{2P_g}{t_r} - f_c \quad (6.12)$$

gdje je: P_g ukupni «gubitak»:

$$P_g = P - P_e \quad (6.13)$$

gdje je: P prosječna visina bruto kiše na slivu, a P_e neto kiša (direktni oticaj izražen u mm).

6.1.2. Empirijske jednačine za određivanje krivih infiltracije

U hidrološkoj praksi, infiltracija se obično računa pomoću neke od brojnih empirijskih jednačina. Većina njih opisuje slijedeće ponašanje. Za određeni tip tla i njegovu prethodnu vlažnost, tlo će imati početni infiltracioni kapacitet f_0 . Ovaj intenzitet će opadati kako se povećava količina vode koja se infiltrira (ponire), da bi na kraju dostigao konstantnu, ili konačnu vrijednost f_c . Ovaj infiltracioni kapacitet se javlja kada je tlo zasićeno. U stacionarnom stanju (nema promjene zapremine), on će biti jednak ili manji od intenziteta kojim voda perkolira i teče u

dubljem podzemnom sistemu (akviferu). Vrijednost koeficijenata f_0 i f_c , i opadanje infiltracionog kapaciteta su funkcija tipa zemljišta, uslova vlažnosti u zemljištu, vegetacije, intenziteta padavina i uslova koji vladaju na površini zemljišta. Na primjer, ponašanje nekog zemljišta može biti različito za različite pljuske zbog začepeljavanja ili stvaranja kore na površini zemljišta pod uticajem kišnih kapi.

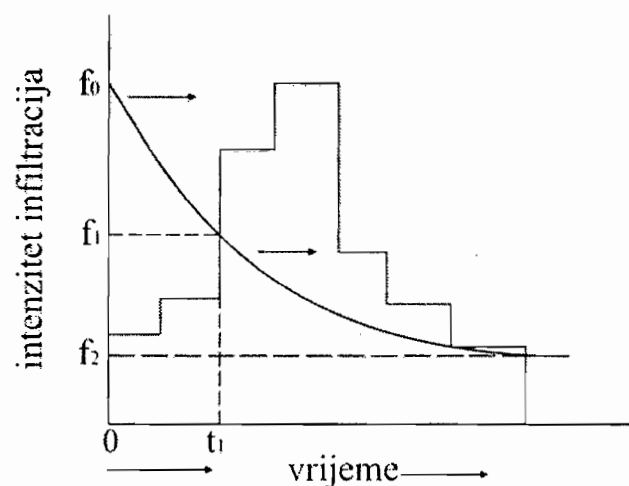
Horton-ova jednačina

$$f = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-kt} \quad (6.14)$$

O jednačini (6.14) i određivanju njenih parametara, detaljnije je govoreno u tački 6.1.1.

Slika 6.12 grafički prikazuje Horton-ovu jednačinu koja je primjenljiva za neki konkretan pljusak.

Može se dokazati da u vremenskom trenutku t_1 , kada padavine prvi put premaše vrijednost infiltracije, trenutni infiltracioni kapacitet će biti veći od onog sa slike (f_1). To je zbog toga što f_1 pretpostavlja da infiltracioni kapacitet opada od f_0 kao funkcija povećanja vlažnosti tla, koja je jednaka površini ispod (f) krive na slici 6.12 između vremena (0) i (t_1). To neslaganje je rezultat pretpostavke u Horton-ovoj jednačini da je površina tla saturisana svo vrijeme, odnosno da tamo postoji neograničeno snabdijevanje vlagom.



Slika 6.12. Grafički prikaz krive infiltracije za slučaj kada je početni intenzitet kiše veći od početnog intenziteta infiltracije /3/

Procesi u slivu

Metoda Philip-a

Uvođenjem određenih pretpostavki kojima se uprošćava difuziona jednačina horizontalnog tečenja vode u zemljištu, dobija se poznata jednačina Philip-a /11/:

$$F = S \cdot t^{1/2} \quad (6.15)$$

gdje je: F kumulativna infiltracija (mm), S je parametar zemljišta (mm/sat) (sorptivnost), a (t) je vrijeme. Diferenciranjem jednačine (6.15) dobija se intenzitet infiltracije

$$\frac{dF}{dt} = f = \frac{1}{2} S \cdot t^{-1/2} \quad (6.16)$$

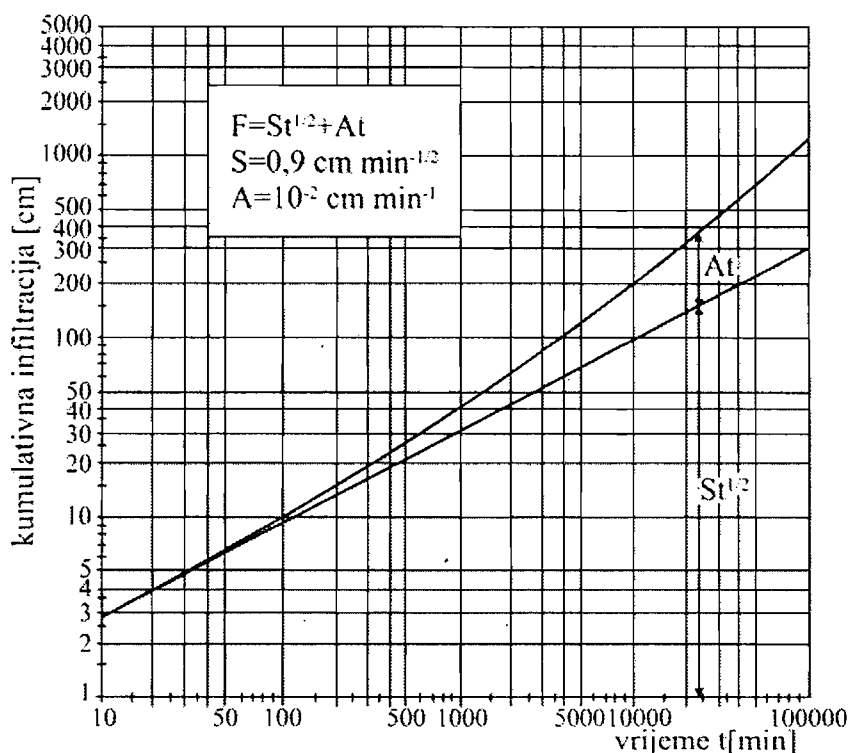
Infiltracija u funkciji vremena ima sličan oblik onom na slici 6.7.

Apksimativno rješenje za vertikalnu infiltraciju u homogenom zemljištu, kada se voda dodaje na površini tla, ima oblik:

$$F = S \cdot t^{1/2} + At \quad (6.17)$$

gdje je: A (mm/sat) parametar zemljišta vezan za hidraulički konduktivitet saturisanog zemljišta.

Prvi član u jednačini (6.17) utiče na infiltraciju u početnim trenucima, kada gravitaciona komponenta (At) ima veoma mali uticaj na vertikalnu infiltraciju. Međutim, kako vrijeme odmiče, ova druga komponenta postaje sve značajnija, da bi kasnije dominirala procesom infiltracije, što je ilustrovano na slici 6.13.



Slika 6.13. Grafički prikaz kumulativne infiltracije prema metodi Philip-a /12/

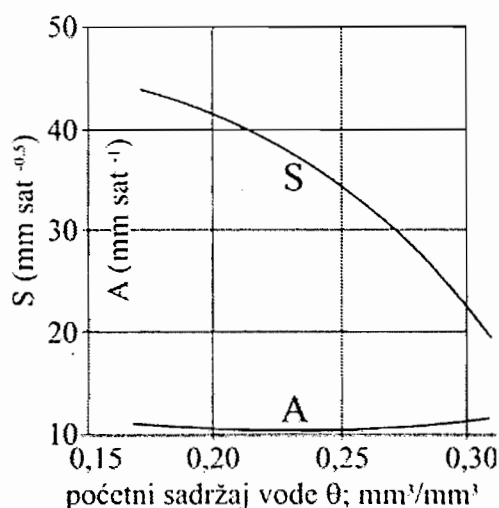
Diferenciranjem jednačine (6.17) se dobija jednačina za intenzitet vertikalne infiltracije:

$$f = \frac{1}{2} St^{-1/2} + A \quad (6.18)$$

Konstante Philip-ove jednačine imaju izvjesno fizičko značenje i mogu da budu izvedene na osnovu fizičkih osobina zemljišta.

U većini determinističkih modela za transformaciju padavina u oticanje, koriste se jednoznačne zavisnosti između infiltracionog kapaciteta i zapremine vode u zemljišnom rezervoaru. Bloomfield i drugi /2/ su pokazali da su ovdje u pitanju veze koje nisu jednoznačne i da se ove veze mogu dobiti pomoću jednačine Philip-a. Parametri ovih jednačina zavise od početnog sadržaja vlage u zemljištu.

Uticaj početnog sadržaja vode u zemljištu θ_i na vrijednost parametara (S) i (A) u jednačinama (6.17) i (6.18) je pokazan na slici 6.14, odakle proizilazi da (A) u mnogo manjoj mjeri zavisi od θ_i nego (S).



Slika 6.14. Uticaj početne vlažnosti na vrijednost parametara (S) i (A) /12/

Jednačina Huggins-Monke-a /3/

Druge predložene jednačine pokušavaju da prevaziđu problem računanja uslova površinske saturacije, dovodeći infiltraciju u funkciji od vlažnosti tla. Huggins-Monke-ova jednačina je jedna od tih:

$$f = f_c + A \cdot \left(\frac{S}{n} \right)^P \quad (6.19)$$

gdje su (A) i (P) koeficijenti, (n) je ukupna poroznost površinskog sloja zemljišta i (S) akumulacioni kapacitet površinskog sloja zemljišta, u početku jednak je (n) minus sadržaj prethodne vlažnosti.

Za razliku od prethodnih jednačina, brojni istraživači su predložili matematske izraze kojima su opisali oblik sumarne krive infiltracije. Neki od najčešće korištenih izraza su slijedeći:

Kostiakov i Lewis /7/

$$F_f = at^n \quad (6.20)$$

gdje su (a) i (n) konstante modela, a (t) vrijeme.

Gardner i Widstoe i Horton /7/

$$F_f = f_c \cdot t + d \cdot e^{-kt} \quad (6.21)$$

gdje je:

f_c - intenzitet infiltracije koji predstavlja približno ujednačenu vrijednost apsorbirane vode, dostignute nakon što je voda dodavana konstantno u dugom periodu vremena
 d, k – konstante modela
 t – vrijeme.

Kirkham i Feng /7/

$$F_f = c \cdot t^{1/2} + a \quad (6.22)$$

gdje su (c) i (a) konstante modela, a (t) vrijeme.

Autori su došli do zaključka, da se gornja jednačina može koristiti za određivanje zapremine vode, koja se može upiti horizontalno u stub suhog tla kao rezultat kapilarnih sila, kada je jezgra u kontaktu sa slobodnom vodenom površinom.

6.1.3. Hidrološke metode za određivanje infiltracionog kapaciteta

Prirodni sliv sadrži elemente koji utiču na zadržavanje i akumuliranje vode u slivu (površinska akumulacija, depresije u terenu) i u riječnoj mreži. Što je sliv veći, to zadržavanje vode u riječnoj mreži dobija veći značaj i više utiče na oblik izlaznog hidrograma. U ovakvim situacijama se smanjuje potreba za preciznim matematičkim formulisanjem procesa infiltracije u slivu. Za velike slivove se prema tome, gubici mogu simulirati nekim modelom jednostavnije strukture, što olakšava proračune a ne utiče bitno na izlaz hidrološkog modela. Za modeliranje infiltracije se koristi više metoda. Jedna od najopštijih je bazirana na numeričkom rješenju pacijalnih diferencijalnih jednačina za tok u nesaturisanom zemljištu, ali se ovaj način, zbog obima proračuna i potrebnih podataka, za sada rijetko koristi. Zbog toga se, prilikom modeliranja sliva, koriste relativno jednostavni algebarski izrazi kao što je formula Hortona-a i naročito, jednačina Philip-a. Iako se ovi modeli odnose na infiltraciju u tački, oni se mogu koristiti za veću površinu, pretpostavljajući uniformne uslove u slivu (za tzv. lumped modele) ili, za modele u

Procesi u slivu

kojima se vodi računa o heterogenim uslovima u slivu, za proračun infiltracije na reprezentativnim lokacijama – homogenim dijelovima sliva.

U hidrološkoj praksi su prisutne brojne metode za određivanje infiltracionog kapaciteta, od kojih će se u nastavku izložiti samo nekoliko najčešće korištenih, a to su:

- Analiza padavina i oticanja sa slivne površine - metoda sumarne krive,
- Metoda infiltracionog indeksa (Φ – indeks, W – indeks, F_{sr} - indeks),
- SCS (Soil Conservation Service) metoda,

Analiza padavina i oticanja sa slivne površine

Analiza hidrograma oticanja sa slivne površine je praktičan pristup da se definiira infiltracija što se obavlja kroz razmatranje različitih kiša, tipova zemljišta, nagiba zemljišta, veličine slivne površine, karakteristika zemljišta, karakteristika vegetacije, zadržavanja vode na površini tla i drugih faktora koji utiču na infiltraciju, a pojavljuju se u terenskim uslovima. Prosječne padavine na slivnoj površini se dobijaju na osnovu podataka o padavinama sa mreže kišomjernih stanica, na posmatranoj slivnoj površini. Oticanje se definiira na osnovu mjerenja proticaja na vodomjernim stanicama prisutnim na vodotocima, koji dreniraju tu slivnu površinu. Razlika između padavina i odgovarajućeg oticanja uprosječenih na slivnoj površini daje ukupne gubitke na toj slivnoj površini, što predstavlja osnovu za definiranje veličine infiltracije. Tokom pljuskova, evapotranspiracija je beznačajna i može se zanemariti. Intercepcija i zadržavanje vode u depresijama se može procijeniti na način kako je to pokazano u poglavljima 6.2 i 6.3, ili se mogu smatrati kao početni gubitak i oduzeti od hijetograma kiše na početku pljuska.

Za velike slivne površine, raspoloživi podaci o padavinama i oticanju mogu se iskoristiti za dobivanje prosječnog intenziteta infiltracije na slivnoj površini. Tačna procjena intenziteta infiltracije tokom određenog pljuska za velike slivne površine može biti od interesa za akademska razmatranja ali za inženjere praktičare metoda se sastoji iz slijedećih koraka /15/:

1. Potrebno je prikupiti sve podatke o padavinama na razmatranoj slivnoj površini.
2. Sračunati prosječne padavine na slivnoj površini po jednoj od metoda razmatranih u poglavlju 3.3.3.

3. Konstruisati sumarnu krivu prosječnih padavina na slivnoj površini.
4. Na osnovu osmatranja vodostaja i proticaja vodnog toka koji drenira razmatranu slivnu površinu, konstruiše se odgovarajući hidrogram direktnog oticanja, prethodnim odvajanjem baznog oticanja od hidrograma oticanja.
5. Na osnovu podataka iz tačke 4. konstruiše se sumarna kriva zapremina hidrograma direktnog oticanja izraženog u visini sloja vode koji bi se formirao na slivnoj površini i predstavi grafički zajedno za sumarnom krivom padavina.
6. Određuju se razlike između ordinata dviju sumarnih krivih: sumarne krive prosječnih padavina i sumarne krive zapremina hidrograma direktnog oticanja i te razlike se nanose na odgovarajući dijagram.
7. Na osnovu dijagrama urađenog u tački 6. određuje se vrijednost gubitaka na infiltraciju kao nagib konstruisane krive. Za pljuskove koji izazivaju poplavne vode drugi gubici se mogu zanemariti. Dobivene vrijednosti intenziteta infiltracije se onda prikazuju grafički, odnosno konstruiše već pominjana infiltraciona kriva.

Pojmovi “hidrogram oticanja”, “hidrogram direktnog oticanja” i “bazno oticanje” detaljno su obrazloženi u poglavlju 9.

PRIMJER 6.1.

U donjoj tabeli date su ordinate hidrograma direktnog oticanja i odgovarajuće padavine koje su ga izazvale, za jednu slivnu površinu veličine 200 km².

| | | | | | | | | | | | |
|--|---|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|
| Vrijeme (sati) | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| Ordinata hidrograma direktnog oticanja (m ³ /s) | 0 | 48 | 130 | 195 | 162 | 108 | 65 | 39 | 27 | 12 | 0 |
| Prosječne sumarne padavine (mm) | 0 | 37 | 104 | 183 | 183 | | | | | | |

Potrebno je sračunati intenzitet infiltracije za dati pljusak i slivnu površinu.

Procesi u slivu

| Vrijeme t (sati) | Prosječne sumarne padavine $\sum P$ (mm) | Direktno oticanje Q (m ³ /s) | Direktno oticanje Q (mm) | Sumarno direktno oticanje $\sum Q$ (mm) | Razlika sumarnih padavina i sumarnog oticanja $\sum P - \sum Q$ (mm) | Intezitet infiltracije $(\sum P - \sum Q) / 6$ f (mm/h) |
|------------------------|--|--|-----------------------------------|---|--|--|
| 0 | 0 | 0 | | | | |
| 6 | 37 | 48 | 2,6* | 2,6 | 34,4 | 5,7 |
| 12 | 104 | 130 | 9,5 | 12,1 | 91,9 | 15,3 |
| 18 | 183 | 195 | 17,4 | 29,5 | 153,5 | 25,6 |
| 24 | 183 | 162 | 19,1 | 48,6 | 134,4 | 22,4 |
| 30 | 183 | 108 | 14,4 | 63,0 | 120,0 | 20,0 |
| 36 | 183 | 65 | 9,2 | 77,2 | 110,8 | 14,7 |
| 42 | 183 | 39 | 5,6 | 77,8 | 105,2 | 17,5 |
| 48 | 183 | 27 | 3,5 | 81,3 | 101,7 | 17,0 |
| 54 | 183 | 12 | 2,1 | 83,4 | 99,6 | 16,6 |
| 60 | 183 | 0 | 0,6 | 84,0 | 99,0 | 16,5 |

$$* \left[\left(\frac{0 + 48}{2} \right) \cdot 6 \cdot 3600 \right] / 200 \cdot 10^6 = 0,0026 \text{ m} = 2,6 \text{ mm}$$

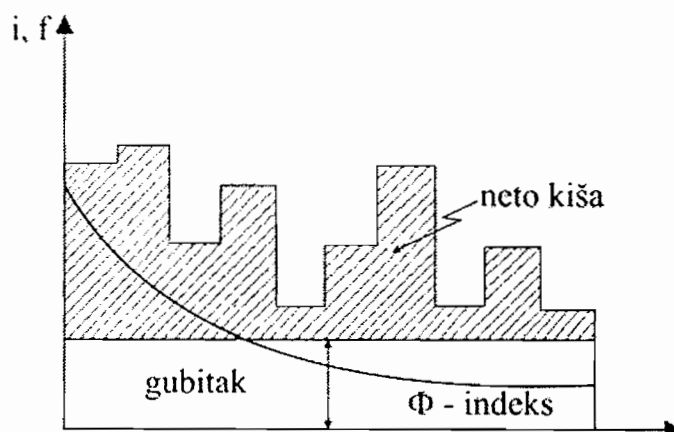


Metoda infiltracionog indeksa

U hidrološkoj praksi se često koriste jednostavnije metode koje sa dovoljno tačnosti aproksimiraju proces infiltracije vode u zemljište. Jedna od takvih je metoda Φ – indeksa. Uobičajeno se koriste slijedeći indeksi za proračun infiltracionog indeksa na osnovu hijetograma kiša.

Φ – Indeks

Φ – indeks je definisan kao prosječni intenzitet kiše iznad koga je zapremina kiše jednaka zapremini direktnog oticanja, odnosno otekle vode. Φ – indeks se može shvatiti kao prosječni intenzitet infiltracije tokom pljuska, pod uslovom da su ostali gubici mali. Šematski dijagram prikazan na slici 6.15 ilustruje značenje pojma Φ -indeksa. U stvari, pošto je nešrafirana površina, na slici 6.15, dio pale kiše koji se nije javio kao oticanje, ovaj dio na hijetogramu obuhvata sve gubitke (isparavanje, površinsko zadržavanje).



Slika 6.15. Grafička ilustracija značenja pojma Φ – indeksa

Vrijednost Φ – indeksa zavisi od intenziteta i trajanja kiše, kao i od prethodne vlažnosti zemljišta. Za posmatrani sliv, određuje se na osnovu podataka registrovanja pale i otkle vode. Ako postoji dovoljno dug period osmatranja, Φ – indeks se može dovesti u vezu sa karakteristikama pljuska, inače koristi se prosječna vrijednost.

PRIMJER 6.2.

Potrebno je sračunati Φ -indeks za pljusak čije karakteristike su date u donjoj tabeli. Grafički prikazati Φ -indeks na odgovarajućem hijetogramu kiše.

Površina sliva iznosi 430 km^2 . Zapremina direktnog oticanja na osnovu registrovanog hidrograma oticanja i odvajanja baznog oticanja iznosi $10,75 \times 10^6 \text{ m}^3$.

| | | | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|-----|-----|
| Vrijeme pojave kiše (sati) | 15-18 | 18-21 | 21-24 | 0-3 | 3-6 |
| Visina kiše (mm) | 12 | 15 | 9 | 22 | 2 |

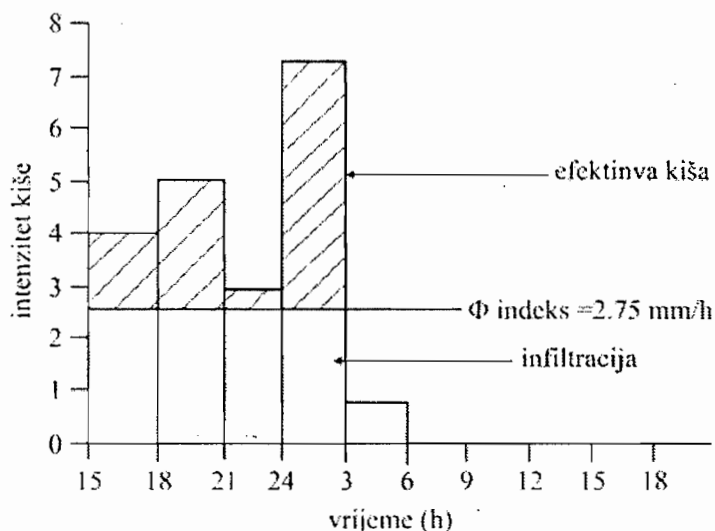
Direktno oticanje izraženo preko visine sloja vode na slivnoj površini:

$$\frac{(10,75 \cdot 10^6)}{(430 \cdot 10^6)} = 0,025 \text{ m} = 25 \text{ mm}$$

Vrijednost Φ -indeksa određuje se probanjem vodeći računa da suma efektivnih kiša mora biti jednaka 25 mm, što odgovara direktnom oticanju izraženom preko sloja vode na slivnoj površini. Proračun je dat u donjoj tabeli.

| Vrijeme pojave kiše (sati) | Visina bruto kiše P_b (mm) | Intenzitet bruto kiše i_b (mm/h) | Visina efektivne kiše za $\Phi = 2,8 \text{ mm/h}$ $P_e = P_b - 2,8 \cdot 3$ (mm) | Visina efektivne kiše za $\Phi = 2,75 \text{ mm/h}$ $P_e = P_b - 2,75 \cdot 3$ (mm) |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------------|--|--|
| 15-18 | 12 | 4 | 3,6 | 3,75 |
| 18-21 | 15 | 5 | 6,6 | 6,75 |
| 21-24 | 9 | 3 | 0,6 | 0,75 |
| 0-3 | 22 | 7,33 | 13,6 | 13,75 |
| 3-6 | 2 | 0,67 | - | - |
| Suma | 60 | | 24,4 | 25 |

Dakle, konačna vrijednost Φ -indeksa iznosi $\Phi = 2,75 \text{ mm/h}$, a odgovarajući grafički prikaz dat je na slici 1.



Slika 1. Hidrogram efektivne kiše određen pomoću Φ - indeksa



Cordery i Pilgrim /12/, su analizirali podatke o kišama i odgovarajućem oticanju vode sa preko 50 australijskih slivova, kroz određivanje prosječnih gubitaka tokom vremena u kome se javlja efektivna kiša. Srednja vrijednost svih medijana infiltracionog indeksa iznosila je 3 mm/sat, sa standardnom devijacijom od 1,4 mm/sat. Niske vrijednosti su reprezentativne za pljuskove koji izazivaju velike

poplave, a gubici su nezavisni od tipa tla i biljnog pokrivača sliva. Isto se odnosi na početne gubitke sliva. Konstatovano je, međutim, da postoji jaka veza između početne vlažnosti sliva i početnih gubitaka.

Jovanović i Savić /12/, su za proračun Φ -indeksa u slivu Gruže i profilu Tučački Naper koristili jednu metodu koju je preporučio Schulz /12/. Po ovoj metodi se ne izdvajaju početni gubici kao što su to radili Cordery i Pilgrim, nego se analizira čitava kiša što u nekim prilikama vodi većoj vrijednosti infiltracionog indeksa. Analizirano je 18 poplavnih talasa. Prosječna visina kiše je određivana na bazi podataka osmatranja padavina na 8 kišomjernih stanica u slivu. Vremenska raspodjela ovih kiša je ocijenjena na bazi ombrografskih traka, sa meteoroloških stanica u Kraljevu i Kragujevcu. Na osnovu ovih analiza, dobivene su vrijednosti Φ -indeksa za sliv Gruže u rasponu od 0,42 do 3,0 mm/sat. U ljetnjim mjesecima se javljaju i znatno više vrijednosti (preko 25 mm/sat), poslije dužeg sušnog perioda. Vrijednosti medijane odgovara infiltracioni indeks od oko 1,5 mm/sat.

W – Indeks

Određivanje ovog indeksa smatra se kao unapređenje metode Φ – indeksa, u smislu da su površinska akumulacija i gubici na intercepciju uključeni u proračun po ovoj metodi. W - indeks se definira kao jedan prosječan intenzitet infiltracije koji je jednak intenzitetu padavina, umanjen za površinsko oticanje i zadržavanje vode tokom vremena (t) i može se izraziti kao:

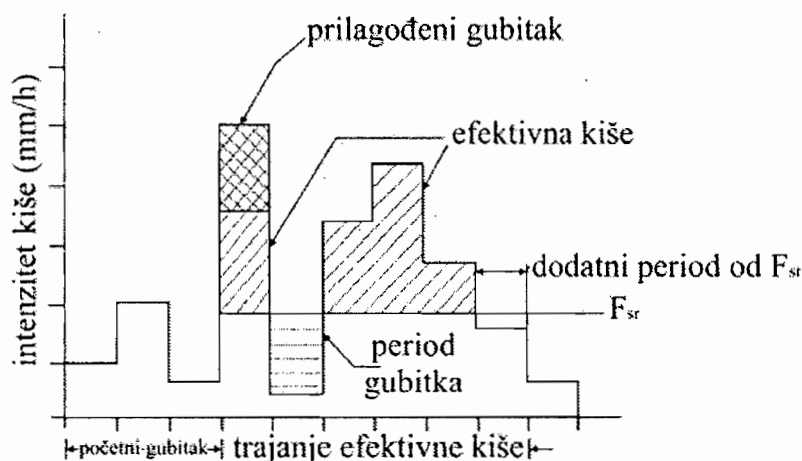
$$W = (P - Q - S) / t \quad (6.23)$$

gdje je P visina bruto kiše u (mm), Q vrijednost površinskog oticanja izraženog u (mm) sloja vode na slivnoj površini, S površinsko akumuliranje (zadržavanje) vode izraženo u (mm) sloja vode na slivnoj površini i (t) vrijeme u (satima), tokom kojeg intenzitet kiše prevazilazi intenzitet infiltracije. Očigledno kada je $S=0$, tokom jakih i dugih pljuskova, W - indeks i Φ - indeks poprimaju istu vrijednost.

Ponekad se umjesto W - indeksa koristi W_{\min} - indeks, kada je tlo vrlo vlažno tako da je intenzitet infiltracije tla gotovo konstantan i infiltracija na slivu poprima minimalnu vrijednost. Oba indeksa i W - indeks i Φ - indeks variraju od kiše do kiše. Za slučaj pljuskova koji izazivaju velike vode na koje se projektuju hidrotehnički objekti, ovi indeksi imaju približno istu vrijednost.

F_{sr} - Indeks

Kod ovog indeksa uvodi se pretpostavka o prosječnim gubicima na infiltraciju za vrijeme pljuska. Vrijeme se odabira tako da obuhvata samo period u kome se ostvaruju efektivne kiše ili kontinuirana infiltracija, kako je to ilustrovano na slici 6.16. Procedura definiranja je ista kao kod Φ - indeksa, osim da se određivanje vremena kroz koje se primjenjuje F_{sr} određuje na bazi iskustva, koje može biti i iza vremena trajanja efektivne kiše kao što je to pokazano na slici 6.16. U proceduru može biti uključen i period vremena kada nije bilo padavina. Procedura može biti i puno praktičnija ali zahtijeva prilagođavanje hijetograma kiše na osnovu poznavanja vremena bez kiše, početnih gubitaka i dodatnog vremena za F_{sr} nakon vremena prestanka efektivnih padavina. Dobro poznavanje karakteristika tla na slivnoj površini, karakteristika slivne površine i karakteristika padavina je uslov da bi ova metoda bila uspješno primjenjena.



Slika 6.16. Grafička ilustracija pojma F_{sr} - indeksa

SCS (Soil Conservation Service) metoda

Obzirom na jednostavnost postupka transformacije ukupnih ili bruto padavina u efektivne ili neto padavine SCS metoda, kao jedna od niza metoda kojom se mogu proračunati ulazni parametri za proračun velikih voda, prvenstveno poljoprivrednih (ali i drugih) površina, može se iskoristiti i za proračun sumarne količine infiltrirane vode. Obzirom da će o ovoj metodi biti puno više govora u poglavlju 12, ovdje će se poći od prethodno definiranih jednačina u tom poglavlju.

Naime, prema SCS metodi efektivne ili neto padavine mogu se odrediti iz slijedeće jednačine /3/:

$$P_e = \frac{(P - F_0)^2}{P - F_0 + d} \quad (6.24)$$

gdje je:

P – ukupna ili bruto padavina,

P_e - efektivna ili neto padavina,

F_0 - početni gubitak padavina – prije početka površinskog oticanja (javlja se ako je u početku padavina intenzitet infiltracije veći od inteziteta padavina),

d – potencijalni (maksimalni) deficit vlažnosti zemljišta.

Kako se po metodi SCS uvodi pretpostavka (empirijski konstatirano) da je odnos F_0 i d /3/:

$$F_0 = 0,2 \cdot d \quad (6.25)$$

to se jednačina (6.24) svodi na slijedeću, opće poznatu jednačinu SCS metode, kojom se izražava vrijednost efektivnih padavina:

$$P_e = \frac{(P - 0,2d)^2}{P + 0,8d} \quad (6.26)$$

Vrijednost za potencijalni deficit vlažnosti zemljišta (d) zavisi od tipa zemljišta i dovedena je u vezu sa tzv. brojem krive CN, pomoću jednačine:

$$CN = \frac{1000}{10 + d} \quad (6.27)$$

O određivanju broja krive CN biće detaljno govora u poglavlju 12. U suštini broj krive CN odgovara određenom potencijalu za oticanje sa posmatranog sliva, preko tri najbitnija faktora: tipa zemljišta, načina obrade i biljnog pokrivača. Ova tri faktora određuju tzv. hidrološko-biljni kompleks sa odgovarajućim brojem krive CN.

Sumarna količina infiltrirane vode (F) određuje se iz slijedeće bilansne jednačine:

$$P - F - F_0 = P_e, \quad (6.28)$$

odakle slijedi:

$$F = P - F_0 - P_e = P - 0,2d - \frac{(P - 0,2d)^2}{P + 0,8d} \quad (6.29)$$

Kako je metod razvijen i kalibriran u engleskim mjernim jedinicama, to sve vrijednosti parametara u prethodnim jednačinama treba unijeti u (inčima).

6.1.4. Metode za terensko mjerenje infiltracionog kapaciteta

U primjeni su dva različita pristupa za terensko mjerenje infiltracionog kapaciteta na nekoj slivnoj površini.

- (i) Terensko mjerenje pomoću jednocilindričnog ili dvocilindričnog infiltrometra,
- (ii) Terensko mjerenje pomoću simulatora kiše,

Terensko mjerenje pomoću infiltrometara

Koriste se dva tipa infiltrometara: jednocilindrični i dvocilindrični.

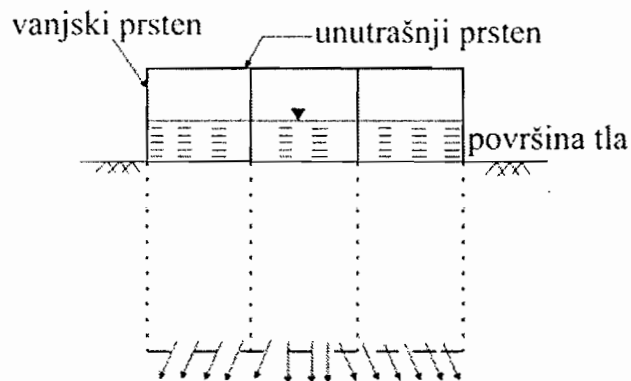
Jednocilindrični infiltrometri. To je plitak cilindar (prečnika 200 mm) koji se vertikalno utiskuje u tlo. U cilindar se kontinualno dodaje voda, pri čemu se održava dubina od oko 5 mm. Mjerenjem količine usute vode u vremenu, pomoću posude poznate zapremine, obračunava se ukupna infiltracija $F = F(t)$ (mm) odnosno intenzitet $f = f(t)$ (mm/sat). Crtanjem dijagrama koji pokazuje količinu dodane vode u (mm/h) na ordinati nasuprot vremena na apcisi, dobije se kriva infiltracionog kapaciteta datog tla.

Dvocilindrični infiltrometri. Da bi se prevazišli nedostaci jednocilindričnih infiltrometara, upotrebljavaju se dvocilindrični infiltrometri iste dužine. Voda se dodaje u oba cilindra uz zadržavanje iste dubine vode iznad površine tla. Da bi se dobile paralelne vertikalne strujne linije vode, odnosno da se voda ne bi razlivala bočno, unutrašnji cilindar služi za mjerenje, a spoljnji samo u svrhu stvaranja graničnih uslova paralelnih strujnih linija oko unutrašnjeg cilindra. Mjerenjem

dodane količine vode u unutrašnji cilindar dobija se infiltracioni kapacitet tla. Vanjski cilindar se ugrađuje u cilju sprečavanja širenja voda iz unutrašnjeg cilindra. Najvažniji nedostaci koji preovladavaju kod cilindra ovog tipa su: veći prečnik infiltrometra daje veću tačnost i uvijek manju vrijednost infiltracije od infiltrometra manjeg prečnika), poremećaj originalnog tla izazvan ugradnjom cilindra, nema udara kišnih kapi o teren; vazduh lahko odlazi iz zemljišta sa strane; cilindar rastrese jedan dio zemljišta i stvori posebno povoljne puteve za vodu, pa ukoliko je prečnik cilindra manji, utoliko je uticaj granične zone veći.

Zbog gore navedenog, rezultati mjerenja infiltracionog kapaciteta pomoću infiltrometara su reprezentativni samo za tlo i vegetaciju na tlu za koje je izveden eksperiment. Zbog zapravo vještačkih uslova, rezultati mjerenja infiltracije mogu se smatrati samo kvalitativnim, sve dok se ne potvrde analizom hidrograma oticanja.

Na tržištu su više prisutni jednocilindrični infiltrometri koji daju rezultate sasvim prihvatljive za praktičnu upotrebu.



Slika 6.17. Šematski prikaz dvocilindričnog infiltrometra /15/

PRIMJER 6.3.

Na osnovu mjerenja infiltracije pomoću dvocilindričnog infiltrometra sa unutrašnjim prstenom dijametra 30 cm, dobiveni su slijedeći podaci. Potrebno je konstruisati krivu infiltracionog kapaciteta te sračunati konstantnu vrijednost infiltracionog kapaciteta koji je postignut na eksperimentalnoj površini na kraju pljuska.

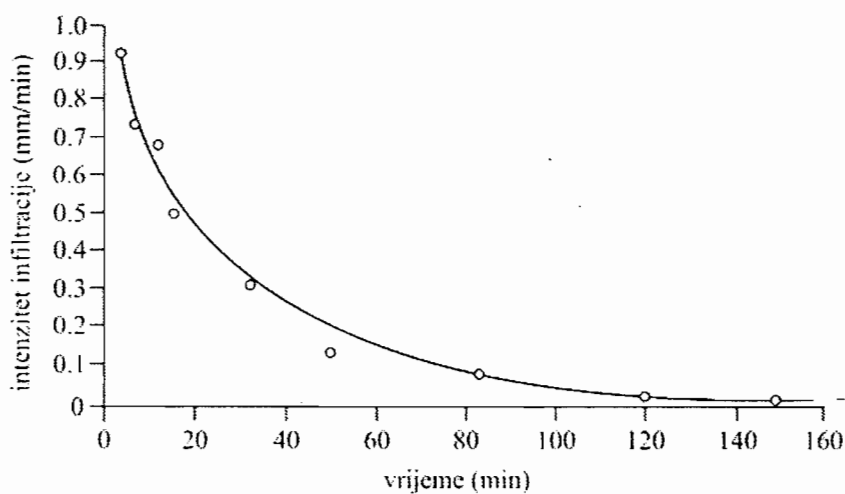
Procesi u slivu

| | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|
| Vrijeme (min) | 0 | 2 | 5 | 10 | 16 | 30 | 50 | 80 | 120 | 150 |
| Sumarna zapremina vode dodane u cilindar (ml) | 0 | 130 | 280 | 510 | 680 | 900 | 1040 | 1190 | 1280 | 1343 |

Rješenje problema dato je u narednoj tabeli, a prikaz infiltracione krive na donjoj slici.

| Vrijeme t (min) | Vremenski interval Δt (min) | Sumarna zapremina dodane vode V (ml) | Sumarna dubina dodane vode $H = V / F_{cil}^*$ (cm) | Prirast dubine ΔH (cm) | Intenzitet infiltracije $f = \Delta H / \Delta t$ (mm/min) |
|-----------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---|--------------------------------|--|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 130 | 0,184 | 0,184 | 0,92 |
| 5 | 3 | 280 | 0,396 | 0,212 | 0,71 |
| 10 | 5 | 510 | 0,722 | 0,326 | 0,65 |
| 16 | 6 | 680 | 0,962 | 0,240 | 0,40 |
| 30 | 10 | 900 | 1,274 | 0,312 | 0,31 |
| 50 | 20 | 1040 | 1,472 | 0,198 | 0,10 |
| 80 | 30 | 1190 | 1,684 | 0,212 | 0,07 |
| 120 | 40 | 1280 | 1,811 | 0,127 | 0,03 |
| 150 | 30 | 1343 | 1,901 | 0,090 | 0,03 |

* $F_{cil} = 706,5 \text{ cm}^2$



Slika 1. Grafički prikaz infiltracione krive

Terensko mjerenje pomoću simulatora kiše

Simulatori kiše se koriste da bi se prevazišli nedostaci primjene infiltrimetara. Simulator kiše sastoji se od rasprskivača kiše sposobnog da proizvodi kišu različitih intenziteta, veličine kišnih kapi i trajanja. Rasprskivači treba da daju ravnomjernu raspodjelu kapljica kiše iznad određene površine (obično kružne, prečnika 0,5 do 5 m). Površina tla se prska rasprskivačem postavljenim na visini 2 m od površine tla. Konačna brzina vještačkih kapi vode trebalo bi da je blizu brzini stvarnih kišnih kapi, premda bi postavljanje rasprskivača na visini od 5-6 m bilo bolje. Generalno, izaziva se kiša nešto malo većeg intenziteta od intenziteta poniranja. U fazi mjerenja, mora se obezbijediti skupljanje i mjerenje količine vode sa površine na kojoj se rasprskava vještačka kiša (P_o). Prije provođenja eksperimenta, eksperimentalnu površinu potrebno je pokriti nekom nepropusnom folijom, da bi se odredio prosječni intenzitet izazvane vještačke kiše (P_p). Eksperiment (mjerenje) počinje nakon skidanja nepropusne folije sa tla i nastavlja sve dotle dok se ne uspostavi stacionarno stanje oticanja sa površine. Nakon toga, uspostavlja se slijedeća jednačina bilansa iz koje se ocjenjuje veličina infiltracije:

$$F = P_p - P_o - P_a \quad (6.30)$$

gdje je F visina sloja infiltrirane vode u (mm) i koju treba sračunati, P_p je simulirana visina kiše u (mm) koja se mjeri, P_o visina sloja vode koja otiče u (mm) koja se mjeri, P_a visina akumulirane vode i drugi gubici u (mm). Kada je dostignuto stacionarno stanje oticanja vode sa eksperimentalne površine, veličina P_a nema efekta pa se veličina infiltracije računa iz jednačine:

$$F = P_p - P_o \quad (6.31)$$

Iako su rasprskivači za simulaciju kiše više realistični od potopljenih prstenova, postoje ograničenja vezana za pouzdanost tako dobivenih rezultata, koji obično daju nešto veće vrijednosti infiltracije od onih u prirodnim uslovima. Za kvalitativne efekte, na primjer poređenje između različitih uslova vegetacije, tipova tla i drugo, metode su jednostavne i efikasne.

6.2. INTERCEPCIJA (ZADRŽAVANJE) PADAVINA

Intercepcija je proces zadržavanja dijela padavina na lišću i granama vegetacije. Najveći dio ovih padavina ne dopijeva do tla nego se vraća u atmosferu kao vodena para. Sile adhezije između vodenih kapi i vegetacije sprečavaju ih da usljed sila gravitacije padnu na tlo, sve dok ne dostignu težinu koja to omogućava. U standardnim hidrološkim proračunima, ovaj gubitak se većinom uzima u obzir kroz koeficijent oticanja ili deficit oticanja, a u kompleksnim matematičkim modelima, rijede se posmatra odvojeno, nego se obračunava kao ukupna evapotranspiracija sa sliva. Ipak, zbog činjenice da intercepcija u nekim prilikama (slivovi pokriveni gustom šumom), može značajno da utiče na vodni bilans ciklusa oticanja, ovim problemom se bavio niz istraživača.

Proces intercepcije, Horton /7/ je opisao na slijedeći način:

Kada počne kiša, kapi koje padaju na lišće uglavnom bivaju zadržane, rasprostirući se u tankom sloju po površini listova ili se grupišući u pojedinim tačkama, ivicama lišća, ili depresijama na površini listova. Samo mali dio kapi dopijeva na tlo, sve dok površina lišća zadržava određenu zapreminu vode, koja zavisi od pozicije površine lišća, u smislu da li je ona horizontalna ili nagnuta, oblika lišća, od površinskog napona između vode i površine lišća, brzine vjetra, intenziteta padavina, i veličine i udara kišnih kapi. Kada je dostignut maksimalni kapacitet akumuliranja za to lišće, dodatne kapi se akumuliraju na najnižim rubovima lišća. Kapi koje se skupljaju rastu po veličini, sve dok njihova težina ne prekorači površinski napon između kapi i filma na listu, kada padaju, ili na tlo ili na niže lišće.

Faktori od kojih zavisi veličina intercepcije su:

- intenzitet i trajanje padavina,
- gustina vegetacije na slivnoj površini,
- vrsta vegetacije (na primjer visoka ili niska, crnogorična ili bjelogorična),
- sezona u godini u kojoj se desio pljusak,
- brzina vjetra u vremenu dešavanja pljuska.

Dakle, dio padavina zadržan na dijelu slivne površine pod vegetacijom i drugim objektima i koja ostaje na vegetaciji ili ispari, naziva se *gubitkom na intercepciju*.

U studijama koje razmatraju poplavne valove izazvane jakim kišama, gubici na intercepciju se često zanemaruju, premda oni zavise od prirode, tipa i gustine i drugih karakteristika pokrivača, i karakteristika padavina. Zbog toga, oni mogu biti vrlo značajan faktor u studijama bilansa voda. Tako na primjer Helvey i Patric

/8/ su pokazali da na pošumljenim slivnim površinama u humidnim regionima godišnja suma gubitaka na intercepciju može biti reda veličine i do 250 mm. Linsley i drugi /13/ su pokazali da u sličnim uslovima, gubici na intercepciju mogu iznositi i do 25 % od vrijednosti godišnjih padavina.

Prema Wisler-u i Brather-u (1959), mjerenja intercepcije u dva tipa relativno guste šume u Sjevernoj Karolini (SAD) su dala slijedeće rezultate /12/:

| Tip šume | Padavine (mm) | | | |
|------------|-------------------|-----|-----|-----|
| | 10 | 20 | 50 | 75 |
| | Intercepcija (mm) | | | |
| Četinarska | 2,5 | 4,3 | 4,8 | 5,6 |
| Listopadna | 1,5 | 2,0 | 3,1 | 3,4 |

Druga istraživanja, takođe u SAD, za mješovitu listopadnu šumu starosti oko 50 godina, su pokazala da intercepcija iznosi oko 20 % od padavina, odnosno oko 18 % za padavine reda 10 mm.

Calder /18/ je na osnovu detaljnih mjerenja izvedenih na jednoj pošumljenoj površini u Walesu, došao do zaključka da intercepcija predstavlja značajnu komponentu gubitaka u vodnom bilansu, te je zbog toga neophodno razviti tačne metode i postupke njenog mjerenja i određivanja.

Mjerenjem intercepcije u Rusiji, na različitim bjelogoričnim i crnogoričnim šumama, određeno je prosječno godišnje zadržavanje od 34% s minimumom od 27% i maksimumom od 47%. Istraživanja su takođe pokazala da postotak zadržavanja padavina raste sa starošću stabala, odnosno šume.

Ako se nacrtaju dijagrami kod kojih se na apcisu nanese vrijednosti padavina a na ordinatu procentualni gubici na intercepciju, karakter zavisnosti je opadajuća eksponencijalna kriva, čije karakteristike zavise od vrste vegetacije.

6.2.1. Empirijske metode za određivanje intercepcije

Gubici na intercepciju za određeni pljusak zavise od tipa i gustine vegetacije, ukoliko je poznato da prije tog pljuska nije bilo zadržane vode na lišću. Jedan od najvažnijih faktora koji utiču na gubitke na intercepciju, je površina lišća. K tome, važne su i geometrijske i fizičke karakteristike vegetacionog pokrivača. Sezonske

Procesi u slivu

varijacije u površini lišća rezultiraju u varijaciji intercepcije. Klimatske varijacije od regiona do regiona takođe utiču na veličinu gubitaka na isparavanje, te tako i na intercepciju.

Zbog toga bi empirijske jednačine za ocjenu gubitaka na intercepciju trebalo da uključuju gore pomenute faktore da bi imale univerzalnu primjenu. Većina metoda ne uključuje sve faktore, naročito one koje se odnose na regionalne promjene, tako da se najveći dio ovih jednačina mora koristiti sa najvećim oprezom.

Mnoge od jednostavnih jednačina kojima se procjenjuju gubici na intercepciju tokom nekog pljuska, imaju slijedeći oblik:

$$I = a + bP^n \quad (6.32)$$

gdje je:

I - gubici na intercepciju,
 P - visina padavina pala na površinu pod vegetacijom,
 a , b i n - konstante modela.

Moguće vrijednosti konstanti modela a , b i n , koje je predložio Horton /3/ date su u tabeli 6.3.

Parametri u jednačinama, određeni na osnovu ekperimentalnih mjerenja za slabe pljuskove, nisu primjenjivi za jake pljuskove. Zbog toga ih treba koristiti uz oprez.

Druge jednačine korištene za procjenu intercepcije su:

$$I = aP + b\left(1 - e^{-P/b}\right) \quad (6.33)$$

gdje su (a) i (b) konstante modela, (a) varira između 0,01 i 0,2 a (b) između 2,5 i 38 % padavina, P je visina padavina u (mm).

Na primjer, za intenzitet padavina od 25 mm/h, veličina gubitaka na intercepciju varira između 15%, za površine zasađene sojom i 57% za površine pod visokom travom /7/.

Tabela 6.3 Vrijednosti konstanti (a), (b) i (n) u modelu (6.32) prema Horton-u /3/

| Vegetacioni pokrivač | Vrijednosti konstanti modela $I = a + bP^n$ | | |
|--|--|---------|------|
| | a | b | n |
| Voćnjaci | 0,04 | 0,18 | 1,00 |
| Jasenova šuma | 0,02 | 0,18 | 1,00 |
| Bukova šuma | 0,04 | 0,18 | 1,00 |
| Hrastova šuma | 0,05 | 0,18 | 1,00 |
| Javorova šuma | 0,04 | 0,18 | 1,00 |
| Grmlja vrbe | 0,02 | 0,40 | 1,00 |
| Jelova i borova šuma | 0,05 | 0,20 | 0,50 |
| Površine zasađene grahom, krompirom, kupusom i sličnim kulturama | 0,02 h | 0,15 h | 1,00 |
| Livade | 0,005 h | 0,08 h | 1,00 |
| Površine pod lucerkom, prosom, i sl. | 0,01 h | 0,10 h | 1,00 |
| Žitarice (raž, pšenica, ječam) | 0,005 h | 0,05 h | 1,00 |
| Kukuruz | 0,005 h | 0,005 h | 1,00 |

Napomena: Koeficijenti su dati za jednačinu u kojoj je visina padavina P u (inch), a (h) je visina vegetacije u (feet).

Koristeći za polaznu osnovu jednačinu oblika (6.33), istraživači Meriam /7/ i Collins /7/ predlažu slijedeće jednačine:

$$I = 0,083 \left(1 - e^{-P/0,083} \right) + 0,062P; \text{ Meriam} \quad (6.34)$$

$$I = P - 0,09P^{1,25} - 0,87P^{1,16}; \quad \text{za } P \leq 0,5 \text{ inča; Collins} \quad (6.35)$$

Kako se veći dio zadržavanja padavina pojavljuje u samom početku kiše, ali i tokom padanja kiše, dolazi do sumiranja gubitaka nastalih zadržavanjem.

To je ponukalo druge istraživače da ukupne gubitke na intercepciju dovedu u vezu sa akumulacionim kapacitetom vegetacionog pokrivača i intenzitetom isparavanja, preko slijedeće jednačine (Horton /9/):

Procesi u slivu

$$I = S + A \cdot E \cdot t \quad (6.36)$$

gdje je

I - ukupni gubitak na intercepciju za datu površinu (mm),
 S - akumulacioni kapacitet vegetacionog pokrivača na datoj površini (mm). Prema nekim istraživačima kreće se u rasponu od 3 do 13 mm,
 A – procentualni dio razmatrane površine pod vegetacijom,
 E – intenzitet isparavanja sa površine pod vegetacijom (mm/h),
 t - trajanje padavina (h).

Nedostatak u korištenju gornje jednačine je da ukupni akumulacioni kapacitet lišća, S , mora biti zadovoljen. Zadovoljenje ovog uslova zavisi od niza faktora – na primjer, zapremine lišća, inteziteta padavina, vremena odigravanja prethodnih padavina, itd. Linsley i drugi /6/ i Meriam /14/ su predložili korekciju gornje jednačine, u obliku:

$$I = S \cdot \left(1 + e^{-P/S}\right) + A \cdot E \cdot t \quad (6.37)$$

$$I = S \cdot \left(1 - e^{-P/S}\right) + K \cdot P \quad (6.38)$$

gdje je

P – visina padavina (mm),

$K = \frac{A \cdot E \cdot t}{P}$ - predpostavljena konstanta.

Gornje jednačine opisuju proces intercepcije prilično dobro, zbog toga što daju eksponencijalni rast akumulacionog kapaciteta sa porastom padavina. Ovaj trend porasta akumulacionog kapaciteta sa porastom padavina je registrovan u praksi. Pretpostavka da je K konstanta, podrazumijeva konstantan odnos između isparavanja E i padavina P , a teoretski to ne mora biti zadovoljeno. Praktično, ova pretpostavka može biti prihvatljiva u mnogim slučajevima. Može se uočiti da za velike padavine, P , jednačina (6.38) se reducira na slijedeću jednačinu:

$$I = S + K \cdot P \quad (6.39)$$

Nasuprot gore pomenutim istraživačima, Helvey i Patric /8/ su istraživali vezu između količine padavina koje su dospjele do tla i visine pale kiše, za listopadnu šumu u SAD. Dobili su slijedeće linearne zavisnosti:

$$P_t^v = 0,901P - 0,8 \text{ (mm)}, \text{ za vegetacioni period} \quad (6.40)$$

$$P_t^{vv} = 0,914P - 0,38 \text{ (mm)}, \text{ za vanvegetacioni period} \quad (6.41)$$

gdje su: P_t^v i P_t^{vv} dio kiše koji je dospio do tla u vegetacionom i vanvegetacionom periodu u *mm*, a P je ukupna visina kiše u *mm*.

Slična istraživanja obavili su Hoffmann i. Konig /1/ za bukovu šumu, na osnovu kojih su dobili linearnu vezu između zbira padavina koje dopijevaju do tla P_t i padavina koje se slijevaju niz stabla P_s i ukupno palih padavina P , kao:

$$(P_t + P_s) = 1,008 \cdot P - 2,49, \text{ za } P > 4,9 \text{ mm, i} \quad (6.42)$$

$$(P_t + P_s) = 0,73 \cdot P - 1,002, \text{ za } P \leq 4,9 \text{ mm} \quad (6.43)$$

Odnosi važe za pojedinačne padavine između kojih je bila pauza duža od 3 sata.

6.2.2. Mjerenje intercepcije

Mjerenje gubitaka na intercepciju uobičajeno uključuje evaluaciju članova slijedeće jednačine:

$$I = P - T - T_S \quad (6.44)$$

gdje je

I - gubici na intercepciju,

P - visina padavina na površini pod vegetacijom,

T - visina padavina koje kroz vegetacioni pokrivač dopiju do tla,

T_S - količina vode (kiše) koja dopiye do tla slijevanjem niz stabla biljaka.

Mjerenje palih padavina na test površini. Mjerenje padavina palih na vegetacioni pokrivač normalno se obavlja pomoću standardnih kišonjera, o čemu se detaljno

može vidjeti u poglavlju 3.1. Mjesto za mjerenje padavina moralo bi biti na velikoj otvorenoj površini, blizu površine na kojoj se mjeri intercepcija.

Mjerenje dijela padavina koje padaju sa vegetacije na tlo. Metod za mjerenje ovog dijela padavina uglavnom zavisi od tipa vegetacionog pokrivača. Mjerenje se vrši posebno konstruisanim instrumentima, koji su najčešće jednostavna metalna korita, koja se moraju posebno prilagođavati svakoj vrsti vegetacionog pokrivača. Kako je količina padavina koje sa vegetacije padaju na tlo varijabilna unutar posmatranog prostora, da bi se definirala ta varijabilnost, preporučljivo je kod mjerenja koristiti niz ovih instrumenata.

Ako je vegetacioni pokrivač visok, za mjerenje je moguće koristiti standardne kišomjere. Njihova prednost je što se tako izmjereni podaci mogu porediti sa podacima dobivenim mjerenjem padavina na otvorenoj površini. Efekat varijacije ovog dijela padavina može se izbjeći periodičnim izmještanjem kišomjera na novu, slučajno odabranu lokaciju, ili korištenjem većeg broja kišomjera nego je to uobičajeno kod mjerenja padavina.

Mjerenje dijela padavina koje se slijevaju niz stabla vegetacije. Praktično je nemoguće izmjeriti količinu padavina koje se sa vegetacije, koja se sastoji od bezbroj malih stabala, slijevaju niz stabla na tlo. Na sreću, istraživanja intercepcije su ukazala na to da kod ovakvog vegetacionog pokrivača, dio ovako zadržanih padavina predstavlja vrlo mali dio ukupne intercepcije. Međutim, ovaj dio padavina se može mjeriti kod površina pod šumom. To se obavlja pomoću prstenova koji se obavijaju oko stabla drveta. Kapi koje padaju sa lišća, prolaze kroz vrlo male otvore na gornjoj površini prstena, i kroz jednu cijev odvede do posude pomoću koje se periodično mjeri zapremina prikupljene vode. Količina kiše koja se slijeva niz stable, u prvom redu zavisi od hrapavosti kore drveća, i može iznositi od 0,01 do 0,15 P, za drveća sa glatkom korom, i od 0,02 do 0,03 P za drveća sa hrapavom korom /5/.

6.3. ZADRŽAVANJE VODE U DEPRESIJAMA

Na bilo kojoj slivnoj površini u prirodi, općenito postoje plitke depresije (udubljenja) različitih veličina, oblika i dubina. Kada se na takvim površinama dese padavine, u tim depresijama se formiraju male akumulacije privremeno zadržane vode. Ova voda ne učestvuje u oticanju i odatle iščezava zbog infiltracije i/ili isparavanja. Veličine zapremine tako akumulirane vode nisu mjerljive zbog niza praktičnih razloga. Nakon što se popune sve depresije na nekoj površini, na njoj počinje da se odvija proces površinskog oticanja.

Najvažniji faktori koji utiču na veličinu zapremine vode akumulirane u depresijama su:

- topografske karakteristike tla na slivnoj površini,
- fizičke karakteristike tla,
- promjene na tlu uzrokovane djelovanjem čovjeka,
- veličina indeksa prethodnih padavina.

Veličina zapremine vode u depresijama se određuje indirektno iz jednačine:

Ukupni gubici = Isparavanje + Transpiracija + Intercepcija +
+ Zadržavanje u depresijama + Infiltracija

Zadržavanje vode u depresijama potpomaže u smanjenju erozionih procesa u slivu, kao i smanjenja vlage u tlu.

Prema nekim istraživačima, suma gubitaka na infiltraciju i zadržavanje u depresijama može varirati od 10 do 50 mm, zavisno od intenziteta padavina, njihovog trajanja i drugih karakteristika.

Generalan izraz za definiranje zapremine vode zadržane u depresijama prema /15/ glasi:

$$V_D = K(1 - e^{-P_{ii}/K}) \quad (6.45)$$

gdje je K kapacitet slivne površine da akumulira vodu u depresijama, V_D je zapremina akumulirane vode, P_{ii} visina padavina koje preostaju nakon odbitka na infiltraciju i intercepciju.

Istraživanja koja su vršena na malim vodonepropusnim površinama su pokazala da količina zadržane vode u depresijama D u velikoj mjeri zavisi od pada terena. Na osnovu istraživanja u Engleskoj, Švedskoj i Holandiji, Kidd /12/ predlaže slijedeću jednačinu:

$$D = 0,77J^{-0,40} \quad (\text{mm}) \quad (6.46)$$

gdje je J pad terena u (%).

Nasuprot Kidd-a, Viessman /12/ predlaže slijedeću linearnu vezu:

$$D = 3,35 - 0,78J; \quad 1 < J < 3\% \quad (6.47)$$

koja daje znatno veće vrijednosti za D od onih po formuli (6.46).

Hicks /1/ je pokušavao da izmjeri gubitke padavina na zadržavanje u depresijama kroz analizu perioda jakih kiša i predložio vrijednost od 2,5 mm za glinovita, 3,8 mm za ilovačasta i 5,0 mm za pjeskovita tla.

6.4. AKUMULISANJE I TOPLJENJE SNIJEGA

Topljenje snijega i odgovarajuće oticanje izazvano topljenjem, na slivnim područjima gdje se padavine javljaju i u obliku snijega, može činiti jednu od najvažnijih faza hidrološkog ciklusa.

Obzirom na klimatsko područje u kome se nalazi Bosna i Hercegovina, prognoza oticanja od topljenja snijega i u našoj zemlji bi trebala zauzeti značajno mjesto. Shodno tome, i sva planiranja optimalnog razvoja vodnih resursa moraju uzeti u obzir bitan doprinos oticanju od topljenja snijega u proljetnom periodu, ili akumulacioni potencijal snijega i njegov kasniji uticaj.

Unatoč značaju hidrologije snježnih padavina, može se reći da su intenzivna istraživanja snježnih padavina, odnosno formiranje teorije koja daje razumijevanje kompleksnih hidrotomodinamičkih procesa koji uzrokuju otapanje snijega i odgovarajuće oticanje, prisutna tek u zadnjih pet decenija.

Neke od najvećih registrovanih poplava, upravo su uzrokovane kombinacijom prethodnih i kiša palih na snježni pokrivač. Na slivovima gdje dominira snježni pokrivač, godišnji maksimalni proticaj je gotovo uvijek uzrokovan topljenjem snijega.

Mnoge zemlje za definiranje oticanja uzrokovanog otapanjem snijega koriste metode prognoze bazirane na konceptualnim modelima. Te metode omogućavaju da se prognozira oticanje od topljenja snijega na osnovu osmotrenih i prognoziranih meteoroloških podataka. Svjetska iskustva ukazuju da su kratkoročne i srednjoročne prognoze oticanja od topljenja snijega moguće za vodotoke u ravničarskim područjima, a kratkoročne i dugoročne prognoze, za vodotoke u planinskim područjima. Prognozu sezonske zapremine oticanja moguće je pripremiti za ravničarska područja i planinska slivna područja, gdje oticaj od topljenja snijega proizvodi značajan udio u ukupnom oticanju.

Informacije o debljini snježnog pokrivača i njegovog vodnog ekvivalenta za cjelokupno slivno područje na početku sezone topljenja snijega su neophodne za ocjenu, kako sezonskih količina voda od otopljenog snijega, tako i potencijala za formiranje velikih voda. Ali za ocjenu poplavnih voda, neophodno je posjedovanje i direktnih ili indirektnih informacija o istovremenim debljinama i zapreminama

snježnog pokrivača u slivu tokom sezone topljenja snijega, odnosno dinamike smanjenja debljine snježnog pokrivača.

Oticanje od topljenja snijega je karakteristična pojava režima ravničarskih rijeka u umjerenim i hladnim klimatskim područjima, a za neke najveće svjetske rijeke čak i u tropskim zonama. Proticaj od topljenja snijega za mnoge rijeke iznosi 50 do 70 procenata od ukupnog godišnjeg oticanja, a u vlažnim područjima on može iznositi i 80 do 90 procenata /16/. Najvažniji elementi za prognozu oticaja od topljenja snijega su ukupna zapremina oticanja, maksimalni proticaj i maksimalni vodostaj vodnog vala.

Voda nastala topljenjem snijega je samo jedna od komponenti oticanja. Pošto je snijeg kao padavina akumuliran na slivnoj površini, ocjena oticanja nastalog topljenjem snijega zahtijeva, prvo, razmatranje izvora toplote za topljenje količina pojedinačnih akumulacija snijega u određenom slivu, a drugo, primjenu hidroloških tehnika za proračun količina voda od topljenja snijega u formi oticanja. Faktori koji utiču na oticanje nastalo topljenjem snijega, detaljnije su razmatrani u nastavku.

Zavisno od lokacije slivne površine i nadmorske visine hidrotehničkih objekata, veličina proticaja na koji se projektuju ovi objekti, može biti rezultat samo topljenja snijega ili kombinacija topljenja snijega i kiše. Hidrometeorološki uticaji na poplavne vode nastale topljenjem snijega su vrlo kompleksni i zahtijevaju posebna razmatranja za svaku od slivnih površina posebno.

Faktori koji utiču na oticanje nastalo topljenjem snijega

Izvori toplote koji su neophodni za otapanje snijega, mogu se klasificirati u tri široke kategorije: (i) toplota od sunca, (ii) latentna toplota isparavanja oslobođena kondenzacijom vodene pare, i (iii) toplota nastala sprovođenjem iz okoline koja je u kontaktu sa snijegom, kao što je tlo, kiša i zrak. Zapaženo je da snježni pokrivač nije uvijek prijemnik toplote; on može i gubiti toplotu u okolinu pomoću radijacije (zračenja), sublimacije i prenošenja (kondukcije). Potpuno je moguće da snježni pokrivač dobija toplotu tokom jednog procesa a gubi je tokom drugog procesa. Interakcija različitih fenomena razmjene toplote, čini problem topljenja snijega, jednim od najkompleksnijih u hidrologiji.

Topljenje snijega je u osnovi rezultat tri faktora:

- Postojanje snježnog pokrivača sa značajnom prostornom zastupljenošću i visinom,

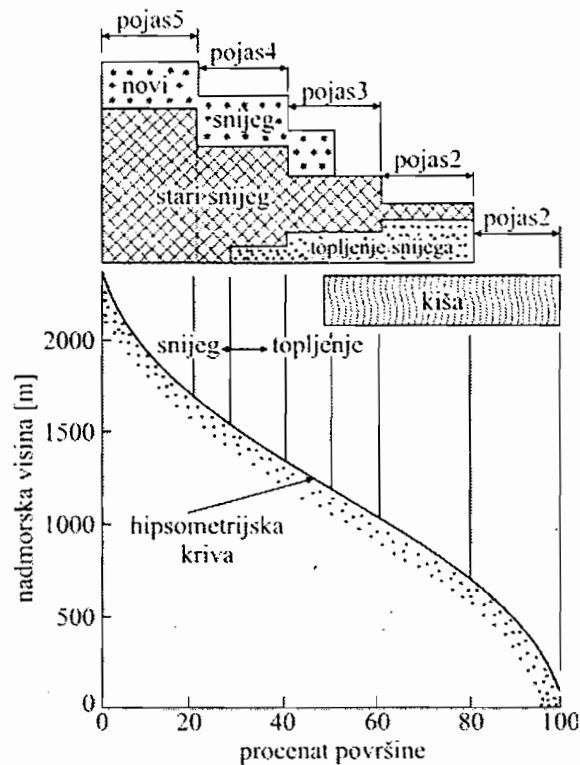
Procesi u slivu

- Postojanje povoljne temperature i uslova sadržaja vode,
- Raspoloživost energije za topljenje snijega.

Tokom topljenja snijega, mnogi procesi koji utiču na formiranje oticanja u nizinskim područjima i slivovima planinskih rijeka su slični, tj. topljenje snijega, količina vode u snijegu, ulaz otopljenog snijega u sliv, gubici u procesu topljenje – oticanje, kašnjenje oticanja od topljenja na izlazu iz sliva. Topljenje snijega se javlja kada se snježnom pokrivaču doda energija na temperaturi 0°C .

Ukupni oticaj od topljenja snijega u ravničarskim slivovima, zavisi od ekvivalenta sadržaja vode u snježnom pokrivaču, kada se snijeg počinje topiti, veličine padavina koje se javljaju nakon početka topljenja snijega, i količine vode koja se izgubi infiltracijom i evaporacijom na slivnoj površini. Prvi faktor može se odrediti mjerenjima. Drugi faktor, padavine i gubici vode tokom perioda oticanja moraju se određivati u prognoznoj proceduri, ili probabilistički ili uzimajući prosječne klimatološke vrijednosti.

Dakle, procesi akumulisanja i topljenja snijega, kod pojedinih slivova i u određenim periodima godine, bitno utiču na režim oticanja, odnosno na vremensku preraspodjelu padavina koje su se desile u prethodnom vremenu. Ovi procesi su u prirodi veoma komplikovani zbog toga što, u uslovima povišenih temperatura, oticaj vode najčešće nije posljedica samo topljenja «starog» snijega. Ovaj proces se obično dešava u kombinaciji sa padavinama, koje se u višim zonama (sa negativnim temperaturama) javljaju u obliku snijega (i tamo akumuliraju), a u nižim zonama u vidu kiše i time doprinose bržem topljenju ranije formiranog snježnog pokrivača /12/. Ovo je pokazano na slici 6.18.



Slika 6.18. Hipsometrijska kriva i zone akumulisanja i topljenja snijega /3/

Za potrebe simuliranja i prognoze oticanja vode u uslovima postojanja snježnog pokrivača, neophodno je da se raspolaže podacima mjerenja zaliha snijega u slivu, kao i ostalih meteoroloških veličina. Za grubu ocjenu ekvivalenta vode u snijegu, uzima se da 300 mm svježeg snijega odgovara visini kiše od 25 mm. Ovdje treba imati u vidu da se gustina svježeg snijega kreće od 50 do 200 g/l, u zavisnosti od karaktera snježnih pahuljica. Gustina kompaktnog snijega je reda veličine od 300 g/l. Radi prognoze velikih voda od naglog topljenja snijega, neophodno je da se neprekidno prati rasprostranjenost i prosječna visina snježnog pokrivača i ekvivalent vode u snijegu. Pored toga, neophodno je da se, makar približno, odredi položaj (kota) nulte izoterme u slivu (odnosno na hipsometrijskoj krivoj). U tu svrhu je moguće koristiti slijedeći linearni odnos /12/:

$$H_0 = \frac{100t}{\Delta t} + H \quad (6.48)$$

gdje je: H_0 kota nulte izoterme (m n.m.), t temperatura na meteorološkoj stanici ($^{\circ}\text{C}$) (po pretpostavci pozitivna), H nadmorska visina meteorološke stanice (m n.m.) i Δt temperaturni gradijent ($^{\circ}\text{C}/100 \text{ m}$).

Procesi u slivu

Kontrola proračuna po (6.48), se može izvršiti linearnom interpolacijom temperature, koristeći podatke sa druge (drugih) meteorološke stanice:

$$t = t_H \pm \Delta t \Delta H / 100 \quad (6.49)$$

gdje je: t_H temperatura na meteorološkoj stanici na nadmorskoj visini H i $\Delta H = H_0 - H$, odakle bi trebalo da se dobije $t \cong 0$.

Da bi se od ukupnih padavina na sliv, dio koji na sliv dopijeva u obliku kiše, odvojio od dijela koji se zadržava kao snijeg, Shih i ostali /12/ su koristili slijedeći izraz:

$$P_k = P_t \left[\frac{T_a - T_s}{T_k - T_s} \right] \quad (6.50)$$

gdje je: P_k količina padavina u obliku kiše, P_t ukupne padavine, T_a srednja dnevna temperatura, T_k granična temperatura iznad koje se padavine javljaju kao kiša (oko $3,3$ °C), T_s granična temperatura ispod koje su padavine u vidu snijega (oko $-1,1$ °C).

Problem prognoziranja oticanja od voda nastalih topljenjem snijega sa snijegom pokrivenih površina, zahtijeva da jedan ili više slijedećih uslova treba biti razmotren, zavisno o tipu prognoze i karakteristikama slivne površine:

- Procenat zastupljenosti snijega u ukupnim padavinama; udio akumulisane vode,
- Prostorna raspodjela snježnog pokrivača, vodni ekvivalent snježnog pokrivača, termalno-fizičke osobine snijega,
- Toplotni fluks na površini snijega za računanje količine otopljene vode kod kratkoročnih prognoza,
- Klimatski parametri koji determiniraju varijacije akumulacije snijega.

Kod tzv. prognoze u realnom vremenu, obično se razmatraju dvije moguće situacije odnosa snijega P_x u ukupnim padavinama P (kao funkcija temperature zraka), tj. vrijednost P_x / P :

- (a) U određivanju efektivnih padavina, čvrste padavine se pripisuju privremenoj akumulaciji padavina u slivu. U slučajevima gdje se snijeg i kiša javljaju istovremeno na slivnoj površini, tačnost određivanja P_x / P može biti presudna.
- (b) U slučajevima kada nisu dostupna osmatranja snježnih padavina, prostorni raspored snježnog pokrivača i njegov vodni ekvivalent može biti određen na bazi raspoloživih mjerenja padavina i temperatura. Tokom dobro definiranog hladnog perioda ili perioda zime, sve padavine se akumuliraju kao snijeg, i problem se svodi na problem mjerenja padavina. U svim drugim slučajevima, poznavanje odnosa P_x / P kao funkcije temperature zraka je neophodno.

Za duži vremenski period (jedan mjesec ili duže), u planinskim predjelima ocjena ukupnog vodnog ekvivalenta snježnog pokrivača ΔS , akumuliranog u slivu može se procijeniti iz bilansne jednačine, kao:

$$\Delta S = P - R - E ; \text{ (mm)} \quad (6.51)$$

gdje su: (P) – ukupne padavine u (mm), (R) odgovarajuće oticanje u (mm) i (E) odgovarajuća evapotranspiracija u (mm).

Omjer snijega P_x (grad i slični kondenzacioni produkti obično nisu razmatrani) u ukupnim padavinama P se često uzimaju kao:

$$P_x / P = 1, \text{ za } T \leq 0^{\circ} \text{ C} \quad (6.52)$$

gdje je T temperatura zraka. Međutim, ova vrijednost praga ima težnju da bude u prosjeku veća za 1-3 $^{\circ}\text{C}$ od tačke topljenja.

Problem određivanja omjera P_x / P igra veliku ulogu u kratkoročnom prognoziranju količina voda nastalih topljenjem snijega, na temperaturi zraka koja je blizu tačke smrzavanja. Promjena 1-3 $^{\circ}\text{C}$ u temperaturi zraka T može drastično promijeniti situaciju vezanu za poplave. U vrlo strmim planinskim slivovima, promjena u temperaturi zraka T uzrokuje promjenu P_x / P , samo na malom dijelu sliva.

Kod problema dugoročnog i sezonskog prognoziranja problem je manje ili više isti, ako je ocjena vodnog ekvivalenta u snježnom pokrivaču bazirana na kontinuiranoj

Procesi u slivu

simulaciji akumulisanja snijega. To zahtijeva osmotrene vrijednosti padavina P i temperatura zraka T za svaku realiziranu padavinu i dovoljno kratak vremenski interval.

Ekstrapolacija temperatura zraka T sa nadmorskom visinom ne predstavlja ozbiljan problem. Međutim, preporučuje se odvojeno rješavanje ovog problema u svakom planinskom slivnom području, da bi se uočila bilo kakva sistematska odstupanja od standardnih ponašanja.

Ekstrapolacija padavina sa nadmorskom visinom je jedan, još uvijek neriješen problem i mora se razmatrati na regionalnoj ili čak lokalnoj skali. Razlozi za to su /7/:

- (1) sistematske greške u mjerenju padavina su naročito velike u područjima visokih planina (vjetar uzrokuje grešku tokom padanja snijega),
- (2) kod male gustine mreže stanica informacije o padavinama P u planinskim područjima su minimalne a ponekad u potpunosti nedostaju.

Na primjer, varijacije padavina P sa nadmorskom visinom u Švicarskim Alpima su od 240 do 990 mm na 1000 m nadmorske visine za godišnje visine padavina.

Da bi se dobili pouzdani podaci o oticanju voda nastalih topljenjem snijega, neophodna su direktna mjerenja karakteristika snježnog pokrivača, o čemu je detaljnije bilo riječi u poglavlju 3.1.

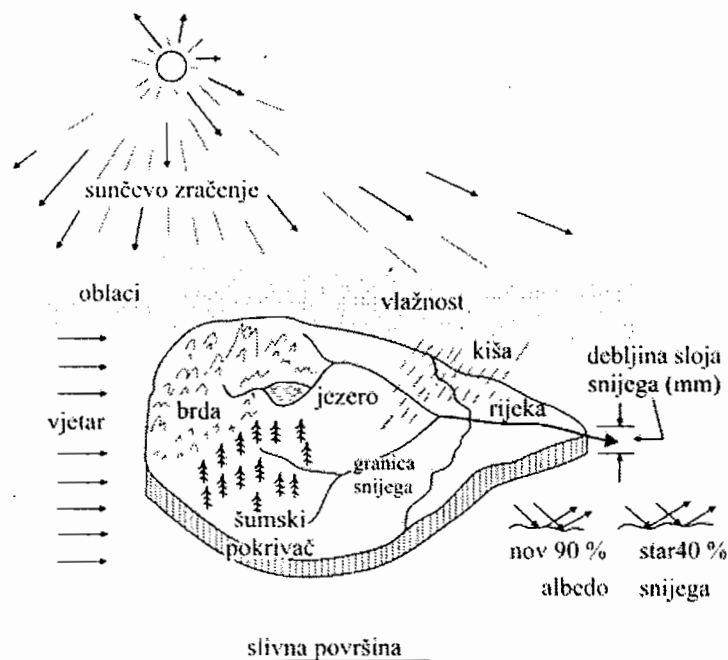
Praktične metode za proračun količina voda od topljenja snijega

Stvaranje topljenja snijega na nekoj lokaciji gdje je snježni pokrivač prisutan je bitno termodinamički proces, količina otopljenje vode zavisi od neto izmjene toplote između snježnog pokrivača i njegove okoline. Putovanje otopljene vode do neke druge tačke u snježnom pokrivaču i njena vremenska raspodjela u tački zavisi od fizičkogeografskih (gradient, debljina, itd) i hidrodinamičkih (poroznost, struktura, akumulacija, itd) osobina snježnog pokrivača, i ovdje se neće razmatrati.

Različiti izvori i procesi koji utiču na transfer toplote ka snježnom pokrivaču ili od snježnog pokrivača, prikazani na slici 6.19, su /7/:

- Absorbirana (upijena) kratkotalasna (solarna) radijacija (zračenje), R_s ,
- Neto dugotalasna (zemljina i atmosferska) radijacija, R_b ,

- Kondenzacija (ili isparavanje) iz zraka, R_e ,
- Konvekcijski transfer toplote (vjetrom), R_h ,
- Toplotni sadržaj vode u obliku kiše, H_r ,
- Kondukcija (sprovođenje) toplote iz tla, H_g .



Slika 6.19. Izvori toplote koji generišu topljenje snijega /7/

Razmatranje gore pobrojanih izvora koji utiču na transfer toplote, prisutno je u sveobuhvatnim i razrađenim teorijama koje daju uvid u fundamentalne procese topljenja snijega i osiguravaju okvir za ustanovljavanje odgovarajućih jednačina za ocjenu količina voda od topljenja snijega. Međutim, primjena metoda koje se trenutno koriste u hidrološkoj praksi za predviđanje količina voda od topljenja snijega, zavisi od: (i) svrhe predviđanja, (ii) željenog stepena tačnosti predviđanja, (iii) vremena raspoloživog za efektivnu upotrebu prognoze, i (iv) varijabilnosti hidroloških karakteristika slivne površine.

Slijedeće metode su trenutno najčešće u upotrebi, a poredane su u skladu sa porastom njihove složenosti:

1. Metoda temperaturnog indeksa ili stepen-dan metoda.
2. Stepen-dan metoda uz metodu analize recesione krive hidrograma oticanja (U.S. Bureau of Reclamation).

Procesi u slivu

3. Opšte jednačine za određivanje količine vode od topljenja snijega.
4. Metoda indeksnih poligona (index plots) uz metodu regresione analize.
5. Metoda sinteze hidrograma oticanja uz njegovu transformaciju duž toka.

Obzirom na situaciju u Bosni i Hercegovini, kada se na gotovo zanemarljivom broju mjesta mjeri samo visina snijega, od pobrojanih metoda, u nastavku će biti opisane samo one jednostavnije, odnosno one koje zahtijevaju minimalan broj ulaznih podataka.

Metoda temperaturnog indeksa ili stepen-dan metoda

Ova metoda ima određene prednosti zbog svoje jednostavnosti i činjenice da su podaci o temperaturama zraka lahko dostupni za gotovo sve razmatrane slivne površine ili pak za meteorološke stanice na susjednim slivnim površinama. U smislu egzaktnih teorija topljenja snijega, očigledno je da je temperatura zraka samo jedan od nekoliko meteoroloških parametara koji utiču na topljenje snijega na nekoj slivnoj površini; zbog čega se upotreba stepen-dan metode mora smatrati metodom sa velikim pojednostavljenjima. Stepen-dan, u najširem smislu riječi, je jedinica koja izražava veličinu toplote tokom perioda od 24 sata, u veličini većoj za jedan stepen od tzv. referentne temperature. Često se u studijama koje razmatraju otapanje snijega stepen-dan računa oduzimanjem prosjeka od dnevne maksimalne i dnevne minimalne temperature od 0 °C. Na primjer, ako je sračunati dnevni prosjek 0 °C, tada imamo 0 (nula) stepen-dana; a ako je on 5 °C, onda on daje 5 stepen-dana. Mnogo je načina za proračun srednje dnevne temperature; gornji primjeri su samo jedan od načina.

Uprkos aproksimativnoj prirodi ove metode, publikovani su iznenađujuće dobri rezultati njene primjene Bruce and Sporns /7/. Uobičajena forma jednačine koja se koristi u stepen-dan metodi je data jednačinom (6.53), a prikazana grafički na slici 6.20.

$$M = C(T_a - T_b) \quad (mm / dan) \quad (6.53)$$

gdje je:

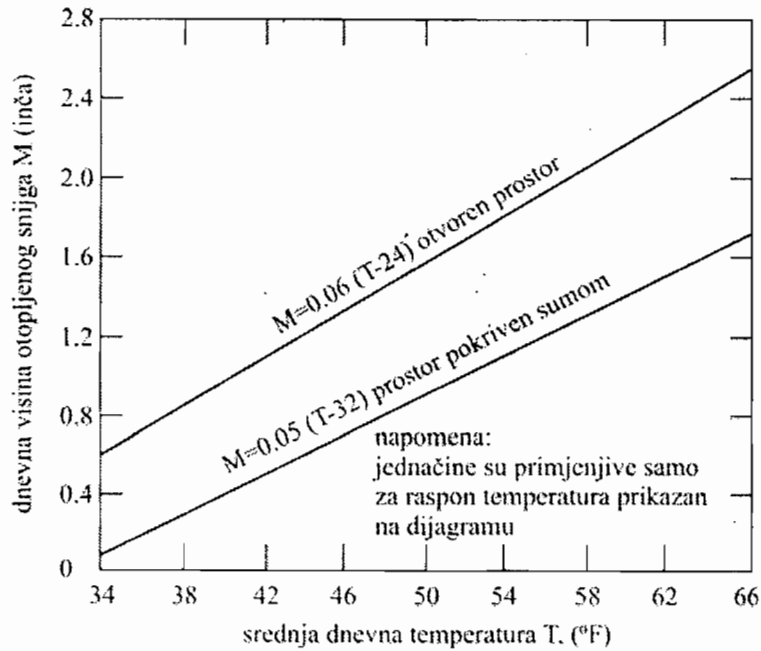
M – količina otopljene vode izražena u (mm/dan),

T_a - srednja dnevna temperatura zraka ili maksimalna dnevna temperatura zraka (°C),

T_b - tzv. bazna temperatura, oko 0 °C, određuje se probanjem,

C – koeficijent koji se određuje probanjem, i koji može biti konstantan ili varirati iz sezone u sezonu.

Vrijednosti koeficijenta C i parametra T_b se određuju probanjem ili metodom regresione analize primjenjene na osmotrene podatke.



Slika 6.20. Zavisnost dnevne otopljene količine snijega i srednje dnevne temperature /7/

Ako se računa količina vode od otopljenog snijega u vremenskom periodu dužem od jednog dana, koristi se slijedeća jednačina:

$$M = b \sum T_+ \quad (6.54)$$

gdje je:

T_+ - sve pozitivne srednje dnevne temperature zraka u ($^{\circ}\text{C}$),

b – stepen-dan faktor (vidi tabelu br. 6.4).

Izraz (6.54) uključuje pretpostavku da za srednju dnevnu temperaturu zraka od $^{\circ}\text{C}$ nema otapanja snijega.

U ovoj metodi pretpostavlja se da temperatura zraka predstavlja indeks sve energije raspoložive za otapanje od različitih komponenti koje ulaze u bilans toplote. Zbog toga, nije iznenađujuće da je vrijednost faktora (b) u velikim granicama, te da ovaj metod ima više ograničenja. Međutim, zbog jednostavnosti prikupljanja podataka o temperaturama zraka, ovaj metod se u praksi najviše koristi za predviđanje količina voda od topljenja snijega. Ova ograničenja su naročito važna ako se ovaj metod koristi za proračun količina otopljene vode u jednom danu. Za duže vremenske periode i različite klimatske uslove, u prvom koraku se koriste prosječne vrijednosti koeficijenta (b). Prilagođavanje njegove vrijednosti regionalnim klimatskim uslovima je neophodno.

Tabela 6.4. Vrijednosti stepen-dan faktora (b) u ($mm^{\circ}C$) za različita područja

| Autor | Srednja vrijednost | Minimalna vrijednost | Maksimalna vrijednost | Lokalitet |
|----------------------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|--------------------------------|
| Zingg (1951) | 4,5 | | | Švajcarska |
| U.S. Army Corps of Engin. (1956) | 2,3 | 0,7 | 9,1 | U.S.A |
| Kuzmin (1961) | 7,5 | 3,9 | 24,1 | Evropski dio Sovjetskog Saveza |
| Kuusisto (1980) | 3,5 | 2,8 | 4,9 | Finska (otvoreni prostori) |
| | 2,4 | 1,8 | 3,4 | Finska (šume) |

Prepoznavši veliku važnost hidrologije snijega u projektovanju i upravljanju vodoprivrednim sistemima, U.S. Corps of Engineers u saradnji sa drugim agencijama, 1945. godine su inicirali obuhvatan program istraživanja koji je rezultirao studijom "Hidrologija snijega" (1956). Studija je dala vrlo detaljan i sažet pregled istraživanog problema. Za inženjersku upotrebu dat je sažetak ove studije pod naslovom "Oticanje od topljenja snijega" (1956.), koji sumira informacije koje se generalno zahtijevaju kod ocjene količine voda od topljenja snijega, sa naglaskom na predviđanje poplavnog vala.

Prema studiji (U.S. Army Corps of Engineers), dnevna količina otopljene vode od snijega izražena u visini otopljene vode u proljetnim mjesecima, M (u inčima) može se sračunati pomoću slijedeće regresione jednačine, kao funkcija srednje dnevne temperature T_{sr} i maksimalne dnevne temperature T_{max} , kao /5/:

$$\text{Za gole slivne površine: } M = 0,06(T_{sr} - 24) \quad (6.55)$$

$$M = 0,04(T_{max} - 27) \quad (6.56)$$

$$\text{Za slivne površine pod šumom: } M = 0,05(T_{sr} - 32) \quad (6.57)$$

$$M = 0,04(T_{max} - 42) \quad (6.58)$$

Jednačine su primjenjive za T_{sr} u rasponu od 34 do 66 °F i za T_{max} u rasponu od 44 do 76 °F.

Visina otopljene vode u nekoj tački u inčima, po jednom stepen-danu iznad 32 °F, varira od malih 0,015 do velikih 0,20 inča/stepen-danu. Za proljetni period topljenja snijega prosječna vrijednost od 0,05 inča/stepen-danu se može uzeti kao orijentaciona vrijednost. To uslovljava mjerenje kratkotalasnog i dugotalasnog zračenja, temperature snijega i vazduha, pritiska vodene pare, brzine vjetra i oblačnosti, itd.

Korelacija količine otopljene vode sa temperaturom zraka, je daleko slabija za gole slivne površine od pošumljenih površina, vjerovatno zbog ponovne radijacije toplote iz šume. Pošto je toplota iz zraka samo jedan izvor toplote raspoloživ za topljenje snijega u nekoj tački, vrlo jaka korelacija će se postići onda kada se u razmatranje uzme i nekoliko drugih izvora toplote.

Na primjer, jedna od takvih multiregresionih jednačina je jednačina Pysklywec-a koja ima slijedeću formu /7/:

$$M = 0,615 + 0,037 \cdot n + 0,00607 \cdot R_b + 0,00201 \cdot (T - 36) \cdot u + 0,0437 \cdot RH \cdot u + 0,007 \cdot P \cdot (T - 32) \quad (6.59)$$

gdje je:

M – količina otopljenog snijega izražena u (inches/dan),

n – trajanje sunca (sati/dan),

R_b - dugotalasna radijacija (ly/dan), (1ly = 1 gcal/cm²)

T – temperatura (°F),

u – brzina vjetra (milja/sat),

RH – relativna vlažnost, i

P – visina kiše (inches/dan).

Pysklywec-ova regresiona jednačina dobivena je na osnovu istraživanja otapanja snijega na jednom eksperimentalnom poligonu u New Brunswick-u.

Slično Pysklywec-u, U.S. Army Corps of Engineers je evaluacijom teoretskih osnova transfera toplote uključujući radijaciju, konvekciju i kondukciju, u cilju ocjene količina voda od otopljenog snijega, predložilo multiregresionu jednačinu za određivanje količina voda od topljenja snijega sa neke slivne površine, kako za periode vremena sa kišom, tako i za periode vremena bez kiše.

Količine voda nastale topljenjem snijega u vremenskim periodima sa kišom. Tokom preioda pljuskova, topljenje snijega uzrokovano radijacijom sunca je relativno malo, dok se topljenje snijega uzrokovano dugotalasnom radijacijom može lahko sračunati njegovim teoretskim razmatranjem. Transfer toplote uzrokovan konvekcijom i kondenzacijom, predstavlja glavni izvor energije za otapanje snijega, gdje jednačina za određivanje količine otopljene količine vode zavisi uglavnom od tipa slivne površine. Zbog toga se, za topljenje snijega konvekcijom i kondenzacijom, može smatrati da je glavni uticaj na koeficijent sliva efekat vjetra.

Ukupna količina voda na slivnoj površini nastala topljenjem snijega tokom kišnog perioda je suma različitih komponenti, kao što su kratkotalasna i dugotalasna radijacija, konvekcija i kondenzacija, toplota od kiše i toplota od tla. Za голу slivnu površinu (manje od 10 % pokrivenosti šumom) ili površinu djelimično pod šumom (10 do 60 % pokrivenosti šumom), ukupna količina vode nastala otapanjem snijega se može izraziti preko slijedeće jednačine /5/:

$$M = (0,029 + 0,0084 \cdot k \cdot v + 0,027 \cdot P_r) \cdot (T_a - 32) + 0,09 \quad (6.60)$$

Za jako pošumljene slivne površine (više od 80 % sliva), ukupna količina vode nastala otapanjem snijega se može izraziti preko slijedeće jednačine /5/:

$$M = (0,074 + 0,007 \cdot P_r) \cdot (T_a - 32) + 0,05 \quad (6.61)$$

gdje je:

M – ukupna dnevna količina otopljenog snijega izražena u visini vode na površini u (inčima),

T_a - srednja dnevna temperatura saturisanog zraka na 10 stopa iznad tla izražena u ($^{\circ}\text{F}$),

v – srednja brzina vjetra na 50 stopa iznad tla izražena u (milja/sat),

P_r - visina kiše na golom dijelu slivne površine izražena u (inča/dan),
 k – konstanta sliva koja reprezentuje prosječnu izloženost sliva ili dijela sliva vjetru, uzimajući u obzir uticaj topografije i šume.

Vrijednost konstante (k) iznosi 1,0 za gole površine, dok je za pošumljene, zavisno od gustine šume, njena vrijednost najmanje 0,3. Ako su temperature i brzina vjetra mjereni na drugim visinama nego je to zahtijevano u jednačini, potrebno ih je korigovati na date visine. Korekcija se vrši tako što se $(T_a - 32)$ i v množe, respektivno, korekcionim faktorima $1,47 \cdot z_a^{-1/6}$ i $1,92 \cdot z_b^{-1/6}$, gdje su z_a i z_b visine mjerenja temperature i vjetra iznad površine, respektivno izražene u (fitima).

Za visinu kiše izraženu u (mm), temperaturu zraka u ($^{\circ}\text{C}$) i brzinu vjetra u (m/s), jednačine (6.61) i (6.60) se mogu izraziti kao /12/:

Za pošumljene površine:

$$M = (0,3 + 0,012P_k) \cdot T_a + 1,0 \quad (6.62)$$

gdje je: M visina istopljenog snijega (mm/dan), P_k visina kiše (mm/dan) i T_a srednja dnevna temperatura ($^{\circ}\text{C}$).

Za travnate ili djelimično pošumljene površine:

$$M = (0,1 + 0,12 \cdot P_k + 0,8 \cdot k \cdot v) \cdot T_a + 2,0 \quad (6.63)$$

gdje je: v brzina vjetra na visini od 10 m (m/s), k parametar sliva čija se vrijednost kreće od 0,3 za umjereno gustu šumu do 1,0 za otvorene terene. Formule (6.60) i (6.61) su razvijene za uslove potpune oblačnosti i pri saturisanom vazduhu (znači za uslove kada pada kiša).

Količine voda nastale topljenjem snijega u vremenskim periodima bez kiše. Tokom vremenskih perioda bez kiše, uticaj sunčeve i zemljine radijacije na topljenje snijega postaje važan faktor u bilansiranju razmjene toplote sa snježnim pokrivačem. To zahtijeva njihovu direktnu ocjenu za specifične meteorološke uslove, zavisno od šumskog pokrivača na slivu. Konvekcija i kondenzacija su u ovom slučaju manje važni izvori toplote od radijacije. Uz pretpostavku da su gubici na isparavanje sa površine pod šumom jednaki količini otopljene vode izazvane kratkotalasnom radijacijom, koja se ne računa za pošumljene površine, ukupna

Procesi u slivu

količina vode nastala otapanjem starog snijega, može se izraziti pomoću slijedeće jednačine /5/:

Za jako pošumljene površine (više od 80 % površine):

$$M = 0,074 \cdot (0,53 \cdot T_a^* + 0,47 \cdot T_d^*) \quad (6.64)$$

Za pošumljene površine (60 do 80 % površine):

$$M = k \cdot (0,0084 \cdot v) \cdot (0,22 \cdot T_a^* + 0,78 \cdot T_d^*) + 0,029 \cdot T_a^* \quad (6.65)$$

Za djelimično pošumljene površine:

$$M = k^* \cdot (1 - F) \cdot (0,0040 \cdot R_c) \cdot (1 - a) + \\ + k \cdot (0,0084 \cdot v) \cdot (0,22 \cdot T_a^* + 0,78 \cdot T_d^*) + F \cdot (0,029 \cdot T_a^*) \quad (6.66)$$

Za gole površine (manje od 10 % površine pod šumom):

$$M = k^* \cdot (0,00508 \cdot R_c) \cdot (1 - a) + (1 - N) \cdot (0,0212 \cdot T_a^* - 0,84) + \\ + N \cdot (0,029 \cdot T_c^*) + k \cdot (0,0084 \cdot v) \cdot (0,22 \cdot T_a^* + 0,78 \cdot T_d^*) \quad (6.67)$$

gdje je:

M – ukupna dnevna količina otopljenog snijega izražena u visini vode na površini u (inča/dan),

T_a^* – razlika temperature zraka na visini od 10 stopa i temperature površine snijega u ($^{\circ}\text{F}$),

T_d^* – razlika između temperature tačke rose (vidi poglavlje 2.4) na visini od 10 stopa i temperature površine snijega u ($^{\circ}\text{F}$),

T_c^* – razlika između temperature baze oblaka i temperature površine snijega u ($^{\circ}\text{F}$),

v – brzina vjetra na visini od 50 stopa u (milja/sat),

R_c – osmotrena ili procijenjena solarna radijacija na horizontalnu površinu izražena u (langleys) ($1 \text{ ly} = 1 \text{ gcal/cm}^2$),

a – osmotreni ili procijenjeni prosječni albedo površine snježnog pokrivača,

k^* - faktor kratkotalasne radijacije sliva (između 0,9 i 1,1), zavisi od prosječne izloženosti otvorene slivne površine kratkotalasnoj radijaciji, u poređenju sa nekom nezaštićenom horizontalnom površinom,

F – procijenjena vrijednost slivne površine pod šumom izražena u dijelovima jedinice površine,

N – procijenjena vrijednost pokrivenosti oblacima izražena u dijelovima jedinice površine,

k – faktor topljenja snijega procesom konvekcije i kondenzacije, zavisi od relativne izloženosti površine vjetru.

6.5. LITERATURA

1. Bonacci, O., 1994. *Oborine-glavna ulazna veličina u hidrološki ciklus*, Sveučilište u Splitu, Split.
2. Bloomfield, P., Pilgrim, D., Watson, K., 1981. *The Infiltration Soil Water Storage Relationship at a Point in Watershed Modelling*, Water Resources Research, No: 2.
3. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
4. Brooks, K., Ffolliott, P., Gregersen, H., DeBano, L., 1997. *Hydrology and the Management of Watersheds*, Iowa State University Press/Ames, Iowa, USA.
5. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
6. Fleming, G., 1975. *Computer Simulation Tehniques in Hydrology*, Elsevier, New York.
7. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
8. Helvey, J. D., Patric, J. H., 1965. *Canopy and Litter Interception of Rainfall by Hardwoods of Eastern United States*, Water Resources Research, No. 1.
9. Horton, R. E., 1940. *An Approach Toward the Physical Interpretation of the Infiltration Equation*, Soil SC. Soc. of Amer., Vol. 5.
10. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
11. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
12. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
13. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus, 1940. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.

14. Meriam, R. A., 1960. *A Note On the Interception Loss Equation*, Journal of Geophys. Res., Vol. 65, No. 11.
15. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
16. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
17. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
18. Wilson, E. M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britain.

*«Poznavanje dijelova bez poznavanja
cjeline isto je tako nemoguće
kao poznavanje cjeline
bez poznavanja njenih dijelova»*

(Pascal Blaise)

7

PRIMJENA KONCEPTA SISTEMA NA CIKLUS OTICANJA

7.1. DEFINICIJE I OSNOVNE KARAKTERISTIKE SISTEMA

Ako se jedan sistem razmatra u svjetlu općih definicija sistema, onda se taj pojam može lahko shvatiti iz slijedeće definicije: *Sistem je skup elemenata koji su međusobno ovisni i funkcioniraju u jednom regularnom i ovisnom ponašanju.*

Svaki sistem karakteriziraju četiri osnovna pojma:

- granica, koja ima funkciju utvrditi da li se određeni element može smatrati sastavnim dijelom sistema ili njegove okoline,
- stanje ulaza i izlaza i njihova interakcija u odnosu na okolinu,
- stanje odnosa između elemenata sistema, ulaza i izlaza i vanjskih međuodnosa između ulaza i izlaza,
- stanje sistema koje se, sa određenom tačnošću, može okarakterisati kao skup vrijednosti veličina koje određuju njegovo ponašanje.

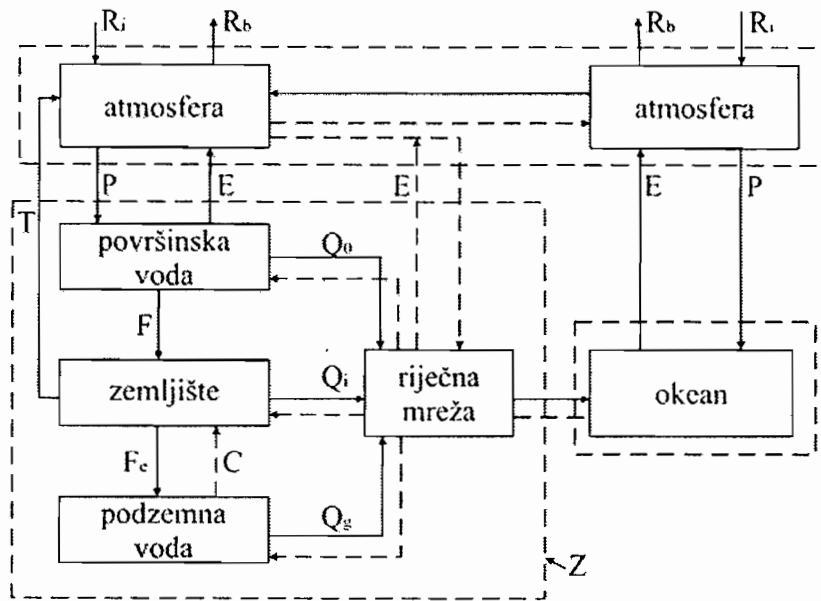
Jedan od oblika lakšeg razumijevanja i planiranja sistema je da se oni dijele (razlažu) na podsisteme.

Ako između određenih elemenata sistema postoji realno čvršća veza nego između drugih elemenata sistema, može se reći da unutar tog sistema postoji jedna, relativno nezavisna cjelina, koja se naziva *podsystem*. Podjela sistema u podsysteme se može tumačiti i kao podjela problema u podprobleme, koji se rješavaju određenim hijerarhijskim postupkom. Dva su osnovna principa podjele jednog sistema na podsysteme. Kod prvoga principa, granice podsystema se biraju tako da se minimiziraju međuzavisnosti sa drugim podsystemima, odnosno, da su ulazi i izlazi podsystema u odnosu na druge podsysteme najmanji. Drugi princip je da se sistem dijeli na podsysteme u odnosu na funkciju ili namjenu koju treba zadovoljiti ili realizirati dati sistem u sistemu.

Obzirom na karakter hidrološkog ciklusa, koji predstavlja jedan recirkularan transportni proces, očigledno je da se ovdje radi o jednom prirodnom fizičkom sistemu. Čitav hidrološki ciklus predstavljen na slici 1.1 je zatvoren sistem, pošto voda koja u njemu kruži, uvijek ostaje u sistemu. Ovaj sistem funkcionira zahvaljujući višku dolazećeg sunčevog zračenja u odnosu na izračivanje Zemlje.

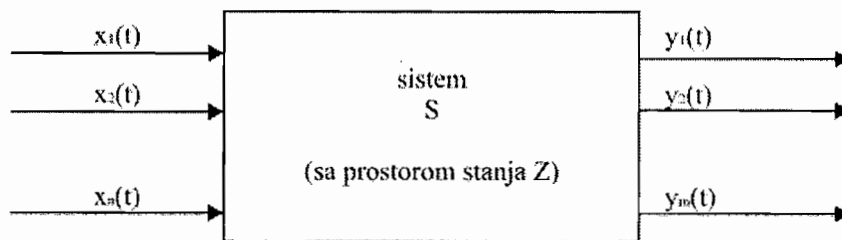
Kada se analizira jedan sistem, posmatraju se njegovi ulazi, rad sistema i njegovi izlazi. Kod hidrotehničkih sistema (npr. vodovodni sistemi, hidroenergetski sistemi), pomoću analize sistema se utvrđuje da li sistem zadovoljava zadatak koji je pred njega postavljen. Kod drugih sistema se čine određene pretpostavke o prirodi sistema i fizičkim zakonima koji upravljaju njegovim radom. Ova saznanja se, potom, koriste da bi se na osnovu poznatih ulaza, predvidio izlaz sistema. U hidrologiji, ovakav, klasičan pristup se ne može primijeniti, jer su fizički zakoni od kojih zavisi rad čitavog sistema veoma kompleksni. Iz ovog razloga, ni klasična niti sistemska hidrologija ne izučava kompletan hidrološki ciklus. Radi lakšeg izučavanja, hidrološki sistem se u praksi, kao i drugi veliki sistemi, dijeli na podsysteme: atmosferu, okean, podsystem koji obuhvata zemljišnu fazu hidrološkog ciklusa, itd. Posljednji podsystem je označen sa (Z) na slici 7.1. Pošto su kod ovog podsystema presječene izvjesne linije transporta vode, ovo više nije zatvoren sistem. Linije transporta vode – padavine, isparavanje, transpiracija, oticanje – su sada ili ulazi ili izlazi novog sistema. Prilikom modeliranja hidroloških procesa u slivu, ovaj podsystem se obično dalje dijeli na dvije ili više komponenti.

Što se tiče ulaza i izlaza hidrološkog sistema, jasno je da padavine predstavljaju ulaz, a oticanje izlaz sistema. U pogledu isparavanja i transpiracije, postoje različita gledišta. Doog, 1973 /2/, smatra da potencijalnu evapotranspiraciju treba posmatrati kao ulaz, a stvarnu kao izlaz sistema. Pošto je ovaj proces posljedica sunčevog zračenja, nije nelogično da se neto radijacija, pored padavina, tretira kao ulaz hidrološkog sistema.



Slika 7.1. Podsystemi hidrološkog sistema (sa Z je označena zemljišna faza hidrološkog ciklusa) /9/

Dakle, sistem je jedna cjelina, fizička ili konceptualna, koja se sastoji od međusobno zavisnih elemenata. Kada se analizira jedan sistem, posmatraju se: ulaz, rad sistema i izlaz. Ova generalna veza se može predstaviti blok-dijagramom, gdje sistem (S) transformiše ulaze $x(t)$ u izlaze $y(t)$ (slika 7.2).



Slika 7.2. Blok dijagram sistema (sliva)

Prostor ulaza (X) predstavlja niz mogućih ulaza sistema. Prostor stanja (Z) je niz svih mogućih stanja sistema (S), i najzad, prostor izlaza (Y), niz svih mogućih izlaza. Niz svih vrijednosti za vrijeme za koje su definisani x , y i z je prostor vremena θ . Trenutna situacija sistema koja je posljedica svih ranijih uticaja, naziva se stanjem sistema.

Ako je θ kontinualno, onda se radi o vremenski kontinualnom sistemu. Naprotiv, ako su vektori ulaza i stanja definisani samo za diskretne vremenske trenutke t_k ,

Sliv kao sistem

gdje je k realni broj, θ je diskretni prostor i ovdje se radi o diskretnom sistemu (sistem u diskretnom vremenu).

Sistemi mogu dalje biti: (i) *linearni, stacionarni*, (ii) *linearni, nestacionarni* i (iii) *nelinearni, nestacionarni*.

Takođe, sistemi se mogu podijeliti, prema određenosti, na: *determinističke* sisteme (u kojima nema neodređenosti) i *stohastičke sisteme* (kada neodređenosti, po bilo kojoj osnovi, postoje, te se izlazi i druge veličine u sistemu tretiraju kao probabilističke kategorije).

Za jedan sistem kaže se da je *deterministički* ako njegovo stanje i ulaz u vremenu t , može biti određeno sa sigurnošću, na osnovu poznavanja njegovog stanja u vremenu t_0 , i ulaza tokom poluzatvorenog vremenskog intervala (t_0, t) .

Sistem je *stohastički* ako poznavanje stanja i ulaza omogućuje da se dobije samo stohastički opis stanja i izlaza u vrijeme t ; drugim riječima, stohastički sistemi se karakterišu vjerovatnoćama da će sistem biti u jednom od svojih stanja u vremenu t , ako je poznato stanje u vremenu $t_0 < t$.

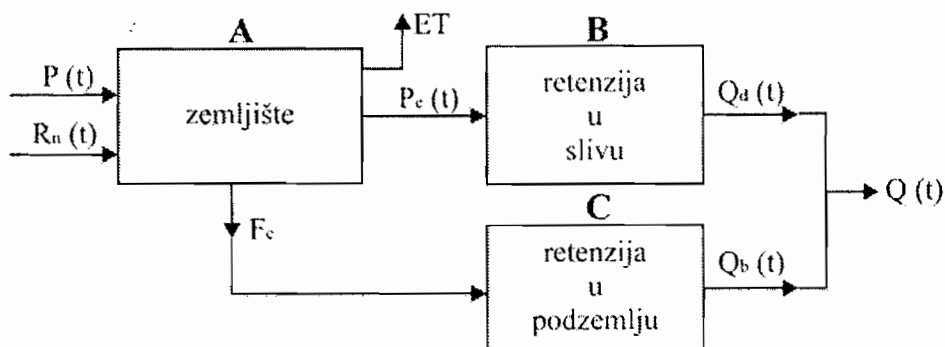
Sistemi se analiziraju preko svojih modela, odnosno postupak kojim se hidrološki procesi predstavljaju matematički, naziva se modeliranje. Hidrološki modeli se mogu klasifikovati na: (i) *probabilističke* (analize se vrše na istorijskim nizovima, pri čemu se podrazumijeva da su elementi serije međusobno nezavisni), (ii) *stohastičke* (postoji međusobna zavisnost uzastopnih članova vremenske serije) i (iii) *determinističke (parametarske)* modele.

Parametarsko modeliranje podrazumijeva razvoj i primjenu matematičkih modela, koji opisuju interakciju fizičkih procesa u slivu, tokom vremena. Tu se, dakle, radi o modeliranju ciklusa oticanja. Da bi se odabrao odgovarajući model i odredile vrijednosti njegovih parametara, koriste se podaci o ulazima i izlazima hidrološkog sistema, kao i podaci o procesnim parametrima sliva. Deterministički modeli se koriste za operativne hidrološke prognoze i/ili za simuliranje oticanja, na bazi opaženih ili simuliranih meteoroloških veličina, koje se koriste kao ulazi modela.

Prilikom determinističkog modeliranja, od modela se zahtijeva da padavine, kao funkciju lokacije i vremena, transformiše u proticaj u funkciji vremena:

$$P(x, y, t) \rightarrow Q(t) \quad (7.1)$$

gdje je (P) visina kiše, (x) i (y) su koordinate prostora, (t) je vrijeme a (Q) proticaj na izlaznom profilu. Pošto izlaz $Q(t)$ zavisi isključivo od ulaza $P(x,y,t)$ i početnih uslova, teorijski, bilo bi moguće primjeniti fizičke zakone da bi se, uz granične i početne uslove, dobila ocjena proticaja na osnovu osmotrenih padavina. Modeli koji su bazirani na fizičkim zakonima, najbolje opisuju proces oticanja jer uzimaju u obzir fizičke faktore sliva kao i procesne parametre koji utiču na kretanje i raspodjelu vode u zemljišnoj fazi hidrološkog ciklusa. Kako je, međutim, skoro nemoguće da se definišu prostorne i vremenske karakteristike sliva i koncipira jedinstven model za simuliranje kompletnog hidrološkog ciklusa, sa svim komponentama oticanja vode, problem modeliranja se rješava na taj način što se ciklus oticanja koji u osnovi predstavlja jedinstven sistem, dijeli na dva ili više podsistema, pri čemu se svaki podsistem analizira i modelira izdvojeno. Ovo je predstavljeno na slici 7.3. Ovdje je hidrološki sistem podijeljen na tri podsistema, od kojih se prvi odnosi na zemljište, gdje se vrši odvajanje padavina na neto kišu i infiltraciju (A), drugi na direktno oticanje (B) i treći na oticanje podzemnih voda (C) /9/.



Slika 7.3. Podjela hidrološkog sistema na tri podsistema /10/

Upotreba matematičkih modela je tako uobičajena, da se često model tretira kao realan sistem, a zaboravljaju se ograničenja koja nameće realnost. Takva kratkovidost može da bude opasna i skupa, pogotovo kada se analiziraju kompleksni sistemi. Zbog toga sposoban inženjer ne bi nikada smio da izgubi uvid u fizičku suštinu sistema koga analizira preko modela.

Pod modelom se podrazumijeva skup matematičkih relacija koje opisuju rad sistema preko njegovih odnosa sa okolinom. Uticaj okoline na sistem opisuje se preko ulaza, a uticaj sistema na okolinu preko izlaza. Matematičke relacije modela vezuju izlaze sa ulazima.

Matematički modeli se ispisuju preko nekog od formalnih jezika. Do ovih relacija može se doći na dva načina: (i) uopštavanjem eksperimentalnih podataka i (ii) korišćenjem fizičkih i drugih zakona o ponašanju sistema.

Pri dobijanju modela koristi se jedan ili drugi način, a kod složenijih sistema se najčešće koriste oba načina. Neke osobine modela se uvijek moraju imati u vidu ako se želi da se pravilno upotrijebe rezultati eksploatacije modela. Sa dosta sreće on može da predstavlja dobru aproksimaciju stvarnog ponašanja sistema. Međutim, analiza na osnovu slabe aproksimacije, uzeta sa rezervom je još uvijek bolja od nikakve analize. Pored toga, ako se uloži dovoljno vremena a i sredstava, može se dobiti dobar model. Inženjer ipak stalno treba da ima u vidu s jedne strane koliko povjerenja treba da pokloni rezultatima analize, a sa druge strane koliko bi ga koštalo da dobije bolji model /10/.

Najčešće, svaki model je rezultat kompromisa između tačnosti aproksimacije i matematičke jednostavnosti. Pomoću jednostavnih modela se mogu dobiti elegantna rješenja, ali je malo vjerovatno da ona tačno odražavaju realnost. Složeni model opisuje pojavu svestranije, ali je nepregledan, nepogodan za donošenje generalnijih zaključaka i zahtijeva veliki obim izračunavanja. Svevažeći recept je nemoguće dati – najbolje je da se kompromis rješava od slučaja do slučaja na osnovu prirode problema.

Da bi se sistem analizirao, potrebno je da se njegov rad opiše nekim formalnim jezikom, što se naziva matematičkom formalizacijom sistema. Rezultat formalizacije je skup matematičkih relacija koje opisuju funkcionisanje sistema tako što definišu veze između izlaza i ulaza. Kada se je u pitanju sliv, kao jedan prirodni sistem, matematička formalizacija se najčešće obavlja kao funkcionalni opis sistema. To je, opis na bazi uopštavanja osmatranja ulazno-izlaznih preslikavanja sistema. To je pristup koji se koristi u slučaju kada je nepoznata unutrašnja struktura sistema i procesi koji se odigravaju i njemu, dok su dostupne ulazne i izlazne veličine (model tzv. „crne kutije“, kada nam je važno poznavanje samo ulazno-izlaznog preslikavanja, dok su unutrašnje transformacije u sistemu ili previše složene za određivanje, ili neizvjesne ili nevažne). Ne zna se kakve se transformacije odigravaju unutar sistema, kakve se promjene stanja dešavaju u prostoru stanja sistema, već se znaju samo vektor ulaza X i vektor izlaza Y . Model se, znači svodi samo na određivanje tzv. operatora ulazno-izlaznog preslikavanja, pri čemu onoga ko modelira i ne interesuje (u toj fazi) šta se u „kutiji“ – sistemu dešava. Veliki broj metoda parametarske i stohastičke hidrologije zasnovan je na principu crne kutije: raznim analitičkim metodama dovode se u vezu najvažniji ulazi u sistem (sliv) sa izlazima koji nas interesuju (razni modeli za prognozu proticaja, za genezu velikih voda u slivu, itd.).

Neka je ulaz X dat preko (n) ulaznih komponenti ($n \geq 1$), x_1, x_2, \dots, x_n , tako da se on može opisati preko ulaznog vektora

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (7.2)$$

Izlaz Y je dat preko (m) izlaznih komponenti ($m \geq 1$), i on se može slično opisati pomoću izlaznog vektora

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_m). \quad (7.3)$$

Proces preslikavanja ulaza u izlaz može se predstaviti preko operatora preslikavanja (R) kao

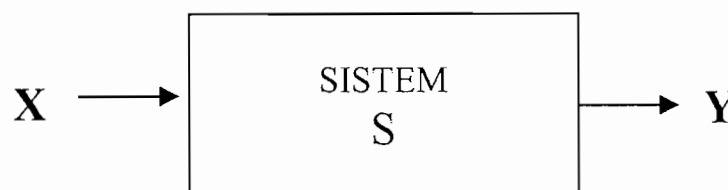
$$Y = R(X) \quad (7.4)$$

a funkcionalni opis sistema (C) se može formalizovati relacijom

$$C = \langle x, y, R \rangle \quad (7.5)$$

Tipičan primjer ovog prilaza su preslikavanja pri analizi ponašanja sistema (sliva) u periodu velikih voda. Ulaz su padavine, registrovane na određenim lokacijama u slivu, operator preslikavanja (R) je jedinični hidrogram (o jediničnom hidrogramu vidjeti detaljnije u poglavlju 9.7), dok se kao izlaz dobija hidrogram oticanja (velikih voda) na izlazu sliva.

Modeli mogu imati jedan ili više izlaza i ulaza, kao što je to predstavljeno na slici 7.2. Radi lakšeg razumijevanja, ovdje će prvenstveno biti razmotreni modeli sa jednim ulazom i jednim izlazom. Kada se jednom na ovakvim modelima shvate osnovni pojmovi i matematičke metode analize, prelaz na modele sa više ulaza i izlaza, ne predstavlja veliku teškoću. Sistemi sa jednim ulazom i jednim izlazom se slikovito predstavljaju pomoću blok dijagrama. Jedan blok dijagram je prikazan na slici 7.4.



Slika 7.4. Blok dijagram sistema sa po jednim ulazom i izlazom

Sliv kao sistem

Cio sistem je predstavljen pomoću jednog pravougaonika ili bloka. Ulazni signal ili pobuda, predstavljen je strelicom koja ulazi u blok, a izlazni signal ili odziv, strelicom koja izlazi iz bloka. Blok dijagrami omogućuju veoma pregledno predstavljanje povezivanja pojedinih dijelova sistema, koji se nazivaju podsistemi, u jedan sistem.

Matematički model za sistem predstavljen blok-dijagramom, može da bude jednačina ili skup više jednačina, koje daju odnos između izlaza i ulaza. Matematički modeli mogu da uzmu razne matematičke oblike koji su međusobno ekvivalentni ali nisu pojednako pogodni za upotrebu.

Iako su fizički fenomeni rijetko u pravom smislu riječi linearni, radi lakšeg rješavanja, veliki broj sistema se na zadovoljavajući način mogu aproksimirati linearnim modelima.

Za jedan linearni sistem može se napisati:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = A(t)Z(t) + B(t)X(t) \quad (7.6)$$

$$Y(t) = C(t)Z(t) \quad (7.7)$$

gdje su vektori kolone X , Z i Y reda: m , n i p , respektivno, a A , B i C linearne matrice (operatori) reda $n \cdot n$, $n \cdot m$, i $p \cdot n$.

Za linearne diskretne sisteme, jednačine stanja se mogu napisati u obliku:

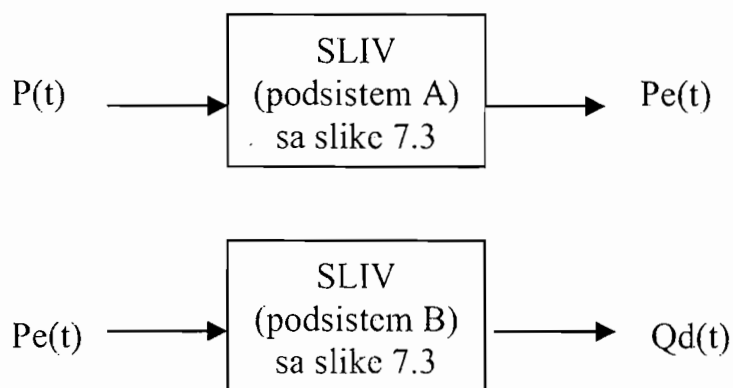
$$Z(k+1) = A(k) \cdot Z(k) + B(k) \cdot X(k) \quad (7.8)$$

$$Y(k) = C(k) \cdot Z(k) \quad (7.9)$$

Sistemi (7.6) i (7.7), odnosno (7.8) i (7.9) su stacionarni sistemi, ako su A , B i C stacionarne matrice.

Primjer sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom mogao bi biti sistem (sliv) koji transformiše ukupne (bruto) padavine u efektivne (neto) padavine. Naime, kada se govori o vezi: padavine – oticanje, uvijek se misli na proces tokom koga se određena zapremina (ili sloj) pale kiše redukuje u određenu zapreminu (ili sloj) otekle vode. Drugim riječima, u pitanju je rad podsistema (A) na slici 7.5.

Ulaz u podsistem (A), kao i izlaz, su funkcija vremena. Bilo bi relativno jednostavno odrediti zavisnost između ove dvije funkcije, ako bi veza bila linearna i vremenski nepromjenljiva (stacionarna).



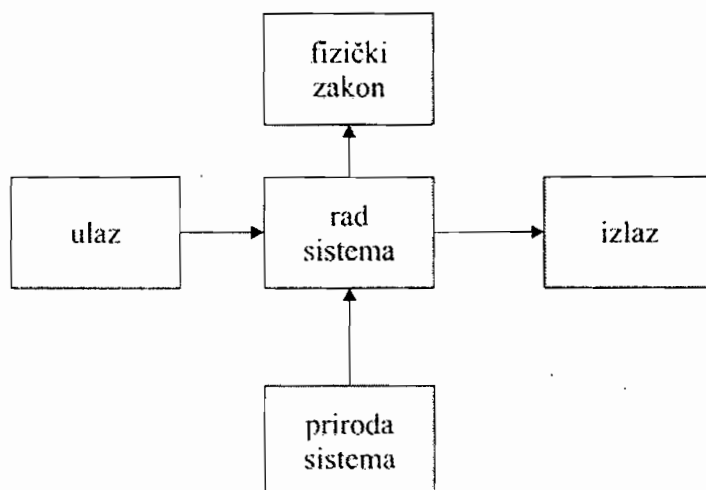
Slika 7.5 Primjeri hidrološkog sistema sa po jednim ulazom i izlazom

Poznato je međutim, da određena količina kiše može da sasvim različita oticanja, što ukazuje na okolnosti da sistem (A) nije stacionaran. Ova nestacionarnost je posljedica toga što na izlaz, pored funkcije $P(t)$, utiče i niz drugih parametara koji karakterišu stanje sliva. Ovdje je jedan od dominantnih faktora deficit vlažnosti zemljišta. Vlažnost zemljišta u slivu zavisi od prethodnih padavina i evapotranspiracije. Ispada da sistem ima više ulaza, odnosno da odgovarajući model treba da sadrži više parametara, ili pak da se forma modela tokom godine mijenja po nekom utvrđenom pravilu.

Kao što je naprijed rečeno, uloga sistema je da se dobije izlaz na osnovu primjenjenog ulaza. Izlaz iz sistema zavisi od prirode ulaza, od fizičkih zakona koji pri tome djeluju i od karaktera samog sistema. U fizičkoj hidrologiji, kao i u drugim granama primijenjene fizike, pri predviđanju izlaza, uzimaju se u obzir sve tri komponente. Kao što je to ranije pomenuto, kada se sliv tretira kao sistem, funkcionisanje sistema se može ispitivati ne vodeći računa o svim komplikovanim odnosima u sistemu, niti zalaziti u fizičke zakone koji pri tome djeluju. Ovo je predstavljeno horizontalnim komponentama na slici 7.6. Tako na primjer, kada se izvodi tzv. jedinični hidrogram (o jediničnom hidrogramu vidjeti detaljnije u poglavlju 9) na osnovu podataka o ulazu i izlazu, on se koristi kao sredstvo za prognozu oticanja, ne vodeći računa o fizičkim zakonima koji utiču na oticanje, niti o prirodi posmatranog sliva. Naprotiv, ako treba konstruisati sintetički jedinični hidrogram (o sintetičkom jediničnom hidrogramu vidjeti detaljnije u poglavlju 9), potrebno je ispitati vezu između oblika jediničnog hidrograma i karakteristika

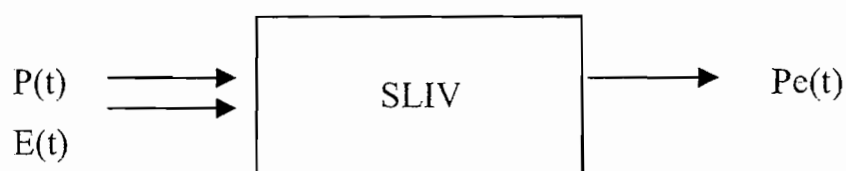
Sliv kao sistem

sliva, odnosno fizičkih zakona (ili samo fizičkih komponenti) sliva od kojih zavisi oblik hidrograma. Ova veza predstavljena je vertikalnim komponentama na slici 7.6 /10/.



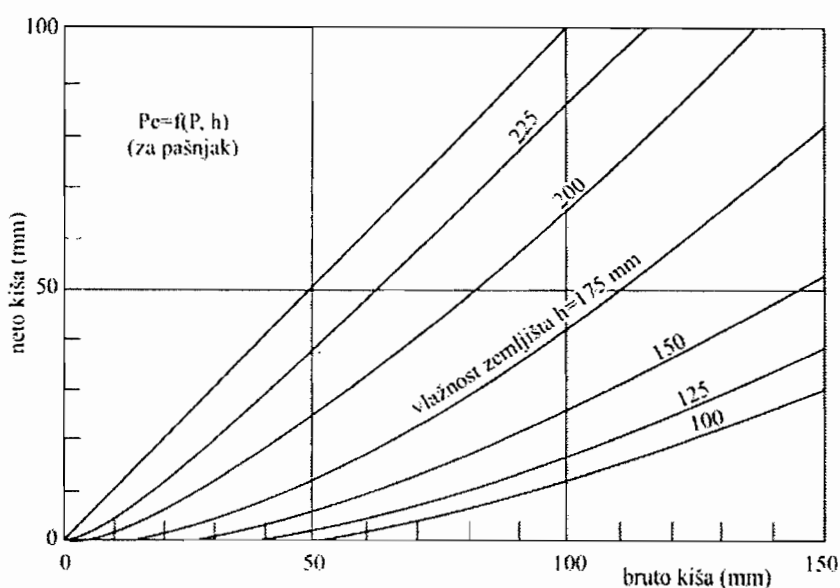
Slika 7.6. Prošireni blok dijagram sistema sa po jednim ulazom i izlazom

Model sa dva ulaza se može predstaviti šemom na slici 7.7, gdje je $E(t)$ isparavanje. Zavisnost $P_e(t)$ od $P(t)$ i $E(t)$ bi mogla biti stacionarna u mnogo većoj mjeri nego ona na slici 7.6.



Slika 7.7. Primjer hidrološkog sistema sa dva ulaza i jednim izlazom

Na slici 7.8 dat je primjer zavisnosti u kojoj, pored visine bruto kiše, figuriše i vlažnost zemljišta, kao parametar stanja sliva neposredno pred kišu. Ova zavisnost istovremeno pokazuje u kojoj mjeri prethodna vlažnost zemljišta može da utiče na oticanje. Kako vlažnost (h) zavisi od $E(t)$, očigledno je da gornji model treba da sadrži i druge komponente /9/.



Slika 7.8. Visina efektivne kiše u funkciji bruto kiše i vlažnosti zemljišta /9/

7.2. ANALIZA I SINTEZA HIDROLOŠKIH SISTEMA

Ako posmatramo vezu tri elementa: ulaz, sistem, izlaz, onda se problemi koji se javljaju pri izučavanju sistema u hidrologiji mogu klasifikovati na slijedeći način:

| Tip problema | | Ulaz | Sistem | Izlaz |
|----------------------|----------------|------|--------|-------|
| Analiza | Predviđanje | + | + | ? |
| | Identifikacija | + | ? | + |
| | Detekcija | ? | + | + |
| Sinteza (simulacija) | | + | ? | + |

Kada se poznaju dva elementa, a treći se traži, onda takav problem nazivamo analizom sistema. Obzirom na nepoznate elemente, ovdje srećemo tri tipa problema:

- problem predviđanja nepoznatog izlaza,
- problem identifikacije nepoznatog funkcionisanja sistema,
- problem detekcije nepoznatog ulaza (ulaznog impulsa).

Iako se kod izučavanja hidroloških sistema ne projektuje sistem, ipak se i ovdje javlja problem sinteze sistema. Prilikom proučavanja hidroloških sistema, inženjeri

Sliv kao sistem

su često u situaciji da simuliraju sistem za koji postoje podaci o ulazu i izlazu. U ovakvom slučaju, treba da se nađe odgovarajući model koji je u stanju da simulira sistem. Treba, drugim riječima, formulirati model koji za dati ulaz daje odgovarajući izlaz, sa zahtjevanim stepenom tačnosti.

Kako je već rečeno, u parametarskoj hidrologiji se najčešće razmatraju samo dvije komponente hidrograma: direktno oticanje od pljuska i bazno oticanje. Time se hidrološki ciklus, koji u osnovi predstavlja jedinstven sistem, iz praktičnih razloga razlaže na tri podsistema. Odgovarajući sistem se predstavlja šemom na slici 7.3.

Ulaz u podsistem (A) je bruto kiša (P), dok je izlaz neto kiša (P_e), pod pretpostavkom da je $F_e = 0$. Neto kiša (P_e) predstavlja ulaz u podsistem (B), a izlaz je direktno oticanje (Q_d). U analizama se uzima da prva faza procesa oticanja, tj. rad podsistema (A), nema uticaja na drugu fazu, odnosno način na koji se neto kiša transformiše u hidrogram oticanja (rad podsistema B), i obrnuto. Isto se odnosi na podsistem (C), ako je ulaz $P_e > 0$.

U procesu analize, identifikacija se najčešće vrši za podsistem (B). Na osnovu ulaza – hijetograma neto kiše, i izlaza – hidrograma direktnog oticanja, određuje se funkcija sistema (jedinični hidrogram – o jediničnom hidrogramu vidjeti detaljnije u poglavlju 9).

Problem sinteze javlja se kod podsistema (A). Izuzetno složen proces, koji se odvija unutar toga podsistema, uslovljava potrebu da se ovaj proces simulira jednim jednostavnijim i u većoj mjeri kontrolabilnim modelom. Ovdje se, u uslovima kada se poznaje ulaz (P) i izlaz (P_e), najčešće koristi matematička simulacija (linearni i nelinearni regresioni modeli). Pored ovih, primjenjuju se i druge metode za simulaciju, gdje se vodi računa o fizičkim zakonima koji upravljaju radom sistema (infiltracija, evapotranspiracija, itd.).

Integral/Zbir konvolucije

Zbog lakšeg praćenja daljnjeg izlaganja, potrebno je još jednom osvrnuti se na jednačine (7.8) i (7.9). Kao što se vidi iz tih jednačina, ulaz sistema $X(k)$ može da ne utiče na stanje sistema $Z(k)$ i izlaz sistema $Y(k)$. Ulaz $X(k)$ utiče na stanje i izlaz sistema tek u vremenu $(k+1)$. U stvari, može se reći da $Y(k)$ u vremenu slijedi $X(k-1)$ ali prethodi $X(k)$. Ova konvencija u pogledu vremena korišćenice se pri daljnjem izlaganju.

Posmatra se jedan stacionaran, linearan, deterministički, diskretan sistem koji funkcioniše pri $k > 0$. Pretpostavka je da sistem ima samo jedan ulaz i jedan izlaz. Znači vektori X i Y imaju po jedan element. U trenutku $k = 0$ primijenjen je ulaz $X(0) = 1$ i posmatra se izlaz Y u intervalu $1 \leq k \leq \infty$. Neka je izlaz /9/:

$$y(k) = u(k), \quad k = 1, 2, \dots, \infty \quad (7.10)$$

gdje su $u(k)$ realni brojevi. Pošto je sistem po definiciji linearan, može se primijeniti u vremenu (0) ulaz $x(0)$ bilo koje veličine i dobiti izlaz u vremenu (k):

$$y(k) = u(k) \cdot x(0), \quad k = 1, 2, \dots, \infty \quad (7.11)$$

Pretpostavimo sada da je umjesto ulaza $x(0)$ u vrijeme (0), primijenjen ulaz $x(1)$ u vrijeme (1). Pošto se radi o stacionarnom i linearnom sistemu, dobija se izlaz u vrijeme (k):

$$y(k) = u(k-1) \cdot x(1) \quad (7.12)$$

gdje je sada $k = 2, 3, \dots, \infty$. U opštijem slučaju jedan ulaz $x(i)$ koji se primijeni na sistem koji funkcioniše, u proizvoljnom trenutku (i), u diskretnom vremenskom domenu Θ , daće izlaz:

$$y(k) = u(k-i) \cdot x(i) \quad (7.13)$$

za $k = i+1, i+2, \dots, \infty$.

Za jedan sistem koji se fizički može realizovati neophodno je da je:

$$u(k) = 0, \quad \text{za svako } k < 1 \quad (7.14)$$

Pošto je sistem linearan, niz ulaza $x(i)$, gdje je $0 \leq i \leq \infty$, daće jedan složen izlaz sistema u vremenu (k), odnosno linearan zbir ponderisanih doprinosa od svakog $x(i)$ za $i < k$.

Možemo prema tome napisati:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{k-1} u(k-i) \cdot x(i), \quad k = 1, 2, \dots, \infty \quad (7.15)$$

Sliv kao sistem

Jednačina (7.15) poznata je pod nazivom *zbir konvolucije sistema*. Za sisteme sa kontinualnim vremenom, postoji odgovarajući *integral konvolucije*:

$$y(t) = \int_0^t u(t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau \quad (7.16)$$

o kome će u nastavku biti više riječi.

Ako u (7.15) stavimo $i = (k - j)$, dobija se alternativan oblik zbira konvolucije sistema:

$$y(k) = \sum_{j=1}^k u(j) \cdot x(k - j) \quad (7.17)$$

odnosno:

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) \cdot x(t - \tau) \cdot d\tau \quad (7.18)$$

Iz (7.15) vidi se da $u(k-i)$ određuje pondere (težine) sa kojima ulazne veličine $x(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, (k-1)$, doprinose izlazu $y(k)$ u vrijeme (k) . Iz tog razloga niz $\{u(k)\}$, $(k = 1, 2, \dots, \infty)$ poznat je pod nazivom *ponderisani niz sistema*. Za determinističke, linearne, stacionarne, diskretne sisteme koji su pušteni da funkcionišu, izlaz $y(k)$, koji rezultira iz bilo kog ulaza $x(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, (k-1)$, može se neposredno naći iz (7.15) ili (7.17).

Ako sistem nije stacionaran (tj. ako je promjenljiv u vremenu) tada (7.15) dobija oblik:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{k-1} u(k, k - i) \cdot x(i) \quad (7.19)$$

gdje je $u(k, k-i)$ ponder u vremenu (k) za ulaz primijenjen u vremenu (i). Treba uočiti da je za nestacionaran sistem niz pondera $\{u(k, j)\}$ koji se koristi u (7.19) funkcija dva argumenta, gdje prvi (k) indicira "sadašnje vrijeme" a drugi (j), "starost" ulaza koji treba ponderisati.

Relacija (7.15) može se napisati u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(1) & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ u(2) & u(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ u(3) & u(2) & u(1) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u(k) & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & u(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(k-1) \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

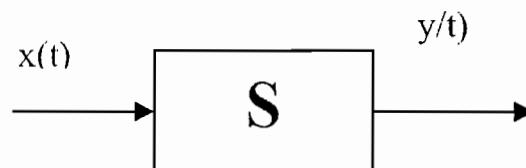
Imajući u vidu relaciju (7.15), odnosno pravilo o množenju matrica, iz (7.20), dobija se sistem jednačina:

$$\begin{aligned} y(1) &= u(1-0) \cdot x(0) = u(1) \cdot x(0) \\ y(2) &= u(2-0) \cdot x(0) + u(2-1) \cdot x(1) = u(2) \cdot x(0) + u(1) \cdot x(1) \\ y(3) &= u(3) \cdot x(0) + u(2) \cdot x(1) + u(1) \cdot x(2) \\ &\dots \\ y(k) &= u(k) \cdot x(0) + u(k-1) \cdot x(1) + u(k-2) \cdot x(2) + \dots + u(1) \cdot x(k-1) \end{aligned} \quad (7.21)$$

7.3. METODE IDENTIFIKACIJE KONTINUALNIH I DISKRETNIH LINEARNIH DETERMINISTIČKIH SISTEMA

Kontinualni sistemi

Posmatrajmo jedan kontinualni deterministički sistem sa jednim ulazom i jednim izlazom (slika 7.9).



Slika 7.9. Blok šema kontinualnog determinističkog sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom

Sliv kao sistem

Ako ne postoje nikakva apriorna znanja o dinamici procesa koji se odvijaju u sistemu, izuzev što se zna (ili pretpostavlja), da je sistem linearan, onda se ovakav sistem može izučavati, preko integrala konvolucije:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (7.22)$$

koji predstavlja neparametarski model sistema, gdje su:

$x(t)$ – ulaz,

$y(t)$ – izlaz,

$u(t)$ – impulsna funkcija odziva ili reakcija sistema na jedinični impulsni ulaz $\delta(t)$ (ili trenutni jedinični hidrogram – o jediničnom hidrogramu vidjeti detaljnije u poglavlju 9), i

τ – memorija sistema.

Impulsna funkcija ulaza $\delta(t)$, koja je poznatija pod imenom DIRAC-ova delta funkcija, ima slijedeće osobine /1/:

$$1. \delta(t) = 0, \text{ za svako } t \neq 0, \quad (7.23)$$

$$2. \delta(t) \rightarrow \infty, \text{ za } t = 0, \quad (7.24)$$

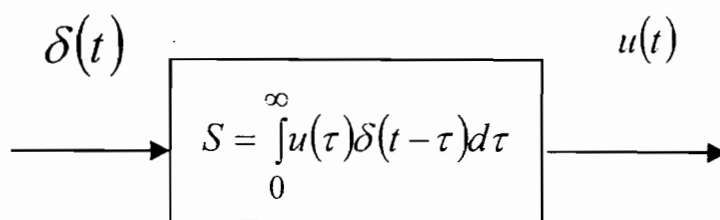
$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1. \quad (7.25)$$

Drugim riječima, ako uzmemo da je,

$$x(t) = \delta(t), \quad (7.26)$$

onda je izlaz sistema $y(t) = u(t)$ - slika 7.10.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = u(t). \quad (7.27)$$



Slika 7.10. Šematski prikaz odziva sistema (izlaza) na impulsnu funkciju ulaza

Ukoliko su početni uslovi u trenutku $t = 0$ takvi da je $x(t) = y(t) = u(t) = 0$, kao i za svako $t < 0$, što važi za sve fizički ostvarljive (neanticipativne) sisteme, onda se umjesto relacije (7.22) dobija:

$$y(t) = \int_0^{\infty} u(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (7.28)$$

Identifikacija transformacione funkcije $u(t)$, odnosno odziva sistema ili jediničnog hidrograma, svodi se na rješavanje integralne jednačine (7.28), što se relativno lahko može analitički sprovesti, bilo u domenu vremena, bilo u domenu frekvencija, ako su $y(t)$ i $x(t)$ dati kao jednostavne, strogo analitički definisane funkcije vremena. Kada su $y(t)$ i $x(t)$ predstavljene složenim analitičkim funkcijama, rješavanje jednačine (7.28) po $u(t)$ već predstavlja veoma složen problem, škopčan sa velikim teškoćama, naročito ako se analitičko rješenje integralne jednačine traži u domenu vremena.

Zbog toga se, po pravilu, ovaj problem rješava transformacijom promjenljivih, u domenu frekvencija primjenom Fourier-ovog ili Laplace-ovog integralnog operatora. Teoretska razmatranja i procedure za rješavanje navedenog problema, mogu se naći u dostupnoj literaturi.

Problem identifikacije kontinualnih lincarnih stacionarnih sistema predstavljenih neparametarskim modelom može se riješiti, ali samo za određenu klasu kontinualnih funkcija, i to onih koje se mogu analitički predstaviti u funkciji vremena. Činjenica je, međutim, da za mnoge ulazno-izlazne promjenljive (čak ako se mjere ili osmatraju kontinualno u vremenu), ne postoji analitička forma. S druge strane, mnoge ulazno-izlazne promjenljive, premda su po prirodi kontinualne, mjere se diskretno u vremenu. Ovi razlozi, kao i mogućnosti koje pružaju digitalni računari, uslovlili su da se problemi identifikacije najčešće rješavaju preko diskretnih modela.

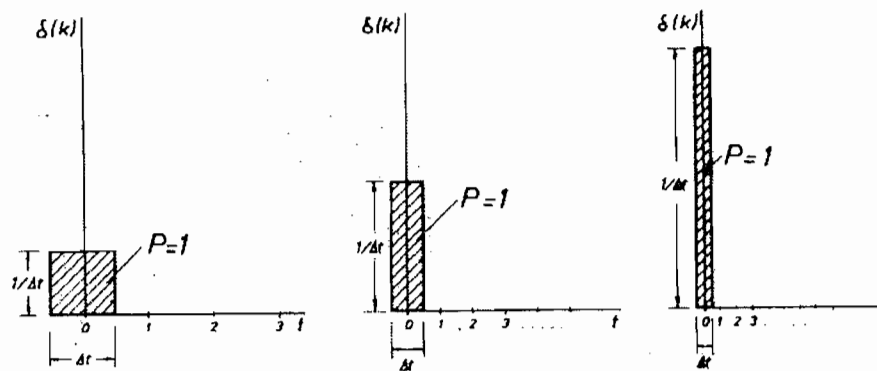
Linearni, diskretni deterministički sistemi

Neparametarski model jednog diskretnog, linearnog determinističkog sistema može se predstaviti zbirom konvolucije:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{\infty} u(i)x(k-i) \tag{7.29}$$

gdje veličine u diskretnom vremenu (k , $y(k)$ i $x(k)$), imaju značenja analogna onim koja su data uz izraz (7.22), a $u(k)$ predstavlja odziv sistema na jedinični ulaz $\delta(k)$, ili jedinični "odgovor" sistema (što predstavlja Δt -jedinični hidrogram, gdje je Δt interval diskretizacije).

Za razliku od impulsne funkcije ulaza $\delta(t)$, koja prema svojim osobinama predstavlja matematičku apstrakciju, jedinični ulaz $\delta(k)$, predstavlja pravougaonik, širine Δt (interval diskretizacije), čija je površina jednaka jedinici, iz čega proizilazi da je visina pravougaonika jednaka $(1/\Delta t)$ - slika 7.11.



Slika 7.11. Grafički prikaz promjene jediničnog ulaza - $\delta(k)$ u zavisnosti od perioda diskretizacije - Δt //

Pri tome se uvijek uzima da jedinični ulaz $\delta(k)$ djeluje na sistem u diskretnom trenutku $k = 0$ ili $(k-j) = 0$. Za stabilne procese, vrijednosti $u(i)$ moraju se dobiti u ograničenom broju tačaka, odnosno:

$$u(i) \cong 0, \text{ za } i \geq m, \tag{7.30}$$

gdje (m) predstavlja vremenski prag presjecanja.

Naime, po definiciji $u(\tau)$ u relaciji (7.28) ili $u(i)$ u relaciji (7.29) teže nuli kada $\tau \rightarrow \infty$, odnosno $i \rightarrow \infty$ što bi, kada je u pitanju numerički proračun $u(i)$ preko relacije (7.29.), bilo praktično neizvodljivo (pošto bi trebalo sračunati beskonačno mnogo vrijednosti $u(i)$, za $i = 0, 1, 2, \dots, m$). To je osnovni uzrok zbog kojeg se uvodi prag presjecanja (m), a posljedica je da se praktično može realizovati samo jedan aproksimativni neparametarski model, tipa:

$$y(k) = \sum_{i=0}^n u(i)x(k-i) \quad (7.31)$$

Prethodna definicija koja uslovljava aproksimativnost modela (7.31), sa inženjerske tačke gledišta ne mora se uvijek rigorozno shvatiti. Naime, relacije (7.28) i (7.29) predstavljaju opšte rješenje linearne diferencijalne jednačine beskonačnog reda (ali i bilo kojeg drugog), iz čega po definiciji slijedi da odgovarajući sistemi imaju beskonačnu memoriju ($\tau = \infty$, odnosno $i = \infty$). Međutim, većina fizičkih sistema ima konačnu memoriju ($i = m$), čime se eliminiše greška presijecanja, pa zbog toga model dat relacijom (7.31), ne mora uvijek biti aproksimativan.

Identifikacija "jediničnog odgovora" sistema $u(i)$, na osnovu poznatih funkcija $y(k)$ i $x(k)$, datih diskretno u vremenu (relacija 7.31), može se izvršiti odgovarajućim metodama, i u domenu vremena i u domenu frekvencija.

Jedan od postupaka za identifikaciju jediničnog odgovora sistema $u(i)$, u domenu vremena, odmah je očigledan ako se zbir konvolucije (7.31) razvija po $y(k)$, za $k = 0, 1, 2, 3, \dots$:

$$\begin{aligned} y(0) &= u(0) \cdot x(0) \\ y(1) &= u(0) \cdot x(1) + u(1) \cdot x(0) \\ y(2) &= u(0) \cdot x(2) + u(1) \cdot x(1) + u(2) \cdot x(0) \\ y(3) &= u(0) \cdot x(3) + u(1) \cdot x(2) + u(2) \cdot x(1) + u(3) \cdot x(0) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (7.32)$$

i tako dalje, sve do $y(l)$, gdje je $l \geq m$.

Sliv kao sistem

Odmah slijedi da se sistem jednačina (7.32) može iterativno riješiti po $u(i)$. Polazeći od prve iz sistema jednačina slijedi da je:

$$u(0) = y(0) / x(0) \quad (7.33)$$

Zamjenjujući vrijednost dobijenu za $y(0)$ iz (7.33) u drugu iz sistema jednačina (7.32), dobija se:

$$u(1) = [y(1) - y(0) \cdot x(1)] \cdot \frac{1}{x(0)} \quad (7.34)$$

Produžavajući ovaj iterativni proces, može se odrediti svih (m) vrijednosti jediničnog odgovora sistema $u(i)$ iz generalizovanog izraza:

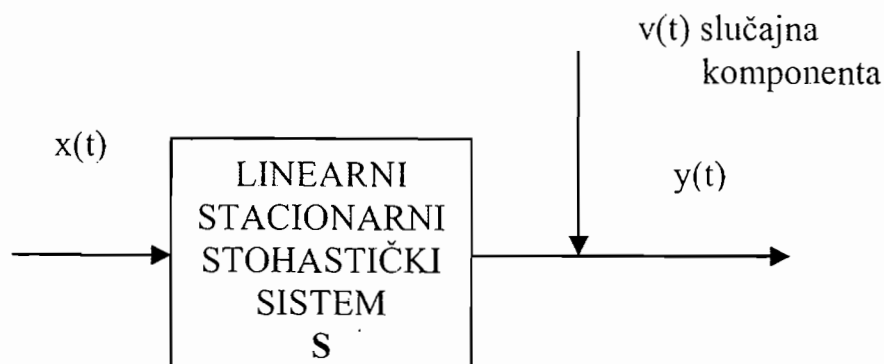
$$u(i) = \left[y(i) - \sum_{j=2}^i x(j)u(i-j) \right] \frac{1}{x(0)} \quad (7.35)$$

Pored opisane metode, postoji i niz drugih kao što je metoda bazirana na z -transformaciji (za rad u domenu vremena), odnosno primjena diskretnog Fourier-ovog ili Laplace-ovog operatora (za rad u domenu frekvencija). Detaljan opis ovih metoda prevazilazi potrebe ove knjige i može se naći u odgovarajućoj literaturi.

7.4. IDENTIFIKACIJA LINEARNIH STOHAISTIČKIH SISTEMA PREKO NEPARAMETARSKIH MODELA

Klasični neparametarski model jednog linearnog stacionarnog determinističkog sistema, integral konvolucije (7.28), može se tretirati kao stohastički model, uvođenjem slučajne komponente $v(t)$, (slika 7.12):

$$y(t) = \int_{-0}^{\infty} u(\tau)x(t-\tau)d\tau + v(t) \quad (7.36)$$



Slika 7.12. Linearni sistem sa dodatnom slučajnom komponentom

Problem identifikacije se očito ne može više riješiti determinističkim postupcima, ili bar ne na optimalan način, jer se više ne radi o određivanju $u(\tau)$, već o optimalnom ocjenjivanju impulsne funkcije odziva $u(\tau)$. Ovaj problem je riješio Wiener (1949), korištenjem Gauss-ovog estimatora i polazeći od pretpostavke da je stohastički proces u sistemu linearan i stacionaran. Rezultirajući neparametarski stohastički model je onda definisan kao:

$$R_{xy}(\tau_1) = \int_0^{\infty} u(\tau) R_{xx}(\tau_1 - \tau) d\tau \quad (7.37)$$

gdje je:

$R_{xy}(\tau_1)$ - krokovarijaciona funkcija promjenljivih ulaza $x(t)$ i izlaza $y(t)$,

$R_{xx}(\tau_1)$ - autokovarijaciona funkcija promjenljive ulaza $x(t)$,

τ_1 - vremenski pomak,

$u(\tau)$ - ocjena impulsne funkcije odziva,

τ - memorija sistema.

Relacija (7.37) poznatija je pod nazivom Wiener-Hopf-ova integralna jednačina i služi kao baza za optimalnu ocjenu impulsne funkcije odziva $u(\tau)$, kontinualnih sistema.

Principi identifikacije (ocjene), u suštini ostaju isti kao i ranije, bilo da se radi u domenu vremena, bilo u domenu frekvencija, i nema potrebe da se ponovo iznose. Jedino je važno naglasiti, da se kao polazne poznate funkcije koriste, ne ulaz $x(t)$ i

Sliv kao sistem

izlaz $y(t)$, već $R_{xy}(\tau_1)$ i $R_{xx}(\tau_1)$ koje, očito, prvo treba odrediti. Odgovarajući model diskretnog sistema proizilazi direktno iz (7.37):

$$R_{xy}(k_\tau) = \sum_{i=1}^m u(i)R_{xx}(k_\tau - i) \quad (7.38)$$

gdje značenje pojedinih simbola proizilazi iz prethodnih definicija. Principi ocjene jediničnog "odgovora" sistema $u(i)$ preko relacije (7.38), takođe se ne razlikuje od prethodno iznijetih.

Može se, međutim, pokazati da se ocjena $u(i)$, stohastičkih diskretnih linearnih sistema može izvršiti i bez korištenja relacije (7.38). Naime, ako se relaciji (7.31) doda slučajna komponenta $v(k)$, onda se dobija:

$$y(k) = \sum_{i=0}^m u(i)x(k-i) + v(k) \quad (7.39)$$

Dubljom analizom (7.31) i (7.39) uočava se da se (7.39) može napisati u matričnom obliku:

$$[Y] = [X] \cdot [U] + [V] \quad (7.40)$$

gdje je:

$[Y]$ - vektor formiran od izlaznih vrijednosti $y(k)$; $k = 1, 2, \dots, l$

$[U]$ - vektor formiran od nepozantih vrijednosti jediničnog "odgovora" sistema $u(i)$; $i = 1, 2, \dots, m$

$[X]$ - pravougaona matrica formirana od ulaznih vrijednosti $x(k-i)$; $(k-i) = 1, 2, \dots, (l-m+1)$

$[V]$ - vektor dodatnih slučajnih grešaka $v(k)$; $k = 1, 2, \dots, l$

Ako se na relaciji (7.40) primjeni Gauss-ov metod estimacije, dobija se /1/:

$$[\hat{U}] = \{[X]^T [X]\}^{-1} [X]^T [Y] \quad (7.41)$$

Iz iznijetog proizilazi da se za diskretne sistema "Winerovski" problem može riješiti i preko relacija (7.40) i (7.41), koje nesumnjivo imaju prednost nad Wienerovom relacijom (7.38). Ta prednost se ogleda u činjenici da se ocjena $u(i)$ preko (7.40) i (7.41) može izvršiti na osnovu poznatih ulazno-izlaznih promjenljivih $x(k)$ i $y(k)$, a ne preko odgovarajućih kroskovarijacionih-autokovarijacionih funkcija $R_{xy}(k\tau)$ i $R_{xx}(k\tau)$, izbjegavajući na taj način dodatne teškoće oko njihovog proračuna. Pri tome je važno uočiti da i jedan i drugi postupak sadrže u sebi Gauss-ov estimator, što znači da ocjena (identifikacija) $u(i)$ mora imati iste osobine, odnosno istu težinu, bilo da se ocjena vrši korištenjem (7.38.), bilo preko (7.40) i (7.41).

Izvjեսnu pažnju i dodatni komentar, svakako zasluđuje i slučajna komponenta $v(t)$, odnosno $v(k)$. Imajući u vidu poznate osobine stohastičkih sistema, može se reći da $v(t)$ u ovakvim modelima ima višestruki smisao:

1. Preko $v(t)$ u model se uvodi neizvjesnost koja se ogleda u činjenici da izlazne i/ili ulazne promjenljive sadrže u sebi slučajnu grešku,
2. Preko $v(t)$ se uvodi neizvjesnost koja se ogleda u činjenici da usvojeni model za analizu ne odražava tačno karakteristike realnog sistema, usljed čega se pojavljuje greška modela, koja može biti i sistematske, ali isto tako i slučajne prirode,
3. Najzad, preko $v(t)$ se uzimaju u obzir svi oni nepoznati i nemjerljivi uticaji na sistem, koji po svojoj prirodi imaju slučajan karakter.

Zavisno od prirode sistema i usvojenog modela, $v(t)$ se može interpretirati na različite načine, ali je svaka interpretacija vezana za pobrojane tipove neizvjesnosti.

7.5 LITERATURA

1. Anđelić, M., Bonacci, O., Đorđević, N., Hrelja, H., i drugi. *Maksimalno vjerovatne velike vode*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
2. Dooge, J., 1973. *Linear Theory of Hydrologic System*, Technical Bulletin, No. 1468, U.S. Dept. of Agriculture, Washington.
3. Đorđević, B., 1990. *Vodoprivredni sistemi*, Naučna knjiga i Građevinski fakultet Beograd, Beograd.
4. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
5. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.

6. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
7. Hrelja, H., 1996. *Vodoprivredni sistemi*, “Svjetlost”, Sarajevo.
8. Hrelja, H., 1997. *Optimizacija vodoprivrednih sistema-Zbirka riješenih problema*, “Svjetlost”, Sarajevo.
9. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
10. Jovanović, S., 1986. *Hydrologic Approaches in Urban Drainage System Modelling*, UDM '86., Dubrovnik, Pergamon Press, Oxford.
11. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
12. Loucks, D., Stedinger, J., Haith, D., 1981. *Water Resources Systems Planning and Analysis*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
13. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.

“Vi od mene zahtijevate da proreknem buduće događaje. Kad bih, na nesreću, poznao zakone tih pojava, mogao bih tom zahtjevu udovoljiti samo uz pomoć nerazmrzivih računa i morao bih na kraju odustati od toga da vam odgovorim; kako imam sreću da ih ne poznam, mogu da vam odgovorim odmah. Najčudnije je pri tome da će moj odgovor biti ispravan”

(Poincare)

8

PRIMJENA METODA MATEMATSKE STATISTIKE I TEORIJE VJEROVATNOĆE U HIDROLOGIJI

8.1. UVOD

Neizvjesnost je uvijek jedan elemenat u procesu vodoprivrednih, pa i većine drugih planiranja. Ona se javlja zato što vrijednosti niza faktora koji utiču na performanse vodoprivrednih sistema ne mogu biti poznate sa sigurnošću u trenutku kada se taj sistem planira i gradi. Uspjeh i performanse sistema zavise od budućih meteoroloških, demografskih, socijalnih, tehničkih i političkih uslova koji utiču i determinišu buduće troškove, dobiti, uticaje na okolinu i društvenu prihvatljivost.

Može se reći, na primarna pitanja vodoprivrede, odgovor je samo moguć iz sredenog saznanja o vodama, i uz uvid u moguće vjerovatne razvoje vodoprivrednih procesa. To je i osnovni razlog što su vjerovatnoća i statistika postale neizbježan aparat u rukama svih inženjera, pa među njima i inženjera koji se bave projektovanjem, izgradnjom i upravljanjem vodoprivrednim sistemima. One su prodrle u niz naučnih, stručnih i privrednih oblasti, svuda gdje se rasuđuje na sličan način: od sakupljanja podataka, preko njihovog sređivanja i utvrđivanja vjerovatnih zakonitosti, uz procjenu povjerenja u njih, dolazi se do saznanja o budućem razvoju procesa.

U vodoprivrednoj praksi, redovno se traže odgovori na niz pitanja kao što su: na koji proticaj treba dimenzionirati regulisano korito vodotoka, preliv na brani ili glavni kolektor kišne kanalizacije, itd., ili do koje kote treba podizati nasipe, dokle može da se podigne podzemna voda i slično. Slična pitanja nameću se i kod niza objekata koji nisu vodoprivredni, ali su u dodiru sa vodom. Tako se mogu postaviti slijedeća pitanja: koji se maksimalni vodostaj može očekivati kod mosta i koji proticaj treba da prođe ispod njega?, koliki proticaj treba da propusti propust ispod puta ili pruge, da li i koliko često se može očekivati plavljenje puta? Dokle može da se podigne nivo podzemne vode i kakav je tada njegov uticaj na temelje zgrade?

Vrijednosti svih ovih veličina zavise od budućih događaja čije vrijednosti se ne mogu odrediti prije nego što se događaj desio. Odgovori na postavljena pitanja i slična, presudni su za projektovanje vodoprivrednih i niza drugih objekata. Podaci sa kojima se raspolaže, metodi i kriterijumi koji se primjenjuju, manja ili veća pouzdanost, odnosno neizvjesnost, određuju kakvi će se uslovi nametnuti u projektovanju objekata.

Mnoge pojave i procesi u prirodi rezultiraju kao posljedica velikog broja faktora, čiji pojedinačni uticaji se ne mogu vrednovati, zbog čega se ne mogu ni predvidjeti veličina, odnosno vrijeme odigravanja neke pojave. Da bismo mogli sagledati mogućnosti i šanse za pojavljivanje neke veličine razmatranog hidrološkog procesa, služimo se metodama matematske statistike i teorije vjerovatnoće. Drugim riječima, svi faktori hidrološkog režima su rezultat slučajnih procesa koji se odigravaju u prirodi. U takvim okolnostima, primjena teorije vjerovatnoće i statistike za opisivanje ovih faktora se nameće kao neophodan, a čini se i jedini pravilan pristup.

Primjeri tih procesa su pojave kao što su padavine, isparavanje, oticaj, nivoi podzemne vode, transport nanosa, nivoi jezera, akumuliranje i topljenje snijega i leda, osobine kvaliteta vode, osobine poroznih sredina, geomorfološki oblici riječnih slivova itd.

8.1.1. Teorija vjerovatnoće

Teorija vjerovatnoće je grana matematike koja istražuje slučajne pojave /38/. Ona je dio šireg poglavlja matematike, teorije mjera. Teorija vjerovatnoće postaje sve važnija. Na teoriji vjerovatnoće zasniva se, između ostalog, i statistika, važno pomagalo u mnogim naukama, na primjer u fizici, astronomiji, meteorologiji, geodeziji, psihologiji, biologiji, medicini, tehničkim i ekonomskim naukama itd., ne govoreći o samoj statistici kao nauci. Teorija vjerovatnoće jedna je od najmlađih grana matematike. Dok za gotovo sve ostale grane matematike nalazimo početke

već u antičko doba, o teoriji vjerovatnoće nisu ni Grci ni ostali narodi, kojima zahvaljujemo tolike doprinose u matematici ništa znali. Osnivačima teorije vjerovatnoće smatraju se čuveni matematičari Pascal i Fermat. Za početak teorije vjerovatnoće uzima se obično godina 1654 /38/.

Kako je hidrologija u osnovi skup pojava koje se odnose na raspodjele u vremenu i prostoru slučajnih promjenljivih količina i kvaliteta vode, teorija vjerovatnoće je glavna grana matematike koja se može primijeniti na hidrološke pojave. Teorija vjerovatnoće je sinonimna sa računom vjerovatnoće, koja se bavi događajima u smislu da su vjerovatnoće novih i obično složenijih ili mješovitih slučajnih događaja, proračunate iz vjerovatnoća prostih ili elementarnih događaja.

Savremena teorija vjerovatnoće je bazirana na aksiomu da su vjerovatnoće elementarnih događaja poznate. Kako su one dobivene, obično nije stvar teorije vjerovatnoće. Vjerovatnoće elementarnih slučajnih događaja su izvedene bilo logičkim derivacijama, ili eksperimentalnim metodama, ili metodama osmatranja. U gore datim kratkim definicijama teorije vjerovatnoće, pojavljuju se njeni osnovni pojmovi *slučajna pojava*, *slučajni događaj*, *elementarni događaj* i drugi, o čemu će detaljno biti riječi u narednim poglavljima.

Hidrološke promjenljive koje opisuju hidrološke pojave kao što su padavine, isparavanje, oticanje, transport nanosa, su naprimjer za slučaj oticaja trenutni proticaj, dnevni i mjesečni proticaj rijeke, godišnji oticaj rijeke. Pri tome se trenutni proticaj u rijeci, intenzitet padavine, trenutni pronos nanosa, smatraju osnovnim hidrološkim promjenljivim, dok se izvedenim hidrološkim promjenljivim smatraju dnevne, mjesečne, sezonske, godišnje i slične vrijednosti, najviše vrijednosti, najniže vrijednosti.

Jedan od osnovnih ciljeva primjene teorije vjerovatnoće u hidrologiji je razvijanje i upotreba metoda i praktičnih postupaka za određivanje karakteristika izvedenih slučajnih promjenljivih. Pri tome su osnovne hidrološke promjenljive obično date kao kontinualne serije, uključujući vrijednosti jednake nuli, dok su izvedene promjenljive prvenstveno date u obliku diskretnih serija.

Može se reći da su se osnove teorije vjerovatnoće pojave razvile u vezi sa igrama na sreću u 17. vijeku. Kod igara na sreću podrazumijeva se neka akcija (okretanje ruleta, bacanje kocke, bacanje kovanog novca, izvlačenje karte i slično), čiji ishod se ne može sa sigurnošću predvidjeti. Međutim, jasno je da, iako je neizvjestan svaki pojedini eksperiment, postoji predvidljivo očekivanje u velikom broju ponovljenih opita. Na primjer, zna se da će u velikom broju ponovljenih bacanja dinara, polovina opita rezultirati u G (glava) a druga polovina u P (pismo). Upravo

ova predvidljivost ishoda u velikom broju ponovljenih opita, omogućava da se kockarnice, osiguravajući zavodi i slične ustanove upuštaju u ovakvu vrstu djelatnosti i da, naravno, zarađuju.

Pojava pisma ili grba je slučajna. Ne postoji u tom slučaju nikakva jednačina koja povezuje uzrok - bacanje novčića i posljedicu - pojavljivanje grba ili pisma. Međutim, kod velikog broja bacanja očekujemo da novčić približno podjednako pada tako da na njegovoj gornjoj strani bude i pismo i grb. Zato zaključujemo da je vjerovatnoća pojave pisma približno podjednaka vjerovatnoći pojave grba. Iz tog slijedi zaključak da pojam vjerovatnoće dolazi u obzir samo kod slučajnih događaja.

Ovaj klasični prilaz teoriji vjerovatnoće teško se može primijeniti na hidrološke promjenljive, čak i ako se čine pokušaji da se idealizuje prirodna hidrološka sredina, kao što je pojam savršene kocke, novčića ili špila karata. U hidrologiji, međutim, taj prilaz se može primijeniti samo na izuzetne slučajeve.

8.1.2. Matematska statistika

Dvije od niza definicija matematske statistike bile bi:

Matematska statistika je nauka koja se bavi proučavanjem zakona slučajnih događaja, na osnovu teorije vjerovatnoće matematskom obradom podataka mjerenja masovnih pojava /8/.

Matematska statistika je analiza statističkih podataka pomoću matematskih metoda, prevenstveno pomoću teorije vjerovatnoće /38/.

Obzirom da je prvobitno statistika bila nauka koja se bavila masovnim pojavama u ljudskom društvu, njeno ime odatle i potiče, kao neka vrsta nauke o državi (latinska riječ status - država).

Pošto se hidrološki podaci većinom daju kao ograničene količine podataka u obliku *uzoraka*, matematska statistika je glavna disciplina koja omogućava dobivanje potpune informacije iz podataka i izvođenje zaključaka o karakteristi-kama hidroloških *populacija* (o pojmovima *uzorak* i *populacija* vidjeti poglavlje 8.2.6). Osnovni ciljevi u upotrebi matematske statistike, odnosno statističkih metoda, su analize ishoda realnih ili zamišljenih eksperimenata ili osmatranja slučajnih pojava. Međutim, jedan od glavnih zadataka tih analiza je konstrukcija matematskog modela koji opisuje osobine slučajnih promjenljivih. Model omogućava predviđanja osobina budućih ishoda ponovljenih eksperimenata ili osmatranja.

Drugim riječima, svrha primjene matematske statistike na hidrološke promjenljive koje su opažene u prošlosti, je da se odrede vjerovatnoće sa kojima bi se ove promjenljive mogle javiti u budućnosti. Pri tome se, kao probabilistički model, koristi jedna od teorijskih funkcija raspodjela vjerovatnoće čiji se parametri ocjenjuju iz uzorka koji se dobija osmatranjem izučavane slučajne promjenljive.

Uobičajeno je da se nailazi na stavove, a čak i uvjerenja među hidrolozima, da se matematska statistika upotrebljava samo onda kada nije moguće tačno ili potpuno riješiti neki problem. Moguće je, međutim, pokazati da determinističko rješenje nije ništa drugo nego posebno rješenje opštih probabilističkih ili statističkih rješenja, od kojih je prvo često mnogo lakše nego drugo /43/.

Kada u praksi istražujemo statističke podatke, imamo rijetko priliku da obuhvatimo sve podatke koji se odnose na određenu populaciju. U pravilu, takva je populacija prevelika i nije lahko obuhvatiti sve njezine jedinice. Radi toga se često pri istraživanju statističkih zakonitosti moramo zadovoljiti posmatranjem samo dijela čitave populacije i moramo stvoriti zaključak na osnovu toga dijela. Odabiranje određenog broja jedinica iz jedne velike populacije naziva se uzorak.

Za pravilnu primjenu matematske statistike u analizi hidroloških slučajnih pojava, prethodno je potrebno razmotriti i pravilno shvatiti pojmove kao što su *slučajna pojava*, *slučajna promjenljiva*, *uzorak*, *populacija* i sl., o čemu će biti detaljnije govora u nastavku.

8.2. SLUČAJNE POJAVE I NJIHOVE RASPODJELE

Niz hidroloških pojava javlja se na površini zemlje kao što su to padavine, isparavanje, infiltracija, zadržavanje vode, akumuliranje snijega i leda i njihovo otapanje, površinski oticaj, transport nanosa i druge. Sve ove pojave opisuju se hidrološkim promjenljivim kao što su to naprimjer trenutni proticaj, dnevni i mjesečni proticaj, dnevne i mjesečne padavine i isparavanje, godišnji pronos nanosa, itd.

Ove, a i niz drugih promjenljivih u hidrologiji nazivaju se *slučajnim*, jer su pod kontrolom izuzetno velikog broja uzročnih faktora koji se kombinuju na razne načine svake godine da bi proizveli različite vrijednosti hidroloških promjenljivih iz godine u godinu. Drugim riječima, najčešće je nemoguće iscrpiti sve uzročne faktore koji su uključeni u realizaciju neke hidrološke slučajne pojave. Dakle, neophodno je razlikovati izraze *hidrološka pojava* i *hidrološka promjenljiva* koja opisuje te pojave. Nadalje, u nastavku ovog poglavlja kod razmatranja slučajnih promjenljivih, praviće se i razlika između *osnovne* i *izvedene slučajne hidrološke*

promjenljive. Trenutni proticaj u rijeci, intenzitet padavina, trenutni pronos nanosa, itd., su osnovne hidrološke promjenljive. Dnevne, mjesečne, sezonske, godišnje i slične vrijednosti, najviše vrijednosti, najniže vrijednosti i slično, jesu promjenljive izvedene iz osnovne promjenljive.

Jedan od osnovnih ciljeva savremene primjene metoda matematske statistike i teorije vjerovatnoće, je upravo razvijanje ili upotreba metoda i praktičnih postupaka za određivanje karakteristika izvedenih slučajnih promjenljivih iz karakteristika osnovnih slučajnih promjenljivih.

Obzirom da svaka nauka o slučajnim pojavama ima neke posebne karakteristike koje traže pravilnu primjenu teorema i formula teorije vjerovatnoće to se, kao prvo, u nastavku raspravlja o pojmovima *slučajnog događaja*, *vjerovatnoće* i *slučajne promjenljive*, te opštim definicijama raspodjele vjerovatnoće.

8.2.1. Slučajni događaji

U matematskoj statistici upotrebljavaju se stalno dva osnovna pojma: *vjerovatnoća* i *slučajni događaj (slučaj)*.

Slučajni događaj je svaki događaj koji ne mora bezuslovno nastupiti u određenom trenutku /38/. U pravilu se smatra slučajem događaj koji nastupa kao posljedica tolikih mnogih uzroka, da nismo u mogućnosti tačno izračunati kada i gdje će određeni događaj nastupiti.

Ovakvo shvaćanje slučaja smatra se subjektivističkim, jer se slučaj svodi na subjektivnu nemogućnost predviđanja jednog događaja. Prema novijim razmatranjima slučaja, smatra se da slučaj postoji objektivno, tj. neovisno o nama.

Kada promatramo fizikalne pojave uočavamo određene zakonitosti, koje nam omogućavaju predviđanja određenih događaja. Uopće u fizici i tehničari možemo izračunati uz koje će se uslove određene pojave odvijati. Kod slučajnog događaja te mogućnosti nemamo, ali smo ipak u stanju da slučajni događaj mjerimo. Mjerimo ga pomoću njegove vjerovatnoće. Vjerovatnoća je, dakle, u određenom smislu mjera slučaja. *Dakle, možemo reći, da je slučajni događaj onaj događaj, čije je pojavljivanje vezano uz određenu vjerovatnoću.*

Teorija vjerovatnoće se bavi događajima i promjenljivim kao slučajnih pojava.

Svako mjerenje slučajne promjenljive, bez obzira o dobivenoj vrijednosti promjenljive, naziva se osmatranje, realizacija ili ishod. Slučajni događaj je vrijednost promjenljive dobivene mjerenjem.

Dva ilustrativna primjera hidroloških slučajnih događaja su: kišni i beskišni dan (dan se smatra kišnim kada postoje padavine), kao dva diskretna slučajna događaja i nivo prirodnog jezera kao slučajna promjenljiva, koja teorijski ima beskonačan broj mogućih slučajnih događaja.

U hidrologiji je realizacija (ostvarenje) nekog slučajnog događaja obično izražena nekim brojem (naprimjer broj kišnih dana u određenoj godini). Te brojne vrijednosti koje može imati neka slučajna promjenljiva nazivaju se "vrijednosti slučajne promjenljive".

Uticaj svakog slučajnog faktora iz kombinacije uzročnih faktora na slučajnu promjenljivu, mijenja se od jednog do drugog osmatranja, tako da se vrijednost promjenljive pojedinog rezultata ne može jedinstveno predvidjeti. Iako izgleda da ne postoji pravilnost u realizacijama slučajne promjenljive, analize velikog broja osmatranja u suštini otkrivaju pravilnosti čije su karakteristike određene vjerovatnoćom. Skup karakterističnih slučajnih promjenljivih slučajne pojave predstavlja njen opis.

U prirodi, naime, vlada zakonitost. Svaka pojava, svaki događaj, dešava se na posve određeni način, svaki događaj nije ništa drugo nego posljedica uzroka. Međutim, postavlja se pitanje da li smo u mogućnosti svaku prirodnu pojavu opisati formulom, odnosno odrediti zakon po kome se ta pojava dešava? Odgovor na to pitanje je negativan, jer događaji koji se dešavaju, u pravilu su posljedica ne jednog uzroka, već niza uzroka. Ako tih uzroka ima previše, onda više nismo u mogućnosti da obuhvatimo sve te uzroke. Međutim, i bez obzira na to da li smo u mogućnosti obuhvatiti uzroke jedne pojave ili nismo, činjenica je da u prirodi postoje pojave koje ne moraju nužno uslijediti. To, naravno, ne znači da takva pojava nema svoje uzroke, ali ti su uzroci toliko zamršeni, da ih u pravilu nismo u mogućnosti ispitati. Maksimalni proticaj najveće godišnje velike vode je slučajna promjenljiva, slučajne pojave riječnog oticaja. Taj proticaj je pod kontrolom velikog broja uzročnih faktora koji se kombinuju na razne načine, svake godine tokom sezone velikih voda, da bi proizveli različite najveće proticaje iz godine u godinu.

Svi mogući slučajni događaji jedne osmatrane promjenljive mogu se reducirati na skup prostih ili elementarnih događaja. Kombinacije elementarnih događaja daju skupove, koji su – svi drugi događaji – obično nazvani složeni događaji. Svi

elementi i složeni događaji uzeti zajedno predstavljaju prostor uzorka, a svi njegovi skupovi su mogući slučajni događaji. Zbog toga, u svakom pojedinom prostoru uzorka mora se odrediti šta sadrži skup elementarnih događaja. Matematske operacije sa skupovima ovdje nisu izložene. Pretpostavljeno je da su poznate, bar u njihovim najjednostavnijim osobinama.

U cilju lakšeg razumijevanja materije koja će se razmatrati u nastavku, neophodno je, bez teoretskog dokazivanja, istaći neke od definicija u vezi sa događajima, pri čemu se oni mogu opisati jezikom skupova i gdje se riječi skup i događaj mogu zamijenjivati jedna drugom.

Elementarni događaj. U mnogim situacijama u kojima se može primijeniti teorija vjerovatnoće, sreće se pojam *izvođenje ponovljenih opita*, tj. ponavljanje nekog eksperimenta pod "istim uslovima". Prilikom ponavljanja opita u datim uslovima, ishod /realizacija varira od opita do opita; ovaj ishod se obično naziva *elementarnim događajem*, ω .

Skup svih elementarnih događaja, od kojih se prilikom izvođenja nekog ispitivanja jedan mora ostvariti, naziva se prostorom elementarnih događaja i označava se sa Ω ili sa $\Omega = \{\omega\}$, da bi se pokazalo da ga čine elementi ω .

Između događaja jednog prostora $\Omega = \{\omega\}$, postoje izvjesni odnosi koji su sadržani u nekoliko slijedećih najvažnijih definicija, koje predstavljaju elemente algebre skupova.

Ako je svaki elemenat ω skupa A (A dio prostora Ω ili podskup od Ω) istovremeno i elemenat skupa B , skup A se naziva podskupom skupa B , što se označava sa

$$A \subset B$$

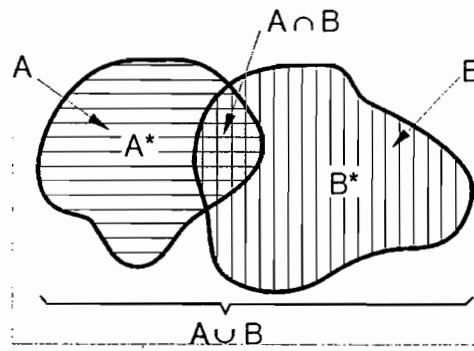
Ako skup A nema elemenata, naziva se prazan skup i označava sa

$$A = \emptyset$$

Unija skupova A i B je skup elemenata od kojih svaki pripada bilo skupu A bilo skupu B i označava se sa

$$A \cup B$$

Unija je ilustrovana na slici 8.1



Slika 8.1. Ilustracija unije i presjeka događaja A i B

Na slici 8.1 je vidljivo da dva događaja A i B (koji nisu isključivi događaji), imaju i set zajedničkih tačaka koji se naziva presjek skupova A i B , a označava se sa

$$A \cap B$$

Međusobno isključivi događaji su oni koji se ne mogu istovremeno ostvariti. Na primjer, proticaj u rijeci ne može biti manji od $3 \text{ m}^3/\text{s}$ i veći od $5 \text{ m}^3/\text{s}$ u isto vrijeme.

Imajući u vidu oznake date na slici 8.1 važe slijedeće relacije:

Pošto su $A \cap B$ i A^* međusobno isključivi događaji, može se pisati /4, 9, 29/:

$$P[A] = P[A \cap B] + P[A^*] \quad (8.1)$$

$$P[B] = P[A \cap B] + P[B^*] \quad (8.2)$$

i

$$P[A \cup B] = P[A^*] + P[B^*] + P[A \cap B] \quad (8.3)$$

Kombinirajući gornje jednakosti dobije se

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \quad (8.4)$$

Dva skupa (događaja) se međusobno isključuju ako nemaju ni jedan zajednički element. Takvi skupovi se nazivaju disjunktne skupovi. Njihov presjek je prazan skup, odnosno

$$A \cap B = \emptyset.$$

8.2.2. Vjerovatnoća

Objektivna definicija vjerovatnoće, koja je definicija jedino i prihvatljiva u hidrologiji, traži da svaki slučajni događaj ima jedan broj za vjerovatnoću koji mora biti između nule i jedinice, uključujući nulu i jedinicu (aksiom).

U hidrološkoj literaturi takođe se susreću izrazi kao što su razumna vjerovatnoća, razuman rizik, ili razumno očekivanje, ne specificirajući brojku između nule i jedinice kojom bi se definisala razumna vjerovatnoća, rizik ili očekivanje. Ovi pojmovi bez priključenih brojeva, obično znače različite stvari za različite pojedince. To nije prihvatljivo, jer predstavlja subjektivnu definiciju vjerovatnoće, koja je uglavnom odbačena u prirodnim naukama /43/.

Da bi se teorija vjerovatnoće primjenila na neku prirodnu nauku, kao što je hidrologija, treba biti bazirana na aksiomima koji se moraju zadovoljiti, bar približno. Tako postoje tri osnovna istorijska prilaza teoriji vjerovatnoće /43/: klasični (Laplasov), statistički prilaz i prilaz baziran na teorijama skupova i mjera.

Klasični prilaz teoriji vjerovatnoće

Klasični prilaz se zasniva na pojmu isto vjerovatnih ili jednako mogućih (vjerovatnih) elementarnih slučajnih događaja.

U smislu klasične definicije, vjerovatnoća jednog događaja je omjer broja za njega povoljnih slučajeva prema broju svih jednako mogućih slučajeva. Tako definiranu vjerovatnoću nazivamo vjerovatnoća a priori.

Klasičnu definiciju vjerovatnoće (vjerovatnoće apriori), dao je Laplas, 1812. godine. Ova definicija ima nekoliko značajnih nedostataka /9/:

- a. Klasična definicija vjerovatnoće služi se pojmom podjednako mogućih događaja, što znači događaja sa jednakom vjerovatnoćom realizacije. Iz toga je očigledno, ako ne znamo šta je to vjerovatnoća, da također ne znamo ni šta su podjednako vjerovatni događaji ili jednako mogući i obrnuto.
- b. Klasična definicija zahtijeva da skup događaja kako povoljnih i svih mogućih bude konačan. Prosti primjer slučajnog odabiranja položaja tačke na duži daje beskonačno mnogo mogućnosti, te klasična definicija gubi smisao.
- c. Klasična definicija zahtijeva poznavanje skupa povoljnih i svih mogućih događaja vezanih za određeni eksperiment, što se u praksi rijetko događa.

U matematičkom obliku, vjerovatnoću a priori možemo pisati ovako:

$$P(X) = \frac{m}{n} \quad (8.5)$$

gdje $P(X)$ znači vjerovatnoća događaja X , m broj povoljnih slučajeva za događaj X , a n broj svih jednako mogućih slučajeva.

Neka je događaj X pojavljivanje grba na gornjoj strani novčića pri jednom njegovom bacanju. Vjerovatnoća pojave tog događaja $P(x) = m/n = 1/2$, jer je moguć samo jedan za njega povoljan slučaj ($m=1$) od dva jednako moguća slučaja ($n=2$), a to su pojavljivanje grba ili pisma.

Vjerovatnoća a priori može se upotrijebiti samo kod konačnog broja mogućih događaja. Kao što je već rečeno, gornja definicija krije u sebi teškoću koju ne možemo ukloniti. To je pojam jednako mogućih slučajeva. Šta su to jednako mogućí slučajevi? To su slučajevi koji su jednako vjerovatni. Prema tome, definiramo vjerovatnoću pomoću vjerovatnoće. Međutim, osim ovoga prigovora postoji još jedan. Ako bismo, naime, dopustili teoretsku mogućnost jednako mogućih slučajeva, praktički stvar nailazi na mnogo veće poteškoće, ako uočimo da jednako mogućih slučajeva stvarno niti nema. Ako bacimo kocku, smijemo li tvrditi da su svi slučajevi jednako mogućí? To bi se moglo tvrditi kada bi kocka bila idealno geometrijsko tijelo, koje bi imalo šest zaista jednakih ploha. Međutim, takve kocke ne postoje, a ne postoje analogni uslovi niti za ostale igre na koje se oslanja zapravo prvobitna definicija vjerovatnoće.

Obzirom da je teško pronaći hidrološke promjenljive za koje se ovaj prilaz može sa punim značenjem primijeniti, on se u hidrologiji primjenjuje samo izuzetno.

Takva i slična razmišljanja, dovela su do toga da se našlo da klasična definicija pojma vjerovatnoće a priori nije uvijek upotrebljiva, pa se zbog toga pokušala naći podesnija definicija. Nastojalo se pojam vjerovatnoće definirati naknadno, tj. *a posteriori*, dakle na osnovu stečenog iskustva. Takva vjerovatnoća češće se naziva *statistička vjerovatnoća*.

Statistički prilaz teoriji vjerovatnoće

Ovaj prilaz je privlačan sa stanovišta fizičke stvarnosti, jer su u hidrologiji poznate samo učestalosti raznih događaja.

Vjerovatnoća *a posteriori*, odnosno *statistička vjerovatnoća*, jeste vjerovatnoća koja se dobiva posmatranjem određenih događaja. Do te vjerovatnoće dolazimo na osnovu ovih razmatranja.

Pretpostavimo jedan događaj koji smatramo povoljnim. Načinimo N pokusa, koji se svi vrše pod istim uslovom, pa neka u N pokusa nastupi neki povoljan događaj f puta. Onda se omjer

$$f_r(X) = \frac{f}{N} \quad (8.6)$$

tj. omjer slučajeva kad je nastupio povoljan događaj prema svim pokusima naziva *relativna frekvencija*.

Relativna frekvencija povoljnog događaja u nizu pokusa obavljenih uz iste uslove, teži, kada raste broj pokusa, prema granici koja je jednaka vjerovatnoći tog događaja. To pišemo ovako

$$P(X) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{f}{N} \quad (8.7)$$

Pretpostavljamo, dakle, da ovakva granična vrijednost postoji. Odakle to znamo? To znamo iz iskustva, to je iskustvena činjenica. Naime, ako načinimo mnogo pokusa, opazit ćemo, ako broj pokusa postaje sve veći, da se (f/N) stvarno približuje jednoj granici.

Takav jedan pokus izvršio je 1850. godine R. Wolf /38/. On je bacao dvije kocke, pri čemu je tražio vjerovatnoću da padne takva kombinacija u kojoj bi na gornjim stranama bila dva različita broja.

Prema definiciji *a priori* vjerovatnoće, ta vjerovatnoća iznosi

$$P(X) = 30/36 = 0,8333...$$

(Postoji 30 kombinacija da na gornjoj strani kocki budu različiti brojevi, jer od mogućih 36 kombinacija šest kombinacija su sa istim brojevima na gornjoj strani: 11; 22; 33; 44; 55; 66).

Wolf je načinio 100 pokusa i dobio relativnu frekvenciju 0,88

| | |
|---------------|----------|
| 1000 pokusa | 0,836 |
| 10000 pokusa | 0,8351 |
| 100000 pokusa | 0,835333 |

Ti pokusi su potvrdili očekivanu vrijednost, pri čemu ne treba ni očekivati da će vjerovatnoća biti tačno 0,833333..., jer ta vjerovatnoća vrijedi samo za idealne kocke, a kocke kojima je Wolf eksperimentisao nisu bile idealne.

Formulu $P(X) = f/N$, odnosno vjerovatnoću $P(X)$ (na osnovu definicije vjerovatnoće a priori), možemo shvatiti i kao relativnu frekvenciju, tako da sve postavke koje se izvode za vjerovatnoću a priori, važe i za relativne frekvencije, a samim tim i za vjerovatnoće a posteriori.

Izraz $P(X) = f/N$ je broj koji ne može biti manji od nule, niti veći od 1. Vrijedi dakle,

$$0 \leq P(X) \leq 1 \quad (8.8)$$

Slučaj da bude $P(X) = 0$ nastupa ako je $f = 0$ a slučaj da je $P(X) = 1$ nastupa ako je $f = N$.

Ako je jedan događaj nemoguć, onda je $f = 0$ pa prema tome i $P(X) = 0$. Prema tome je vjerovatnoća nemogućeg događaja jednaka nuli.

Iz činjenice da je $P(X) = 0$ još ne slijedi da je događaj i nemoguć. Ima događaja koji imaju vjerovatnoću nula, a da ipak nisu nemogući. Tako isto, ako za jedan događaj znamo da će se sigurno dogoditi, onda je njegova vjerovatnoća jednaka 1. Međutim, iz činjenice da je vjerovatnoća jednog događaja jednaka 1, još ne slijedi da je on siguran.

Treba, međutim, razlikovati praktično značenje vrijednosti 0 i 1 kod vjerovatnoće apriori i statističke vjerovatnoće. Ako je statistička vjerovatnoća jednaka nuli, to ipak ne mora da znači da se događaj ne može dogoditi, nego samo da se on u toku svih posmatranja nije dogodio. Isto tako ako je statistička vjerovatnoća jednaka 1, to ne znači da se događaj mora u svim ogledima uvijek realizovati.

Totalna vjerovatnoća. Ako povoljan događaj može nastupiti na više načina koji se međusobno isključuju (ne mogu nastupiti istovremeno) i gdje svaki način ima svoju vjerovatnoću, onda se može pokazati da je u tom slučaju vjerovatnoća takvog događaja jednaka zbiru vjerovatnoća za svaki pojedini događaj, i naziva se totalna vjerovatnoća.

To se može dokazati ovako /38/:

Neka postoji skup sa n elemenata. Među tim elementima imamo f_1 elemenata prve vrste, f_2 elemenata druge vrste itd. Događaj x_1 je događaj ako nastupi element prve vrste. Događaj x_1 ima vjerovatnoću

$$P(x_1) = f_1 / N \quad (8.9)$$

Analogno, događaj x_2 ima vjerovatnoću

$$P(x_2) = f_2 / N \quad (8.10)$$

Ako se sa x nazove događaj da nastupi ili x_1 ili x_2 , onda takav događaj ima vjerovatnoću

$$P(X) = \frac{f_1 + f_2}{N} = \frac{f_1}{N} + \frac{f_2}{N} = P(x_1) + P(x_2) \quad (8.11)$$

Složena vjerovatnoća. Vjerovatnoća da će nastupiti više događaja koji su međusobno nezavisni (uže shvaćeno - ishod jednog ne zavisi od ishoda drugoga), jednaka je proizvodu vjerovatnoća svakog pojedinog događaja.

$$P(x) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot \dots \cdot P(x_k) \quad (8.12)$$

Uslovna vjerovatnoća. U izvjesnim okolnostima, dva događaja su u vezi u tom smislu što ostvarenje jednog od njih, na primjer, događaja x_2 , povlači, odnosno uslovljava ostvarenje događaja x_1 . Kada se radi o ovakvim, složenim događajima, često je od interesa da se odredi vjerovatnoća da će nastupiti događaj x_1 , znajući da se slučajni događaj x_2 ostvario. Za označavanje ove vjerovatnoće, koristi se slijedeći simbol:

$$P(x_1 / x_2)$$

što se čita “vjerovatnoća događaja x_1 pod uslovom da se ostvario događaj x_2 ”. Ova vjerovatnoća se naziva uslovna vjerovatnoća događaja x_1 .

Pod uslovom da je $x_1 \cap x_2 \neq 0$, $P(x_1) \neq 0$, $P(x_2) \neq 0$ i $P(x_1 \cap x_2) \neq 0$ uslovna vjerovatnoća se određuje kao:

$$P(x_1 / x_2) = \frac{P(x_1 \cap x_2)}{P(x_2)}; \quad P(x_2 / x_1) = \frac{P(x_1 \cap x_2)}{P(x_1)} \quad (8.13)$$

Na osnovu relacije (8.13) dobije se vjerovatnoća proizvoda dva događaja x_1 i x_2 kao:

$$P(x_1 \cap x_2) = P(x_2)P(x_1 / x_2) = P(x_1)P(x_2 / x_1) \quad (8.14)$$

Dakle, vjerovatnoća da će se x_1 i x_2 desiti istovremeno (tj, da će se realizovati i događaj x_1 i događaj x_2), jednak je proizvodu vjerovatnoće jednog od tih događaja i uslovne vjerovatnoće drugog, pod uslovom da se prvi realizovao. Ovo se odnosi na događaje koji su međusobno zavisni. Međutim, ako su događaji uzajamno nezavisni, važi:

$$P(x_1 \cap x_2) = P(x_1)P(x_2) \quad (8.15)$$

Prilaz teoriji vjerovatnoće pomoću skupova i mjera

Prilaz vjerovatnoći preko skupova, sa vjerovatnoćom doznačenom svakom slučajnom događaju, je preovlađujući aksiomatski prilaz u nauci, i dobro zadovoljava matematsku logiku. On pretpostavlja poznate vjerovatnoće elementarnih događaja, što je rijedak slučaj u hidrologiji gdje se mogu dobiti samo relativne učestalosti sa raznim stepenima tačnosti.

8.2.3. Slučajne promjenljive

Kao što je poznato, pod veličinom se podrazumijeva sve ono što se može izmjeriti i izraziti brojem. Ako se jedna veličina u toku nekog procesa ne mijenja, naziva se konstantom. Veličine koje se u toku nekog procesa mijenjaju nazivamo *promjenljivim veličinama*. Ilustrativan primjer je promjena pritiska vode na određenu površinu sa promjenom dubine. Njene se promjene mogu tačno izračunati, samo ukoliko se poznaje kako se mijenja dubina vode.

Međutim, u hidrologiji postoji vrlo veliki broj promjenljivih veličina, čije se vrijednosti ne mogu sa sigurnošću predvidjeti. Takve promjenljive veličine nazivaju se slučajne veličine, ili *slučajne promjenljive*.

Dakle, slučajna promjenljiva je promjenljiva koja je zavisna o slučaju i koja je vezana uz funkciju vjerovatnoće. Prema tome slučajna promjenljiva može poprimiti razne vrijednosti, svaku vrijednost s određenom vjerovatnoćom, odnosno funkcijom vjerovatnoće.

Moguće je navesti niz primjera slučajnih promjenljivih u hidrologiji kao što su: proticaj jedne rijeke na nekom profilu (nemoguće ga je sa izvjesnošću predvidjeti ni u jednom trenutku vremena u budućnosti), visina padavina na određenoj teritoriji u toku nekog perioda itd.

U daljnjem izlaganju, slučajne promjenljive će biti označavane velikim slovima X , Y , Z , a njihove odgovarajuće vrijednosti malim x , y , z .

Za istraživanje osobina slučajnih promjenljivih, koje se odnose na raspodjele količine vode u vremenu i prostoru, na raspolaganju su četiri tipa podataka /43/:

Istorijski ili hidrološki podaci ili osmatranja procesa po vremenu sa dobivanjem tzv. kontinualne ili diskretne hidrološke vremenske serije,

Podaci terenskih osmatranja duž linije, ili mjerenja hidroloških pojava po površini ili u prostoru, kao što su određivanje dubine vodopropusnih slojeva sa podzemnom vodom, određivanje karakteristika nanosa duž riječnog korita i slična mjerenja, Laboratorijski ili terenski eksperimentalni podaci koji se odnose na hidrologiju a dobiveni su metodama sličnim kao pri dobivanju podataka pri hidrauličkim eksperimentima,

Simultana mjerenja dvije ili više slučajnih promjenljivih, sa ciljem da se utvrdi veza između tih promjenljivih, uglavnom za svrhe prenošenja statističkih informacija između promjenljivih.

Slučajne promjenljive mogu biti *prekidne (diskretne)* ili *neprekidne (kontinualne)*.

Većina hidroloških analiza uključuje kontinualne hidrološke promjenljive, koje su obrađivane bili kao kontinualne ili su na odgovarajući način učinjene diskretnim. Kontinualne hidrološke promjenljive su ili samo sa pozitivnim vrijednostima ili one imaju obje, pozitivne i negativne vrijednosti. Proticaji stalnih riječnih tokova, isticanje iz jezera, nivoi podzemne vode ili oticaj, sadržaj kiseonika u vodi, relativna vlažnost zraka, rastvorene materije u podzemnoj vodi itd. su kontinualne promjenljive.

Broj kišnih dana u nekom mjesecu je primjer diskretne slučajne promjenljive. Treba napomenuti da se najčešće kontinualne slučajne promjenljive zamjenjuju diskretnim, zbog toga što su u principu tehnike mjerenja nedovoljno savršene da

moгу mjeriti kontinualne vrijednosti (vodostaj se mjeri sa tačnošću 1 cm, visina kiše sa tačnošću 0,1 l/m², i sl.). Drugi razlog što se kontinualne veličine opisuju diskretnim je taj što se lakše radi sa diskretnim vrijednostima, pri čemu ne dolazi do gubljenja značajnih informacija o karakteru slučajne promjenljive.

8.2.4. Raspodjele slučajnih promjenljivih

Diskretna slučajna promjenljiva

Funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće. Ako promjenljiva X može uzimati jednu od vrijednosti x_1, x_2, \dots, x_n sa odgovarajućim vrijednostima vjerovatnoća p_1, p_2, \dots, p_n pri čemu je $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$, tada za X kažemo da predstavlja *diskretnu (prekidnu) slučajnu promjenljivu ili aleatornu promjenljivu ili stohastičku promjenljivu*, što se pregledno piše kao

$$X = \left\{ x_i, p_i, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\}$$

gdje se promjenljiva x_i naziva tekućom vrijednosti, a

$$p_i = P(x_i) = P[X = x_i] \quad (8.16)$$

zakon vjerovatnoće ili funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće, slučajne promjenljive X .

Teorija vjerovatnoće je bazirana na osnovnom aksiomu da svaki elementarni slučajni događaj x_i , ima kao mjeru vjerovatnoću p_i sa ovim osobinama:

1. $0 \leq p_i \leq 1$, ili p_i je pozitivan broj između nule i jedinice, uključujući i te dvije granice, i
2. $\sum p_i = 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, ili suma vjerovatnoća svih elementarnih događaja je uvijek jedinica.

Kumulativna (integralna) funkcija raspodjele vjerovatnoće. Vjerovatnoća kada se slučajna promjenljiva nalazi u intervalu $-\infty < X < x$ je funkcija od x

$$F(x) = P[-\infty < X \leq x] = P[X \leq x] \quad (8.17)$$

koju nazivamo integralnom funkcijom vjerovatnoće ili kumulativnom funkcijom raspodjele vjerovatnoće slučajne promjenljive.

Ova funkcija je monotono neopadajuća funkcija definisana za svako x iz intervala $(-\infty, +\infty)$.

Na osnovu prethodnog pravila

$$P[a \leq X < b] = F(b) - F(a) \geq 0, \quad a < b \quad (8.18)$$

jer vjerovatnoća ne može biti negativna odakle neposredno dobijamo

$$F(a) \leq F(b) \quad \text{za } a < b \quad (8.19)$$

Monotonija i ograničenost kumulativne funkcije raspodjele ($0 \leq F(x) \leq 1$), povlače egzistenciju graničnih vrijednosti:

$$F(-\infty) = P(X \leq -\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad (8.20)$$

jer je događaj $(X \leq -\infty)$ nemoguć i

$$F(+\infty) = P[X \leq +\infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1 \quad (8.21)$$

jer je događaj $(X < +\infty)$ siguran, zbog toga što se taj događaj sastoji u tome da slučajna promjenljiva pri realizaciji posmatranog eksperimenta, uzme proizvoljnu vrijednost.

Ako je kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće neprekidna u tački $x = a$, tada je vjerovatnoća da slučajna promjenljiva bude $X = a$, jednaka nuli

$$P[X = a] = 0 \quad (8.22)$$

jer je

$$\begin{aligned} P[X = a] &= \lim_{b \rightarrow a} P[a \leq X < b] = \\ &= \lim_{b \rightarrow a} [F(b) - F(a)] = F(a) - F(a) = 0 \end{aligned} \quad (8.23)$$

Posljedica:

$$P[a < X \leq b] = P[X = a] + P[a < X < b] = P[a < X < b] \quad (8.24)$$

Zato kod neprekidne funkcije $F(x)$ važe jednakosti:

$$P[a < X < b] = P[a \leq X < b] = P[a < X \leq b] = P[a \leq X \leq b] = F(b) - F(a) \quad (8.25)$$

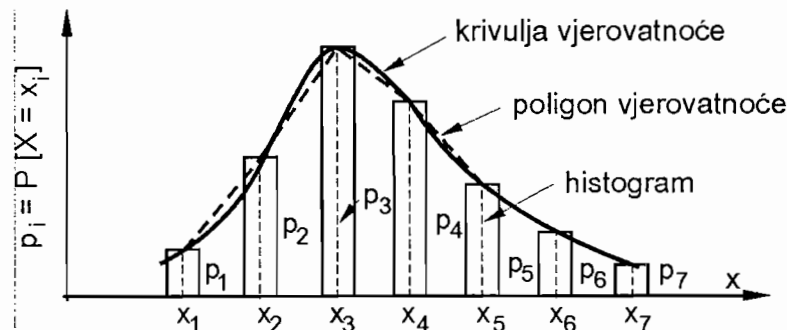
Za diskretnu slučajnu promjenljivu

$$X = \left\{ x_i, p_i, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\}$$

kumulativna funkcija raspodjele ima oblik

$$F(x) = P[X \leq x] = \sum_{x_i < x} p_i \quad (8.26)$$

Grafičko prikazivanje funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće. Grafički se zakon vjerovatnoće $p_i = P[X = x_i]$ može prikazati u obliku krivulje, poligona i histograma vjerovatnoće.



Slika 8.2. Grafičko prikazivanje funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće

Ako se u koordinatnom sistemu na apscisnoj osi nanese skup tekućih vrijednosti x_i , a na ordinatnoj osi vrijednosti p_i , dobijemo skup tačaka (x_i, p_i) .

Krivulja vjerovatnoće dobija se ako se tačke (x_i, p_i) spoje jednom krivom linijom, Poligon vjerovatnoće se dobija ako se tačke (x_i, p_i) spoje pravcima, Histogram vjerovatnoće se dobija ako crtamo pripadne pravougaonike visine p_i i osnovice jednake jediničnim intervalima u čijim se sredinama nalaze odgovarajuće tekuće vrijednosti x_i , tako da je zbir površina pravougaonika jednak jedinici.

PRIMJER 8.1.

Neka je na metalnom novčiću sa G označena pojava grba, a sa P pojavu pisma. Baca se jedan novčić. Ako se sa X označi broj pojavljivanja pisma, treba izračunati odgovarajuće vrijednosti vjerovatnoća u dva moguća slučaja.

Slučajna promjenljiva može zauzeti samo dvije diskretne vrijednosti, tj.

$$X = \{x_1 = 0, x_2 = 1\}$$

gdje 0 znači da se na gornjoj strani nije pojavilo pismo, a 1 da se na gornjoj strani pojavilo pismo. Imajući u vidu klasičnu (a priori) definiciju vjerovatnoće, $P(X) = m/n$, odgovarajuće vrijednosti vjerovatnoća su:

$$p_1 = P[X = x_1 = 0] = 1/2$$

$$p_2 = P[X = x_2 = 1] = 1/2$$

$$p_1 + p_2 = 1$$

Odgovarajući grafički prikaz funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće dat je na slici 1.

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(x) = P[X \leq x]$ slučajne promjenljive X .

$$F(x) = P[X \leq x] = P[-\infty < X \leq x] = \sum_{x_i \leq x} p_i$$

- za $x < 0$, $F(x) = P[X \leq x] = 0$, jer je događaj nemoguć

- za $x \leq 0$, $F(x) = P[X \leq 0] = p_1 = \frac{1}{2}$

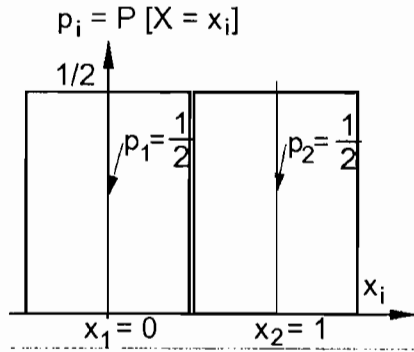
- za $0 \leq x < 1$, $F(x) = P[X \leq x] = p_1 = \frac{1}{2}$

- za $x \leq 1$,

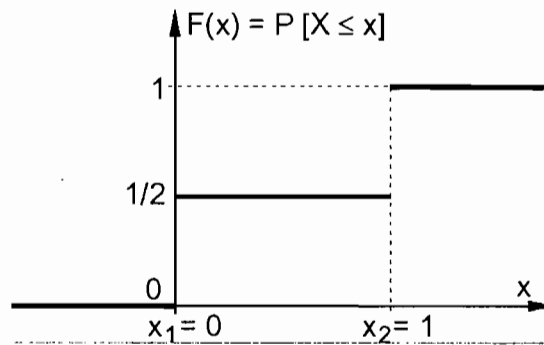
$$F(x) = P[X \leq 1] = P[X = 0] + P[X = 1] = p_1 + p_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

- za $x > 1$, $F(x) = P[X \leq +\infty] = \sum_{x_i \leq +\infty} p_i = p_1 + p_2 = 1$

Odgovarajući grafički prikaz kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće prikazan je na slici 2.



Slika 1. Grafički prikaz funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće



Slika 2. Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće

PRIMJER 8.2.

U periodu od 33 godine na kišomjernoj stanici Sarajevo registrovan je broj javljanja kiša kratkih trajanja – pljuskova (pod kišom kratkog trajanja smatrana je kiša trajanja od 10 do 60 minuta). Registrovani podaci dati su u donjoj tabeli. Definiirati vjerovatnoće slučajne promjenljive i odgovarajuće funkcije raspodjele vjerovatnoće.

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|---------------|
| Broj pljuskova u godini x_i | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | Ukupno godina |
| Broj godina f_i | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 6 | 3 | 6 | 1 | 3 | $N = 33$ |

Slučajna promjenljiva je u ovom slučaju poprimila 11 diskretnih vrijednosti (a posteriori određeno) i to:

$$X = \{x_1 = 4, x_2 = 5, \dots, x_{11} = 14 \text{ pljuskova u godini}\}$$

Imajući u vidu statističku definiciju vjerovatnoće $P(X) = f/N$, odgovarajuće vjerovatnoće računaju se kao:

$$p_i = P[X = x_i] = \frac{f_i}{N}; \quad p_1 = P[X = x_1 = 4] = \frac{2}{33}$$

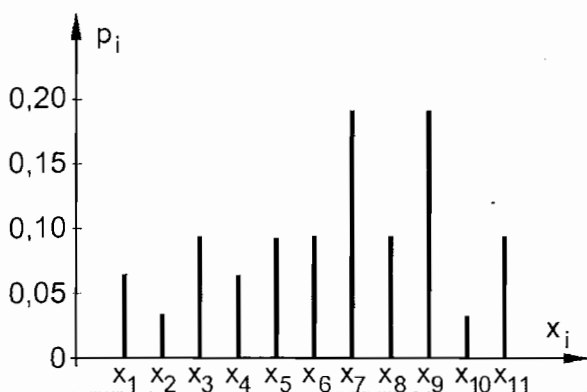
$$F(x_i) = P[X \leq x_i] = \sum_{j=1}^i p_j;$$

$$F(x_2) = P[X \leq x_2 = 5] = \sum_{j=1}^2 p_j = p_1 + p_2 = 0,061 + 0,030 = 0,091$$

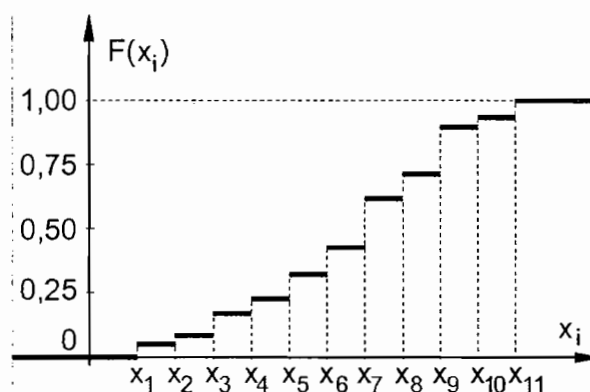
| x_i | p_i | $F(x_i)$ | x_i | p_i | $F(x_i)$ | x_i | p_i | $F(x_i)$ | x_i | p_i | $F(x_i)$ |
|-------|-------|----------|-------|-------|----------|-------|-------|----------|-------|-------|----------|
| 4 | 0.061 | 0.061 | 7 | 0.061 | 0.243 | 10 | 0.182 | 0.607 | 13 | 0.030 | 0.910 |
| 5 | 0.030 | 0.091 | 8 | 0.091 | 0.334 | 11 | 0.091 | 0.698 | 14 | 0.091 | 1.000 |
| 6 | 0.091 | 0.180 | 9 | 0.091 | 0.425 | 12 | 0.182 | 0.880 | | | |

Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće i kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće prikazani su na slikama 1 i 2.

Potrebno je napomenuti (što je razmatrano i u tački 8.2) da za ovaj primjer slijedi da je $P[X < x_1 = 4] = 0$ i $P[X > x_{11} = 14] = 0$ što ne znači da su ti događaji nemogući (naravno, može se pojaviti godina sa manje od 4 pljuska ili godina sa više od 14 pljuskova), samo se takvi događaji nisu pojavili u posmatranom eksperimentu (periodu osmatranja od $N = 33$ godine).



Slika 1. Grafički prikaz funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće



Slika 2. Grafički prikaz kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće

Gore sračunate vjerovatnoće se u inženjerskoj hidrološkoj praksi vrlo često izražavaju i u procentima (od 0 do 100%)

Kontinualna slučajna promjenljiva

Ako tekuća varijabla x , slučajne promjenljive X može uzimati ma koju vrijednost iz jednog intervala, tj. može da se neprekidno raspoređuje duž toga intervala, tada za X kažemo da je *neprekidna (kontinualna) slučajna promjenljiva*.

Diferencijalni zakon raspodjele. Neka se posmatra neprekidna slučajna promjenljiva X sa kumulativnom funkcijom raspodjele vjerovatnoće $F(x)$ za koju se predpostavlja da je neprekidna i diferencijabilna funkcija. Vjerovatnoća da slučajna promjenljiva veličina bude u intervalu (x do $x + \Delta x$)

$$P[x < X < x + \Delta x] = F(x + \Delta x) - F(x) \tag{8.27}$$

jednaka je priraštaju funkcije raspodjele u tome intervalu, a izraz

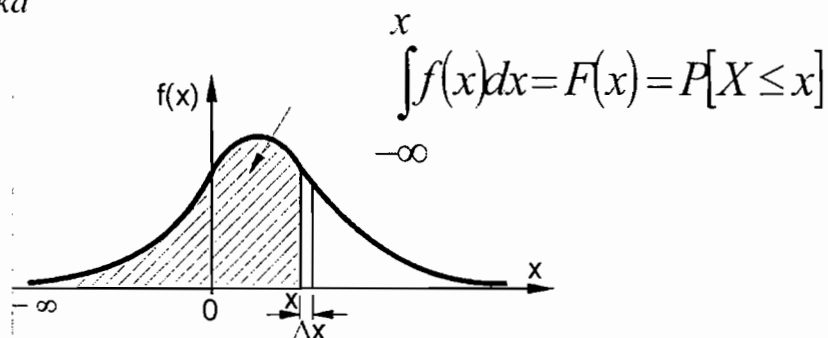
$$\frac{P[x < X < x + \Delta x]}{\Delta x} \tag{8.28}$$

zove se *gustina vjerovatnoće u oblasti Δx* .

Granična vrijednost

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x < X < x + \Delta x]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x) = f(x) \tag{8.29}$$

daje funkciju $F'(x) = f(x)$ koja se zove *funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće neprekidne slučajne promjenljive*.



Slika 8.3. Grafički prikaz funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće za neprekidnu slučajnu promjenljivu

Pošto je poznato da je funkcija $F(x)$ monotono neopadajuća, tj.

$$f(x) = F'(x) \geq 0 \quad (8.30)$$

onda funkcija vjerovatnoće $f(x)$ ne može biti negativna.

$$F(x) = P[X \leq x] = P[-\infty \leq x] = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (8.31)$$

$$F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad (8.32)$$

$$F(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = P(-\infty < X < +\infty) = 1 \quad (8.33)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (8.34)$$

Funkcija $y = F(x)$ ima dvije asimptote:

$$y = 0 \quad \text{za} \quad x \rightarrow -\infty \quad \text{i} \quad y = 1 \quad \text{za} \quad x \rightarrow +\infty \quad (8.35)$$

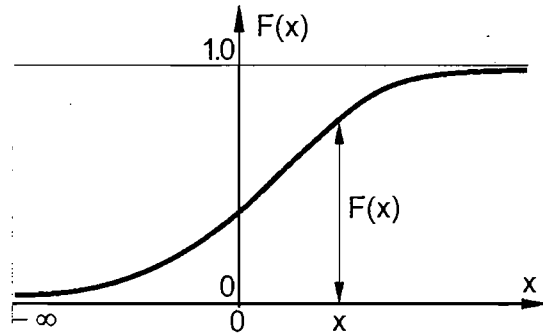
Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće ima i slijedeća svojstva:

$$(a) \text{ ako je } x_1 < x_2 \text{ biće } F(x_2) \geq F(x_1) \quad (8.36)$$

$$(b) P(x_1 < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (8.37)$$

Funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće je diferencijalna kriva kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće:

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^x f(x) dx = f(x) \quad (8.38)$$



Slika 8.4. Grafički prikaz kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće za neprekidnu slučajnu promjenljivu

PRIMJER 8.3.

Definirati funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće i kumulativnu funkciju raspodjele vjerovatnoće, za funkciju koja je svuda jednaka nuli osim u intervalu (a, b) gdje je konstanta, tj.

$$f(x) = c, \text{ u intervalu } (a, b)$$

$$f(x) = 0, \text{ za } x \leq a \text{ i } x \geq b$$

Da bi ova funkcija bila funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće, mora zadovoljiti slijedeći uslov (vidi jednačinu 8.34):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

odakle slijedi vrijednost konstante c

$$\int_a^b c dx = c(b-a) = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{b-a}$$

Kada imamo određenu vrijednost konstante c , zakon gustine raspodjele vjerovatnoće ima slijedeći oblik:

$$f(x) = 0, \quad x \leq a \text{ i } x \geq b$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b$$

čiji dijagram je dat na slici 1.

Kumulativna funkcija vjerovatnoće, definirati će se podjelom intervala $-\infty < x < +\infty$ u tri podintervala:

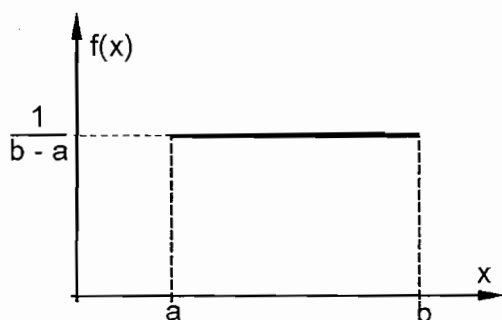
$$1. \ x \leq a, \ F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = 0$$

$$2. \ a < x < b, \ F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^x f(x) dx =$$

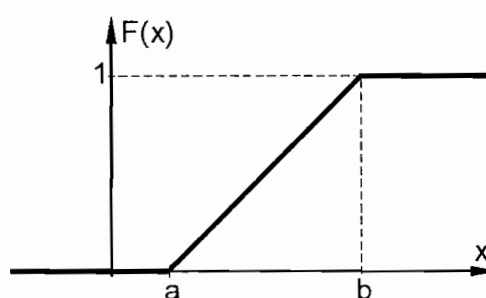
$$= 0 + \int_a^x \frac{dx}{b-a} = \frac{x-a}{b-a}$$

$$3. \ x \geq b, \ F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx +$$

$$+ \int_a^b f(x) dx + \int_b^x f(x) dx = 0 + \int_a^b \frac{dx}{b-a} + 0 = 1$$



Slika 1. Dijagram funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće



Slika 2. Dijagram kumulativne funkcije vjerovatnoće

Dakle, kumulativna funkcija vjerovatnoće ima oblik

$$F(x) = 0, \quad x \leq a$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}, \quad a < x < b$$

$$F(x) = 1, \quad x \geq b$$

čiji dijagram je dat na slici 2.

Višedimenzionalne slučajne promjenljive

Kada jedan događaj (opit, osmatranje) ima više obilježja, onda se on može opisati sa odgovarajućim brojem slučajnih promjenljivih.

Ako su istraživane (osmatrane) dvije promjenljive X i Y , koje se zajednički pojavljuju tako da postoji vjerovatnoća $P(X = x_i, Y = y_j) = p_{ij}$, slučaj je dvodimenzionalne slučajne promjenljive. Ako je uključeno više od dvije promjenljive, kao što su X_1, X_2, \dots, X_n , tako da postoji vjerovatnoća $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n)$, u pitanju je slučaj višedimenzionalne slučajne promjenljive.

Slučajevi dvodimenzionalne slučajne promjenljive su na primjer zajednička pojava promjenljive padavina na dvije stanice, promjenljive padavina i odgovarajuće promjenljive oticanja u riječnom slivu. To su takođe razne osobine iste pojave, kao što je zajednička pojava trajanja i ukupnih padavina olujnih kiša na datoj stanici za dato vrijeme godine i slično /43/.

Klasični slučajevi višedimenzionalne slučajne promjenljive u hidrologiji su: oticaj i mnoge odgovarajuće promjenljive padavina i riječnog sliva; otapanje snijega i odgovarajuće promjenljive akumuliranog snijega, klimatskih faktora, očekivanih padavina u toku sezone topljenja snijega i druge; kvalitet vode i odgovarajuće promjenljive oticanja, doticaj podzemne vode, karakteristike riječnog sliva i druge /43/.

Višedimenzionalne slučajne promjenljive i njihove odgovarajuće raspodjele (funkcija gustine i kumulativna funkcija vjerovatnoće), važne su za hidrologiju, jer su razne veze dvije ili više hidroloških promjenljivih prije stohastičke nego determinističke prirode. Upotreba analize višestruke korelacije i drugih analiza višedimenzionalne slučajne promjenljive (o čemu će biti detaljnije riječi u

narednim poglavljima) su savremene metode ustanovljavanja statističkih hidroloških veza.

Kao i kod jednodimenzionalne slučajne promjenljive, slučajevi dvodimenzionalne i višedimenzionalne slučajne promjenljive mogu biti sastavljeni samo od diskretnih vrijednosti ili samo od kontinualnih vrijednosti promjenljivih. U daljnjem izlaganju, razmatraće se dvodimenzionalna slučajna promjenljiva sa obilježjima X i Y .

Neka je diskretna slučajna promjenljiva $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ a slučajna promjenljiva $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, tada se funkcija zajedničke gustine raspodjele vjerovatnoće može napisati kao:

$$P[X = x_i, Y = y_j] = P[(X = x_i) \cap (Y = y_j)] = p_{ij} = f(x_i, y_j) \quad (8.39)$$

za $i = 1, 2, \dots, m$ i $j = 1, 2, \dots, n$.

Osnovni uslovi koje mora zadovoljiti funkcija $f(x_i, y_j)$ kao i za jednodimenzionalnu slučajnu promjenljivu su:

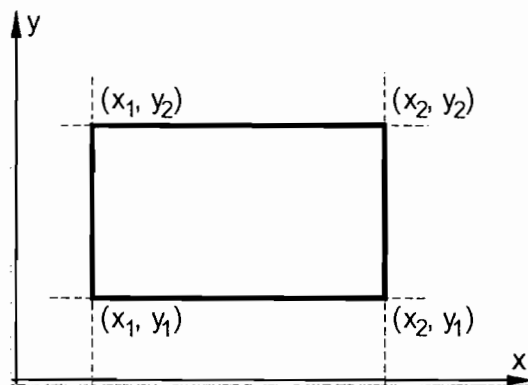
- $f(x_i, y_j) \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \text{ i } j = 1, 2, \dots, n$
- $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_i, y_j) = 1$

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće se definiše slično kao i za jednodimenzionalnu slučajnu promjenljivu, tj.

$$F(x_i, y_j) = P[X \leq x_i, Y \leq y_j] = \sum_{k=1}^i \sum_{l=1}^j p_{kl} \quad (8.40)$$

$F(x, y)$ je realna jednoznačna funkcija. Ona je funkcija raspodjele vjerovatnoće onda i samo onda kada je neopadajuća i neprekidna, bar sa lijeve strane u odnosu na oba argumenta x i y i kada pri $x_1 < x_2$ i $y_1 < y_2$ za svaki par (x_1, y_1) i (x_2, y_2) je ispunjen slijedeći uslov (vidi sliku 8.5) /19/:

$$F(x_2, y_2) - F(x_2, y_1) - F(x_1, y_2) + F(x_1, y_1) \geq 0 \quad (8.41)$$



Slika 8.5. Grafička ilustracija ispunjenja uslova (8.41) za dvodimenzionalnu slučajnu promjenljivu

Kada se radi o kontinualnoj ili neprekidnoj dvodimenzionalnoj slučajnoj promjenljivoj (X, Y) , to je ona nenegativna funkcija $f(x, y)$ za koju je

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \left[\int_{-\infty}^y f(x, y) dx \right] dy \quad (8.42)$$

kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće, a $f(x, y)$ funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće. Pri tome moraju biti zadovoljeni uslovi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1 \quad (8.43)$$

a za neprekidnost u tački (x, y)

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} = f(x, y) \quad (8.44)$$

i

$$f(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0} \frac{P[x < X < x + \Delta x, y < Y < y + \Delta y]}{\Delta x \Delta y} \quad (8.45)$$

Marginalna vjerovatnoća. Za razliku od jednodimenzionalne slučajne promjenljive, kod analize dvodimenzionalne slučajne promjenljive javlja se interes da se sagleda funkcija raspodjele samo jedne slučajne promjenljive, zanemarujući pri tome pitanje koje su se vrijednosti druge slučajne promjenljive pojavile pri tome. Takva vjerovatnoća se zove *marginalna vjerovatnoća*.

Funkcije marginalne raspodjele gustine vjerovatnoće za slučajnu promjenljivu X , $f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, definišu se kao:

$$\begin{aligned}
 f(x_i) &= P[X = x_i] = p_{i\bullet} = P(X = x_i, Y = y_1) + \\
 &\quad + P(X = x_i, Y = y_2) + \dots + P(X = x_i, Y = y_n) = \\
 &= p_{i,1} + p_{i,2} + \dots + p_{i,n} = \sum_{j=1}^n p_{i,j}
 \end{aligned}
 \tag{8.46}$$

Simbol označavanja $p_{i\bullet}$ znači da se traži vjerovatnoća za određenu vrijednost slučajne promjenljive X ($X = x_i$) i sve moguće realizacije druge slučajne promjenljive Y što se označava tačkom (\bullet).

Slično, funkcija $f(y_j)$ za $j = 1, 2, \dots, n$ se definiše kao:

$$\begin{aligned}
 f(y_j) &= P[Y = y_j] = p_{\bullet j} = P(X = x_1, Y = y_j) + \\
 &\quad + P(X = x_2, Y = y_j) + \dots + P(X = x_m, Y = y_j) = \\
 &= p_{1,j} + p_{2,j} + \dots + p_{m,j} = \sum_{i=1}^m p_{i,j}
 \end{aligned}
 \tag{8.47}$$

Jedan od vrlo čestih, ilustrativnih prikaza dvodimenzionalne slučajne promjenljive $f(x_i, y_j) = p_{i,j}$ je tzv. tabelarni prikaz (tabela 8.1).

Tabela 8.1. Tabelarni prikaz dvodimenzionalne slučajne promjenljive

| X \ Y | x_1 | x_2 | ... | x_i | ... | x_m | $p_{\bullet j}$ |
|----------------|----------------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|-----------------|
| y_1 | $p_{1,1}$ | $p_{2,1}$ | ... | $p_{i,1}$ | ... | $p_{m,1}$ | $p_{\bullet 1}$ |
| y_2 | $p_{1,2}$ | $p_{2,2}$ | ... | $p_{i,2}$ | ... | $p_{m,2}$ | $p_{\bullet 2}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| y_j | $p_{1,j}$ | $p_{2,j}$ | ... | $p_{i,j}$ | ... | $p_{m,j}$ | $p_{\bullet j}$ |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| y_n | $p_{1,n}$ | $p_{2,n}$ | ... | $p_{i,n}$ | ... | $p_{m,n}$ | $p_{\bullet n}$ |
| $p_{i\bullet}$ | $p_{1\bullet}$ | $p_{2\bullet}$ | ... | $p_{i\bullet}$ | ... | $p_{m\bullet}$ | 1 |

Uslovna vjerovatnoća. Kod analize dvodimenzionalne slučajne promjenljive, vrlo često se upotrebljava i koncept tzv. uslovne vjerovatnoće, o kojoj je već bilo riječi u tački 8.2. Primjenjujući izraz (8.13), vjerovatnoća pojave neke vrijednosti (ili

nekih vrijednosti) jedne slučajne promjenljive pod uslovom (ili dato) da se pojavi fiksna vrijednost druge slučajne promjenljive, može se definirati kao:

$$f(x_i / y_j) = \frac{f(x_i, y_j)}{f(y_j)} = \frac{p_{i,j}}{p_{\bullet,j}} = \frac{P[X = x_i, Y = y_j]}{P[Y = y_j]} \quad (8.48)$$

$$f(y_j / x_i) = \frac{f(x_i, y_j)}{f(x_i)} = \frac{p_{i,j}}{p_{i,\bullet}} = \frac{P[X = x_i, Y = y_j]}{P[X = x_i]} \quad (8.49)$$

PRIMJER 8.4.

Za dva akumulaciona bazena koja obezbjeđuju vodu za navodnjavanje jednom irigacionom sistemom, osmatranjem je prikupljen niz od stotinu podataka koji predstavljaju broj pojava stanja istovremene ispunjenosti akumulacija, tj. zapremina vode u razmatranim akumulacijama (tabela 1.).

Tabela 1.

| | w _j hm ³ | i=1 | i=2 | i=3 | i=4 | i=5 | i=6 | i=7 | P _{•j} | |
|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | v _i (hm ³) | | | | | | | | |
| | | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | | |
| j=1 | 1 | 0/100 | 1/100 | 1/100 | 3/100 | 2/100 | 0/100 | 1/100 | 8/100 | p _{•1} |
| j=2 | 3 | 1/100 | 2/100 | 3/100 | 5/100 | 3/100 | 2/100 | 2/100 | 18/100 | p _{•2} |
| j=3 | 5 | 2/100 | 4/100 | 9/100 | 12/100 | 8/100 | 5/100 | 2/100 | 42/100 | p _{•3} |
| j=4 | 7 | 1/100 | 3/100 | 5/100 | 6/100 | 4/100 | 2/100 | 1/100 | 22/100 | p _{•4} |
| j=5 | 9 | 1/100 | 1/100 | 2/100 | 3/100 | 2/100 | 1/100 | 0/100 | 10/100 | p _{•5} |
| p _{i•} | | 5/100 | 11/100 | 20/100 | 29/100 | 19/100 | 10/100 | 6/100 | 100/100 | |
| | | p _{1•} | p _{2•} | p _{3•} | p _{4•} | p _{5•} | p _{6•} | p _{7•} | | |

Odrediti:

1. Marginalne vjerovatnoće p_{i•} i p_{•j},

2. Uslovne vjerovatnoće

$P[w \geq 0 / v = 9] = ?$ i $P[v = 11 / w = 5] = ?$

Kao što je već rečeno u tekstu zadatka, brojevi u gornjoj tabeli predstavljaju broj pojava stanja istovremene ispunjenosti akumulacije, odnosno zapremina vode. To praktično znači da je na primjer za i = 4 i j = 3 od ukupno 100 osmatranja bilo 12

osmatranja kada je prva akumulacija (čija zapremina je označena sa v) imala zapreminu od $v = 7 \text{ hm}^3$, dok je istovremeno druga akumulacija (čija zapremina je označena sa w) imala zapreminu od $w = 5 \text{ hm}^3$. Obzirom da je osmotreno ukupno 100 istovremenih stanja, prema statističkoj definiciji vjerovatnoće, vjerovatnoće istovremene ispunjenosti akumulacija se definišu kao:

$$p_{i,j} = P[X = v_i, W = w_j]$$

što za $i = 4$ i $j = 3$, odnosno $v = 7 \text{ hm}^3$ i $w = 5 \text{ hm}^3$ znači

$$p_{4,3} = 12 / 100 = 0,12.$$

Na isti način definirane su sve vjerovatnoće unutar tabele 1.

Marginalna vjerovatnoća $p_{i\bullet}$ definiše se prema izrazu (8.46) kao:

$$\begin{aligned} p_{i\bullet} &= f(v_i) = P[V = v_i] = P(V = v_i, W = w_1) + \\ &\quad + P(V = v_i, W = w_2) + \dots + P(V = v_i, W = w_n) = \\ &= p_{i,1} + p_{i,2} + \dots + p_{i,n} = \sum_{j=1}^n p_{i,j} \end{aligned}$$

Tako je na primjer

$$\begin{aligned} p_{1\bullet} &= \sum_{j=1}^5 p_{1,j} = p_{1,1} + p_{1,2} + p_{1,3} + p_{1,4} + p_{1,5} = \\ &= 0 / 100 + 1 / 100 + 2 / 100 + 1 / 100 + 1 / 100 = 5 / 100 \end{aligned}$$

Znači vjerovatnoća da će zapremina prve akumulacije biti jednaka $v = 1 \text{ hm}^3$, bez obzira na stanje zapremine druge akumulacije ($w = 1 \text{ hm}^3$ ili $w = 3 \text{ hm}^3$, ..., ili $w = 9 \text{ hm}^3$) iznosi $5/100$, odnosno $0,05$.

Identičnim postupkom definiše se $p_{\bullet j}$, kao:

$$\begin{aligned}
 p_{\bullet j} &= f(w_j) = P[W = w_j] = P(V = v_1, W = w_j) + \\
 &+ P(V = v_2, W = w_j) + \dots + P(V = v_m, W = w_j) = \\
 &= p_{1,j} + p_{2,j} + \dots + p_{m,j} = \sum_{i=1}^m p_{i,j}
 \end{aligned}$$

Tako je na primjer

$$\begin{aligned}
 p_{\bullet 3} &= \sum_{i=1}^7 p_{i,3} = p_{1,3} + p_{2,3} + \dots + p_{7,3} = \\
 &= 2/100 + 4/100 + \dots + 2/100 = 42/100
 \end{aligned}$$

Uslovna vjerovatnoća $P[w \geq 0 / v = 9] = ?$

Prema izrazu (8.49) tražena vjerovatnoća iznosi:

$$\begin{aligned}
 P[w \geq 0 / v = 9] &= \frac{P[V = v_i, W = w_j]}{P[V = v_i]} = \frac{\sum_{i=5}^5 \sum_{j=1}^5 p_{i,j}}{p_{5\bullet}} = \\
 &= \frac{p_{5,1} + p_{5,2} + p_{5,3} + p_{5,4} + p_{5,5}}{p_{5\bullet}} = \frac{19/100}{19/100} = 1
 \end{aligned}$$

Do ovog odgovora moglo se doći i intuitivno. Zapravo, pitanje je glasilo: ako je poznato da je zapremina prve akumulacije $v = 9 \text{ hm}^3$, kolika je vjerovatnoća da se pojavila jedna od osmotrenih vrijednosti zapremina druge akumulacije. Vjerovatnoća je jednaka 1, jer se u osmotrenom uzorku za $v = 9 \text{ hm}^3$ mora pojaviti jedna od zapremina druge akumulacije ($w = 1 \text{ hm}^3$ ili $w = 3 \text{ hm}^3$ ili ... ili $w = 9 \text{ hm}^3$). Treba imati u vidu da iako je statistička vjerovatnoća ovog događaja jednaka 1, to ne znači da se ovaj događaj mora realizovati u budućim eksperimentima (osmatranjima) istovremenog stanja zapremina akumulacija, tj. da je to siguran događaj.

Uslovna vjerovatnoća $P[v = 11 / w = 5] = ?$

Prema izrazu (8.48) tražena vjerovatnoća glasi:

$$\begin{aligned}
 P[v = 11 / w = 5] &= \frac{P[V = v_i, W = w_j]}{P[W = w_j]} = \frac{\sum_{i=6}^6 \sum_{j=3}^3 p_{i,j}}{p_{\bullet 3}} = \\
 &= \frac{p_{6,3}}{p_{\bullet 3}} = \frac{5 / 100}{42 / 100} = 5 / 42
 \end{aligned}$$

Znači vjerovatnoća da je zapremina prve akumulacije $v = 11 \text{ hm}^3$, ako je poznato da je zapremina druge akumulacije $w = 5 \text{ hm}^3$ iznosi $5/42$.



Kada se radi o dvodimenzionalnoj kontinualnoj slučajnoj promjenljivoj (X, Y) , kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće za slučajnu promjenljivu X se definiše kao:

$$F(x, \infty) = P[X < x_j, Y < \infty] = \int_{-\infty}^{x_j} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \right] dx \quad (8.50)$$

a marginalna funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće kao:

$$\xi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \quad (8.51)$$

Analogno za slučajnu promjenljivu Y :

$$F(\infty, y) = P[X < \infty, Y < y_j] = \int_{-\infty}^{y_j} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx \right] dy \quad (8.52)$$

$$\eta(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx \quad (8.53)$$

Ilustrativan primjer dvodimenzionalne kontinualne slučajne promjenljive je brzina vjetra. Marginalna raspodjela vjerovatnoće, na primjer brzine vjetra, mogla bi se napraviti za svaki od pravaca vjetra.

8.2.5. Povratni period

U hidrološkoj praksi se umjesto vjerovatnoće

$$F(x) = P[X \leq x] \quad (8.54)$$

često koristi slijedeća vjerovatnoća

$$\Phi(x) = P[X \geq x] = 1 - P[X \leq x] = 1 - F(x).$$

Recipročna vrijednost od $\Phi(x)$, tj.

$$T(x) = \frac{1}{\Phi(x)} = \frac{1}{P[X \geq x]} \quad (8.55)$$

u hidrologiji se naziva *povratnim periodom*, a vjerovatnoća $\Phi(x)$ vjerovatnoćom prevazilaženja.

Treba imati u vidu da se, obzirom na jednačinu 8.22, može pisati

$$F(x) + \Phi(x) = 1.$$

Ako se X odnosi na neku promjenljivu vezanu za jednu godinu, što je čest slučaj u hidrologiji (naprimjer maksimalni ili srednji godišnji proticaji), onda se povratni period izražava u godinama

$$\frac{1}{\Phi(x)} = \frac{1}{1 - F(x)} = T(x) \quad [\text{godina}] \quad (8.56)$$

Tako na primjer, vjerovatnoći $\Phi(x) = 0,01$ odgovara povratni period

$$T(x) = \frac{1}{\Phi(x)} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ godina} \quad (8.57)$$

Obzirom da je $\Phi(x) = P[X \geq x]$, $T(x)$ se definiše kao prosječni interval vremena (u godinama) tokom kojeg će se jedanput javiti $X \geq x$. Kada se recimo radi o maksimalnim godišnjim proticajima, često se kaže, 100 – godišnja velika voda, pri čemu se podrazumijeva trenutni proticaj Q_{\max} koji se u prosjeku javlja jednom u 100 godina.

Generalno, termin povratni period, koji se u literature obično označava sa T , je vrijeme koje u prosjeku protekne između dva događaja koji su jednaki ili

prevazilaze određenu vrijednost. Drugačije rečeno, N -godišnji događaj, za koji se očekuje da će biti dostignut ili prevaziđen, u prosjeku svakih N -godina, ima povratni period T , od N godina.

To nadalje ne podrazumijeva da se N -godišnji događaj pojavljuje pravilno. Međutim, postoji vjerovatnoća njegovog javljanja u bilo kom određenom vremenu.

Ako vjerovatnoća $P[X \leq x]$ predstavlja vjerovatnoću da x neće biti dostignuto ili prevaziđeno u određenom periodu vremena, tada će $P[X \leq x]_n$ predstavljati vjerovatnoću da x neće biti dostignuto ili prevaziđeno u n takvih perioda.

Za jednu nezavisnu slučajnu promjenljivu i korištenjem definicije složene vjerovatnoće (jednačina 8.12), može se pisati:

$$P[X \leq x]_n = [P(X \leq x)]^n = [1 - P(X \geq x)]^n, \text{ odnosno}$$

$$P[X \geq x]_n = 1 - [1 - P(X \geq x)]^n$$

Kako je $T = \frac{1}{P[X \geq x]}$, slijedi

$$P[X \geq x]_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{T}\right]^n$$

Tako na primjer, vjerovatnoća da će se javiti $X \geq x_{20}$, u određenom 3-godišnjem periodu, gdje je x_{20} vrijednost maksimalnog godišnjeg proticaja povratnog perioda javljanja od $T = 20$ godina, iznosi:

$$P[X \geq x_{20}]_3 = 1 - \left(1 - \frac{1}{20}\right)^3 = 0,143 \text{ ili } 14,3\%$$

U tabeli 8.2 se daju vjerovatnoće javljanja (u %) nekog događaja x , različitih povratnih perioda javljanja T , u određenom periodu od n godina /25/.

Na primjer, iz tabele 8.2 se može uočiti da postoji vjerovatnoća od 1 % da će se događaj povratnog perioda javljanja od $T = 200$ godina javiti u slijedeće dvije

godine ($n = 2$) i vjerovatnoća od 8 % ($100 - 92$), da se on neće pojaviti u slijedećih 500 godina.

Tabela 8.2. Vjerovatnoće javljanja (%) nekog događaja x , različitih povratnih perioda javljanja T (godina), u određenom periodu od n godina

| Dužina perioda n (god.) | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | | | |
|---------------------------|--|------|------|------|------|------|-----|------|
| | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 | 200 | 500 | 1000 |
| 1 | 20 | 10 | 5 | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| 2 | 33 | 19 | 10 | 4 | 2 | 1 | 0,4 | 0,2 |
| 3 | 45 | 27 | 14 | 6 | 3 | 1,5 | 0,6 | 0,3 |
| 5 | 63 | 41 | 22 | 10 | 5 | 2,5 | 1 | 0,5 |
| 10 | 87 | 65 | 40 | 18 | 9 | 5 | 2 | 1 |
| 20 | 98 | 88 | 64 | 33 | 17 | 10 | 4 | 2 |
| 30 | 99,8 | 96 | 78 | 45 | 24 | 14 | 6 | 3 |
| 60 | | 99,8 | 95 | 70 | 43 | 26 | 11 | 6 |
| 100 | | | 99,4 | 87 | 60 | 39 | 18 | 9 |
| 200 | | | | 98,2 | 74 | 63 | 33 | 18 |
| 500 | | | | | 99,6 | 92 | 63 | 39 |
| 1000 | | | | | | 99,3 | 96 | 63 |

8.2.6. Populacija i uzorak

Populacijom ili osnovnim skupom se naziva skup čiji elementi, objekti ili pojave imaju izvjesne zajedničke karakteristike.

Svaki podskup iz populacije predstavlja *uzorak* iz te populacije. Kod slučajnog uzorka, svaki elemenat populacije ima jednaku i nezavisnu šansu da uđe u uzorak. Ili, drugačije rečeno, konačna količina podataka koja je prikupljena za slučajnu promjenljivu, bilo iz beskonačne ili iz konačne populacije, čini uzorak koji je izvučen iz dotične populacije.

Populacija može biti konačna ili beskonačna (prostorno i vremenski). Beskonačna populacija se definiše kao posjedovanje beskonačnog broja potencijalnih osmatranja (ishoda, eksperimenata, opita) i beskonačnog broja potencijalnih realizacija uzoraka bilo koje veličine. Bilo koje snimanje ili bilo koji pokušaj osmatranja, ne može iscrpiti sve vrijednosti ili sve realizacije beskonačne populacije.

Za velike konačne populacije, ekonomičnost pribavljanja informacija ne dopušta do kraja sprovodljiv prilaz za dobivanje podataka za cijelu konačnu populaciju, iako je to moguć posao /43/.

Hidrološke slučajne promjenljive, u većini slučajeva imaju beskonačne populacije, tako da nismo u mogućnosti da analiziramo čitavu populaciju već (skoro uvijek) samo njen uzorak. Pri tome, uzorak bi morao dobro reprezentovati populaciju, tj. morao bi biti reprezentativni uzorak. Da bi se kod statističkih izučavanja dobio reprezentativni, slučajni uzorak, do statističkih podataka se dolazi pomoću statističkih eksperimenata. Pri tome se vrši planiranje eksperimenata, kako bi se sa ograničenim brojem ispitivanja (tj. sa uzorkom optimalne veličine) mogli donijeti zaključci o osobinama populacije. Kako je već rečeno, slučajnim uzorkom nazivamo podskup koji se sastoji od elemenata sa jednakom vjerovatnoćom izbora. Ako neki elementi populacije (osnovnog skupa) imaju veću vjerovatnoću od drugih da budu izabrani, uzorak nije slučajan nego se naziva pristrasnim uzorkom.

Međutim, u hidrologiji planiranje eksperimenata ima nešto drugačiji smisao od onog u mnogim drugim naučnim disciplinama. U hidrologiji planiranje eksperimenata znači blagovremeno i dugotrajno osmatranje relevantnih hidroloških slučajnih promjenljivih (vodostaj, proticaj, padavine, snježni pokrivač, temperature vode i zraka, isparavanje itd.). Drugim riječima, uzorak je rezultat ponovljenih mjerenja ili osmatranja, a u nekim slučajevima i skup rezultata proračuna koji se provode u cilju simuliranja određenog procesa.

Prikupljanje, sistematizacija i prikaz ovih podataka, na bazi kojih se mogu izraditi pouzdane analize neophodne za donošenje zaključaka u pogledu vodnog režima često zahtijevaju decenije sistematičnog, strpljivog i marljivog rada, a takođe i znatna materijalna sredstva. Da bi naša zaključivanja bila što pouzdanija, nastoji se da se određena karakteristika populacije utvrdi na bazi što većeg uzorka, s tim da troškovi vezani za ovo utvrđivanje budu u granicama prihvatljivih – dakle radi se o optimizaciji.

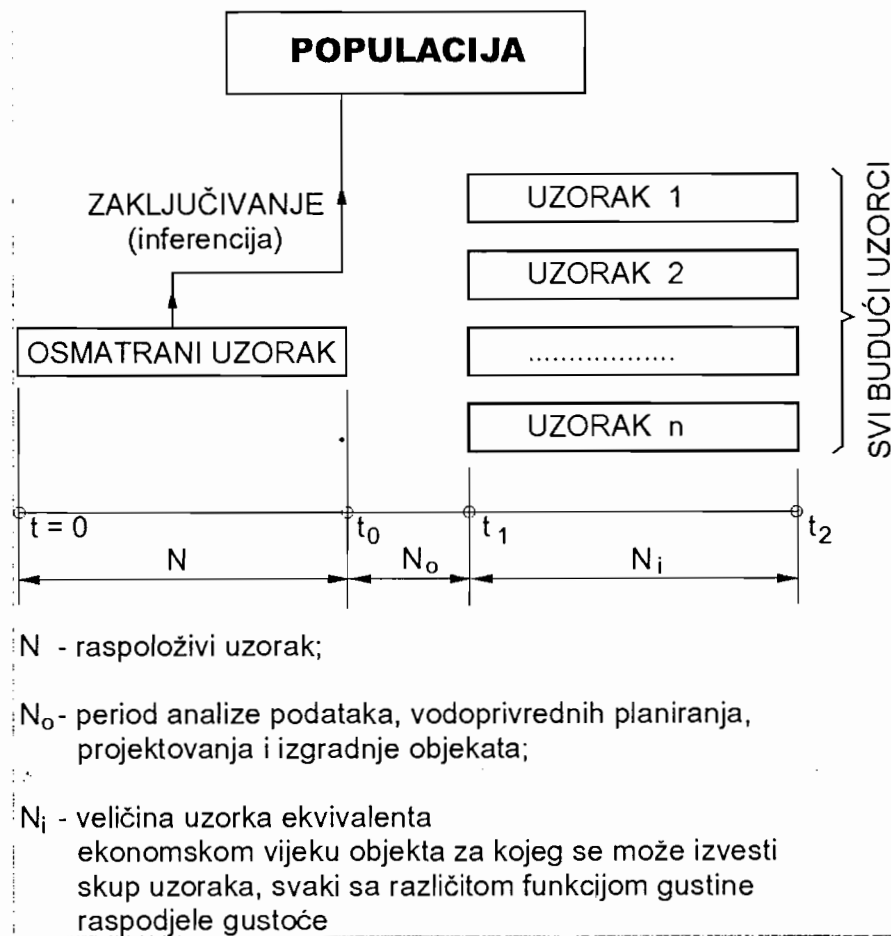
Osmatrane promjenljive su ili u obliku uzorka diskretnih vrijednosti ili u obliku kontinualnih registrovanja. Najčešće su to diskretne ili kontinualne serije osmatrane po vremenu (vremenske serije) ili duž neke linije.

Glavni problem u hidrologiji, kao i u ostalim prirodnim naukama, je premoštavanje između uzoraka i njihovih populacija. To je posredno most između uzorka sa kojim se raspolaze i svih budućih uzoraka koji se mogu pojaviti u slučaju vremenskih serija. Osnovni problem je u tome da karakteristike uzorka daju procjene za karakteristike populacije slučajne promjenljive (slika 8.6).

Naravno, jasno je da se u hidrologiji u najvećem broju slučajeva beskonačne populacije, kao što su na primjer godišnje padavine i godišnje oticanje, ne mogu osmatrati. Međutim, kada se radi o velikim konačnim populacijama, onda ekonomičnost pribavljanja informacija o razmatranoj promjenljivoj ne dopušta do kraja sprovodljiv prilaz za dobivanje podataka za cijelu konačnu populaciju, iako je to moguć zadatak. Na primjer, populacija svih slivova rijeka površine 10 km^2 pravilno definisanih i bez preklapanja površina u jednom području je konačna populacija. Ekonomski je neizvodljivo da se vrše mjerenja na svim tim slivovima /1/. Pošto se hidrološki podaci većinom daju kao ograničene količine podataka u obliku uzoraka, matematička statistika je glavna disciplina koja omogućava dobivanje potpune informacije iz podataka i izvođenje zaključaka o karakteru slučajne promjenljive.

Uzorak slučajne promjenljive se obično analizira na dva osnovna načina /43/:

- (i) razmatranje i istraživanje podataka uzorka vrše se bez ikakva obzira na osobine njihove populacije (deskriptivna statistika), i
- (ii) iz podataka koje sadrži uzorak izvode se zaključci o osobinama njihove populacije (tzv. inferencijalna statistika). Iako je korištenje deskriptivne statistike svakidašnja hidrološka praksa, daleko bolja analiza hidroloških statističkih podataka osniva se na primjeni inferencijalne statistike. Pretpostavljajući buduće očekivane hidrološke karakteristike u obliku procijenjenih osobina populacije, i dodjeljivanjem grešaka, koje su neizbježno udružene sa tim procjenama karakteristika, iz uzorka se može izvući prikladna hidrološka informacija za donošenje zaključaka.



Slika 8.6. Šematski prikaz problema statističkog zaključivanja vezanog na vremensku seriju u hidrologiji /43/

U statističkoj hidrologiji se praktično sve analize vrše na bazi *slučajnog uzorka*, odnosno *slučajnog – hronološkog niza* u kome su svi članovi međusobno nezavisni. Za takve hidrološke procese, (proces je svaki fenomen koji je podvrgnut neprekidnim promjenama, naročito u pogledu vremena) redosljed pojavljivanja vrijednosti u procesu je nepoznat, i mogućnost njegovog javljanja slijedi jedan određeni zakon vjerovatnoće u kome su promjenljive čisto slučajne veličine.

Ovakvi procesi se nazivaju probabilističkim, za razliku od stohastičkih procesa koji se razlikuju od probabilističkih po tome što njihovo ponašanje zavisi od vremena. *Drugim riječima, odgovarajući aparat matematske statistike se može primijeniti samo pod uslovom da su vrijednosti hidroloških veličina u izučavanom uzorku nezavisno raspoređene u vremenu /20, 43/.*

8.3 . NUMERIČKE KARAKTERISTIKE SLUČAJNE PROMJENLJIVE

U ranijim razmatranjima je zaključeno da je za pouzdano sagledavanje ponašanja nekog hidrološkog procesa neophodno prikupiti što više hidroloških podataka (mjerjenja padavina, osmatranja vodostaja, mjerjenja proticaja i sl.). Iz ovoga proizilazi da se hidrološke obrade i analize zasnivaju na velikom broju podataka, odnosno na velikim uzorcima slučajne hidrološke promjenljive. Pri tome, pod hidrološkom obradom i analizom, podrazumijevamo proceduru pomoću koje se iz velikog uzorka određuju neke tzv. *numeričke karakteristike slučajne promjenljive*, koje ukazuju na ponašanje uzorka. Upravo o tim numeričkim karakteristikama uzorka će biti govora u nastavku.

Grupisani i negrupisani hidrološki podaci. S obzirom na veličinu uzorka, te na način i tačnost mjerjenja hidroloških veličina, realno je očekivati da se u velikom uzorku više puta ponovi jedna te ista veličina. Na primjer, u 50 godina od po 365 dana osmatranja, vodostaji koji se očitavaju sa tačnošću 1 cm, čak i na vodotocima gdje oscilacije mogu biti i po 10 m, mora biti značajan broj ponavljanja. Na sličan način se ponašaju i drugi hidrološki procesi (broj kišnih dana u godini, temperature vazduha ili vode – pošto se očitavanje vrši na 0,1 °C, itd.). Kako je broj podataka veoma veliki, neophodno je da se prikupljene informacije obrade i na neki način klasificiraju i koncentrišu. Prethodno razmatranje ukazuje na to da se hidrološki podaci (rezultati osmatranja hidrološke slučajne promjenljive) mogu predstaviti u dva oblika: kao *negrupisani podaci* i kao *grupisani podaci*.

Kod negrupisanih podataka, oni su predstavljeni jednim skupom ili nizom osmotrenih vrijednosti slučajne promjenljive ($x_i, i = 1, 2, \dots, N$). Na primjer, to mogu biti vrijednosti dnevnih vodostaja na nekoj vodomjernoj stanici za period od godinu dana ($N = 365$ dana).

$$X = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots, N.$$

Kod grupisanih podataka, oni se predstavljaju jednim skupom podataka sa dva obilježja i to vrijednošću slučajne promjenljive i ukupnim brojem ponavljanja, te vrijednosti slučajne promjenljive u razmatranom uzorku, kao:

$$Y = \{y_i, f_i\}, i = 1, 2, \dots, n.$$

Broj ponavljanja promjenljive naziva se apsolutna učestalost ili apsolutna frekvencija i obično se označava sa f .

Frekvencija se češće izražava u formi tzv. relativne frekvencije f_r , koja se računa kao odnos apsolutne frekvencije f i broja elemenata u uzorku N

$$f_r = \frac{f}{N} \quad (8.58)$$

Naravno, kod negrupisanih podataka vrijednost apsolutne frekvencije iznosi $f_i = 1$, a relativne $f_r = 1/N$.

PRIMJER 8.5.

Registrovane podatke o broju pojavljivanja pljuskova na kišomjernoj stanici Sarajevo iz primjera 8.2, predstaviti u dva oblika: kao negrupisane i kao grupisane podatke.

Negrupisani podaci

| Godina | Broj pojav. | Godina | Broj pojav. | Godina | Broj pojav. | Godina | Broj pojav. | Godina | Broj pojav. |
|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|
| 1950 | 4 | 1957 | 14 | 1964 | 12 | 1971 | 5 | 1978 | 13 |
| 1951 | 12 | 1958 | 10 | 1965 | 8 | 1972 | 14 | 1979 | 10 |
| 1952 | 9 | 1959 | 12 | 1966 | 6 | 1973 | 8 | 1980 | 7 |
| 1953 | 9 | 1960 | 10 | 1967 | 8 | 1974 | 11 | 1981 | 12 |
| 1954 | 4 | 1961 | 10 | 1968 | 10 | 1975 | 10 | 1982 | 9 |
| 1955 | 12 | 1962 | 11 | 1969 | 11 | 1976 | 7 | | |
| 1956 | 6 | 1963 | 14 | 1970 | 6 | 1977 | 12 | | |

Grupisani podaci

| Broj pljuskova u godini | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | Σ |
|-------------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----------|
| godina | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 6 | 3 | 6 | 1 | 3 | 33 |

8.3.1. Srednje vrijednosti

Težnja okupljanja slučajne promjenljive, oko neke centrično locirane vrijednosti slučajne promjenljive, predstavlja redovnu pojavu kod funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće. Te centrično locirane vrijednosti nazivaju se deskriptorima koji daju

mjere centralne tendencije ili srednjim vrijednostima. To su: *aritmetička sredina* (ili jednostavno srednja vrijednost), *geometrijska sredina*, *harmonijska sredina*, *medijana*, *mod* (modus) i drugi. Od svih srednjih vrijednosti *aritmetička sredina* ili kako se vrlo često naziva *očekivana vrijednost* je najčešće upotrebljavani deskriptor centralne tendencije, iz kog razloga će mu se posvetiti nešto veća pažnja.

Očekivana vrijednost (srednja vrijednost)

Upotreba očekivane vrijednosti ili srednje vrijednosti kao načina predstavljanja niza vrijednosti slučajne promjenljive X jednim jedinim brojem, može se smatrati jednim od najstarijih pronalazaka statistike.

Ako je zadana diskretna slučajna promjenljiva

$$X = \left\{ x_i, p_i, \sum_i p_i = 1 \right\}$$

onda zbir proizvoda mogućih vrijednosti tekuće varijable (x_i) i odgovarajućih vjerovatnoća (p_i) definiše srednju vrijednost

$$\bar{\mu} = E(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (8.59)$$

koja se naziva *srednja vrijednost* ili *matematičko očekivanje* ili *očekivana vrijednost* slučajne promjenljive (X).

Obzirom na već izrečenu konstataciju da hidrološke slučajne promjenljive u većini slučajeva imaju beskonačne populacije (osnovne skupove), potrebno je uvesti, odnosno razlikovati posebne oznake karakterističnih veličina populacije i uzorka, iako se svi izrazi, o kojima će biti detaljnije riječi u nastavku, određuju na identičan način, bilo za populaciju bilo za uzorak. Dakle zbog toga, ukoliko se radi o određivanju srednje vrijednosti ograničene populacije, onda nju obično označavamo sa \bar{x} .

Ako u (8.59) zamijenimo statistički oblik vjerovatnoće

$$p_i = \frac{f_i}{N} \text{ gdje je } N = \sum_{i=1}^n f_i$$

Dobija se oblik za očekivanu vrijednost

$$\bar{\mu} = E(X) = \sum_{i=1}^n \frac{f_i}{N} x_i = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} \quad (8.60)$$

Koja se naziva *ponderisanom (složenom, vaganom, mjerenom) srednjom vrijednošću* za grupisane podatke slučajne promjenljive.

Kod negrupisanih podataka slučajne promjenljive apsolutne frekvencije jednake su

jedinici $\left(f_i = 1, N = \sum_{i=1}^n f_i = n \right)$ te formula (8.60) za očekivanu vrijednost dobija

oblik

$$\bar{\mu} = E(X) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} \quad (8.61)$$

PRIMJER 8.6.

- Odrediti srednju vrijednost broja pojavljivanja pljuskova u jednoj godini na kišomjernoj stanici Sarajevo (primjer 8.2).
- Odrediti srednje vrijednosti zapremina akumulacija \bar{v} i \bar{w} (primjer 8.4)

ad a. Prema formuli (8.59):

$$\begin{aligned} \bar{x} = E(X) &= \sum_{i=1}^n p_i x_i = \sum_{i=1}^{11} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_{11} x_{11} = \\ &= 0,061 \cdot 4 + 0,030 \cdot 5 + \dots + 0,091 \cdot 14 = 9,58 \end{aligned}$$

Prema formuli (8.60)

$$\begin{aligned}\bar{x} = E(X) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i f_i = \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{11} x_i f_i = \frac{1}{33} (x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_{11} f_{11}) = \\ &= \frac{1}{33} (4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + \dots + 14 \cdot 3) = 9,58\end{aligned}$$

Prema formuli (8.61) za negrupisane podatke date u primjeru 8.5.

$$\bar{x} = E(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{33} \sum_{i=1}^{33} x_i = \frac{1}{33} (4 + 12 + \dots + 19) = 9,58$$

Znači, praktičan odgovor na pitanje koliko prosječno pljuskova u jednoj godini se javlja na kišomjernoj stanici Sarajevo, glasi: na kišomjernoj stanici Sarajevo u prosjeku, svake godine javlja se približno 10 pljuskova (kiša trajanja od 10 do 60 minuta), većih od neke vrijednosti.

ad b. Prema formuli (8.59)

$$\begin{aligned}\bar{v} = E(V) &= \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^5 p_{ij} v_i + \sum_{i=2}^2 \sum_{j=1}^5 p_{ij} v_i + \dots + \sum_{i=7}^7 \sum_{j=1}^5 p_{ij} v_i = \sum_{i=1}^7 p_{i \bullet} v_i = \\ &= \frac{5}{100} 1 + \frac{11}{100} 3 + \dots + \frac{6}{100} 13 = 7,07 \text{ hm}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{w} = E(W) &= \sum_{j=1}^1 \sum_{i=1}^7 p_{ij} w_j + \sum_{j=2}^2 \sum_{i=1}^7 p_{ij} w_j + \dots + \sum_{j=5}^5 \sum_{i=1}^7 p_{ij} w_j = \sum_{j=1}^5 p_{\bullet j} w_j = \\ &= \frac{8}{100} 1 + \frac{18}{100} 3 + \dots + \frac{10}{100} 9 = 5,66 \text{ hm}^3\end{aligned}$$



Ako je zadana neprekidna slučajna promjenljiva

$$X = \left\{ x, dp = f(x) dx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \right\} \quad (8.62)$$

onda se očekivana (srednja) vrijednost definiše nesvojstvenim integralom

$$\bar{\mu} = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (8.63)$$

koji će sigurno postojati ako je X ograničeno. Formula (8.63) se dobije iz izraza (8.59) kada se tekuća promjenljiva (x_i) zamijeni neprekidnom varijablom (x), odgovarajuća vjerovatnoća (p_i) sa diferencijalom vjerovatnoće $dp = f(x)dx$ i suma integralom.

PRIMJER 8.7.

Odrediti srednju vrijednost za funkciju iz primjera 8.3, sa funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće

$$f(x) = 0, \quad \text{za } x \leq a \quad \text{i} \quad x \geq b$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad \text{za } a < x < b$$

Na osnovu formule (8.63)

$$\bar{\mu} = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b x dx = \frac{a+b}{2}$$



Neka često korištena svojstva očekivane (srednje) vrijednosti /8, 19/:

$$1. \quad x_I < \mu < x_N \quad (8.64)$$

$$2. \quad \mu_a = E(a) = a, \text{ gdje je } (a) \text{ konstanta} \quad (8.65)$$

$$3. \quad E(aX) = a E(X), \text{ gdje je } (a) \text{ konstanta} \quad (8.66)$$

$$4. \quad E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y) \text{ ili } \mu_{x \pm y} = \mu_x + \mu_y \quad (8.67)$$

$$5. \quad E(XY) = E(X)E(Y) \text{ ili } \mu_{xy} = \mu_x \mu_y \quad (8.68)$$

$$6. \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N \mu = \sum_{i=1}^N x_i - N\mu = \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N x_i = 0 \quad (8.69)$$

$$7. E(X - \mu) = E(X) - E(\mu) = \mu - \mu = 0 \quad (8.70)$$

Medijana i mod

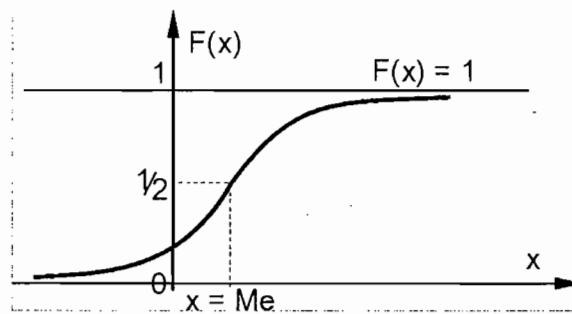
Medijanom se naziva ona vrijednost slučajne promjenljive X koja dijeli funkciju raspodjele gustine vjerovatnoće na dva jednaka dijela, odnosno vrijednost slučajne promjenljive X za koju je

$$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{2} \quad (8.71)$$

Ako medijanu označimo sa M_e , onda za $X = M_e$ važi relacija (slika 8.7):

$$F(M_e) = \int_{-\infty}^{M_e} f(x) dx = \frac{1}{2} \quad (8.72)$$

gdje je $f(x)$ funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće.



Slika 8.7. Grafička ilustracija definicije medijane

PRIMJER 8.8.

Odrediti medijanu za funkciju iz primjera 8.3, sa funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće

$$f(x) = 0, \text{ za } x \leq a \text{ i } x \geq b$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \text{ za } a < x < b$$

Na osnovu formule (8.72)

$$F(x) = M_e = \frac{1}{2} = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{b-a} \int_{-\infty}^x dx = \frac{x-a}{b-a}$$

odakle slijedi

$$x = \frac{a+b}{2} = M_e$$



Kako je funkcija $F(x)$ neopadajuća i raste od 0 do 1, jednačina (8.72) ima uvijek jedno rješenje.

Gornje relacije važe za kontinulanu slučajnu promjenljivu. Kada se radi o diskretnoj slučajnoj promjenljivoj, medijana se definiše na slijedeći način /30,20/.

Medijana je poziciona srednja vrijednost slučajne promjenljive uređenog skupa slučajne promjenljive za koju postoji podjednaki broj elemenata skupa sa manjom i sa većom vrijednošću slučajne promjenljive.

Uređen skup slučajne promjenljive (slučajni uzorak) je skup uređen po veličini, odnosno

$$x_1, x_2, \dots, x_N$$

gdje je $x_1 \leq x_2, x_2 \leq x_3, \dots, x_{N-1} \leq x_N$

Vrijednost medijane M_e određuje se zavisno od toga da li se radi o uređenom skupu sa parnim ili neparnim brojem elemenata.

Neparan broj elemenata skupa ($N = 2k + 1$)

$$M_e = x_{(N+1)/2}, \text{ gdje je } N \text{ ukupan broj elemenata skupa} \quad (8.73)$$

Paran broj elemenata skupa ($N = 2k$)

$$M_e = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2)+1}}{2} \quad (8.74)$$

gdje je N ukupan broj elemenata skupa.

PRIMJER 8.9.

Odrediti medijanu za funkciju, odnosno uzorak slučajne promjenljive iz primjera 8.5. Prethodno je potrebno od datog skupa napraviti uređeni skup, tj.

| | | | | | | | | | | | |
|------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Redni broj Elementa | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Broj Pljuskova | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| Redni broj Elementa | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Broj Pljuskova | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| Redni broj elementa | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| Broj Pljuskova | 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 |

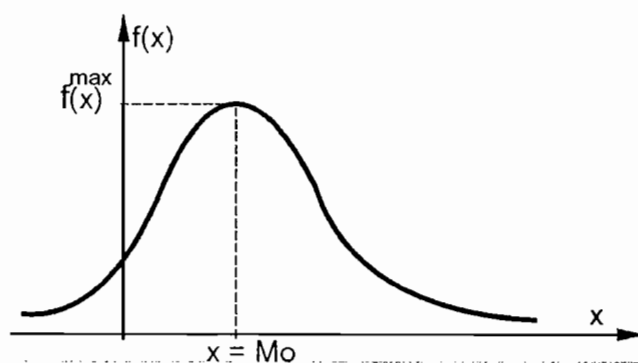
Obzirom da se radi o skupu sa neparnim brojem elemenata ($N = 33$), vrijednost medijane je

$$M_e = x_{(N+1)/2} = x_{17} = 10$$



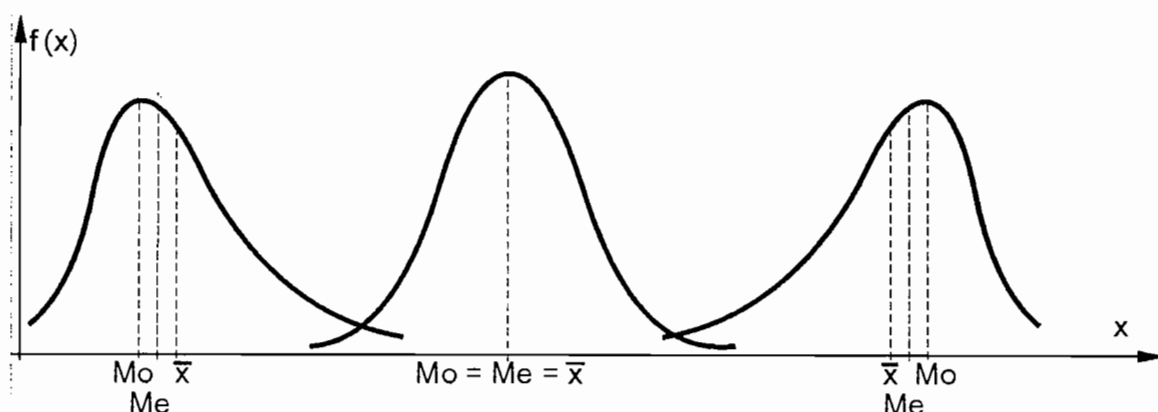
Mod. Po definiciji mod (M_o) je ona vrijednost slučajne promjenljive X koja se najčešće javlja, tj. koja ima najveću vrijednost raspodjele gustine vjerovatnoće (slika 8.8).

Kod diskretne slučajne promjenljive mod, je ona vrijednost slučajne promjenljive čija je vjerovatnoća najveća.



Slika 8.8. Grafička ilustracija definicije moda

Značajno je napomenuti da se kod simetričnih funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće poklapaju srednja vrijenost, medijana i mod. Kod asimetričnih funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće, ove vrijednosti su raspoređene kao na slici 8.9.



Slika 8.9. Grafička ilustracija mogućih odnosa srednje vrijednosti, medijane i moda

8.3.2. Pokazatelji disperzije

Kao što se moglo zapaziti iz prethodnih izlaganja, srednja vrijednost predstavlja, odnosno u neku ruku zamijenjuje čitav skup slučajnih promjenljivih. Međutim, taj reprezentativni broj suviše uprošćuje statistički skup, tako da se može dobiti nejasna slika o samom skupu. Na primjer, slijedeća dva uzorka slučajnih promjenljivih

(38, 40, 42) i (2, 40, 78)

imaju istu srednju vrijednost (vidi formulu 8.61)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{120}{3} = 40$$

Međutim, očigledno je da između ova dva uzorka postoje znatne razlike. Kod prvog uzorka, članovi ne odstupaju mnogo od srednje vrijednosti $(-2, 0, +2)$, dok kod drugog znatno odstupaju $(-38, 0, 38)$. Kažemo da slučajne promjenljive u dva uzorka imaju različit *varijabilitet*, odnosno *varijaciju* ili *disperziju*.

Da bi se ova varijabla nekako i brojčano iskazala, uveden je pojam *pokazatelja disperzije*. Pri tome se težilo da njihova vrijednost zavisi od svih vrijednosti uzorka, da ima neko konkretno značenje sa prostim i očevitim svojstvima, da njihovo izračunavanje nije komplikovano i da su pogodne za daljnje operacije /8/.

Od više pokazatelja disperzije koji se primjenjuju u statistici, u nastavku će biti riječi samo o *srednjem apsolutnom odstupanju*, *varijansi*, *standardnoj devijaciji* i *koeficijentu varijacije*.

Srednje apsolutno odstupanje

Ako je zadana diskretna slučajna promjenljiva, izraz

$$O(X) = E(|X - \mu|) = \sum_i p_i |x_i - \mu| \quad (8.75)$$

predstavlja srednje apsolutno odstupanje, gdje su uzete apsolutne vrijednosti odstupanja $|X - \mu|$, a ne obične vrijednosti $(X - \mu)$, jer je $E(X - \mu) = 0$ (jednačina 8.70).

Ako se u izrazu (8.75) zamijeni statistički oblik vjerovatnoće

$$p_i = \frac{f_i}{N}, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i$$

Dobija se ponderisano srednje apsolutno odstupanje

$$O(X) = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \mu|}{N} \quad (8.76)$$

Ako je zadana neprekidna slučajna promjenljiva, srednje apsolutno odstupanje ima oblik

$$O(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x - \mu| f(x) dx \quad (8.77)$$

Varijansa i standardna devijacija

Obzirom da su operacije sa apsolutnim vrijednostima komplicirane, gotovo po pravilu se računa kvadratno odstupanje tekućih vrijednosti od srednje vrijednosti slučajne promjenljive.

Zbir kvadrata i srednja vrijednost kvadrata odstupanja tekuće vrijednosti slučajne promjenljive uzorka od njegove srednje vrijednosti je minimalan.

$$\alpha(z) = \sum (x_i - z)^2 f_i = N \sum (x_i - z)^2 p_i = NE(X - z)^2 \quad (8.78)$$

Funkcija $\alpha(z)$ postaje minimalna kada je $z = \mu$.

Ova osobina srednje vrijednosti, koja važi kod $x \in (-\infty, +\infty)$ zauzima jedno od najvažnijih mjesta u statistici. Tu osobinu formulisao je Gaus, 1775. Pod imenom metoda (princip) najmanjih kvadrata: suma kvadrata grešaka mora biti minimum (ako pod greškom podrazumijevamo odstupanje tekuće vrijednosti od srednje vrijednosti slučajne promjenljive). *Na taj način, kao najreprezentativnija odnosno najvjerovatnija vrijednost tekuće promjenljive, uzima se srednja vrijednost slučajne promjenljive.*

Za diskretnu slučajnu promjenljivu

$$X = \left\{ x_i, p_i, \sum_i p_i = 1 \right\}$$

ovaj minimum

$$Var(X) = \overline{(X - \mu)^2} = E(X - \mu)^2 = \sigma^2 = \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i \quad (8.79)$$

predstavlja *varijansu*. Drugi pozitivan korijen varijanse

$$\sigma = +\sqrt{\text{Var}(X)} \quad (8.80)$$

naziva se *standardna devijacija*, koja se najčešće upotrebljava kao osnovna mjera disperzije.

Standardnu devijaciju slučajnog uzorka obično označavamo sa S .

Potpuno je jasno da, ukoliko standardna devijacija jednog uzorka podataka ima veću vrijednost, utoliko je veći varijabilitet tih podataka. Ukoliko je standardna devijacija manja, utoliko je bolja grupisanost podataka oko srednje vrijednosti.

Ako se na osnovu pravila za izračunavanje srednjih vrijednosti izvrši transformaciju izraza (8.79), dobija se:

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = E(X - \mu)^2 = E(X)^2 - \mu^2 \quad (8.81)$$

Ako se u izrazu (8.79) zamijeni statistički oblik vjerovatnoće

$$p_i = \frac{f_i}{N}, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i \quad (8.82)$$

Dobija se tzv. ponderisani oblik varijanse

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \mu^2 \quad (8.83)$$

za grupisane podatke.

Ako se u izrazu (8.83) zamijeni

$$f_i = 1 \quad \text{i} \quad N = \sum_{i=1}^n f_i = n \quad (8.84)$$

Dobija se tzv. neponderisani oblik varijanse

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \mu^2 \quad (8.85)$$

za negrupisane podatke.

PRIMJER 8.10.

Odrediti varijansu i standardnu devijaciju broja pljuskova u jednoj godini na kišomjernoj stanici Sarajevo (primjer 8.2).

Prema formuli (8.79), odnosno formuli (8.81) varijansa iznosi

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = S^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \bar{x}^2 = \\ &= \left(x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_{11}^2 p_{11} \right) - \bar{x}^2 = \\ &= \left(4^2 \cdot 0,061 + 5^2 \cdot 0,030 + \dots + 14^2 \cdot 0,091 \right) - 9,58^2 = 7,68 \end{aligned}$$

a standardna devijacija

$$S = +\sqrt{\text{Var}(X)} = 2,77$$

Prema formuli (8.83), varijansa iznosi

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = S^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \\ &= \frac{1}{N} \left(f_1 x_1^2 + f_2 x_2^2 + \dots + f_{11} x_{11}^2 \right) - \bar{x}^2 = \\ &= \frac{1}{33} \left(2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2 + \dots + 3 \cdot 14^2 \right) - 9,58^2 = 7,68 \end{aligned}$$

$$S = +\sqrt{\text{Var}(X)} = 2,77$$

Prema formuli (8.85) za negrupisane podatke date u primjeru 8.5

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = S^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{N} \left(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{33}^2 \right) - \bar{x}^2 = \\ &= \frac{1}{33} \left(4^2 + 12^2 + \dots + 9^2 \right) - 9,58^2 = 7,68 \end{aligned}$$

$$S = +\sqrt{\text{Var}(X)} = 2,77$$



Ako je zadana neprekidna slučajna promjenljiva

$$X = \left\{ x, dp = f(x) dx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \right\}$$

varijansa ima oblik

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = \sigma^2 &= E(X - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2 \end{aligned} \quad (8.86)$$

PRIMJER 8.11.

Odrediti varijansu i standardnu devijaciju za funkciju iz primjera 8.3, sa funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće

$$f(x) = 0, \text{ za } x \leq a \text{ i } x \geq b$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \text{ za } a < x < b$$

Na osnovu formule (8.86) i prethodno određene srednje vrijednosti u primjeru 8.7

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = \sigma^2 &= \int_a^b x^2 f(x) dx - \mu^2 = \frac{1}{b-a} \int_a^b x^2 dx - \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{b-a} \left. \frac{x^3}{3} \right|_a^b - \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} - \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned}$$

Standardna devijacija

$$\sigma = +\sqrt{\text{Var}(X)} = \frac{\sqrt{3}}{6} (b-a)$$



Neke značajne osobine varijanse koje mogu korisno poslužiti u hidrološkim analizama, bez navođenja dokaza, su /19, 38/:

$$1. \text{ Var}(C) = 0, \text{ gdje je } C \text{ konstanta} \quad (8.87)$$

$$2. \text{ Za promjenljivu } Y = X + b; \text{ Var}(Y) = \text{Var}(X + b) = \text{Var}(X) \quad (8.88)$$

$$3. \text{ Za promjenljivu } Y = aX; \text{ Var}(Y) = \text{Var}(aX) = \sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2 \quad (8.89)$$

$$4. \text{ Za promjenljivu } Y = aX + b; \text{ Var}(Y) = \text{Var}(aX + b) = \sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2 \quad (8.90)$$

$$5. \text{ Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) \quad (8.91)$$

$$6. \text{ Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) \quad (8.92)$$

Koeficijent varijacije (relativna mjera varijacije)

Kako se srednja vrijednost i standardna devijacija jednog uzorka izražavaju istim mjernim jedinicama, da bi smo mogli upoređivati disperzije različitih uzoraka, sa različitim mjernim jedinicama, potrebno je raspolagati jednom relativnom mjerom disperzije koja je neimenovani broj. Takva relativna mjera je *koeficijent varijacije* koji predstavlja odnos između standardne devijacije i srednje vrijednosti

$$c_v(X) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = 100 \frac{\sigma_x}{\bar{x}} [\%] \quad (8.93)$$

što se može izraziti i u procentima.

Tako na primjer, ako je $c_v = 35\%$ to znači da je veličina standardne devijacije jednaka 35 % od veličine srednje vrijednosti.

Što je koeficijent varijacije veći, relativno je veće rasipanje oko srednje vrijednosti uzorka.

8.3.3. Statistički momenti i pokazatelji disperzije višeg reda

Kada je bilo govora o srednjim vrijednostima i pokazateljima disperzije, mogle su se uočiti slijedeće relacije:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \qquad I = \sum_i p_i \qquad (8.94)$$

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \qquad \mu = \sum_i x_i p_i \qquad (8.95)$$

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \bar{x}^2 \qquad \sigma^2 = \sum_i x_i^2 p_i - \bar{x}^2 \qquad (8.96)$$

Slično gornjim izrazima, za odstupanje od srednje vrijednosti, ove odnose možemo napisati u obliku

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^0 f(x) dx = I \qquad \sum_i (x_i - \mu)^0 p_i = I \qquad (8.97)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu) f(x) dx = 0 \qquad \sum_i (x_i - \mu) p_i = 0 \qquad (8.98)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2 \qquad \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i = \sigma^2 \qquad (8.99)$$

Lahko je zapaziti da u gornjim izrazima stepen od x ili $(x - \mu)$, sa kojim množimo vjerovatnoću prije sabiranja odnosno integriranja ima važnu ulogu. Ona se može jasnije uočiti ako se formiraju slijedeći uopšteni izrazi:

$$\sum_i x_i^r p_i, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x) dx, \quad \sum_i (x_i - \mu)^r p_i, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \qquad (8.100)$$

Gornji izrazi se zovu *statistički momenti* i daju zajedničku formu raznim numeričkim karakteristikama slučajne promjenljive i ujedno omogućavaju uvođenje novih karakteristika za osobine uzorka slučajne promjenljive.

Statistički momenti imaju analognu definiciju sa momentima u mehanici. Učestalost ili gustina vjerovatnoće slučajne promjenljive, može se smatrati kao masa, a momenti se uzimaju oko neke pogodne tačke ili vrijednosti slučajne promjenljive. Teorijski broj statističkih momenata može da bude beskonačan. U hidrološkoj praksi se, međutim, upotrebljavaju najčešće samo prva tri, odnosno četiri statistička momenta, jer se tačnost u procijenjivanju momenata višeg reda iz podataka sadržanih u uzorku, rapidno smanjuje sa povećanjem njihovog reda.

Statistički momenti se obično dijele na *obične statističke momente* i *centralne statističke momente*.

Obični statistički momenti. Ako je zadana diskretna slučajna promjenljiva, tada izraz

$$m_r = E(X^r) = \sum_{i=1}^n x_i^r p_i, \quad r=1, 2, 3, \dots \quad (8.101)$$

predstavlja običan momenat r -tog reda prekidne slučajne promjenljive. Ako u izrazu (8.101) zamijenimo statistički oblik vjerovatnoće

$$p_i = \frac{f_i}{N}, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i \quad (8.102)$$

Dobija se ponderisani obični momenat r -tog reda

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i^r f_i \quad (8.103)$$

za grupisane podatke, ili ako u izrazu (8.102) zamijenimo

$$f_i = 1, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i = n \quad (8.104)$$

Dobije se neponderisani obični momenat r -tog reda

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^r \quad (8.105)$$

za negrupisane podatke.

Ako je zadana neprekidna slučajna promjenljiva, tada izraz

$$m_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x) dx, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (8.106)$$

predstavlja običan momenat r -tog reda neprekidne slučajne promjenljive.

Lahko je uočiti da prvi obični statistički momenat ($r = 1$) upravo predstavlja očekivanu (srednju) vrijednost slučajne promjenljive, tj.

$$m_1 = E(X) = \mu \quad (8.107)$$

Centralni statistički momenti. Ako je zadana diskretna slučajna promjenljiva, tada izraz

$$M_r = E(X - \mu)^r = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^r p_i, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (8.108)$$

predstavlja centralni statistički momenat r -tog reda, prekidne slučajne promjenljive.

Ako u izrazu (8.107) zamijenimo statistički oblik vjerovatnoće

$$p_i = \frac{f_i}{N}, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i \quad (8.109)$$

Dobija se ponderisani centralni momenat r -tog reda

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^r f_i \quad (8.110)$$

za grupisane podatke, ili ako se u izrazu (8.109) zamijeni

$$f_i = 1, \quad N = \sum_{i=1}^n f_i = n \quad (8.111)$$

dobijemo neponderisani centralni momenat r -tog reda

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^r \quad (8.112)$$

za negrupisane podatke.

Ako je zadana neprekidna slučajna promjenljiva, tada centralni momenat r -tog reda ima oblik

$$M_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r f(x) dx, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (8.113)$$

Ako je funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće $f(x)$ simetrična u odnosu na pravu ($x = \mu$), tada su svi centralni neparni momenti (r neparno) jednaki nuli

$$M_{2k+1} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^{2k+1} f(x) dx = 0 \quad (8.114)$$

Značajno je napomenuti da je centralni momenat nultog reda

$$M_0 = E(X - \mu)^0 = 1 \quad (8.115)$$

jednak jedinici, dok je centralni momenat prvog reda

$$M_1 = E(X - \mu) = E(X) - E(\mu) = \mu - \mu = 0 \quad (8.116)$$

Centralni momenat drugog reda

$$M_2 = E(X - \mu)^2 = Var(X) = \sigma^2 \quad (8.117)$$

je zapravo varijansa.

Veza između običnih i centralnih momenata. Zbog lakhoće računanja, u hidrološkoj praksi se preko datih izraza obično računaju obični statistički momenti, dok se centralni statistički momenti dobiju iz njihovih slijedećih odnosa:

1. Drugi centralni momenat izražen pomoću drugog običnog momenta

$$\begin{aligned} M_2 &= E(X - \mu)^2 = E(X^2 - 2X\mu + \mu^2) = E(X^2) - 2\mu E(X) + E(\mu^2) = \\ &= m_2 - 2\mu\mu + \mu^2 = m_2 - \mu^2 = m_2 - m_1^2 \end{aligned} \quad (8.118)$$

2. Treći centralni momenat možemo izraziti pomoću prvog, drugog i trećeg običnog momenta

$$\begin{aligned}
M_3 &= E(X - \mu)^3 = E(X^3 - 3X^2\mu + 3X\mu^2 - \mu^3) = \\
&= E(X^3) - 3\mu E(X^2) + 3\mu^2 E(X) - E(\mu^3) = \\
&= m_3 - 3\mu m_2 + 3\mu^2 \mu - \mu^3 = m_3 - 3m_2\mu + 2\mu^3 = \\
&= m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3
\end{aligned}
\tag{8.119}$$

Koeficijent asimetrije

Za ocjenu oblika funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće, uzimaju se centralni statistički momenti, u odnosu prema standardnoj devijaciji određenog stepena (zbog dovođenja na bezdimenzionalni izraz) i tako dobijamo određene koeficijente sa indeksima 1, 2, 3 i 4. Tako su vrijednosti tih koeficijenata

$$\alpha_1 = \frac{M_1}{\sigma} = 0, \text{ jer je } M_1 = 0 \tag{8.120}$$

$$\alpha_2 = \frac{M_2}{\sigma^2} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1, \tag{8.121}$$

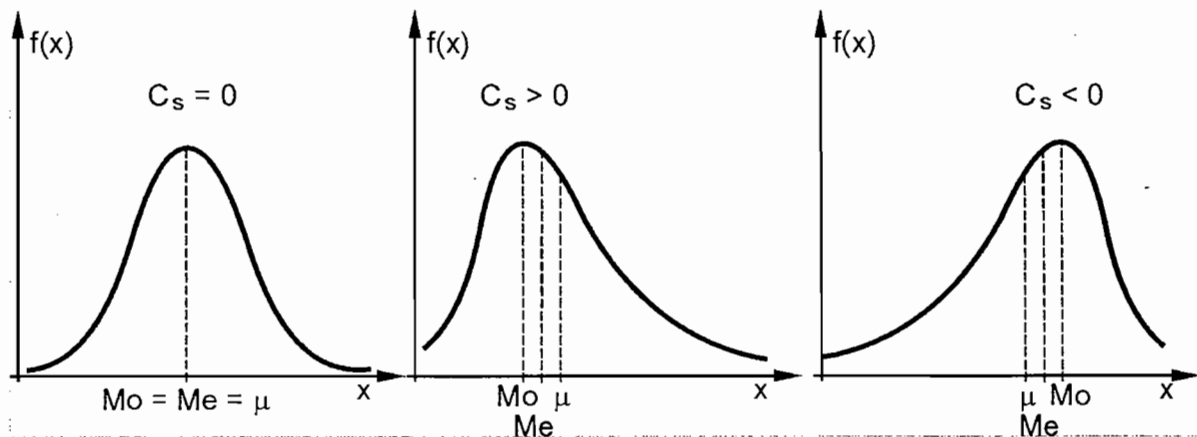
jer je drugi centralni momenat zapravo varijansa

$$\alpha_3 = c_S = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{M_3}{\sqrt{M_2^3}} \tag{8.122}$$

Treći koeficijent α_3 , koga u hidrološkoj praksi obično označavamo sa c_S , zovemo *koeficijentom asimetrije funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće*.

Kako je ranije pokazano, ako su neparni centralni momenti jednaki nuli, funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je simetrična na osu simetrije ($x = \mu$). Prema tome, ako je $c_S = 0$, kažemo da je funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće simetrična u odnosu na ($x = \mu$). Tada se ujedno medijana, mod i srednja vrijednost poklapaju u jednoj tački $\mu = Mo = Me$ (slika 8.10).

Ako je $c_S < 0$ onda je asimetričnost negativna ili lijevostrana. Tada je $\mu < Mo < Me$. Ako je pak $c_S > 0$ asimetričnost je pozitivna ili desnostrana. Tada je $\mu > Mo > Me$ (slika 8.10).



Slika 8.10. Grafička ilustracija uticaja koeficijenta asimetrije na oblik funkcije raspodjele vjerovatnoće

Što je koeficijent asimetrije veći po svojoj apsolutnoj vrijednosti, gustina raspodjele vjerovatnoće je sve više asimetrična. U hidrološkoj praksi se obično smatra da asimetričnosti nema ako je $0 < |c_S| < 0,1$ asimetričnost je mala ako je $0,1 < |c_S| < 0,25$; asimetričnost je srednja ako je $0,25 < |c_S| < 0,5$ i asimetričnost je jaka ako je $|c_S| > 0,5$.

8.4. EMPIRIJSKE RASPODJELE SLUČAJNIH PROMJENLJIVIH

8.4.1. Krive učestalosti i kumulativne učestalosti slučajne promjenljive

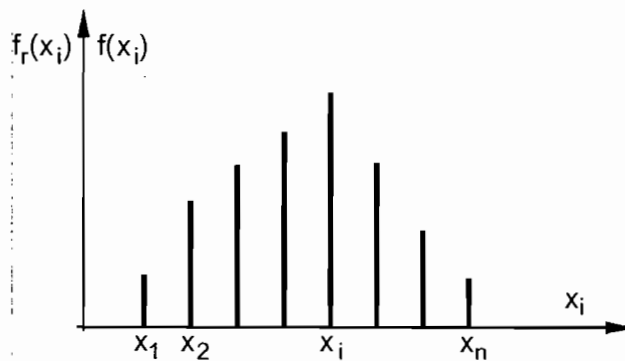
Najveći dio statističke informacije u hidrologiji proizilazi iz osmatranih podataka sadržanih u uzorcima ograničenih veličina [43]. Empirijske raspodjele učestalosti uzorka, kao procjene raspodjele populacije, često su jedina raspoloživa informacija. Kroz ovo poglavlje, ukratko se prikazuju praktične metode za dobivanje tih empirijskih raspodjela, sa njihovim prikazima i kvalitativnom analizom.

U poglavlju 8.3., kada je bilo riječi o numeričkim karakteristikama slučajne promjenljive, odnosno o grupisanju hidroloških podataka (rezultata osmatranja hidrološke slučajne promjenljive), susreli smo se sa pojmom *apsolutne* i *relativne učestalosti* ili *frekvencije* slučajne promjenljive.

Relativna frekvencija f_i^r predstavljena je odnosom apsolutne frekvencije f_i (broja pojavljivanja slučajne promjenljive x_i u razmatranom uzorku), i ukupnog broja elemenata u uzorku, N , tj.:

$$f_i^r(x_i) = \frac{f_i(x_i)}{N} \quad (8.123)$$

Kriva učestalosti predstavlja zavisnost $f_i = \varphi(x_i)$, odnosno $f_i^r = \psi(x_i)$ (slika 8.11).



Slika 8.11. Kriva učestalosti slučajne promjenljive x_i

Slika 8.11. po svom obliku jasno podsjeća na ranije razmatranu funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće slučajne promjenljive.

Imajući u vidu definiciju statističke vjerovatnoće (tačka 8.2.2)

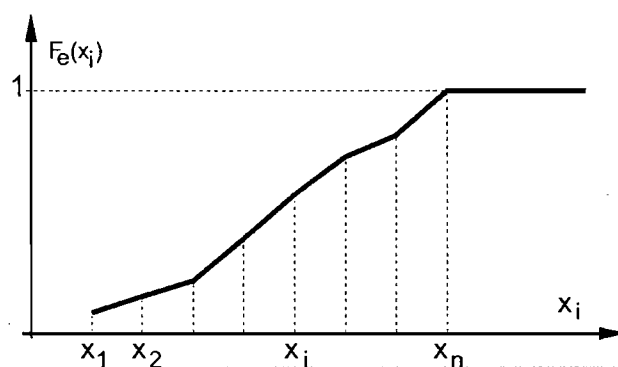
$$P(X) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{f}{N}, \text{ za dovoljno veliki uzorak, ona to zapravo i jeste, samo joj se}$$

daje prefiks *empirijska*, zbog toga što je ocijenjena iz uzorka, a u hidrologiji se naziva *kriva učestalosti*, odnosno najčešće *linija učestalosti* (ova dva pojma detaljnije su razmatrana u poglavlju 4).

Kumulativna empirijska učestalost se dobije sumiranjem apsolutnih ili relativnih učestalosti, kao:

$$F_e(x_i) = P[X \leq x_i] = \sum_{j=1}^i f_j^r(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i f_j(x_i) \quad (8.124)$$

Izraz (8.124) predstavlja punu analogiju sa *kumulativnom funkcijom raspodjele vjerovatnoće* $F(x_i)$, samo je označena sa $F_e(x_i)$ da bi se dalo do znanja da je ocijenjena iz uzorka (slika 8.12).



Slika 8.12. Kriva kumulativne empirijske učestalosti slučajne promjenljive x_i

Kada je uzorak relativno dugačak, odnosno javlja se veliki broj različitih vrijednosti slučajne promjenljive, tako da je njegov tabelarni ili grafički prikaz relativno nepregledan (na primjer 50 godina dnevnih osmatranja vodostaja-dakle $50 \times 365 = 18325$ vrijednosti), tada se vrši grupisanje podataka u tzv. *klasne intervale*. Naime, grupisanjem u klasne intervale u hidrološkim proračunima se u stvari najčešće vrši diskretizacija uzorka neprekidne hidrološke slučajne promjenljive. Pri tome se diskretizacija vrši na više načina. Na primjer, kod većine hidroloških procesa javljaju se određene sezonske varijacije ili promjene tokom godine. U cilju ocjene karakteristika tih procesa u određenim godišnjim sezonama, formiraju se uzorci koji predstavljaju rezultate prethodne obrade podataka osmatranja u tim sezonama (na primjer srednji dnevni, srednji dekadni i srednji mjesečni proticaji, srednji godišnji proticaji i sl.).

Elementi uzorka iz neprekidne slučajne promjenljive mogu se dobiti i bez prethodne obrade, na primjer uzimanjem najvećih osmotrenih vodostaja ili proticaja u svakoj godini, sezoni ili određenom mjesecu i sl. Nadalje, obzirom na nezaobilaznu ulogu računara u hidrološkim analizama, kontinualne serije se moraju zamijeniti diskretnim serijama (vrijednosti slučajne promjenljive na odabranim, obično jednakim intervalima Δt ili Δl).

Procedura organizovanja podataka u klasne intervale sastoji se u slijedećem: interval varijacije (obseg) uzorka, $|x_{max} - x_{min}|$, (razlika između najmanje i najveće vrijednosti u uzorku) podijeli se na izvjestan broj podintervala koji se nazivaju *klasni intervali* ili *klase*. Zatim se po odgovarajućim klasama utvrđuje broj podataka (elemenata) koji predstavlja apsolutnu učestalost ili frekvenciju f_i , i -te klase (klasnog intervala), pri čemu mora biti zadovoljen uslov da je

$$\sum_{i=1}^k f_i = N ; \quad \sum_{i=1}^k f_i^r = 1 \quad (8.125)$$

gdje je k – broj klasnih intervala.

Reprezentativnu vrijednost klasnog intervala predstavlja srednja vrijednost klase, koja se najčešće definiše kao srednja vrijednost gornje i donje granice klase.

Razlika između donje i gornje granice klase naziva se širinom klasnog intervala, Δx . Najčešće se širina klasnog intervala uzima ista, iako u nekim situacijama karakter izučavane slučajne promjenljive, uslovljava da se uzimaju intervali različite širine.

Iako se, kao što je gore rečeno, učestalost odnosi na klasni interval, u praktičnim razmatranjima se uzima da se apsolutna i relativna učestalost odnose na srednju vrijednost klase.

Apsolutne i relativne učestalosti ovise od veličine intervala klase i od položaja granica klase. Što je veći interval klase to su veće te učestalosti. Da bi se izbjegla ta zavisnost od veličine klase i položaja granica klase, i da bi se zamijenio pojam učestalosti diskretnih elementarnih događaja sa učestalostima koje su vezane na konačne intervale kontinualnih promjenljivih, uvodi se pojam gustine učestalosti (frekvencije), kao:

$$\varphi_i(x_i) = \frac{f_i^r(x_i)}{\Delta x} = \frac{f_i(x_i)}{N \Delta x} \quad (8.126)$$

koja se naziva *gustinom frekvencije (učestalosti)*. Njenim uvođenjem se eliminiše uticaj širine klasnog intervala na učestalost, što je značajno ako klasni intervali nisu iste širine. Slično kao za apsolutne i relativne učestalosti, za gustinu frekvencije mora biti zadovoljen uslov:

$$\sum_{i=1}^k \varphi_i(x_i) \Delta x_i = 1 \quad (8.127)$$

Ako se broj podataka, N , povećava a širina klasnog intervala Δx smanjuje, tj.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \varphi(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{N \Delta x} = f(x) \quad (8.128)$$

tada $\varphi(x)$ postaje *funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće* (kontinualna kriva).

Prema tome, $f_r(x) = \varphi(x)\Delta x$, gdje je $\varphi(x)$ srednja ordinata krive $f(x)$ za interval širine Δx , predstavljaće vjerovatnoću da se slučajna promjenljiva X nađe u intervalu širine Δx . Vjerovatnoća je, dakle, jednaka površini koju graniče ordinate krive $f(x)$ na donjoj i gornjoj granici intervala širine Δx . To se može napisati (slika 8.13) kao:

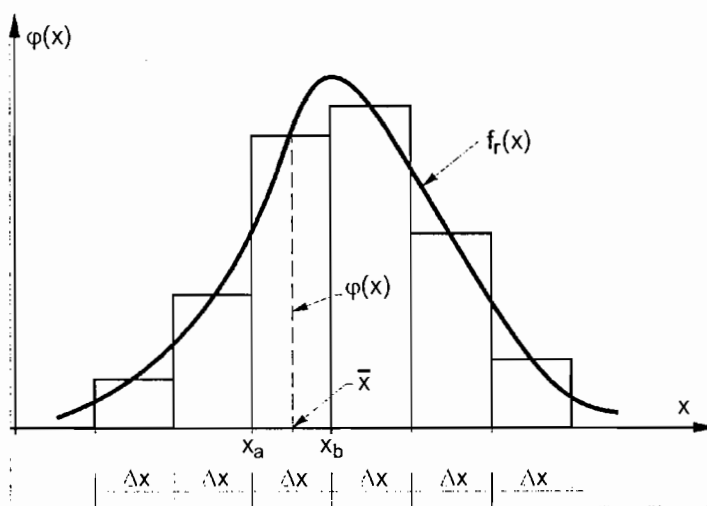
$$P[x_a < X < x_b] = \int_{x_a}^{x_b} f(x) dx = \varphi(x)\Delta x = f_r(\bar{x}) \quad (8.129)$$

gdje su x_a i x_b donja i gornja granica klasnog intervala širine Δx , a \bar{x} srednja vrijednost klase.

Kada je riječ o broju klasnih intervala na koji se dijeli uzorak, u hidrologiji se obično ne uzima manje od 7 – 10 niti više od 25 klasa. U principu, veći broj klasa omogućava da se detaljnije prouči učestalost slučajne promjenljive, ali to važi samo za slučaj kada je N veliko. Kod malog uzorka mora se uzeti manji broj klasa. Prema Jevđeviću /43/, potreban broj klasa, k treba odrediti prema jednom od dva sljedeća izraza:

$$k = 5 \log N \quad \text{ili} \quad k = 1 + 1,33 \ln N \quad (8.130)$$

gdje je k broj klasa a N veličina uzorka. Najpogodnije je da granice klasa budu cijeli brojevi, pri čemu se obično uzima da u određenu klasu spadaju vrijednosti koje su veće od donje granice a manje ili jednake gornjoj granici klasnog intervala.



Slika 8.13. Grafički prikaz raspodjele gustine frekvencije

PRIMJER 8.12.

U tabeli 1. (kolone 1 i 2) je data klasificirana serija srednjih dnevnih vrijednosti proticaja rijeke Neretve na vodomjernoj stanici Žitomislići za 1947. godinu ($N = 365$ vrijednosti slučajne promjenljive). Odrediti krivu učestalosti, kumulativnu krivu učestalosti, te krivu gustine učestalosti (frekvencije).

Da bi se dobile vrijednosti u kolonama 1 i 2, uzorak od 365 vrijednosti proticaja (slučajne promjenljive) je prethodno podijeljen u klasne intervale. Broj klasnih intervala je određen kao:

$$k = 5 \log N \cong 13; \quad k = 1 + 1,33 \ln N \cong 9$$

Usvojeno 11 klasnih intervala

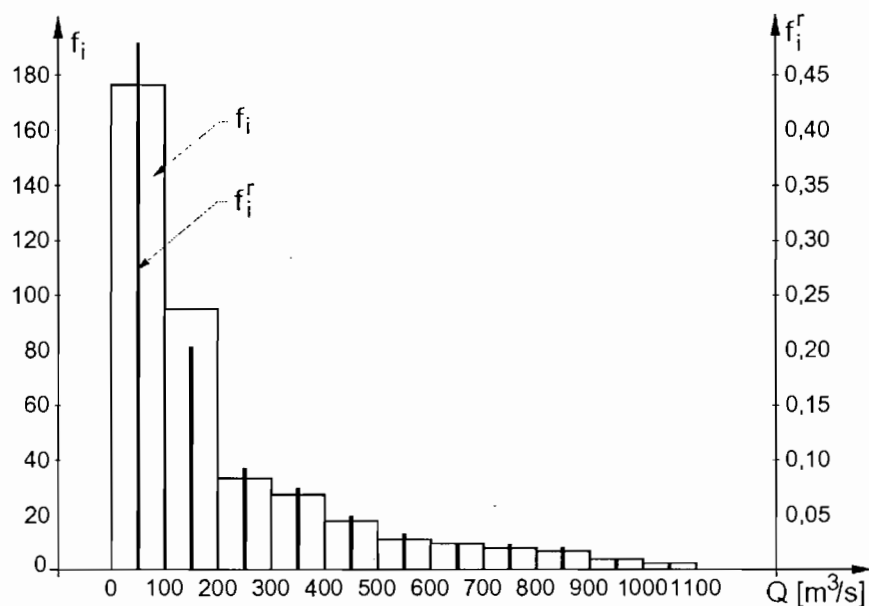
Interval varijacije $|Q_{\max} - Q_{\min}| = |1070 - 30| = 1040 \text{ m}^3/\text{s}$ podijeljen je na 11 klasnih intervala širine $\Delta Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$.

Proračun odgovarajućih frekvencija (učestalosti) dat je u tabeli 1., kolone 4 do 9.

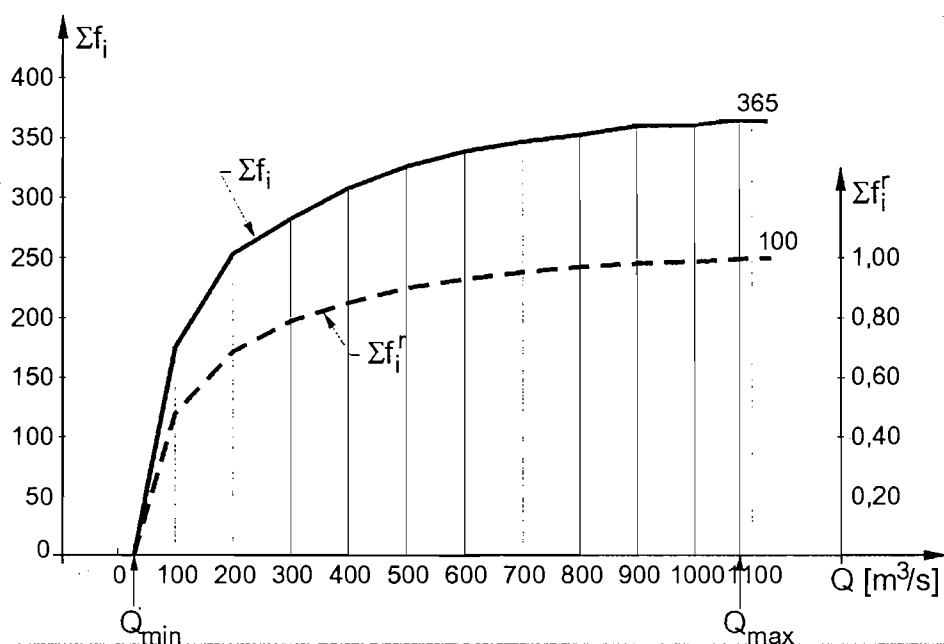
Krive apsolutne i relativne učestalosti date su na slici 1, apsolutne i relativne kumulativne učestalosti na slici 2., a gustine frekvencije na slici 3.

Tabela 1. Proračun elemenata za konstrukciju krivih učestalosti i kumulativnih krivih učestalosti proticaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislići

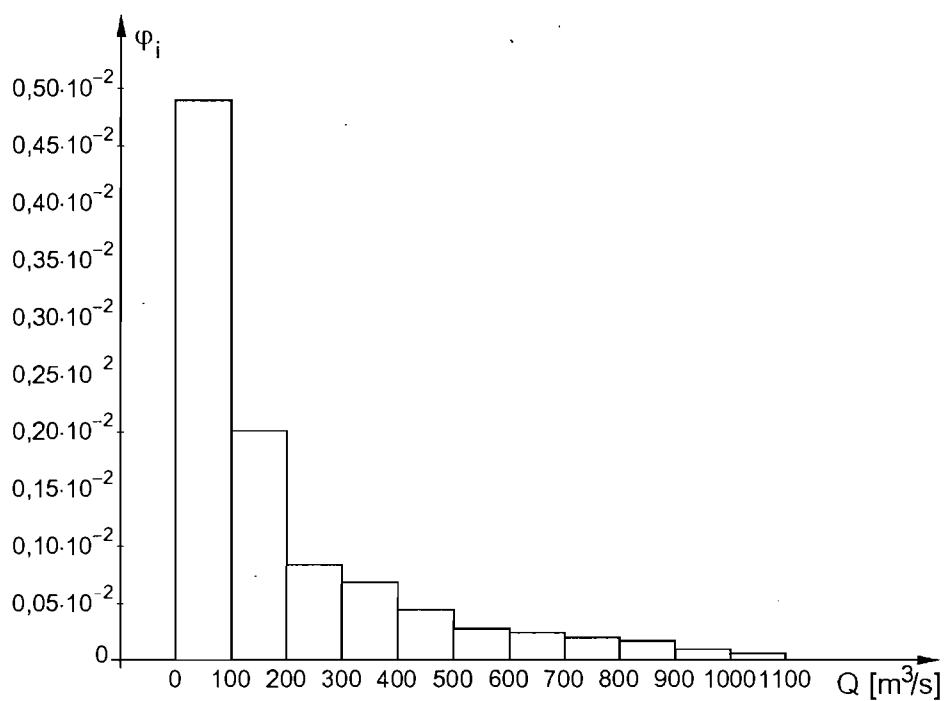
| Klasni Interval | Sred vrij. klas Q_{sr} | Širin klase ΔQ | Frekvencija (učestalost) | | | Kumulativna učestalost | | |
|-----------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|----------------|--|------------------------|---------------|---|
| | | | f_i | $f'_i = f_i/N$ | $\varphi_i = f_i/N\Delta Q$ ($\times 10^{-2}$) | Σf_i | $\Sigma f'_i$ | $\Sigma \varphi_i$ ($\times 10^{-2}$) |
| 1 | 2 | 3 | 4 | | 6 | 5 | 8 | 9 |
| 0-100 | 50 | 100 | 177 | 0.48493 | 0.48493 | 177 | 0.48493 | 0.48493 |
| 100-200 | 150 | 100 | 75 | 0.20548 | 0.20548 | 252 | 0.69041 | 0.69041 |
| 200-300 | 250 | 100 | 33 | 0.09041 | 0.09041 | 285 | 0.78082 | 0.78082 |
| 300-400 | 350 | 100 | 27 | 0.07397 | 0.07397 | 312 | 0.85479 | 0.85479 |
| 400-500 | 450 | 100 | 17 | 0.04657 | 0.04657 | 329 | 0.90136 | 0.90136 |
| 500-600 | 550 | 100 | 10 | 0.02739 | 0.02739 | 339 | 0.92876 | 0.92876 |
| 600-700 | 650 | 100 | 8 | 0.02192 | 0.02192 | 347 | 0.95068 | 0.95068 |
| 700-800 | 750 | 100 | 7 | 0.01918 | 0.01918 | 354 | 0.96985 | 0.96985 |
| 800-900 | 850 | 100 | 6 | 0.01644 | 0.01644 | 360 | 0.98629 | 0.98629 |
| 900-1000 | 950 | 100 | 3 | 0.00822 | 0.00822 | 363 | 0.99450 | 0.99450 |
| 1000-1100 | 1050 | 100 | 2 | 0.00548 | 0.00548 | 365 | 1.00000 | 1.00000 |
| Σ | | | 365 | 1 | 1 | | | |



Slika 1. Krive apsolutne i relativne učestalosti proticaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislići



Slika 2. Kumulativne (sumarne) krive apsolutne i relativne učestalosti proticaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislíci



Slika 3. Kriva gustine frekvencije (učestalosti) proticaja rijeke Neretve na V.S. Žitomislíci

8.4.2. Empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće

U tački 8.4.1 je bilo govora o grupisanju podataka po klasnim intervalima, da bi se konstruisale krive učestalosti i kumulativne krive učestalosti izučavanih veličina (slučajnih promjenljivih).

Ako je veličina uzorka mala onda je ovakav način nepodesan, pa se elementi uzorka ne grupišu nego se uređuju tako da se dobije niz kod koga vrijednosti elemenata rastu ili opadaju, počevši od prvog elementa niza, što se naziva uređeni uzorak (vidi poglavlje 8.3.).

To je, na primjer, slučaj kada se proučavaju ekstremne vrijednosti hidroloških procesa kao što su maksimalne padavine, maksimalne temperature, maksimalni ili minimalni proticaji. Tada se uzorak formira tako da se iz svake godine izdvoji samo jedna, razmatrana ekstremna vrijednost. Tada se za uobičajene uslove razmatranih podataka dobije uzorak od 30 do 70 vrijednosti, a u najboljem slučaju od 100 do 200 vrijednosti. Takav uzorak se može smatrati relativno kratkim, a u njemu se rjeđe pojavljuje ponavljanje istih veličina. Tada i nema puno opravdanja razvrstavati vrijednosti uzorka u pojedine klasne intervale, nego se uzorak tretira na nešto drugačiji način nego kada je uzorak dugačak.

Primjera radi, zamislimo da imamo uzorak maksimalnih proticaja od svega 11 vrijednosti ($N = 11$).

Tabela 8.3. Uzorak i uređeni uzorak maksimalnih proticaja rijeke Lim na V.S. Rudo

| Godina | Q_{\max} (m^3/s) | Redni Broj (m) | Q_{\max} ↓ | m/N | Q_{\max} ↑ | m/N |
|--------|---------------------------|-------------------|-----------------|-------|-----------------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1966 | 480 | 1 | 994 | 1/11 | 3.44 | 1/11 |
| 1967 | 662 | 2 | 971 | 2/11 | 3.97 | 2/11 |
| 1968 | 822 | 3 | 822 | 3/11 | 4.35 | 3/11 |
| 1969 | 994 | 4 | 743 | 4/11 | 4.62 | 4/11 |
| 1970 | 727 | 5 | 727 | 5/11 | 4.92 | 5/11 |
| 1971 | 722 | 6 | 722 | 6/11 | 5.36 | 6/11 |
| 1972 | 743 | 7 | 662 | 7/11 | 5.78 | 7/11 |
| 1973 | 488 | 8 | 625 | 8/11 | 6.17 | 8/11 |
| 1974 | 971 | 9 | 488 | 9/11 | 6.86 | 9/11 |
| 1975 | 625 | 10 | 480 | 10/11 | 7.41 | 10/11 |
| 1976 | 453 | 11 | 453 | 11/11 | 8.68 | 11/11 |

Da bi se pristupilo analizi datog uzorka, neophodno ga je prvo urediti (uređen uzorak). To se uobičajeno radi tako, da se uzorak uredi po opadajućim vrijednostima tako da je $x_m \geq x_{m+1}$ za $m = 1, 2, \dots, N$ (kolona 4 tabele 8.3), ili pak po rastućim vrijednostima, tako da je $x_m \leq x_{m+1}$ za $m = 1, 2, \dots, N$ (kolona 6 tabele 8.3).

Za tako uređen uzorak odredimo empirijsku kumulativnu funkciju učestalosti. Podsjetimo se da je u tački 8.2.2 aposteriori (statistička) vjerovatnoća određena kao odnos brojnosti podskupa koji ima neku karakteristiku – recimo pripada podskupu A – i brojnosti cjelokupnog skupa.

Drugim riječima, neka se događaj $A (A \in \Omega)$ sastoji od m elementarnih događaja ω , tj.:

$$A = \{\omega_v; v = 1, m\}; m < n \quad (8.131)$$

Ako sa $\varphi(A)$ označimo funkciju čija je osobina da je

$$\varphi(A) = m \quad (8.132)$$

i na isti način

$$\varphi(\Omega) = n \quad (8.133)$$

tada se, prema statističkoj definiciji vjerovatnoće, pod vjerovatnoćom $P(A)$ događaja $A \in \Omega$, podrazumijeva količnik:

$$P(A) = \frac{\varphi(A)}{\varphi(\Omega)} = \frac{m}{n} \quad (8.134)$$

Kako je uvijek $\varphi(A) \leq n$, to vjerovatnoća svakog događaja A zadovoljava nejednakost:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (8.135)$$

Kod nemogućeg događaja ($A = 0$) je $\varphi(A) = 0$, pa je i $P(A) = 0$. Naprotiv, ako je $\varphi(A) = n$, onda je $P(A) = 1$ (siguran događaj).

U tom smislu, neka k_m predstavlja brojnost skupa sa karakteristikama da je slučajna promjenljiva veća ili jednaka od zadane vrijednosti Q_m , tada se može napisati:

$$P[Q \geq Q_m] = \Phi(Q_m) = \frac{k_m}{N} = \frac{m}{N}, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (8.136)$$

Vrijednosti empirijske funkcije su date u koloni 5 tabele 8.3. Iz kolone 5 je ujedno vidljivo da je $k_m = m$, odnosno jednako *rednom broju slučajne promjenljive u uređenom uzorku* (za niz uređen po opadajućim vrijednostima).

Analogan rezultat bi se dobio da je uzorak uređen po rastućim vrijednostima, samo bi se dobilo

$$P\left[Q \leq Q_m^*\right] = F\left(Q_m^*\right) = 1 - \Phi\left(Q_m^*\right) = \frac{k_m}{N} = \frac{m}{N}, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (8.137)$$

Dakle, ako se elementi uzorka urede tako da se dobije niz kod kojeg vrijednosti elemenata rastu:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N \quad (8.138)$$

ili opadaju

$$x'_1 \geq x'_2 \geq \dots \geq x'_N \quad (8.139)$$

gdje je N obim uzorka, onda se takav niz naziva uređeni uzorak. Niz (8.138) ima empirijsku funkciju raspodjele:

$$F_e(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ m/N, & x \leq x_m \\ 1, & x \geq x_N \end{cases} \quad (8.140)$$

gdje je $m = 1, 2, \dots, N$ rang vrijednosti X .

$F_e(x)$ je jedna monotona i neopadajuća funkcija.

Ako je u pitanju niz (8.138) i ako je N vrlo veliko, onda:

$$F_e(x_m) = P(x \leq x_m) = m/N \quad (8.141)$$

a u slučaju niza (8.139):

$$\Phi_e(x'_m) = P(x > x'_m) = 1 - \Phi(x'_m) = m/N \quad (8.142)$$

pri čemu je $x_m \neq x'_m$.

Prema tome, vjerovatnoće $F_e(x_m)$ i $\Phi_e(x'_m)$ su iste za m -ti član niza x_m uređenog po prvom načinu i m -ti član niza x'_m uređenog po drugom načinu, pri čemu je $x_m \neq x'_m$.

Sračunate vjerovatnoće $F_e(x_m)$, odnosno $\Phi_e(x'_m)$ sadrže u sebi određene protivurječnosti koje se ogledaju u činjenici da iz vrijednosti $F_e(x_m)$, odnosno $\Phi_e(x'_m)$ proizilazi zaključak da se u budućnosti ne može javiti ni jedna vrijednost slučajne promjenljive koja je manja od x_{\min} (u ovom primjeru $453 \text{ m}^3/\text{s}$), pošto je $\Phi_e(x'_N) = P[x \geq x'_N] = 1$.

Slična suprotnost se očituje kod izračunate vrijednosti $\Phi_e(x_N) = P[x \geq x_N] = 1$, tj. implicitno se podrazumijeva tvrdnja da i u budućnosti sve razmatrane pojave moraju biti manje ili jednake vrijednosti x_N (u datom primjeru $994 \text{ m}^3/\text{s}$), što naravno ne mora da bude tačno.

Pošto je uzorak po pravilu ograničenog obima, $F_e(x_m)$, odnosno $\Phi_e(x'_m)$ se razlikuje od teorijske raspodjele.

Da bi se prevazišla ova nelogičnost, u literaturi je preporučeno da se umjesto izraza $F_e(x_m) = P_m = m / N$ ili $\Phi_e(x'_m) = P_m = m / N$ koriste korigovani obrasci, odnosno za proračun empirijske funkcije raspodjele umjesto (8.141 i 8.142) koriste formule od kojih su najpoznatije /5/:

$$P_m = \frac{m}{N + 1} \quad (\text{Weibull}) \quad (8.143)$$

$$P_m = \frac{m - 0,5}{N} \quad (\text{Hazen}) \quad (8.144)$$

$$P_m = \frac{m - 0,3}{N + 0,4} \quad (\text{Čegodajev}) \quad (8.145)$$

$$P_m = \frac{m - 0,44}{N + 0,12} \quad (\text{Gringorten}) \quad (8.146)$$

i druge, gdje je m ($m = 1, 2, \dots, N$) redni broj člana x_m u uređenom uzorku a N veličina uzorka.

Formula Weibulla ima najbolje teoretsko opravdanje /5/.

Generalno, svi ovi obrasci se mogu izraziti preko slijedećeg obrasca:

$$P_m = \frac{m - a}{N + 1 - 2a} \quad (8.147)$$

gdje je:

- m – redni broj (pozicija) slučajne promjenljive u uređenom uzorku,
- N – ukupni broj elemenata uzorka,
- a – korekcionni faktor koji ima svrhu da omogući korektniju procjenu empirijske vjerovatnoće najvećih i najmanjih vrijednosti slučajne promjenljive (Weibull, $a = 0$; Čegodajev, $a = 0,3$; Hazen, $a = 0,5$; Gringorten, $a = 0,44$; itd.).

Osim gornjih, u praksi najčešćih formula, u upotrebi se mogu naći i slijedeći obrasci:

$$P_m = \frac{2m - 1}{2N} \quad (\text{Hazen}) \quad (8.148)$$

$$P_m = \frac{1 - 0,5^N}{l} \quad (\text{Beard}) \quad (8.149)$$

$$P_m = \frac{m - 3/8}{N + 1/3} \quad (\text{Blom}) \quad (8.150)$$

$$P_m = \frac{3m - 1}{3N + 1} \quad (\text{Tukey}) \quad (8.151)$$

(Formula Beard-a primjenjuje se samo za $m = 1$, dok se ostale vrijednosti linearno interpoliraju između ove vrijednosti i vrijednosti od 0,5 za medijanu uzorka).

PRIMJER 8.13.

Sračunati empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće za uzorak maksimalnih godišnjih proticaja rijeke Lim na vodomjernoj stanici Rudo za period od 1966. do 1980. godine ($N = 15$ godina)

| Godina | Redni broj m | Proticaj Q_{max} (m^3/s) | Q_{max} ↓ | Empirijske vjerovatnoće $\Phi_e(Q_m)$ | | | |
|--------|----------------|--------------------------------|----------------|---------------------------------------|------------|---------|-----------|
| | | | | Obrazac autora | | | |
| | | | | Weibull | Gringorten | Hazen | Cegodajev |
| 1966 | 1 | 480 | 1540 | 0.06250 | 0.03703 | 0.03333 | 0.04545 |
| 1967 | 2 | 662 | 994 | 0.12500 | 0.10317 | 0.10000 | 0.11039 |
| 1968 | 3 | 822 | 971 | 0.18750 | 0.16931 | 0.16666 | 0.17532 |
| 1969 | 4 | 994 | 822 | 0.25000 | 0.23545 | 0.23333 | 0.24026 |
| 1970 | 5 | 727 | 743 | 0.31250 | 0.30158 | 0.30000 | 0.30519 |
| 1971 | 6 | 722 | 727 | 0.37500 | 0.36772 | 0.36666 | 0.37013 |
| 1972 | 7 | 744 | 722 | 0.43750 | 0.43386 | 0.43333 | 0.43506 |
| 1973 | 8 | 488 | 662 | 0.50000 | 0.50000 | 0.50000 | 0.50000 |
| 1974 | 9 | 971 | 625 | 0.56250 | 0.56614 | 0.56666 | 0.56493 |
| 1975 | 10 | 625 | 611 | 0.62500 | 0.63227 | 0.63333 | 0.62987 |
| 1976 | 11 | 453 | 608 | 0.68750 | 0.69841 | 0.70000 | 0.69480 |
| 1977 | 12 | 611 | 596 | 0.75000 | 0.76455 | 0.76666 | 0.75974 |
| 1978 | 13 | 596 | 488 | 0.81250 | 0.83068 | 0.83333 | 0.82467 |
| 1979 | 14 | 1540 | 480 | 0.87500 | 0.89682 | 0.90000 | 0.88961 |
| 1980 | 15 | 608 | 453 | 0.93750 | 0.96296 | 0.96666 | 0.95454 |

Sve gore upotrijebljene formule, daju gotovo iste vrijednosti za vrijednosti m oko sredine, ali različite za krajnje vrijednosti m .

8.4.3. Parametri empirijskih raspodjela

Tabelarni pregled učestalosti (frekvencija) i odgovarajuće grafičke predstave (kriva trajanja i učestalosti), predstavljaju jedan vid organizovanja podataka serije hidrometeoroloških osmatranja. Njihove numeričke karakteristike dobijaju se pomoću izvjesnih parametara koji se obično grupišu na slijedeći način /43, 30/:

1. Parametri koji karakterišu centralnu tendenciju i lokaciju raspodjele učestalosti: srednja vrijednost, medijana, mod i drugi,
2. Parametri kojima se mjeri disperzija vrijednosti slučajne promjenljive oko srednje vrijednosti: interval varijacije, varijansa, standardna devijacija, i drugi,
3. Parametri kojima se precizira asimetrija i spljoštenost krive učestalosti: mjere asimetrije, mjere spljoštenosti, itd.

Empirijski statistički momenti

U poglavlju 8.3. već je bilo govora o pojmovima *običnih statističkih momenata* (koji se odnose na koordinatni početak) i *centralnih statističkih momenata* (koji se računaju u odnosu na srednju vrijednost). Analogno teorijskim momentima koji su opisani u poglavlju 8.3. Ovdje se definišu empirijski statistički momenti definisani na osnovu podataka slučajnog uzorka slučajne promjenljive.

Pošto se slučajni uzorak bira iz osnovnog skupa, odnosno populacije, potrebno je uvesti posebne oznake karakterističnih veličina populacije i uzorka. U tom smislu, broj elemenata, srednju vrijednost, varijansu, običan i centralni moment populacije, označavaju se sa (poglavlje 8.3)

$N, \mu, \sigma^2, m_r, i M_r$
a za uzorak se uvode oznake

$n, \bar{x}, S, m_r^e, M_r^e.$

Ako su x_1, x_2, \dots, x_n vrijednosti slučajne promjenljive X , pod običnim empirijskim momentom r -tog reda, koji su označeni sa m_r^e , podrazumijeva se aritmetička sredina r -tog stepena od x_i , tj.

$$m_r^e = \frac{x_1^r + x_2^r + \dots + x_n^r}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (8.152)$$

Kao što se može uočiti, izraz je identičan izrazu (8.105) koji se odnosi na definiciju teorijskog običnog tzv. neponderisanog momenta r -tog reda.

Kada se radi o podacima koji su grupisani u k klasa, pa f_i predstavlja apsolutnu učestalost neke slučajne promjenljive x_i , tada je:

$$m_r^e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i^r \quad (8.153)$$

gdje x_i predstavlja srednju vrijednost klase, a k broj klasa.

Ako se izraz (8.153) napiše na slijedeći način:

$$m_r^e = x_1^r \frac{f_1}{n} + x_2^r \frac{f_2}{n} + \dots + x_k^r \frac{f_k}{n} \quad (8.154)$$

pa kada $n \rightarrow \infty$, tada relativne učestalosti f_i / n postaju vjerovatnoće $p(x_i)$, dobijamo:

$$m_r^e = \sum_{i=1}^k x_i^r p(x_i) = E(X^r) = m_r \quad (8.155)$$

Prvi momenat ($r = 1$) je prema (8.152):

$$m_1^e = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (8.156)$$

tj. aritmetička sredina uzorka. Isti rezultat se dobije korištenjem izraza (8.154).

Pod centralnim empirijskim momentom M_r^e , reda r , podrazumijeva se veličina koja je definisana slijedećom relacijom:

$$M_r^e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r \quad (8.157)$$

ili, za grupisane podatke:

$$M_r^e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^r \quad (8.158)$$

gdje je k – broj klasa u koji je grupisan uzorak, x_i – srednja vrijednost klase, a n predstavlja sumu apsolutnih učestalosti:

$$n = \sum_{i=1}^k f_i \quad (8.160)$$

Ako u izrazu (8.158) $n \rightarrow \infty$ tada relativne učestalosti f_i / n postaju vjerovatnoće $p(x_i)$, pa se dobije:

$$M_r^e = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^r p(x_i) = M_r \quad (8.161)$$

Kao što se može uočiti, izraz (8.160) je identičan izrazu (8.108) koji se odnosi na definiciju teorijskog centralnog momenta r -tog reda. *Drugim riječima, vidi se da empirijski momenti za veliko n teže odgovarajućim teorijskim momentima.*

Centralni momenti se mogu izraziti pomoću običnih momenata, na slijedeći način:

$$M_0 = 1 \quad (8.161)$$

$$M_1 = 0 \quad (8.162)$$

$$M_2 = m_2 - m_1^2 \quad (8.163)$$

$$M_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3 \quad (8.164)$$

što je pokazano jednačinama (8.115), (8.116), (8.118) i (8.119).

Gornji izrazi često olakšavaju praktične proračune. Na primjer, varijansu koja predstavlja vrijednost drugog centralnog momenta, možemo lakše sračunati preko izraza:

$$Var(X) = M_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = m_2 - m_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \quad (8.165)$$

Lahko je zapaziti da je drugi centralni momenat ($r = 2$) jednak varijansi uzorka, i služi kao mjera rasprostiranja vrijednosti x_i oko srednje vrijednosti \bar{x} . Dakle, za $r = 2$

$$M_2^e = S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (8.166)$$

ili za negrupisane podatke prema (8.157):

$$M_2^e = S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (8.167)$$

Naprijed definirani momenti, od velike su važnosti za ispitivanje statističkih uzoraka. Međutim, može se uočiti da nulti i prvi centralni statistički momenat ni u kojem pogledu ne karakteriziraju statistički uzorak, jer su za sve uzorke jednaki jedan, odnosno nula.

Prvi centralni momenat od važnosti, koji nam može karakterizirati uzorak, je drugi momenat M_2 . Taj momenat, kao što je to i ranije pomenuto, kada je bilo riječi o teorijskim statističkim momentima, naziva se *varijansa* i pokazuje kolika je prosječna vrijednost kvadrata odstupanja za svako pojedino x_i od srednje vrijednosti. Ako je ta prosječna vrijednost velika, znači da su tačke x_i dosta široko raspoređene oko \bar{x} . Prema tome, M_2 nam daje mjeru rasprostiranja (disperzije) tačaka x_i oko \bar{x} . Drugim riječima, velika odstupanja daju veliki M_2 , a mala odstupanja mali M_2 .

Parametri centralne tendencije

Srednja vrijednost. Kao što je već rečeno u poglavlju 8.3, uobičajeno je da se srednja vrijednost naziva najtipičnijim brojem u jednom skupu vrijednosti.

Međutim, to nikako ne znači da i sama srednja vrijednost mora biti jedna od vrijednosti slučajne promjenljive X .

Ako je dat niz vrijednosti slučajne promjenljive X

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n \quad (8.168)$$

tada se pod srednjom vrijednošću (aritmetičkom sredinom) koju ćemo označiti sa \bar{x} , podrazumijeva slijedeći izraz:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8.169)$$

Sa ovim izrazom smo se već susreli u poglavlju 8.3 (jednačina 8.61), te u ovom poglavlju jednačina (8.156).

Medijana. Kao što je već rečeno u poglavlju 8.3., medijana je ona vrijednost slučajne promjenljive X koja funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće dijeli na dva jednaka dijela, odnosno vrijednost za x za koju je:

$$F(x) = 0,5 \quad (8.170)$$

Ako medijanu označimo sa M_e , onda za $x = M_e$ važi slijedeća relacija:

$$\int_{-\infty}^{M_e} f(x) dx = \int_{M_e}^{\infty} f(x) dx \quad (8.171)$$

gdje je $f(x)$ zakon funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće.

Mod. Treća mjera centralne tendencije naziva se mod, i ona predstavlja onu vrijednost slučajne promjenljive X koja se najčešće javlja, tj. ima najveću vrijednost funkcije gustine raspodjele učestalosti $f(x)$.

Treba ponovo napomenuti, da se kod simetričnih funkcija učestalosti (raspodjela vjerovatnoće), poklapaju srednja vrijednost, mod i medijana.

Parametri disperzije

Interval varijacije. Prvi parametar koji bi mogao poslužiti kao mjera za veličinu varijabiliteta (uzajamne razlike između vrijednosti slučajne promjenljive), jeste *interval varijacije*

$$I_v = \left| x_i^{max} - x_i^{min} \right| \quad (8.172)$$

Međutim, ma koliko bio privlačan ovakav način mjerenja disperzije zbog svoje jednostavnosti, on u opštem slučaju nije pogodan za tu svrhu. Ta nepogodnost dolazi zbog toga što interval varijacije zavisi jedino od najmanje i najveće vrijednosti slučajne promjenljive X .

Prosječna devijacija. Jedna od mjera varijabiliteta je prosječna devijacija (odstupanje), O , za negrupisane podatke:

$$O = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (8.173)$$

gdje je \bar{x} srednja vrijednost uzorka, a $|x_i - \bar{x}|$ apsolutna vrijednost odstupanja od srednje vrijednosti.

Za grupisane podatke, dobijamo tzv. ponderisano srednje apsolutno odstupanje

$$O = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}| \quad (8.174)$$

Izraz je identičan izrazu (8.76) koji se odnosi na definiciju teorijskog srednjeg apsolutnog odstupanja.

Standardna devijacija. Najčešće korištena mjera varijabiliteta je *standardna devijacija* ili *srednje kvadratno odstupanje*, koja se dobije kao kvadratni korijen iz varijanse:

$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \quad (8.175)$$

$$S(X) = \sqrt{Var(X)} \quad (8.176)$$

ili, za grupisane podatke:

$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2, \quad S(X) = \sqrt{Var(X)} \quad (8.177)$$

gdje je k – broj klasa u koji je grupisan uzorak, a n predstavlja sumu apsolutnih učestalosti

$$n = \sum_{i=1}^k f_i \quad (8.178)$$

Ako u izrazu (8.177) $n \rightarrow \infty$ tada relativne učestalosti f_i / n postaju vjerovatnoće $p(x_i)$, pa dobijamo izraz koji je jednak izrazu (8.79) iz poglavlja 8.3 kada je govoreno o teorijskim aspektima varijanse i standardne devijacije.

Iz izraza (8.175) i (8.177) je potpuno jasno da ukoliko standardna devijacija jednog uzorka ima veću vrijednost, utoliko je veći varijabilitet tih podataka. Ukoliko je standardna devijacija manja, utoliko je bolja grupisanost podataka oko srednje vrijednosti.

Koeficijent varijacije. Često korištena mjera je koeficijent varijacije c_v ili relativna mjera devijacije, gdje je po definiciji

$$c_v = \frac{S}{\bar{x}} \quad (8.179)$$

Koeficijent varijacije često igra veliku ulogu u hidrološkim analizama. Ona je naročito izražena kada treba usporediti dva uzorka, naročito u pogledu rasipanja, s obzirom da je standardna devijacija izražena kao apsolutna mjera. Naime, iako nam standardna devijacija daje mjeru rasipanja pojedinih vrijednosti slučajne promjenljive od prosječne vrijednosti, ipak ta mjera ne daje posve jasnu sliku tog rasipanja. Drugim riječima, ako imamo uzorak u kome su vrijednosti slučajne promjenljive određene velikim brojevima, onda će i standardna devijacija biti izražena velikim brojem. Ako, nasuprot tome, imamo uzorak u kome su vrijednosti slučajne promjenljive izražene malim brojevima, onda će i standardna devijacija biti malena.

Parametri asimetrije

Od parametara asimetrije pomenuti će se koeficijent asimetrije c_s i mjera spljoštenosti E .

Koeficijent asimetrije. Treći centralni momenat M_3 podijeljen sa S^3 (zbog dovođenja na bezdimenzionalni izraz) naziva se koeficijent asimetrije:

$$c_s = \frac{M_3}{S^3} = \frac{1}{nS^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad (8.180)$$

Kako se oblik funkcije raspodjele odražava na koeficijent asimetrije c_s , pokazano je u poglavlju 8.3 (slika 8.10).

Mjera spljoštenosti. Iako krive raspodjele gustine učestalosti u obliku zvona, sa približno istim vrijednostima za koeficijent asimetrije c_s , mogu biti veoma slične, često je razlika u tome što su njihovi vršni dijelovi oštiri ili blaži. Ova karakteristika se opisuje sa tzv. mjerom spljoštenosti E :

$$E = \frac{M_4}{M_2^2} = \frac{M_4}{S^4} = \frac{1}{nS^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 \quad (8.181)$$

8.5 . TEORIJSKE FUNKCIJE RASPODJELE VJEROVATNOĆE

Prilikom izračunavanja osnovnih statističkih parametara \bar{x} , σ_x , c_s , itd. uvijek je pretpostavljano ili da je slučajna promjenljiva diskretna

$$X = \left\{ x_i, p_i, \sum_i p_i = 1 \right\} \quad (8.182)$$

ili da je neprekidna (kontinualna)

$$X = \left\{ x \in (-\infty, +\infty), dp = f(x)dx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \right\} \quad (8.183)$$

Međutim, oblik funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće i kumulativne raspodjele vjerovatnoće, pokazuje da kod empirijskih statističkih skupova postoje zakoni koji na određen način povezuju parametre u obliku diskretnog zakona vjerovatnoće

$$p_i = P[X = x_i] \quad (8.184)$$

ili kontinualnog zakona vjerovatnoće

$$y = f(x) \quad (8.185)$$

koje nazivamo *modelima raspodjele* ili *teoretske raspodjele*. Istina, empirijske vjerovatnoće neće se podudarati sa teoretskim, ali će njihove razlike biti u *granicama vjerovatnih odstupanja*, ukoliko slučajna varijabla empirijskog skupa zaista slijedi primijenjeni teoretski zakon. Kada se pokaže da za neki empirijski skup vrijedi izvjesna teoretska raspodjela, korišćićemo karakteristike te raspodjele u donošenju nekih zaključaka koji se odnose na emirijski statistički skup. *Dakle, teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće je najsazetije predstavljanje neke empirijske raspodjele učestalosti*. Odabrana funkcija se tačno ne prilagođava empirijskoj raspodjeli. Dobrota prilagođavanja te funkcije zavisi od veličine uzorka, pravilnog izbora funkcije i upotrebe najboljih metoda za procjenjivanje njenih parametara.

U teoretskoj statistici, postoji čitav niz funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće koje se koriste u modeliranju različitih procesa. Te funkcije su veoma dobro izučene i poznate su njihove karakteristike. U hidrološkoj praksi se koriste samo neke od ovih funkcija, koje će se razmatrati u ovom poglavlju. Pošto se koriste dva tipa slučajne promjenljive, tj. diskretna i kontinualna, izučavaće se i različite funkcije koje se primjenjuju na ove dvije vrste slučajnih promjenljivih veličina.

Primarno raspravljanje se usmjerava na osobine tih funkcija i na različite aspekte njihove primjene u hidrologiji.

Funkcije raspodjele vjerovatnoće mogu se klasificirati sa raznih gledišta. Sa statističkog gledišta funkcija može biti teorijska, poluteorijska, empirijska, ili sve tri. Ako se ona izvodi iz aksioma i logičkih izvođenja na bazi teorije vjerovatnoće funkcija je teorijska. Ako su uslovi takvi da se određena slučajna promjenljiva mora raspoređivati prema specifičnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće, ili ako postoje indikacije da raspodjela slučajne promjenljive pripada datoj familiji funkcija raspodjele vjerovatnoće, ali se parametri moraju procijeniti iz podataka uzorka, te se funkcije mogu smatrati poluteorijskim. Ako je funkcija jednostavno prilagođena empirijskim krivim linijama učestalosti, bez neke druge osnove za njen izbor, funkcija je empirijska. Ista funkcija može biti teorijska, poluteorijska, ili empirijska /43/.

U opštem smislu, funkcije raspodjele vjerovatnoće osnovnih hidroloških promjenljivih ne mogu se teoretski izvesti. Prave funkcije nisu nikada poznate. U gotovo svim slučajevima neophodno je izabrati funkciju i procijeniti njene parametre iz podataka sadržanih u uzorku. Ako se pronađe zadovoljavajuće prilagođavanje, to dovodi do pretpostavke da se ista funkcija primjenjuje i na populaciju te promjenljive.

U hidrologiji je moguće naći primjene svih funkcija raspodjele vjerovatnoće diskretnih jednodimenzionalnih slučajnih promjenljivih, kao što su hipergeometrijske, binomne, Poasonove, hipergeometrijske raspodjele vremena čekanja, binomne raspodjele vremena čekanja (takođe zvane Paskalove ili negativne binomne), Nojmanove raspodjele zaraze tipa A i druge /43/. Bez suviše mnogo manipulisanja, međutim, mogu se te diskretne raspodjele, uglavnom binomne i Poasonove funkcije diskretne vjerovatnoće, lahko primijeniti na hidrologiju. Gotovo sve postojeće funkcije kontinualne raspodjele vjerovatnoće mogu se primijeniti na hidrologiju ako se dobro potraže primjeri primjene. Međutim, iskustvo pokazuje da se samo ograničeni broj funkcija veoma dobro primjenjuje na hidrološke empirijske raspodjele, kao što su, *log-normalna (Galtonova)*, *Gama (posebno njen oblik sa dva parametra i Pirsonov tip III)*, *dvostruka eksponencijalna i prosta eksponencijalna funkcija ekstremnih vrijednosti*, te nešto slabije *normalna (Gausova) raspodjela*.

U stvari, teorijska raspodjela vjerovatnoće u hidrologiji počinje sa uzorkom koji je uzet iz odgovarajuće populacije. Kako prava funkcija raspodjele izučavane hidrološke veličine nikad nije poznata, skoro uvijek je potrebno *izabrati jednu teorijsku* funkciju i ocijeniti njene parametre na osnovi statistike uzorka. Ako se u tome uspjelo, ostaje pretpostavka da se ista funkcija odnosi i na populaciju

izučavane veličine. Međutim, kada se radi o malim uzorcima, kakav je uobičajen slučaj u hidrologiji, često se može primijeniti nekoliko teorijskih funkcija, koje sve podjednako dobro zadovoljavaju statističke kriterijume. U ovakvim slučajevima je važno da se pri izboru teorijske funkcije vodi računa o fizičkim osobinama izučavane veličine i da se imaju u vidu iskustva sa drugim sličnim serijama. U većini slučajeva izbor teoretskih funkcija raspodjele vjerovatnoće za hidrološke slučajeve promjenljive osniva se na iskustvu.

Svrha njihove primjene je najčešće u tome da se, na osnovi hidrometeoroloških veličina opaženih u prošlosti, odrede vjerovatnoće sa kojim bi se ove pojave mogle desiti u budućnosti. Ovaj problem se sreće pri dimenzioniranju evakuacionih organa na branama ili proračunu regulisanog korita vodotoka (vjerovatnoća pojave velikih voda), kod proračuna gradske kišne kanalizacione mreže (vjerovatnoća pojave kiša kratkog trajanja), pri dimenzioniranju akumulacija itd.

Problem određivanja vjerovatnoća bi se u principu mogao riješiti proračunom empirijskih vjerovatnoća, pod uslovom da postoje veoma duge serije analiziranih promjenljivih. Kako se takvim serijama praktično nikad ne raspolaže, empirijska raspodjela učestalosti, koja je dobijena na osnovi uzorka ograničenog obima, aproksimira se nekom teorijskom raspodjelom, pomoću koje se dalje, mogu odrediti željene vjerovatnoće javljanja izučavane hidrometeorološke veličine. Obzirom da raspodjela populacije ove promjenljive po pravilu nije poznata, bira se jedna od teorijskih raspodjela, pa se zatim testira saglasnost teorijske i empirijske raspodjele vjerovatnoće, što će biti pokazano u poglavlju 8.7.

Funkcije raspodjele vjerovatnoće sadrže parametre koji se moraju procijeniti iz podataka sadržanih u uzorku. Sa matematičkog gledišta, što je više parametara u funkciji, to je ona fleksibilnija za prilagođavanje empirijskim raspodjelama. Sa statističkog gledišta, za procjenu parametara potrebni su ili momenti ili neke druge statistike ili se pak oni neposredno procjenjuju. Broj momenata ili drugih statistika koje su potrebne za procjenjivanje parametara povećava se sa povećanjem broja parametara. Pouzdanost procjene momenata iz osmatranih podataka smanjuje se povećanjem njihovog reda.

Parametri funkcije raspodjele vjerovatnoće koji se prilagođavaju osmatranoj raspodjeli učestalosti, definišu osobine položaja (centralna tendencija), razmjere (dispersija ili koncentracija), oblik, asimetričnost, krutost i druge osobine.

8.5.1. Ocjena parametara teorijskih funkcija raspodjele

Kao što će biti pokazano u nastavku ovog poglavlja, sve teorijske funkcije raspodjele su definirane sa jednim ili više parametara, čije vrijednosti treba da budu ocijenjene na osnovu elemenata slučajnog uzorka.

Postoje četiri metode za ocjenu parametara koje su danas u praktičnoj upotrebi:

1. Metoda momenata,
2. Metoda najveće vjerodostojnosti,
3. Metoda najmanjih kvadrata, i
4. Grafička metoda

Za ocjenu parametara populacije hidroloških podataka, najčešće se koriste metoda momenata i metoda najveće vjerodostojnosti.

Metoda momenata

Metoda momenata upotrebljava ili generalnu jednačinu za računanje r -tog momenta oko koordinatnog početka raspodjele $f(x)$:

$$m_r = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \quad (8.186)$$

ili odgovarajuću jednačinu za centralni momenat raspodjele

$$M_r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \quad (8.187)$$

gdje je μ prvi momenat oko koordinatnog početka.

Metoda momenata onda uspostavlja odnos (vezu) dobivenih momenata sa parametrima raspodjela, što će biti pokazano u nastavku kod konkretnih funkcija raspodjele vjerovatnoće.

Metoda najveće vjerodostojnosti

Metoda najveće vjerodostojnosti tvrdi da vjerovatnoća da se dobije neka vrijednost x_i za raspodjelu sa funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće $f(x, \alpha, \beta, \dots)$ gdje su α, β, \dots parametri raspodjele koji trebaju biti ocjenjeni, je proporcionalna sa $f(x_i, \alpha, \beta, \dots)$, a združena vjerovatnoća, L , da se dobije uzorak od n elemenata x_1, x_2, \dots, x_n je proporcionalna proizvodu

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i; \alpha, \beta, \dots) \quad (8.188)$$

Izraz (8.188), zakon vjerovatnoće uzorka, naziva se *vjerodostojnost* uzorka od n elemenata, iz populacije kontinualne promjenljive X .

Princip najveće vjerodostojnosti svodi se na određivanje takve ocjene parametara α, β, \dots za koju funkcija L dostiže svoj maksimum. To se dobiva parcijalnom derivacijom funkcije L po svakom od parametara i njenom izjednačavanju sa nulom.

Takođe, često se koristi $(\ln L)$ umjesto (L) zbog pojednostavljenja računanja.

Metoda najmanjih kvadrata

Procjena parametara funkcije pomoću metode najmanjih kvadrata, sastoji se u prilagođavanju teorijske funkcije raspodjele jednoj empirijskoj raspodjeli. Suma kvadrata svih odstupanja osmotrenih vrijednosti od prilagođene teorijske funkcije se onda minimizira.

Prema tome, da bi se prilagodila funkcija

$$\hat{y} = f(x; \alpha, \beta, \dots) \quad (8.189)$$

suma koju treba minimizirati je

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{ili} \quad S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; \alpha, \beta, \dots))^2 \quad (8.190)$$

gdje su x_i i y_i koordinate osmotrenih vrijednosti (tačaka), α, β, \dots su parametri koji se ocjenjuju a n je veličina uzorka. Da bi se dobila minimalna suma kvadrata, odstupanja jednačina (8.190) se parcijalno derivira u odnosu na ocjenu parametara a, b, \dots

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\partial b} = 0 \quad (8.191)$$

Ove parcijalne derivacije daju broj jednačina jednakih broju parametara koji se ocjenjuju. Da bi metod najmanjih kvadrata bio djelotvoran estimator, moraju biti zadovoljena tri uslova /25/:

- ◆ Odstupanja $y_i - \hat{y}_i$ treba da su normalno ili najmanje simetrično raspodjeljena,
- ◆ Varijansa populacije odstupanja treba da je nezavisna od veličine y_i ,
- ◆ Varijansa populacije odstupanja duž krive najmanjih kvadrata treba da je konstanta.

Grafička metoda

Grafička metoda se sastoji u vizualnom prilagođavanju funkcije

$$\hat{y} = f(x; \alpha, \beta, \dots) \quad (8.192)$$

koja po odgovarajućoj normi treba imati vrijednosti koje su “što bliže” vrijednostima tačaka.

Da bi se ocijenilo m parametara, treba na krivoj odabrati m tačaka koje daju m jednačina za rješavanje.

Postupak se može pojednostaviti probanjem različitih papira vjerovatnoće sa transformisanim koordinatama, sve dok se na tom papiru vrijednosti (tačke) ne grupišu oko prave linije. Upotreba dijagrama (papira) vjerovatnoće za prikaz funkcija raspodjele biti će pokazana u nastavku.

8.5.2. Funkcije raspodjele za diskretnu slučajnu promjenljivu

Kod rješavanja niza praktičnih problema u hidrologiji, javljaju se slučajne promjenljive koje mogu uzeti samo cjelobrojne vrijednosti. Takve promjenljive su broj dana sa kišom (ili bez kiše) u posmatranom periodu vremena, broj dana sa mrazom, broj rijeka koje presušuju tokom ljeta na određenoj teritoriji, broj godina u kojima dolazi do poplava (izlivanja vode iz korita) jednog vodotoka itd. U nastavku će biti izložene osobine nekih raspodjela koje se koriste kod analiza vjerovatnoća javljanja diskretnih (prekidnih) hidroloških i meteoroloških promjenljivih.

Binomna funkcija raspodjele

Binomna diskretna raspodjela vjerovatnoće primjenjuje se na populacije koje imaju samo dva diskretna, ali komplementarna događaja. Ona se u hidrologiji najčešće primjenjuje kad god postoje dva događaja sa karakteristikama: pojavljivanje ili nepojavljivanje neke osobine (recimo kišni i beskišni dan).

Bernulijev eksperiment. Neka maksimalni proticaj u jednom vodotoku iznosi Q^* . Na osnovu dugogodišnjih osmatranja i odgovarajućih obrada, utvrđeno je da vjerovatnoća javljanja proticaja većeg ili jednakog proticaju Q^* iznosi p , odnosno,

$$P\left[Q \geq Q^*\right] = P \quad (8.193)$$

Ukoliko pretpostavimo da su maksimalni proticaji u bilo kojoj godini nezavisni od maksimalnih proticaja u nekoj drugoj godini (što uobičajeno i jeste), moguće je definirati slučajnu promjenljivu X , koja može poprimiti vrijednost *jedan*, ako se u nekoj godini pojavi maksimalni proticaj veći ili jednak Q^* ; odnosno promjenljiva X uzima vrijednost *nula* ako se taj proticaj ne pojavi.

Za tako definisanu slučajnu promjenljivu X funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je:

$$f(x) = \begin{cases} p, & \text{za } x = 1 \\ 1 - p, & \text{za } x = 0 \end{cases} \quad (8.194)$$

Srednja ili očekivana vrijednost od X je (izraz 3.2):

$$\mu = E(X) = 1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = p \quad (8.195)$$

Varijansa od X je:

$$Var(X) = E\left[(X - \mu)^2\right] = (1 - p)p \quad (8.196)$$

Bernulijev eksperiment ima dva izlaza i ponavlja se samo jednom.

Međutim, svake godine postoji ista vjerovatnoća p da će se pojaviti maksimalni proticaj veći ili jednak proticaju Q^* . Drugim riječima, nezavisan Bernulijev eksperiment se ponavlja godinu za godinom.

Može se postaviti opravdano pitanje: kolika je vjerovatnoća da će se maksimalni proticaj pojaviti, na primjer, dva puta u slijedeće tri godine?

U tri eksperimenta (tri godine) dva proticaja mogu se pojaviti na tri različita načina: u prvoj i drugoj godini; u drugoj i trećoj godini; ili u prvoj i trećoj godini. Pošto je svaka godina nezavisna od drugih može se naći (odrediti) združena vjerovatnoća gornja tri načina javljanja maksimalnog proticaja.

$$P[1,1,0] = pp(1-p) = p^2(1-p) \quad (8.197)$$

$$P[0,1,1] = (1-p)pp = p^2(1-p) \quad (8.198)$$

$$P[1,0,1] = p(1-p)p = p^2(1-p) \quad (8.199)$$

gdje oznaka *jedan* pokazuje da se maksimalni proticaj pojavio, a *nula* da se isti proticaj nije pojavio. Pošto imamo tri nezavisna načina (postizanja) dvostrukog javljanja maksimalnog proticaja u tri slijedeće godine, tražena vjerovatnoća iznosi:

$$P[2 \text{ proticaja u 3 godine}] = 3p^2(1-p) \quad (8.200)$$

Gornji rezultat se može generalizirati.

Vjerovatnoća javljanja x događaja u n godina je:

$$P[X = x] = f(x) = B(n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad (8.201)$$

gdje je:

- x – slučajna varijabla koja predstavlja broj pojava događaja (proticaja) u n nezavisnih eksperimenata (godina),
- p – vjerovatnoća da se desi jedan događaj pri jednom eksperimentu (Bernulijevom opitu), odnosno vjerovatnoća prvog događaja u beskonačnom broju opita,
- $(1-p) = q$ – vjerovatnoća neuspjeha (nepojavljivanja), odnosno vjerovatnoća komplemetarnog događaja,
- n – broj nezavisnih eksperimenata,
- $\binom{n}{x}$ – broj kombinacija n događaja, od kojih se x posmatraju u isto vrijeme, odnosno predstavlja broj načina da se x događaja (tj. proticaja) može pojaviti u n eksperimenata (tj. godina), a računa se kao:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} \quad (8.202)$$

Izraz $n!$ za veliko n (recimo $n \geq 30$) je približno $\sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$.

Jednačina (8.201) je tzv. Binomna funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće. Veličina $P[X=x]$ predstavlja vjerovatnoću da se u seriji od n eksperimenata (opita), događaj realizira (desi) tačno x puta.

Ovdje se kao opšti parametri raspodjele smatraju očekivana (srednja) vrijednost, varijansa i koeficijent asimetrije i oni su:

$$\mu = E[X] = np \quad (8.203)$$

$$\text{Var}[X] = np(1-p) = npq \quad (8.204)$$

$$c_s = \frac{q-p}{\sqrt{npq}} \quad (8.205)$$

Ako je vjerovatnoća da će proticaj Q^* biti prevaziđen jednaka 2 % (0.02), tj.:

$$P(Q \geq Q^*) = 0,02 \quad (8.206)$$

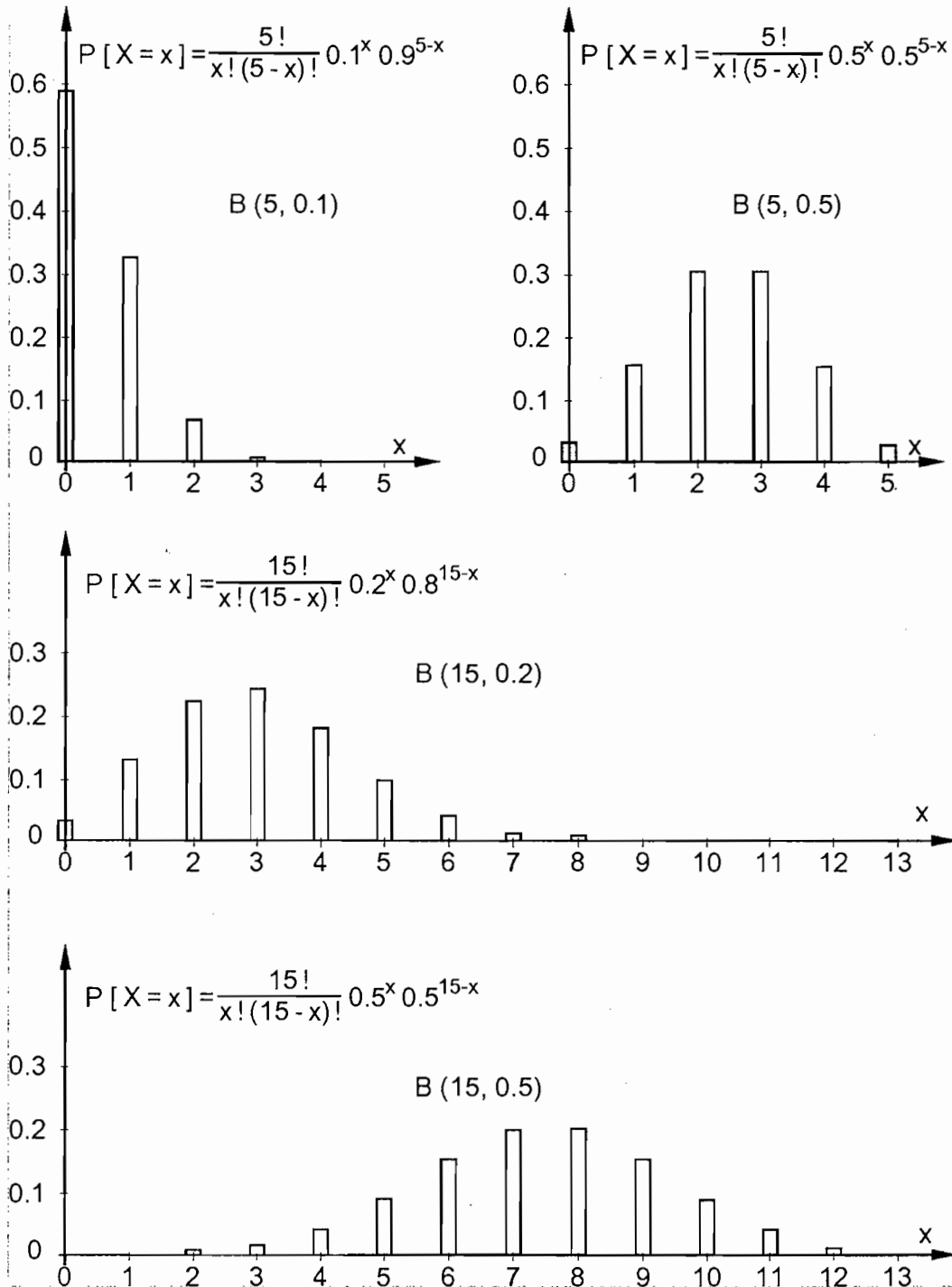
tada je prosječan broj slučajeva (vremena) da će proticaj biti prevaziđen u 50 godina jednak $\mu = 1 = (50 \times 0,02)$, sa varijansom $\sigma^2 = 0,98 (50 \times 0,02 (1 - 0,02))$. Drugim riječima, može se očekivati da će se proticaj Q^* biti prevaziđen prosječno jedanput godišnje.

Za $p < q$ binomna raspodjela je pozitivno asimetrična; za $p > q$ ona je negativno asimetrična, a za $p = q = 0,5$ ona je simetrična.

Izgled ove funkcije za vrijednost $n = 5$ sa $p = 0,1$ i $p = 0,5$, te $n = 15$ sa $p = 0,2$ i $p = 0,5$ pokazan je na slici 8.14.

Treba napomenuti da su n i p dva nezavisna parametra. Parametar p obično se procjenjuje na taj način da se uzme da je jednak učestalosti f prvog događaja, recimo događaja “da”, iz svih osmatranja koja se nalaze u uzorku veličine N , ili $f = m/N$, gdje je m broj pojava prvog od dva događaja u uzorku. Broj opita n , koji će se javiti ili su se već javili je ili određen u svakom pojedinom slučaju ili je selektivni parametar u toj analizi /43/.

U više publikacija nalaze se detaljne tabele binomne raspodjele (u obliku sumarne ili kumulativne vjerovatnoće) za razne raspone p i n .



Slika 8.14. Grafički prikaz Binomne funkcije raspodjele $B(n, p)$ /6/

PRIMJER 8.14.

Veličina proticaja povratnog perioda T je definirana kao ona koja će biti prevaziđena sa vjerovatnoćom $1/T$, u bilo kojoj razmatranoj godini. Ako predpostavimo da su sukcesivni godišnji proticaji nezavisni, može se, koristeći Binomnu raspodjelu, dati odgovor na nekoliko interesantnih pitanja:

Kolika je vjerovatnoća da će se u periodu od 50 godina, pojaviti tačno jedan proticaj 50-godišnjeg povratnog perioda? Odgovor na ovo pitanje može se dati koristeći se Binomnom raspodjelom (jednačina 5.201). Vjerovatnoća pojave jednog proticaja povratnog perioda od $T = 50$ godina u periodu od 50 godina je:

$$P[X = 1] = \binom{50}{1} \left(\frac{1}{50}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{50}\right)^{49} = 0,37 = 37\%$$

Kolika je vjerovatnoća da će se u periodu od 50 godina pojaviti tačno tri proticaja 50-godišnjeg povratnog perioda? Ponovno, Binomna raspodjela daje odgovor:

$$P[X = 3] = \binom{50}{3} \left(\frac{1}{50}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{50}\right)^{47} = 0,06 = 6\%$$

Lahko je uočiti da je vjerovatnoća pojave proticaja 50-godišnjeg perioda, tačno tri puta u periodu od 50 godina, mnogo manja od vjerovatnoće jedne pojave istoga proticaja, u periodu od 50 godina.

Kolika je vjerovatnoća da će se proticaj povratnog perioda $T = 50$ godina pojaviti najmanje jedanput u periodu od 50 godina? Ključ odgovora na ovo pitanje leži u riječi “najmanje jedanput”, što znači jednom ili više puta u 50 godina.

$$P[\text{najmanje 1 proticaju 50 godina}] = 1 - P[\text{nijedan proticaj u 50 godina}]$$

ili

$$\begin{aligned} P[\text{najmanje 1 proticaj u 50 godina}] &= \\ &= 1 - \binom{50}{0} \left(\frac{1}{50}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{50}\right)^{50} = 0,64 = 64\% \end{aligned}$$

Lahko je uočiti da je vjerovatnoća pojave najmanje jednog proticaja 50-godišnjeg povratnog perioda, u periodu od 50 godina, približno dvostruko veća od vjerovatnoće pojave tačno jednog takvog proticaja, određene pod tačkom 1.

Geometrijska funkcija raspodjele

Drugo interesantno pitanje koje se postavlja u hidrologiji je: koliko će godina proteći do pojave proticaja većeg ili jednakog proticaju Q^* (proticaj određenog povratnog perioda T). Koristeći koncept Binomne raspodjele vjerovatnoće, može se pisati:

$$P[\text{proticaj u } n\text{-toj godini}] = (1-p)^{n-1} p \quad (8.207)$$

ili $n-1$ (neponavljanja) u nizu iza kojeg slijedi proticaj u n -toj godini.

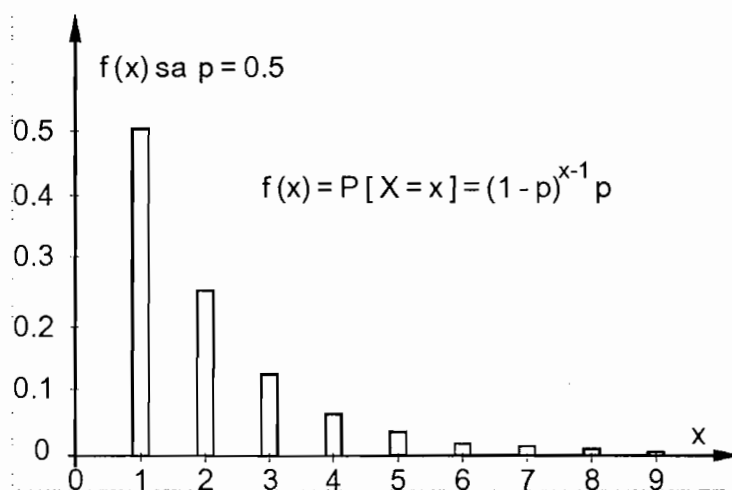
Gornja raspodjela se naziva *geometrijska raspodjela vjerovatnoće* i predstavlja funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće, u kojoj slučajna varijabla N predstavlja broj od n godina do pojave prvog proticaja.

Gornji rezultat se može generalizirati, odnosno napisati kao:

$$f(x) = P[X = x] = p(1-p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots \quad (8.208)$$

Dakle, može se reći: ako se u jednom eksperimentu uspjeh može ostvariti sa vjerovatnoćom p i ako se eksperiment ponavlja do pojave prvog uspjeha, tada će slučajna promjenljiva x , koja predstavlja broj ponovljenih eksperimenata do pojave prvog uspjeha, biti raspodjeljena po Geometrijskoj raspodjeli definiranoj izrazom (8.208). Iz prednje formulacije je jasno da se mora ostvariti $(x-1)$ neuspjeha i da će u x -tom pokušaju biti ostvaren uspjeh.

Slika 8.15 predstavlja geometrijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće za $p = 0,5$.



Slika 8.15. Grafički prikaz geometrijske funkcije raspodjele

Ako se vrati pitanju sa početka ove tačke, može se pitati: Kolika je vjerovatnoća da će se proticaj pojaviti u n ili manje godina? Odgovor se može dati pomoću kumulativne geometrijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Jednostavan način da bi se dobio ovaj odgovor je postavljanje jednog ekvivalentnog pitanja: kolika je vjerovatnoća da se pojavi najmanje jedan proticaj u slijedećih n godina. To je komplement vjerovatnoće da se u n godina taj proticaj neće pojaviti, a što iznosi $(1 - p)^n$. Odatle,

$$P[X = x] = P[N \leq n] = 1 - (1 - p)^n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8.209)$$

Opšti parametri, očekivana vrijednost i varijansa za geometrijsku raspodjelu su:

$$\mu = 1/p \quad (8.210)$$

a varijansa

$$\sigma^2 = (1 - p) / p^2 \quad (8.211)$$

Treba uočiti da sve dok je vjerovatnoća p , vjerovatnoća *prevazilaženja* (vidi jednačinu 8.55) u bilo kojoj godini, to očekivana vrijednost geometrijske raspodjele predstavlja povratni period ili prosječan broj godina koji će proteći dok se ne pojavi proticaj veličine Q^* ili veći.

Jednačina (8.209) se uobičajeno naziva rizik pojave proticaja, pošto ona daje odgovor na pitanje: koliki je rizik da ćemo imati najmanje jedan događaj (tj. proticaj) povratnog perioda $T = 1/p$ u n godina?

U tabeli 8.4 dat je taj rizik za nekoliko uobičajenih vrijednosti povratnog perioda $T = 1/p$ i broja godina n , gdje je p vjerovatnoća prevazilaženja u godini.

Poasonova funkcija raspodjele

Ako su n i p binomne raspodjele međusobno nezavisni, i p je vrlo malo dok je n vrlo veliko, binomna raspodjela postaje manje primjenljiva. Teoretski, ako n teži beskonačnosti dok p teži nuli, ali njihov proizvod np teži konstanti λ , raspodjela x ($x = 0, 1, \dots, \infty$) slijedi Poasonovu diskretnu raspodjelu. U praksi nije neophodno da $p \rightarrow 0$ i $n \rightarrow \infty$, ali je potrebno da je p relativno malo, a n relativno veliko da bi Poasonova funkcija postala upotrebljiva pod uslovom da $\lambda = np$ stoji približno konstantno, dok se n i p mijenjaju.

Tabela 8.4. Rizik (%) da će se događaj povratnog perioda T (godina) pojaviti najmanje jedanput u datom broju godina /4/

| Broj godina | Povratni period (godina) | | | |
|-------------|--------------------------|-------|-----|-----|
| | 10 | 50 | 100 | 500 |
| 1 | 10 | 2 | 1 | 0.2 |
| 2 | 19 | 4 | 2 | 0.4 |
| 5 | 41 | 10 | 5 | 1 |
| 10 | 65 | 18 | 10 | 2 |
| 20 | 88 | 33 | 18 | 4 |
| 30 | 96 | 45 | 26 | 6 |
| 50 | 99 | 64 | 40 | 10 |
| 75 | 99.9 | 78 | 53 | 14 |
| 100 | 99.99 | 87 | 63 | 18 |
| 200 | 99.999 | 98 | 87 | 33 |
| 500 | 99.999 | 99.99 | 99 | 63 |

Konstanta λ je jedini parametar raspodjele, pa je funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće definisana kao:

$$f(x) = P[X = x] = p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (8.212)$$

gdje je x broj pojava nekog događaja date male vjerovatnoće, p , u velikom broju opita, n , a $p(x)$ je vjerovatnoća od $x = 0, 1, 2, \dots$

Lahko se može pokazati da je

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!} = e^{-\lambda} \left(1 + \frac{\lambda}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} + \dots \right) = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1 \quad (8.213)$$

što govori da je ova funkcija, funkcija vjerovatnoće.

Zbog malog p , Poasonova raspodjela je prilagodljiva na pojave koje se rijetko javljaju. Dakle, ona je granični slučaj Binomne raspodjele za vrlo veliko n i malo p (rijetko se javlja), pod uslovom da je $np = \lambda \Rightarrow \text{const.}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (8.214)$$

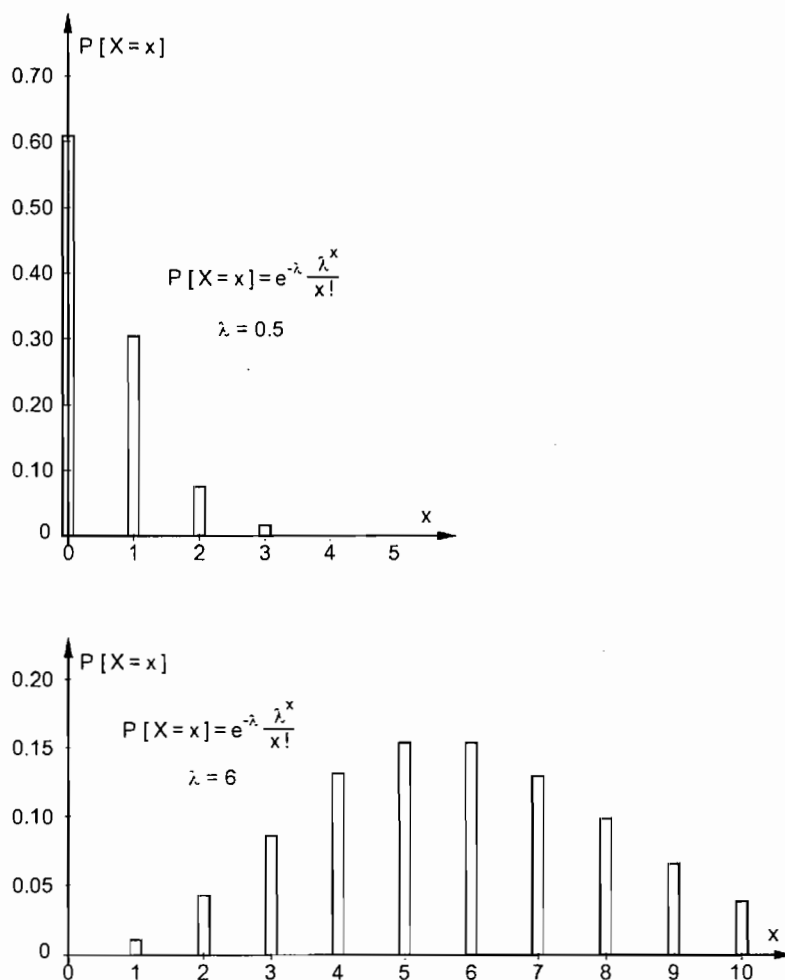
Opšti parametri, očekivana vrijednost, varijansa i koeficijent asimetrije za Poasonovu raspodjelu su:

$$E(x) = \lambda, \quad Var(x) = \sigma^2 = \lambda, \quad c_s = \lambda^{-1/2} \quad (8.215)$$

Ova raspodjela se može primijeniti u hidrologiji, posebno za pojavu datog broja ekstremnih vrijednosti sa malom vjerovatnoćom pojave.

Koeficijent asimetrije $c_s \rightarrow 0$ kada $\lambda \rightarrow \infty$ pokazuje desnostranu asimetriju utoliko veću ukoliko je λ manje, a raspodjela postaje sve simetričnija sa porastom veličine λ .

Grafički prikaz Poasonove funkcije raspodjele za različite vrijednosti λ dat je na slici 8.16.



Slika 8.16 Grafički prikaz Poasonove raspodjele za $\lambda = 0,5$ i $\lambda = 6$

Kod izračunavanja vjerovatnoća Poasonove raspodjele, često koristimo rekurentni obrazac koji se dobije transformacijom:

$$f(x+1) = p_{x+1} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x+1}}{(x+1)!} = \frac{\lambda}{x+1} e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = \frac{\lambda}{x+1} p_x \quad (8.216)$$

Obzirom da je kod Poasonove raspodjele

$$\bar{x} = \sigma^2 = \lambda \quad (8.217)$$

Može se zaključiti da zadanom empirijskom statističkom skupu odgovara teoretski model Poasonove raspodjele kad god je izračunata srednja vrijednost (\bar{x}) zadanog statističkog skupa bliska po svojoj vrijednosti izračunatoj varijansi σ^2 , tj., $\bar{x} = \sigma^2$.

PRIMJER 8.15.

Kolika je vjerovatnoća da će se velika voda povratnog perioda javljanja od $T = 500$ godina, Q_{500} , pojaviti tri puta u periodu od $n = 100$ godina, a kolika da se ni jedna velika voda istog povratnog perioda neće javiti u periodu od $n = 5$ godina.

Ovdje je $p(Q_{500}) = 1/T = 1/500 = 0,002$; tako da je:

Za $x = 3$ i $n = 100$ godina, $\lambda = np = 100 \cdot 0,002 = 0,2$

$$f(x) = P[X = x] = p(3) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-0,2} \frac{0,2^3}{3!} = 0,00109$$

a za $x = 0$ i $n = 5$ godina, $\lambda = np = 5 \cdot 0,002 = 0,01$

$$f(x) = P[X = x] = p(0) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-0,01} \frac{0,01^0}{0!} = 0,99008$$

tako da postoji približno 99 % vjerovatnoće da se ni jedna velika voda jednaka ili veća 500-godišnjoj velikoj vodi neće pojaviti u periodu od 5 godina.

Ovakvo pitanje se često postavlja kod osiguranja građevinske jame prilikom gradnje velikih brana, kada je zbog osiguranja građevinskih mašina i opreme u njoj kod osiguravajućih društava neophodno saznati rizik, odnosno vjerovatnoću da će te mašine i oprema biti potopljeni velikom vodom, u periodu izgradnje brane.

8.5.3. Funkcije raspodjele za kontinualnu slučajnu promjenljivu

U prethodnom poglavlju je pretpostavljeno da je vjerovatnoća prevazilaženja $P[X \geq x]$ datog događaja (tj. proticaja) u datom periodu vremena poznata. Na primjer, P može biti vjerovatnoća da se u godini pojavi proticaj veći ili jednak proticaju Q^* , ili vjerovatnoća da visina padavina u nekom danu prevaziđe vrijednost D^* , tokom bilo kojeg vremenskog perioda, koje mogu poprimiti vrijednosti između nula i beskonačnosti. Vjerovatnoća njihovog javljanja poprima neku vrijednost unutar raspona koji se može opisati funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće datog događaja.

Postoji bezbroj funkcija koje mogu opisati funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće za kontinualnu slučajnu promjenljivu (podsjetimo se: kontinualne promjenljive su takve promjenljive koje mogu uzeti bilo koju vrijednost u granicama uzetog intervala – vodostaj, proticaj vode ili nanosa, visina padavina itd.). One teoretske funkcije raspodjele koje su opisane u nastavku su jedan ograničen broj onih najuobičajenijih (najčešće korištenih), specijalno u hidrologiji.

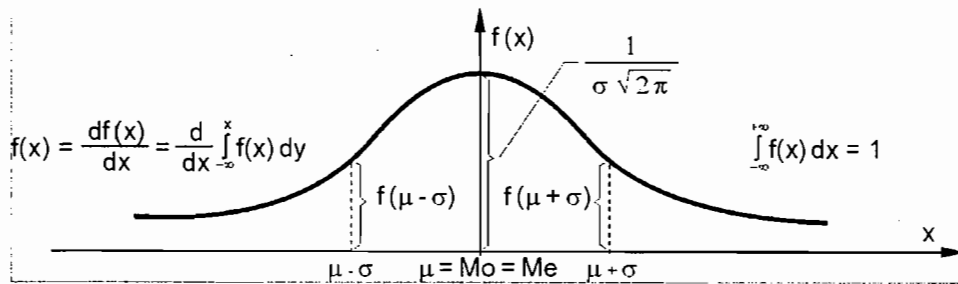
Gausova ili Normalna funkcija raspodjele vjerovatnoće

Normalna ili Gausova funkcija raspodjele vjerovatnoće, naročito *standardna normalna*, zauzima jedinstveno mjesto među funkcijama raspodjele u teoriji vjerovatnoće, matematskoj statistici i stohastičkim procesima. Ona često služi kao standardna ili repna raspodjela za upoređenje sa drugim funkcijama raspodjele.

Gausova (normalna) funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je vjerovatno najuobičajenija funkcija raspodjele.

Normalna funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće je korisna u hidrologiji u pet određenih slučajeva /43/: (1) za prilagođavanje na simetrične empirijske raspodjele učestalosti hidroloških slučajnih promjenljivih, (2) kao funkcija gustine vjerovatnoće u analizama slučajnih grešaka, (3) kao repna raspodjela za upoređenje sa drugim raspodjelama, (4) kako mnogi hidrološki statistički parametri mogu biti ili tačno ili približno normalno rasopodjeljeni, normalna funkcija gustine vjerovatnoće se upotrebljava za razne vrste statističkih zaključivanja, (5) da se upotrijebi za generisanje uzoraka, sa simuliranjem prvo normalno nezavisnih ili zavisnih slučajnih brojeva, prije nego što se oni transformišu u druge tipove raspodjela.

Gausova funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je prikazana na slici 8.17. Ona je karakteristično zvonolika, simetrična i definirana u rasponu od $-\infty$ do $+\infty$.



Slika 8.17. Karakteristični izgled normalne (Gausove) funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće

Obzirom da su prirodni procesi, kao na primjer proticaji u rijekama, vrlo rijetko negativni, Gausova funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je očigledno ograničena za njenu primjenu u hidrologiji. Uprkos tome, ona je vrlo upotrebljiva. Glavna teorijska poteškoća pri prilagođavanju normalnih raspodjela empirijskim raspodjelama raznih hidroloških promjenljivih, je osobina da normalne promjenljive imaju svaku vrijednost od $-\infty$ do $+\infty$, dok većina hidroloških promjenljivih ima samo pozitivne vrijednosti, obično sa donjom vrijednosti nula, a ponekad takođe sa pozitivnom ili čak negativnom donjom granicom.

Kriva prikazana na slici 8.17 se može opisati pomoću dvoparametarske funkcije:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x \leq +\infty \quad (8.218)$$

Ta dva parametra su *očekivana* ili *srednja vrijednost* μ oko koje su centrirane vrijednosti slučajne promjenljive i *standardna devijacija* σ , koja nam pokazuje koliko su dispergovana (rasuta) pojavljivanja slučajne varijable oko njene srednje vrijednosti. Ti parametri se procjenjuju iz raspoloživog uzorka.

Izraz 8.218. predstavlja tzv. uopšteni oblik normalne funkcije raspodjele sa srednjom (očekivanom) vrijednošću ($\mu = \bar{x}$) i standardnom devijacijom ($\sigma_x = \sigma$) što pišemo simbolički $N(\bar{x}, \sigma)$.

Dijagram uopštenog oblika normalne raspodjele je simetričan u odnosu na pravu $x = \bar{x}$ sa maksimumom u tački $(\bar{x}; 1/\sigma\sqrt{2\pi})$ i prevojnima tačkama $x_{1,2} = \bar{x} \pm \sigma$ kao na slici (8.17).

Normalna funkcija iz jednačine 8.218 je neograničena i definisana je za svaku realnu vrijednost x .

Osa x je asimptota, a površina pod krivom je jedinica. Srednja vrijednost μ , medijana M_e i mod M_o su identični, odnosno:

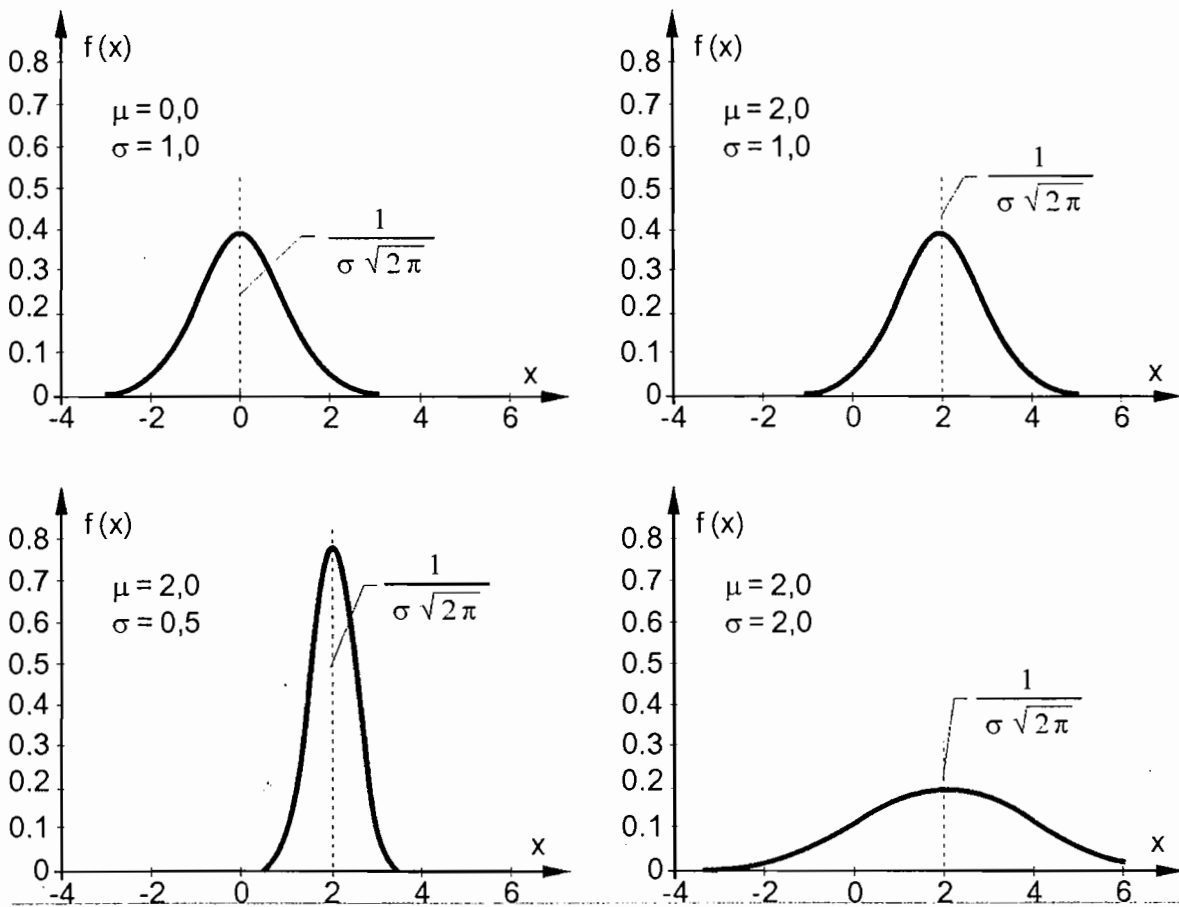
$$\mu = M_e = M_o \quad (8.219)$$

Oblik funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće zavisi od parametra σ i može se pokazati na primjeru forme ove funkcije za $\mu = 0$ i $\sigma = 1$; $\mu = 2$ i $\sigma = 1$; $\mu = 2$ i $\sigma = 0,5$; te $\mu = 2$ i $\sigma = 2$ (slika 8.18).

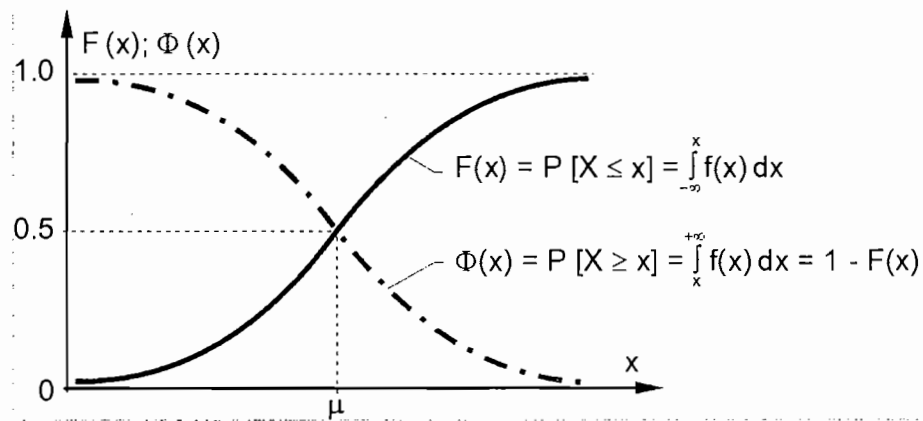
Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće glasi:

$$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dy \quad (8.220)$$

Njena grafička predstava data je na slici 8.19.



Slika 8.18. Gausova ili normalna funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće za razne vrijednosti μ i σ



Slika 8.19. Grafička predstava normalne kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće

Obzirom da je normalna funkcija raspodjele definisana za $-\infty < x < \infty$, ova se raspodjela, teorijski, ne bi mogla primijeniti na promjenljive koje ne mogu uzeti negativne vrijednosti.

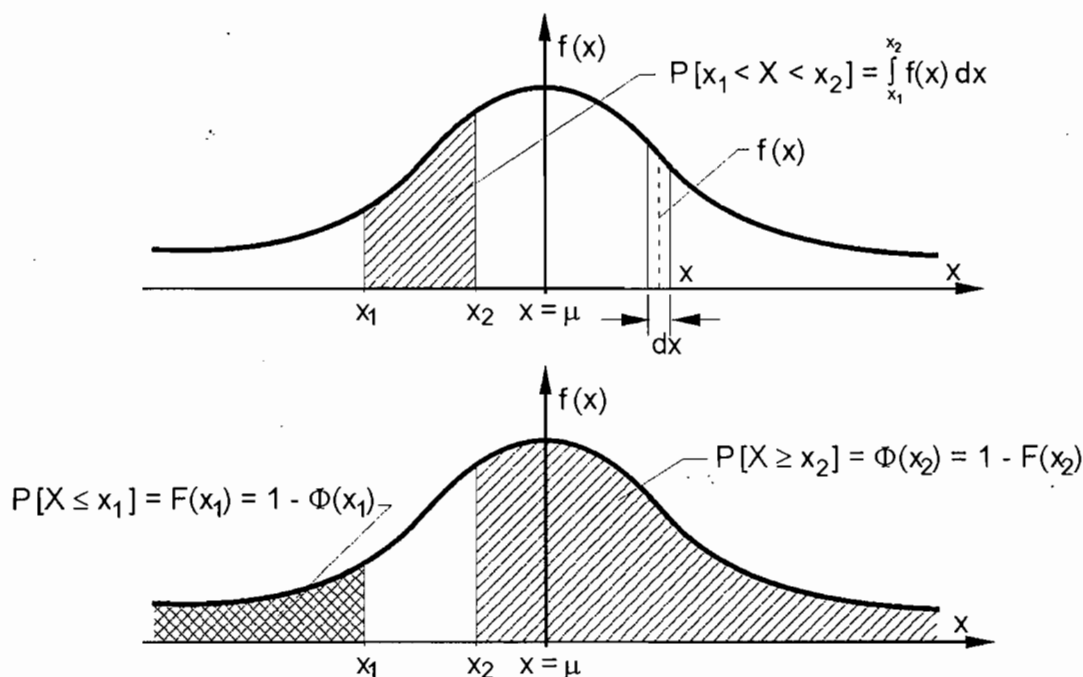
Kako je $P[X < 0]$, u slučaju $\mu > 3\sigma$ (tj. $c_v < 1/3$), veoma mala vrijednost, to se ova raspodjela može upotrijebiti i za modeliranje procesa koji ne mogu biti negativni (padavine, proticaji, i sl.), bez bojazni da će se izgubiti veliki dio statističkih informacija /19/.

Značajna svojstva ove funkcije raspodjele su i (slika 8.20):

$$x_1 \leq x_2, \quad F(x_2) \geq F(x_1) \quad (8.221)$$

$$P[x_1 < X < x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1) = 1 - [F(x_1) + \Phi(x_2)] \quad (8.222)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1, \quad \text{za } x \rightarrow \infty \text{ i } \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, \quad \text{za } x \rightarrow -\infty \quad (8.223)$$



Slika 8.20. Grafička predstava nekih značajnih svojstava normalne funkcije raspodjele

Ocjena parametara raspodjele. Kao što je već rečeno, jednačina (8.218) ima dva parametra, μ i σ , čije vrijednosti treba da budu ocjenjene na osnovu elemenata slučajnog uzorka. Ovdje će biti pokazana ocjena parametara za normalnu raspodjelu metodom momenata.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\beta^2}} x dx \quad (8.224)$$

Zamjena $(x - \alpha) / \beta = z$, $x = \alpha + z\beta$, $dx = \beta dz$, daje

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\alpha + z\beta) e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \\ &= \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \end{aligned} \quad (8.225)$$

Prvi integral predstavlja normalnu gustinu raspodjele sa $\mu = 0$ i $\sigma = 1$, pa je njegova vrijednost jednaka jedan.

Za drugi integral može se pisati:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z e^{-\frac{z^2}{2}} dz = -\frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \Bigg|_{-\infty}^{\infty} = 0 \quad (8.226)$$

pa je:

$$E(X) = \mu = \alpha$$

Srednja vrijednost populacije μ ocjenjuje se pomoću aritmetičke sredine uzorka \bar{x} .

Varijansa se računa na osnovu /38/:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \alpha)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \alpha)^2 \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\beta^2}} dx \quad (8.227)$$

Zamjena $(x - \alpha) / \beta = z$, $x = \alpha + z\beta$, $dx = \beta dz$, daje

$$Var(x) = \beta^2 \left. \frac{-z e^{-\frac{z^2}{2}}}{2} \right|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8.228)$$

$$Var(X) = \beta^2 (0 + 1) = \beta^2 = M_2 = \sigma^2 \quad (8.229)$$

Standardna devijacija populacije σ ocjenjuje se pomoću S , standardne devijacije (srednjeg kvadratnog odstupanja) uzorka.

Standardna normalna funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće. Iz naprijed navedenog, vidi se da je za određivanje bilo koje vjerovatnoće slučajne promjenljive X , uz poznavanje parametara μ i σ , potrebno riješiti integral (8.220) kojim je definisana kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće. Zbog važnosti te funkcije i s obzirom na to da se taj integral može izračunati samo posebnom numeričkom metodom, uvodi se značajno olakšanje za definiranje vjerovatnoća poznavanjem tzv. *standardne normalne funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće*, čija primjena će biti pokazana u nastavku.

Ako se promatra jedan element površine ispod krive raspodjele gustine vjerovatnoće sa promjenljivom x , u sredini intervala dx , onda je ova površina (slika 8.20):

$$dF = f(x)dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (8.230)$$

Ako se u gornjoj jednačini izvrši slijedeća zamjena:

$$z = (x - \mu) / \sigma, \quad x = z\sigma + \mu, \quad dx = \sigma dz, \quad (8.231)$$

jednačina (8.230) postaje:

$$dF = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad \text{te} \quad (8.232)$$

$$F(z) = P[Z \leq z] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8.233)$$

što predstavlja kumulativnu funkciju raspodjele tzv. *standardizovane normalno raspoređene slučajne promjenljive Z*.

Odgovarajuća funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće je:

$$\varphi(z) = \frac{dF(z)}{dz} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}; \quad -\infty < z < \infty \quad (8.234)$$

Neprekidna funkcija

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (8.235)$$

u intervalu $(-\infty, +\infty)$ predstavlja zakon vjerovatnoće, koji nosi naziv *standardni normalni zakon vjerovatnoće gustine raspodjele*, jer je:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(z) dz = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1 \quad (8.236)$$

Dakle, za neprekidnu slučajnu promjenljivu

$$Z = \left\{ z \in (+\infty, -\infty); \quad dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dp = 1 \right\} \quad (8.237)$$

skraćeno kažemo da ima standardizovanu normalnu raspodjelu.

Funkcija (8.235) je definisana, pozitivna i neprekidna za svaku vrijednost z .

Ona je parna, jer je

$$\varphi(-z) \equiv \varphi(+z) \quad (8.238)$$

te je njen dijagram simeričan u odnosu na $y = \varphi(z)$ osu.

$$\text{Iz } \lim_{z \rightarrow \pm\infty} \varphi(z) = 0 \quad (8.239)$$

zaključujemo da je z – osa asimptota. Iz prvog izvoda

$$\varphi'(z) = -\frac{z}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (8.240)$$

vidimo da je

$$\varphi(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0,3989 \quad (8.241)$$

maksimum, a iz drugoga izvoda

$$\varphi''(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} (z+1)(z-1) \quad (8.242)$$

zaključujemo da u tačkama

$$\varphi(\pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}} = 0,2420 \quad (8.243)$$

imamo prevojne tačke.

Dijagram zakona gustine vjerovatnoće standardizovane normalne raspodjele ima poznati oblik tzv. Gausove krive (slika 8.21).

Ona je standardizovana jer je $E[Z] = \bar{z} = 0$ a $Var[Z] = \sigma^2 = \sigma = 1$, što se simbolički piše $N(\bar{z} = 0, \sigma = 1)$, odnosno $N(0,1)$.

Koeficijent asimetrije

$$c_s = \frac{M_3}{1} = 0 \quad (8.244)$$

zato što su $M_1 = \bar{z} = 0$, $M_2 = 1$, $M_3 = 0$ potvrđuje raniju konstataciju da je normalna raspodjela simetrična, te je i unimodalna

$$\bar{z} = M_0 = M_e = 0 \quad (8.245)$$

Za funkciju raspodjele gustine vjerovatnoće standardizovane normalno raspodjeljene slučajne promjenljive oblika

$$F(z) = P[Z \leq z] = \int_{-\infty}^z \varphi(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8.246)$$

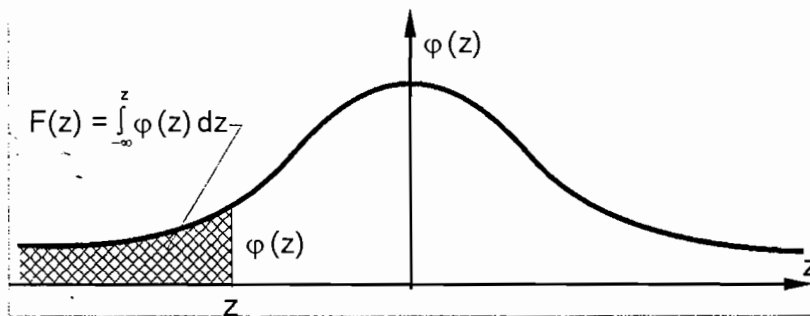
u mnogim statističkim udžbenicima postoje urađene tablice (statistička tabela 1) što su u stvari vrijednosti površine ispod standardizovane normalne krive $y = \varphi(z)$ u intervalu $(-\infty, z)$ (slika 8.21). Potreba da se za tu funkciju izračunaju posebne tablice, nastala je zbog važnosti te funkcije i s obzirom da se taj integral može izračunati samo numeričkim metodama.

Obzirom da je

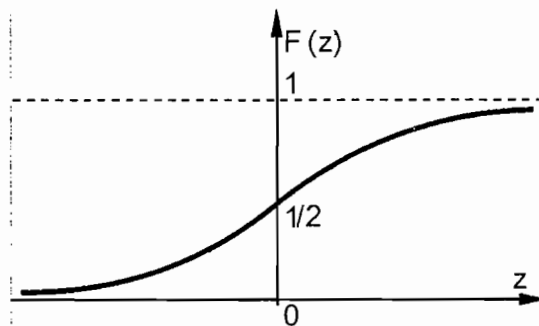
$$\lim_{z \rightarrow -\infty} F(z) = 0 \quad \text{i} \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} F(z) = 1 \quad (8.247)$$

iz toga se zaključuje da funkcija $y = F(z)$ ima dvije asimptote: $y = 0$ i $y = 1$ (slika 8.22).

Pošto je funkcija $y = \varphi(z)$ parna, a cijela površina ispod krive u intervalu $(-\infty, +\infty)$ jednaka je jedinici, to je pola površine jednako 0,5; iz čega zaključujemo da je $F(0) = 1/2$.



Slika 8.21. Karakteristični izgled standardizovane normalne funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće



Slika 8.22. Grafička predstava standardizovane normalne kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće

Vjerovatnoća da će se standardizovana normalno raspodjeljena slučajna promjenljiva Z naći u jednom intervalu, jednaka je, kako je poznato, priraštaju funkcije raspodjele u tom intervalu:

$$P[a < Z < b] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{z^2}{2}} dz = F(b) - F(a) \quad (8.248)$$

što je ustvari površina ispod krivulje (8.234) u zadanom intervalu, koji može biti otvoren, zatvoren ili poluotvoren, jer su funkcije $\varphi(z)$ i $F(z)$ neprekidne.

Ako postoji simetričan interval u odnosu na koordinatni početak, tada se može slijedećom transformacijom uprostiti izračunavanje odgovarajuće vjerovatnoće

$$P[-a < Z < a] = F(a) - F(-a) \quad (8.249)$$

Kako je zbog simetrije

$$F(-a) = \int_{-\infty}^{-a} \varphi(z) dz = \int_a^{+\infty} \varphi(z) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(z) dz - \int_{-\infty}^a \varphi(z) dz = 1 - F(a) \quad (8.250)$$

relacija (8.249) dobija oblik

$$P[-a < Z < a] = F(a) - 1 + F(a) = 2F(a) - 1 \quad (8.251)$$

Ova jednačina se često koristi u hidrologiji, što će biti pokazano u poglavljima 8.6 i 8.7, kada se bude razmatrala teorija statističkog ocjenjivanja na osnovu uzorka i testiranje statističkih hipoteza.

Ako se upotrijebi opšti oblik normalne raspodjele $N(\mu, \sigma)$ onda je vjerovatnoća da će se promjenljiva X naći u intervalu

$$P[a < X < b] = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} dx \quad (8.252)$$

Zamjenom

$$z(x) = z = \frac{x - \mu}{\sigma}, \quad dx = \sigma dz, \quad z(a) = \frac{a - \mu}{\sigma} \quad \text{i} \quad z(b) = \frac{b - \mu}{\sigma} \quad (8.253)$$

dobije se:

$$\begin{aligned} P[a < X < b] &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{\frac{a-\mu}{\sigma}}^{\frac{b-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = F\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \\ &= F(z_b) - F(z_a) \end{aligned} \quad (8.254)$$

Upotreba statističkih tablica za normalnu raspodjelu

Za razne vrijednosti z , postoje statističke tablice gdje se mogu naći vrijednosti funkcija:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \text{ i } F(z) = \int_{-\infty}^z \varphi(z) dz \quad (8.255)$$

Obzirom da se razmatra slučajna standardizirana normalno raspodjeljena promjenljiva za koju znamo da je

$$N(\mu = 0, \sigma = 1)$$

često je od interesa odrediti vjerovatnoću slučajne promjenljive u intervalima dvije, četiri i šest standardnih devijacija.

Na osnovu prepisanog isječka statističke tabele 1:

| z | $\varphi(z)$ | F(z) |
|---|--------------|---------|
| 1 | 0,2420 | 0,84130 |
| 2 | 0,0540 | 0,97725 |
| 3 | 0,0044 | 0,99855 |

može se izračunati

$$P(-1 < Z < +1) = 2F(1) - 1 = 2 \times 0,8413 - 1 = 0,6826 = 68,3 \%$$

$$P(-2 < Z < +2) = 2F(2) - 1 = 2 \times 0,97725 - 1 = 95,5 \%$$

$$P(-3 < Z < +3) = 2F(3) - 1 = 2 \times 0,99855 - 1 = 99,7 \%$$

Do istih rezultata može se doći i kod uopštenog oblika normalne raspodjele $N(\mu, \sigma)$, tražeći vjerovatnoću slučajne promjenljive u jednom simetričnom intervalu oko srednje vrijednosti

$$\begin{aligned} P[\mu - a < X < \mu + a] &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\sqrt{\pi}}} \int_{x-a}^{x+a} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a/\sigma}^{a/\sigma} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz = 2F\left(\frac{a}{\sigma}\right) - 1 \end{aligned} \quad (8.256)$$

Ako se stavi $a/\sigma = k$, odnosno $a = k \cdot \sigma$, dobija se

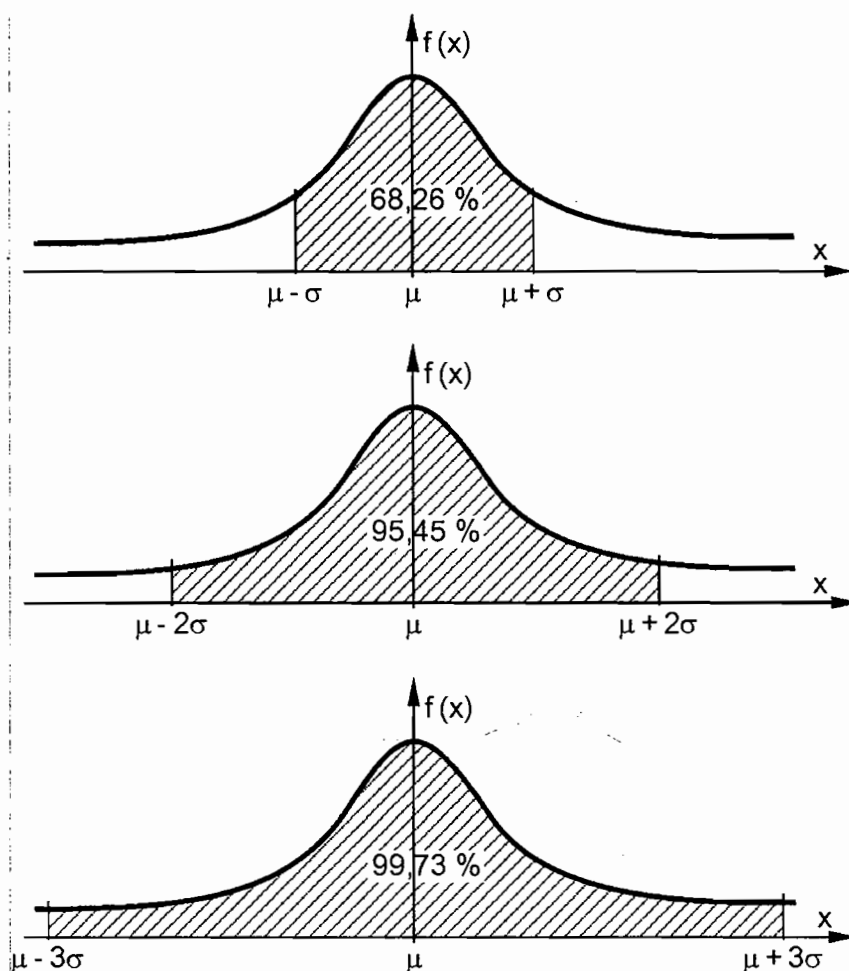
$$P[\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma] = 2F(k) - 1 \quad (8.257)$$

$$\text{za } k = 1, \quad P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 2F(1) - 1 = 0,6826 = 68,3 \%$$

za $k = 2$, $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 2F(2) - 1 = 0,9544 = 95,5\%$

za $k = 3$, $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 2F(3) - 1 = 0,9973 = 99,7\%$

Iz gornjih rezultata se može izvesti veoma važan zaključak. Vjerovatnoća da se tekuća vrijednost normalno raspoređene slučajne promjenljive nalazi u simetričnom intervalu oko (μ) dužine 2σ , 4σ i 6σ iznosi 68,3 %, 95,5 % i 99,7 % (slika 8.23).



Slika 8.23. Površine ispod normalne funkcije gustine raspodjele za neke karakteristične intervale

Izraz (8.257) može se pisati u obliku

$$P\left[|X - \bar{x}| < k\sigma\right] = 2F(k) - 1 \quad (8.258)$$

što se može i riječima iskazati na slijedeći način. Vjerovatnoća da odstupanje (po apsolutnoj vrijednosti) normalno raspoređene slučajne promjenljive od očekivane vrijednosti (μ) bude manje od jednostruke (σ), dvostruke (2σ), odnosno trostruke (3σ) vrijednosti standardne devijacije, iznosi 68,3 %, 95,5 %, odnosno 99,7 %.

Jednačina (8.234) se može aproksimirati (sa tačnošću $< 2,27 \times 10^{-3}$) preko slijedećeg polinoma /25/:

$$\varphi(z) = \left(a_0 + a_1 z^2 + a_2 z^4 + a_3 z^6\right)^{-1} \quad (8.259)$$

sa

$$a_0 = 2,490895, \quad a_2 = -0,024393, \quad a_1 = 1,466003, \quad a_3 = 0,178257$$

Odgovarajuća kumulativna funkcija raspodjele (8.233) za funkciju gustine raspodjele datu jednačinom (8.234) se može aproksimirati slijedećim polinomom sa greškom manjom od 1×10^{-5} kao /25/:

$$F(z) = 1 - \varphi(z) \left(a_1 q + a_2 q^2 + a_3 q^3\right) \quad (8.260)$$

gdje je:

$$q = 1 / (1 + az) \quad (8.261)$$

$$a = 0,33267, \quad a_2 = -0,12017, \quad a_1 = 0,43618, \quad a_3 = 0,93730$$

Aproksimacija polinomom takođe je primjenjiva za slučaj da treba odrediti vrijednost slučajne promjenljive x , odnosno standardizovane promjenljive z , za zadanu, odnosno odabranu vrijednost vjerovatnoće $\Phi(x) = 1 - F(x) = \Phi(z)$. Oblik polinoma je slijedeći, sa vrijednošću greške manjom od $4,5 \times 10^{-4}$ /25/:

za $0 < F(z) < 0,5$

$$z \cong -w - \frac{c_0 + c_1 w + c_2 w^2}{1 + d_1 w + d_2 w^2 + d_3 w^3} \quad (8.262)$$

$$w = \sqrt{\ln\left(1 / F(z)^2\right)} \quad (8.263)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} c_0 &= 2,51517 & d_1 &= 1,432788 \\ c_1 &= 0,802853 & d_2 &= 0,189269 \\ c_2 &= 0,010328 & d_3 &= 0,001308 \end{aligned}$$

za $F(z) \geq 0,5$

$$z \cong w - \frac{c_0 + c_1 w + c_2 w^2}{1 + d_1 w + d_2 w^2 + d_3 w^3} \quad (8.264)$$

$$w = \sqrt{\ln\left(1 / \Phi(z)^2\right)} \quad (8.265)$$

PRIMJER 8.16.

Uz pretpostavku da srednje godišnje padavine na kišomjernoj stanici Sarajevo, za period 1950–1982 godina, imaju normalnu raspodjelu $N(\bar{x} = 930 \text{ mm}, S_x = 150 \text{ mm})$, potrebno je naći simetričan interval oko tačke $\bar{x} = 930$, u kome slučajna promjenljiva uzima vrijednosti sa vjerovatnoćom $P = 0,95$, odnosno odrediti granice a i b tako da je

$$P(a < X < b) = 0,95$$

Poznato je da je (jednačina 8.254)

$$P[a < X < b] = \int_{\frac{a-\bar{x}}{\sigma}}^{\frac{b-\bar{x}}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = F\left(\frac{b-\bar{x}}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a-\bar{x}}{\sigma}\right) = F(z_b) - F(z_a)$$

Kako se radi o simetričnim granicama u odnosu na srednju vrijednost $\bar{z} = 0$, to je $z_b = -z_a$ i važi jednačina (8.251)

$$P(-z < Z < z) = 2F(z) - 1 = 0,95$$

odakle slijedi da je

$$F(z) = 1,95/2 = 0,975$$

Za $F(z) = 0,975$ iz statističke tabele 1. slijedi $z_b = 1,96$, $z_a = -1,96$

Kako je $(b - \bar{x})/S_x = z_b$ slijedi $b = z_b \cdot S_x + \bar{x} = 1224 \text{ mm}$

Isto tako

$$(a - \bar{x}) / S_x = -1,96 \text{ slijedi } a = -z_a \cdot S_x + \bar{x} = 636 \text{ mm}$$

Sada se može napisati

$$P(636 < X < 1224) = 0,95 = 95\%$$

Gornje rješenje može se praktično interpretirati na slijedeći način: 95 % godina na kišomjernoj stanici Sarajevo ima prosječne godišnje padavine čija vrijednost leži u intervalu od 636 do 1224 mm, a 5 % godina ima prosječne godišnje padavine koje imaju vrijednost manju od 636 mm ili veću od 1224 mm.

PRIMJER 8.17.

Hidrolozi se uobičajeno interesuju za ekstreme, naročito velike vode (poplave) i male vode (suše) u rijekama. Ukoliko se žele analizirati vrlo veliki proticaji (poplave) iz uzorka dnevnih proticaja, izvlači se samo po jedan maksimalni proticaj u jednoj godini. Tako se dobije hronološki niz od N najvećih (maksimalnih) vrijednosti proticaja za koje se pretpostavlja da su međusobno nezavisni. Ako se sada pretpostavi da serija maksimalnih godišnjih proticaja slijedi normalnu raspodjelu vjerovatnoće sa poznatim parametrima, tada je moguće naći (sračunati) maksimalni godišnji proticaj bilo koje željene vjerovatnoće javljanja, odnosno povratnog perioda javljanja. Uz pretpostavku da se raspolože sa dnevnim vrijednostima proticaja rijeke Miljacke, na Vodomjernoj stanici Sarajevo, za period od 50 godina, te ako je poznato da serija maksimalnih proticaja od 50 godina ima srednju vrijednost od $136 \text{ m}^3/\text{s}$ i standardnu devijaciju od $83 \text{ m}^3/\text{s}$, odrediti vrijednost maksimalnog proticaja 100 – godišnjeg povratnog perioda javljanja.

Da bi se odgovorilo na ovo pitanje treba riješiti slijedeću jednačinu

$$P[Q > Q_{100}] = \Phi(Q_{100}) = 1 - F(Q_{100}) = 1/T = 1/100 = 0,01$$

gdje je $F(Q)$ kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće za normalnu raspodjelu.

Gornja jednačina se može napisati i kao

$$\int_{-\infty}^{Q_{100}} f(q) dq = F(Q_{100}) = 0,99$$

Iz statističke tabele 1 za $F[(Q_{100} - \bar{Q}) / S_Q] = F_z(z_{100}) = 0,99$ slijedi da je vrijednost $z_{100} = 2,32$. Kako je

$$z_{100} = \frac{Q_{100} - \bar{Q}}{S_Q} = 2,32, \text{ to je}$$

$$Q_{100} = S_Q z_{100} + \bar{Q} = 398,52 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Analiza vjerovatnoće pomoću faktora frekvencije

Iz izraza za standardizovanu normalnu promjenljivu z , slijedi:

$$x = \mu + z\sigma \quad (8.266)$$

odnosno, u opštem slučaju se može napisati:

$$x(T) = \mu + \Delta x \quad (8.267)$$

gdje je T povratni period javljanja slučajne promjenljive u godinama, a koji je, kao što znamo, vezan sa vjerovatnoćom na slijedeći način:

$$P[X \geq x] = \Phi(x) = \frac{l}{T}, \quad \text{odnosno} \quad P[X \leq x] = F(x) = \frac{T-l}{T} \quad (8.268)$$

Na osnovu gornjih izraza proizilazi da se svaka promjenljiva $x(T)$ može izraziti kao odstupanje Δx od srednje (očekivane) vrijednosti μ . Odstupanje Δx predstavlja proizvod standardne devijacije σ i tzv. faktora frekvencije K , pa se može napisati:

$$x(T) = \mu + K(T)\sigma \quad (8.269)$$

Za promjenljivu sa normalnom funkcijom raspodjele, faktor frekvencije K jednak je vrijednosti standardizovane normalne promjenljive z , odnosno $K = z$, tako da se gornja jednačina svodi na, od ranije poznatu jednačinu (8.231), koja povezuje slučajnu promjenljivu i standardizovanu slučajnu promjenljivu:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}, \quad \text{odnosno} \quad x = \mu + z\sigma \quad (8.270)$$

Za ostale teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće određivanje faktora frekvencije biti će pokazano u nastavku ovog poglavlja.

Primjer analize vjerovatnoće pomoću faktora frekvencije dat je u prethodnom primjeru (8.17), gdje je vrijednost faktora frekvencije iznosila $K(T) = z(T) = z(100) = 2,32$.

Vrijednosti faktora frekvencije $K(T)$ za nekoliko u hidrološkoj praksi najčešće korištenih povratnih perioda javljanja T , date su u tabeli 8.5.

Tabela 8.5 Vrijednosti faktora frekvencije $K(T)$ za normalnu funkciju raspodjele vjerovatnoće

| Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datom povratnom periodu T | | | | | |
| 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| Faktor frekvencije $K(T)$ | | | | | |
| 0 | 0,8416 | 1,2816 | 1,6449 | 2,0538 | 2,3264 |

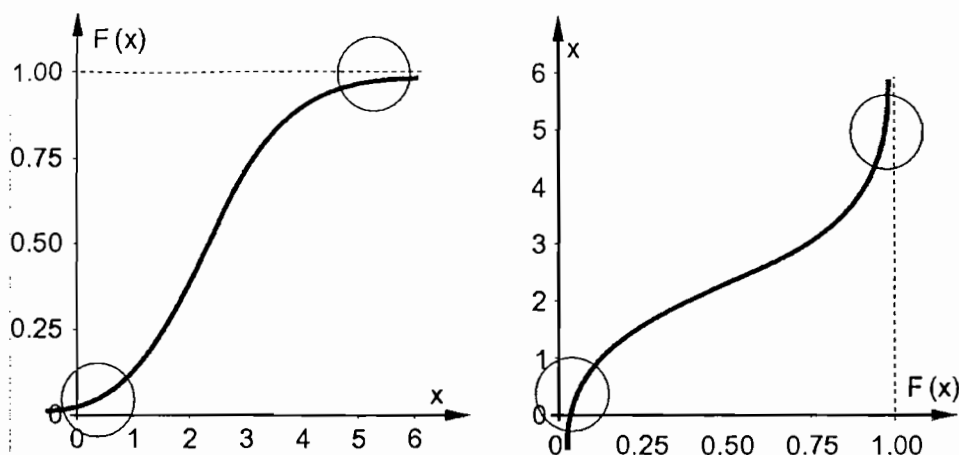
Predstavljanje funkcija raspodjele na dijagramu (papiru) vjerovatnoće

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće u Dekartovom koordinatnom sistemu predstavljena je krivom linijom koja asimptotski teži vrijednosti $F(x) = 1$ (za $x \rightarrow \infty$), odnosno vjerovatnoći $F(x) = 0$ (za $x \rightarrow -\infty$) (slika 8.24). Ovakav način grafičkog predstavljanja teorijskih, a naročito empirijskih raspodjela (o čemu će biti govora u nastavku), je krajnje nepodesan u hidrologiji, pošto su ovdje najčešće od interesa ekstremni dijelovi krivih (u domenu malih i velikih vjerovatnoća javljanja), što je ilustrovano na slici 8.24.

Zbog navedenog, postoji veliki praktični interes da se pogodnom transformacijom koordinatnog sistema funkcija raspodjele vjerovatnoće predstavi kao prava linija.

Pored prednosti što se pravac može nanijeti na ovaj dijagram pomoću samo dvije tačke, ovakav način prikaza pruža niz drugih pogodnosti, o čemu će biti govora u daljnjem tekstu.

Za konstrukciju dijagrama vjerovatnoće, ili kako se često naziva "papira vjerovatnoće", koristi se okolnost da je veza između slučajne promjenljive X i standardizovane promjenljive Z linearna ($z = (x - \mu) / \sigma$). Kako, s druge strane, svakoj vrijednosti za standardizovanu promjenljivu odgovara neka vjerovatnoća, vrijednosti za Z se zamjenjuju odgovarajućim vjerovatnoćama $F(x)$. Na taj način se (na apcisi) dobija razmjera vjerovatnoće (nelinearna skala).



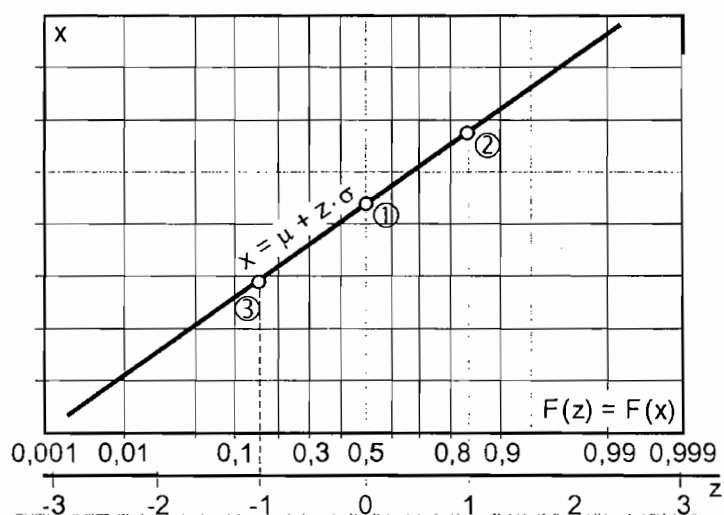
Slika 8.24. Grafička predstava kumulativne funkcije normalne raspodjele vjerovatnoće u Dekartovom koordinatnom sistemu

Na slici 8.25 (uz pomoć tabele za standardizovanu normalnu raspodjelu) prikazana je konstrukcija dijagrama (papira) normalne raspodjele vjerovatnoće.

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(x)$ nanešena je na dijagramu normalne vjerovatnoće na slijedeći način:

Kako je veza između slučajne promjenljive i standardizovane slučajne promjenljive

$$x = \mu + K\sigma = \mu + z\sigma \quad (8.271)$$



Slika 8.25. Konstrukcija kumulativne funkcije normalne raspodjele vjerovatnoće na dijagramu (papiru) vjerovatnoće

| F (z) | z | F (z) | z |
|-------------|---------------|-------------|-------------|
| 0,01 | - 2,33 | 0,60 | 0,25 |
| 0,05 | - 1,65 | 0,70 | 0,52 |
| 0,10 | - 1,28 | 0,80 | 0,84 |
| 0.16 | - 1.00 | 0.84 | 1.00 |
| 0,20 | - 0,84 | 0,90 | 1,28 |
| 0,30 | - 0,52 | 0,95 | 1,65 |
| 0,40 | - 0,25 | 0,99 | 2,33 |
| 0,50 | 0,00 | 0,999 | 3,09 |

to ova relacija predstavlja jednačinu pravca u koordinatnom sistemu $x - z$. Pošto je $F(z) = F[(x - \mu) / \sigma] = F(x)$, pravac $x = \mu + z\sigma$ je u stvari funkcija raspodjele

$$F(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f(x) dx, \text{ na dijagramu vjerovatnoće.}$$

Pravac je moguće nanijeti pomoću najmanje dvije tačke, te se u tu svrhu uobičajeno koriste slijedeće karakteristične tačke:

tačka 1: kako je za normalnu raspodjelu $P[X \leq \mu] = P[X > \mu] = 0,50$ to su

koordinate tačke 1:

$$[x; F(x)] = (\mu; 0,5), \text{ odnosno}$$

$$(x; z) = (\mu; 0)$$

tačka 2: kako je za $z = 1$, $x = z\sigma + \mu = \sigma + \mu$, $P[Z \leq 1] = P[X \leq \mu + \sigma] \cong 0,84$,

to su koordinate tačke 2:

$$[x; F(x)] = (\mu + \sigma; 0,84), \text{ odnosno}$$

$$(x; z) = (\mu + \sigma; 1)$$

tačka 3: kako je za $z = -1$,

$$x = z\sigma + \mu = \mu - \sigma, P[Z \leq -1] = P[X \leq \mu - \sigma] = 0,16,$$

to su koordinate tačke 3:

$$[x; F(x)] = (\mu - \sigma; 0,16), \text{ odnosno}$$

$$(x; z) = (\mu - \sigma; -1)$$

Prethodno je pokazano predstavljanje teorijske normalne raspodjele na dijagramu vjerovatnoće. Međutim, da bi i empirijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće mogli

grafički uporediti sa teorijskom funkcijom raspodjele razmatranog uzorka, prethodno je treba nanijeti na već poznati dijagram (papir) vjerovatnoće. Pri tome je uobičajeno da se empirijske tačke $[x_m; \Phi(x_m)]$ ili $[x_m; F(x_m)]$, o kojima je bilo govora u poglavlju 8.4.3., nanose na dijagram vjerovatnoće kao skup (n) tačaka, od kojih je svaka određena datim koordinatama, što je pokazano u nastavku (primjer 8.18).

PRIMJER 8.18.

Pod pretpostavkom da se srednji godišnji proticaji rijeke Miljacke na vodomjernoj stānici Sarajevo, za period od 1947. do 1976. godine (n = 30 godina), čije vrijednosti su date u donjoj tabeli, prilagođavaju normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće, grafički predstaviti teorijsku normalnu raspodjelu i empirijsku raspodjelu na dijagramu vjerovatnoće.

| Redni broj | Godina | Q (m ³ /s) | Q (m ³ /s) ↓ | Fe(Q)= P(Q ≤ q) (%) |
|------------|--------|--------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 1 | 1947 | 3,59 | 3,42 | 2,30 |
| 2 | 1948 | 4,78 | 3,59 | 5,59 |
| 3 | 1949 | 4,75 | 3,64 | 8,88 |
| 4 | 1950 | 3,98 | 3,97 | 12,17 |
| 5 | 1951 | 4,42 | 3,98 | 15,46 |
| 6 | 1952 | 6,17 | 3,99 | 18,75 |
| 7 | 1953 | 3,99 | 4,09 | 22,03 |
| 8 | 1954 | 5,36 | 4,42 | 25,33 |
| 9 | 1955 | 8,68 | 4,48 | 28,62 |
| 10 | 1956 | 5,79 | 4,75 | 31,90 |
| 11 | 1957 | 4,92 | 4,78 | 35,19 |
| 12 | 1958 | 5,71 | 4,90 | 38,48 |
| 13 | 1959 | 7,48 | 4,92 | 41,77 |
| 14 | 1960 | 4,48 | 4,95 | 45,06 |
| 15 | 1961 | 3,97 | 5,24 | 48,35 |
| 16 | 1962 | 6,26 | 5,36 | 51,64 |
| 17 | 1963 | 5,81 | 5,70 | 54,93 |
| 18 | 1964 | 6,45 | 5,71 | 58,22 |
| 19 | 1965 | 6,68 | 5,79 | 61,52 |
| 20 | 1966 | 6,44 | 5,81 | 64,80 |
| 23 | 1969 | 6,96 | 6,44 | 74,67 |
| 24 | 1970 | 7,90 | 6,45 | 77,96 |

| Redni broj | Godina | Q (m ³ /s) | Q (m ³ /s) ↓ | Fe(Q)= P(Q ≤ q) (%) |
|------------|--------|--------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 25 | 1971 | 4,90 | 6,68 | 81,25 |
| 26 | 1972 | 3,64 | 6,96 | 84,54 |
| 27 | 1973 | 3,42 | 6,96 | 87,82 |
| 28 | 1974 | 4,95 | 7,48 | 91,12 |
| 29 | 1975 | 4,09 | 7,90 | 94,41 |
| 30 | 1976 | 5,24 | 8,68 | 97,69 |

Potrebne vrijednosti parametara uzorka iznose:

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i = 5,45 \text{ m}^3 / \text{s} = \bar{Q}$$

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i^2 = 31,46, \quad m_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i^3 = 191,85$$

$$M_2 = m_2 - m_1^2 = 1,76 = \text{Var}(Q)$$

$$S_Q = \sqrt{\text{Var}(Q)} = 1,32 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Vrijednosti empirijske funkcije raspodjele (kolona 5 gornje tabele) sračunate su prema obrascu Čegodajeva (izraz 8.145):

$$F_e(Q_m) = P[Q \leq Q_m] = \frac{m - 0,3}{n - 0,4} 100 \text{ (\%)}$$

i kao skup od (n) tačaka nanešene na dijagram vjerovatnoće prikazan na slici 1., gdje je svaka tačka određena koordinatama

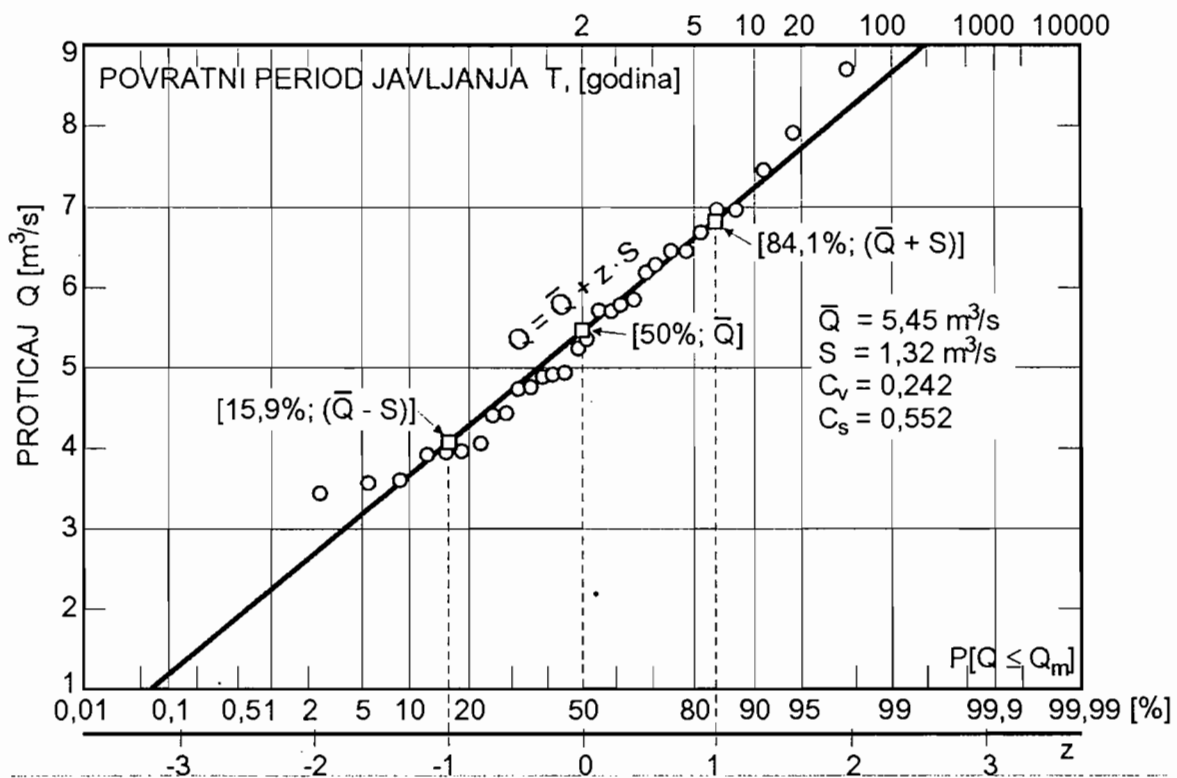
$$[F_e(Q_m); Q_m]$$

Na isti dijagram nanešena je i teorijska normalna funkcija raspodjele, koristeći već poznate tri tačke za nanošenje ove raspodjele na dijagram vjerovatnoće:

$$\text{Tačka 1: } [F(Q); Q] = (50\%; \bar{Q})$$

$$\text{Tačka 2: } [F(Q); Q] = (84\%; \bar{Q} + S_Q)$$

$$\text{Tačka 3: } [F(Q); Q] = (16\%; \bar{Q} - S_Q)$$



Slika 1. Normalna funkcija raspodjele srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo

Log – normalna funkcija raspodjele vjerovatnoće

Mnoge hidrološke promjenljive kao što su padavine, proticaji, granulometrijski sastav nanosa i druge, mjere se od baze nula, i nemaju gornju granicu. Takve promjenljive se ne mogu modelirati normalnom raspodjelom (na primjer maksimalni proticaji ili maksimalne godišnje vrijednosti dnevnih padavina i sl.). Međutim, ove vrijednosti se dobro prilagođavaju tzv. *logaritamsko normalnoj raspodjeli*.

Pošto je logaritam nule minus beskonačno, logaritamska transformacija tih promjenljivih kreće se između $-\infty$ do $+\infty$. Primjena normalne funkcije raspodjele na tako transformisane promjenljive česta je u hidrološkoj praksi. Prema tome, logaritamsko normalna raspodjela se koristi za analizu hidrometeoroloških veličina kod kojih je najmanja vrijednost $x_{\min} = 0$ a nemaju gornju granicu.

Naime, ako logaritmi promjenljive X imaju normalnu funkciju raspodjele, tada se kaže da promjenljiva X slijedi logaritamsko – normalnu raspodjelu vjerovatnoće.

Ako se napravi transformacija, odnosno slijedeća zamjena

$$y = \ln(x), \quad x > 0 \quad (8.272)$$

i uvrsti u funkciju gustine normalne raspodjele vjerovatnoće, dobija se logaritamsko normalna raspodjela gustine vjerovatnoće kao:

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \quad -\infty < y < +\infty \quad (8.273)$$

$$x = e^y = e^{\mu_y + z\sigma_y} \quad (8.274)$$

Kako se logaritam za bilo koju bazu može preko neke konstante prevesti u prirodni, oblik funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće je isti za svaki logaritam.

Može se pokazati da je:

$$f(x) = \frac{1}{x} \varphi(\ln x) \quad (8.275)$$

a isto tako:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^x \frac{1}{x} \varphi(\ln x) dx \quad (8.276)$$

Parametri ove funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće su:

$$E[Y] = \mu_y; \quad Var[Y] = \sigma_y^2 \quad (8.277)$$

Sve ostale karakteristike $\varphi(y)$, te $F(y) = P[Y \leq y]$ su potpuno iste kao i za funkciju normalne raspodjele. Prema tome, za proračun $F(y)$ se može koristiti standardizovana normalna raspodjela, sa standardizovanom normalnom promjenljivom

$$z = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}, \quad \text{odnosno} \quad y = \mu_y + z\sigma_y \quad (8.278)$$

Vrijednost slučajne promjenljive x je onda

$$x = e^y = e^{\mu_y + z\sigma_y} \quad (8.279)$$

Kao i za normalnu raspodjelu, i za ovu funkciju vrijednost promjenljive za zadanu vjerovatnoću javljanja, odnosno povratni period T , se može sračunati preko faktora frekvencije kao:

$$y(T) = \ln x(T) = \mu_y + K(T)\sigma_y \quad (8.280)$$

gdje je K faktor frekvencije za $N(0, 1)$ raspodjelu. Vrijednost promjenljive $x(T)$ je onda:

$$x(T) = e^{y(T)} \quad (8.281)$$

Pomoću metode momenata mogu se naći veze između parametara originalnog i logaritamskog uzorka μ_x i μ_y i σ_x i σ_y /25/:

$$E[X] = \mu_x = e^{\mu_y + \sigma_y^2 / 2} \quad (8.282)$$

$$Var[X] = \sigma_x^2 = \mu_x \left(e^{\sigma_y^2} - 1 \right) \quad (8.283)$$

$$c_v = \frac{\sigma_x}{\mu_x} = \left(e^{\sigma_y^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.284)$$

$$c_s = \frac{M_3}{\sigma_x^3} = 3c_v + c_v^3 \quad (8.285)$$

$$x_{M_e} = e^{\mu_y} \quad (8.286)$$

$$x_{M_0} = e^{\mu_y - \sigma_y^2} \quad (8.287)$$

Srednja vrijednost i varijansa populacije se ocjenjuju pomoću \bar{y} i S_y , kao što se ovi parametri kod populacije promjenljive X ocjenjuju sa \bar{x} i S_x . Sa ovim oznakama, na osnovu (8.277) i (8.278) slijedi /25/:

$$\bar{y} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\bar{x}^2}{c_v^2 + 1} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\bar{x}^4}{\bar{x}^2 + S_x^2} \right) \quad (8.288)$$

$$S_y^2 = \ln(c_v^2 + 1) = \ln \left(\frac{S_x^2 + \bar{x}^2}{\bar{x}^2} \right) \quad (8.289)$$

Parametar S_y , odnosno σ_y se često u hidrologiji naziva *indeksom varijabiliteta* I_v ($I_v = \sigma_y$). Što je veća vrijednost indeksa varijabiliteta, to su veće vrijednosti za c_v i c_s . Kocficient asimetrije, koji je prema (8.285) samo funkcija od c_v , ima uvijek pozitivnu vrijednost (pozitivna ili desnostrana asimetrija).

Da bi se odredili parametri log – normalne raspodjele, može se primijeniti jedan od slijedeća dva pristupa:

- ♦ da se ocijene μ_x i σ_x na osnovu uzorka promjenljive X , pa da se pomoću jednačina (8.288) i (8.289) odrede ocjene parametara \bar{y} i S_y ,
- ♦ po drugom pristupu, koji je češće u upotrebi, parametri μ_y i σ_y se ocjenjuju neposredno iz logaritama od X , odnosno logaritamskog uzorka:

$$\bar{y} = \overline{\ln(x)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i) \quad (8.290)$$

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\ln(x_i) - \overline{\ln(x)} \right]^2 \quad (8.291)$$

Umjesto prirodnih logaritama, mogu se takođe koristiti i logaritmi sa bazom deset.

Ukoliko se želi sračunati vrijednost promjenljive x , za određeni povratni period javljanja T , koristeći se parametrima slučajne promjenljive X , to se može uraditi na slijedeći način:

$$x(T) = \mu_x + K_{LN}(T) \sigma_x \quad (8.292)$$

gdje indeks (LN) uz K znači da je to faktor frekvencije za log – normalnu raspodjelu, a koji se može odrediti preko izraza:

$$K_{LN} = \frac{e^{\sigma_y K - \sigma_y^2 / 2} - 1}{\left(e^{\sigma_y^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (8.293)$$

gdje je K faktor frekvencije za standardizovanu normalnu raspodjelu i računa se prema jednačini

$$K = z = \frac{(y - \mu_y)}{\sigma_y} \quad (8.294)$$

Faktor frekvencije K_{LN} se može odrediti i preko slijedećeg izraza /25/:

$$K_{LN} = \frac{e^{\left[\ln(1+c_v^2)\right]^{\frac{1}{2}} K + \left[\ln(1+c_v^2)\right] / 2} - 1}{c_v} \quad (8.295)$$

gdje je c_v koeficijent varijacije originalnog (osmotrenog) uzorka a $K = z$ vrijednost standardizovane normalne slučajne promjenljive za odabrani povratni period javljanja T .

Vrijednosti faktora frekvencije $K_{LN}(T)$ za nekoliko, u hidrološkoj praksi najčešće korištenih povratnih perioda javljanja T , date su u tabeli 8.6.

Tabela 8.6. Vrijednosti faktora frekvencije $K_{LN}(T)$ za dvoparametarsku log - normalnu funkciju raspodjele vjerovatnoće /25/

| Kofic. varijac. C_v | Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datom povratnom periodu T | | | | | |
|-----------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 0,0500 | -0,0250 | 0,8334 | 1,2965 | 1,6863 | 2,1341 | 2,4370 |
| 0,1000 | -0,0496 | 0,8222 | 1,3078 | 1,7247 | 2,2130 | 2,5489 |
| 0,1500 | -0,0738 | 0,8085 | 1,3156 | 1,7598 | 2,2899 | 2,6607 |
| 0,2000 | -0,0971 | 0,7926 | 1,3200 | 1,7911 | 2,3640 | 2,7716 |
| 0,2500 | -0,1194 | 0,7746 | 1,3209 | 1,8183 | 2,4348 | 2,8805 |
| 0,3000 | -0,1406 | 0,7547 | 1,3183 | 1,8414 | 2,5016 | 2,9866 |
| 0,3500 | -0,1604 | 0,7333 | 1,3126 | 1,8602 | 2,5638 | 3,0890 |
| 0,4000 | -0,1788 | 0,7106 | 1,3037 | 1,8746 | 2,6212 | 3,1870 |
| 0,4500 | -0,1957 | 0,6870 | 1,2920 | 1,8848 | 2,6734 | 3,2799 |
| 0,5000 | -0,2111 | 0,6626 | 1,2778 | 1,8909 | 2,7202 | 3,3673 |
| 0,5500 | -0,2251 | 0,6379 | 1,2613 | 1,8931 | 2,7615 | 3,4488 |
| 0,6000 | -0,2375 | 0,6129 | 1,2428 | 1,8915 | 2,7974 | 3,5241 |
| 0,6500 | -0,2485 | 0,5879 | 1,2226 | 1,8866 | 2,8279 | 3,5930 |
| 0,7000 | -0,2582 | 0,5631 | 1,2011 | 1,8786 | 2,8532 | 3,6556 |
| 0,7500 | -0,2667 | 0,5387 | 1,1784 | 1,8677 | 2,8735 | 3,7118 |
| 0,8000 | -0,2739 | 0,5148 | 1,1548 | 1,8543 | 2,8891 | 3,7617 |
| 0,8500 | -0,2801 | 0,4914 | 1,1306 | 1,8388 | 2,9002 | 3,8056 |
| 0,9000 | -0,2852 | 0,4686 | 1,1060 | 1,8212 | 2,9071 | 3,8437 |
| 0,9500 | -0,2895 | 0,4466 | 1,0810 | 1,8021 | 2,9103 | 3,8762 |
| 1,0000 | -0,2929 | 0,4254 | 1,0560 | 1,7815 | 2,9098 | 3,9035 |

PRIMJER 8.19.

Ako se uvede pretpostavka da se srednji godišnji proticaji rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo prilagođavaju log – normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće. Potrebno je odrediti vrijednost srednjeg godišnjeg proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo povratnog perioda $T = 100$ godina, ako su parametri originalnog uzorka srednjih godišnjih proticaja $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}$ i $S_Q = 1,32 \text{ m}^3/\text{s}$, a parametri logaritamskog uzorka $\bar{y} = 1,66711$ i $S_y = 0,23876$?

Prvi način (ukoliko poznajemo vrijednosti parametara logaritamskog uzorka):

$$P[Q \geq Q_{100}] = \Phi(Q_{100}) = 1 - F(Q_{100}) = 1/T = 1/100 = 0,01 \Rightarrow \\ \Rightarrow F(Q_{100}) = F(z_{100}) = 0,99$$

Iz statističke tabele 1 za $F[z_{100} = (y_{100} - \bar{y})/S_y] = 0,99$ slijedi da je vrijednost $z_{100} = 2,32$.

Iz jednačine (8.278) slijedi

$$y_{100} = \bar{y} + z\sigma_y = 1,66711 + 2,32 \cdot 0,23876 = 2,22100$$

$$Q_{100} = e^{y_{100}} = e^{2,22100} = 9,21 \text{ m}^3 / \text{s}, \text{ ili}$$

na osnovu jednačine (8.293) sračunamo faktor frekvencije za logaritamsko normalnu raspodjelu:

$$K_{LN}(T) = \frac{e^{S_y K + S_y^2 / 2} - 1}{\left(e^{S_y^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e^{0,23876 \cdot 2,32 + 0,23876^2 / 2} - 1}{\left(e^{0,23876^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} = 2,853$$

Na osnovu jednačine (8.292) slijedi:

$$Q(T) = \bar{Q} + K_{LN}(T)S_Q = 5,45 + 2,853 \cdot 1,32 = 9,21 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Drugi način (ukoliko ne poznajemo vrijednosti parametara logaritamskog uzorka):

Iz jednačine (8.289), za $S_Q = 1,32 \text{ m}^3/\text{s}$ i $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}$, slijedi:

$$S_y^2 = \ln \left(\frac{S_Q^2}{\bar{Q}^2} + 1 \right) = \ln \left(\frac{1,32^2}{5,45^2} + 1 \right) = 0,057$$

Iz jednačine (8.283), za $S_Q = 1,32 \text{ m}^3/\text{s}$ i $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}$, slijedi:

$$\bar{y} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\bar{Q}^4}{\bar{Q}^2 + S_Q^2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{5,45^4}{5,45^2 + 1,32^2} \right) = 1,66711$$

U prvom načinu prikazano je da je vrijednost standardizovane normalne promjenljive za povratni period $T = 100$ godina $z = 2,32$. Kako je na osnovu jednačine (8.278)

$$y_{100} = \bar{y} + z\sigma_y = 1,66711 + 2,32\sqrt{0,057} = 2,221, \text{ to je:}$$

$$Q_{100} = e^{y_{100}} = e^{2,221} = 9,21 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Treći način (ukoliko se ne poznaje vrijednosti parametra logaritamskog uzorka):

Na osnovu jednačine (8.295); $S_Q = 1,32 \text{ m}^3/\text{s}$ i $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}$ i $c_v = S_Q / \bar{Q} = 0,24220$ slijedi:

$$K_{LN} = \frac{e \left[\ln(1+c_v^2) \right]^{\frac{1}{2}} K + \left[\ln(1+c_v^2) \right] / 2 - 1}{c_v} =$$

$$= \frac{e \left[\ln(1+0,2422^2) \right]^{\frac{1}{2}} 2,32 + \left[\ln(1+0,2422^2) \right] / 2 - 1}{0,24220} = 2,85$$

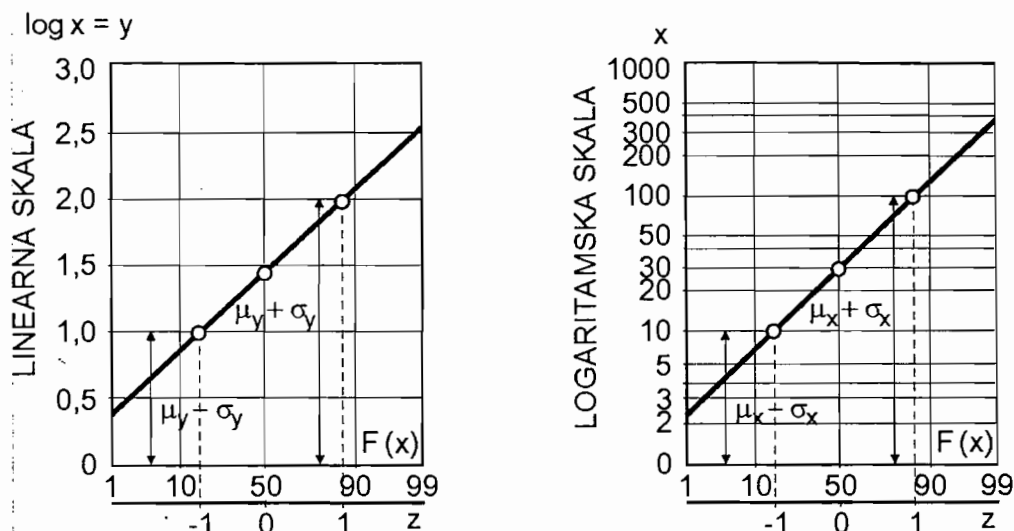
Na osnovu jednačine (8.292) slijedi:

$$Q(T) = \bar{Q} + K_{LN}(T)S_Q = 5,45 + 2,85 \cdot 1,32 = 9,21 \text{ m}^3 / \text{s}$$

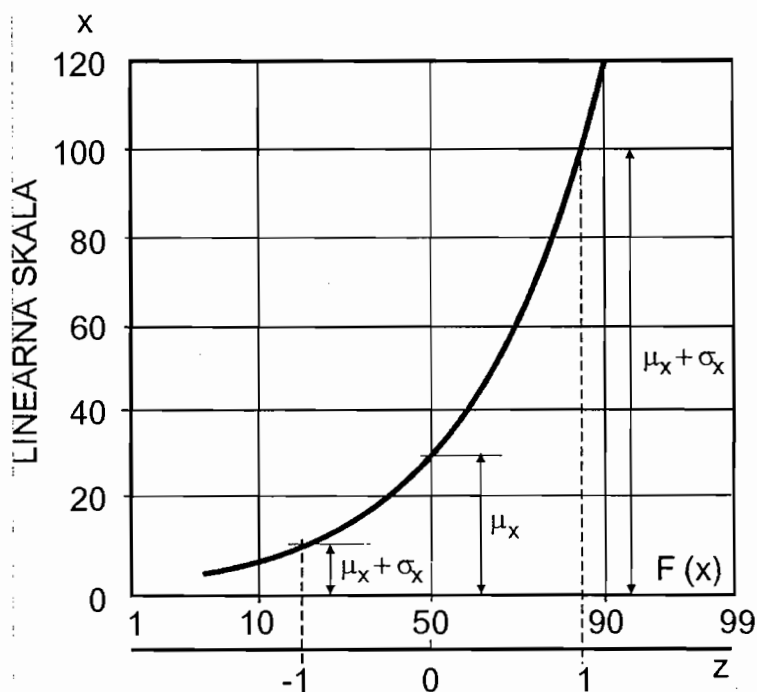


Dijagram vjerovatnoće za logaritamsko normalnu raspodjelu ima na apcisi skalu normalne vjerovatnoće (slika 8.26). Na ordinati je linearna skala, u kom slučaju se na ordinatu nanose logaritmi od x , odnosno $y = \ln x$ ili $y = \log x$, ili je tzv. logaritamska skala – podjela, kada se na ordinatu nanose vrijednosti promjenljive X . Ukoliko se pak na ordinatu sa linearnom skalom nanose vrijednosti promjenljive

X , to će na dijagramu vjerovatnoće funkcija $F(x)$ imati oblik zakrivljene linije. Za njen grafički prikaz tada neće biti dovoljne dvije, odnosno tri tačke, nego desetak (slika 8.27).



Slika 8.26. Konstrukcija kumulativne funkcije log – normalne raspodjele vjerovatnoće na dijagramu vjerovatnoće



Slika 8.27. Konstrukcija kumulativne funkcije log – normalne raspodjele vjerovatnoće na dijagramu vjerovatnoće

Troparameterska log – normalna funkcija raspodjele

Troparameterska log – normalna raspodjela predstavlja normalnu raspodjelu logaritama redukovane slučajne promjenljive $(x - a)$, gdje je a donja granica te promjenljive.

Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće može se izraziti kao:

$$f(x) = \frac{l}{(x-a)S_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(x-a)-\bar{y}]^2}{2S_y^2}} \quad (8.296)$$

gdje su \bar{y} i S_y srednja vrijednost i standardna devijacija slučajne promjenljive $y = \ln(x - a)$.

Ukoliko se izvrši standardizacija promjenljive $y = \ln(x - a)$, kao i za dvoparametersku log – normalnu raspodjelu (jednačina (8.231), takođe, se dobije standardna normalna funkcija raspodjele, tako da se mogu koristiti svi ranije dati izrazi za ovu funkciju.

Vrijednost slučajne promjenljive $x(T)$, izražene preko faktora frekvencije, može se definirati na dva načina:

preko parametara logaritamskog uzorka

$$x(T) = a + e^{\bar{y} + KS_y} \quad (8.297)$$

gdje su \bar{y} i S_y srednja vrijednost i standardna devijacija promjenljive $y = \ln(x - a)$, a $K = z$ (vrijednost standardizovane normalne promjenljive za povratni period T).

Vrijednost parametra (a), ukoliko nije unaprijed poznata, može se odrediti putem slijedećeg izraza /25/:

$$a = \bar{x} - \frac{S_x}{z_2}; \quad z_2 = \frac{1 - \omega^{\frac{2}{3}}}{\omega^{\frac{1}{3}}}; \quad \omega = \frac{-c_s + \left(c_s^2 + 4\right)^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (8.298)$$

gdje su \bar{x} , S_x i c_s parametri originalnog uzorka, odnosno promjenljive x .

preko parametara originalnog uzorka:

$$x(T) = \bar{x} + K_{LN3}(T) S_x \quad (8.299)$$

gdje je K_{LN3} faktor frekvencije za log – normalnu troparametarsku raspodjelu, određen izrazom /25/:

$$K_{LN3}(T) = \frac{e \left[\ln(1+z_2^2) \right]^{\frac{1}{2}} K - \left[\ln(1+z_2^2) \right] / 2 - 1}{z_2} \quad (8.300)$$

gdje K predstavlja vrijednost faktora frekvencije za standardizovanu normalnu raspodjelu za razmatrani povratni period javljanja T .

Vrijednosti faktora frekvencije $K_{LN3}(T)$ za nekoliko, u hidrološkoj praksi najčešće korištenih povratnih perioda javljanja T , date su u tabeli 8.7.

Tabela 8.7. Vrijednosti faktora frekvencije $K_{LN3}(T)$ za troparametarsku log - normalnu funkciju raspodjele vjerovatnoće /25/

| Koefic. asimetr. Cs | Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datom povratnom periodu T | | | | | |
|---------------------|--|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| -2,00 | 0,2366 | -0,6144 | -1,2437 | -1,8916 | -2,7943 | -3,5196 |
| -1,80 | 0,2240 | -0,6395 | -1,2621 | -1,8928 | -2,7578 | -3,4433 |
| -1,60 | 0,2092 | -0,6654 | -1,2792 | -1,8901 | -2,7138 | -3,3570 |
| -1,40 | 0,1920 | -0,6920 | -1,2943 | -1,8827 | -2,6615 | -3,2601 |
| -1,20 | 0,1722 | -0,7186 | -1,3067 | -1,8696 | -2,6002 | -3,1521 |
| -1,00 | 0,1495 | -0,7449 | -1,3156 | -1,8501 | -2,5294 | -3,0333 |
| -0,80 | 0,1241 | -0,7700 | -1,3201 | -1,8235 | -2,4492 | -2,9043 |
| -0,60 | 0,0959 | -0,7930 | -1,3194 | -1,7894 | -2,3600 | -2,7665 |
| -0,40 | 0,0654 | -0,8131 | -1,3128 | -1,7478 | -2,2631 | -2,6223 |
| -0,20 | 0,0332 | -0,8296 | -1,3002 | -1,6993 | -2,1602 | -2,4745 |
| 0,00 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |

| Koeffic. asimetr. Cs | Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datum povratnom periodu T | | | | | |
|----------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 0,20 | -0,0332 | 0,8296 | 1,3002 | 1,6993 | 2,1602 | 2.4745 |
| 0,40 | -0,0654 | 0,8131 | 1,3128 | 1,7478 | 2,2631 | 2.6223 |
| 0,60 | -0,0959 | 0,7930 | 1,3194 | 1,7894 | 2,3600 | 2.7665 |
| 0,80 | -0,1241 | 0,7700 | 1,3201 | 1,8235 | 2,4492 | 2.9043 |
| 1,00 | -0,1495 | 0,7449 | 1,3156 | 1,8501 | 2,5294 | 3.0333 |
| 1,20 | -0,1722 | 0,7186 | 1,3067 | 1,8696 | 2,6002 | 3.1521 |
| 1,40 | -0,1920 | 0,6920 | 1,2943 | 1,8827 | 2,6615 | 3.2601 |
| 1,60 | -0,2092 | 0,6654 | 1,2792 | 1,8901 | 2,7138 | 3.3570 |
| 1,80 | -0,2240 | 0,6395 | 1,2621 | 1,8928 | 2,7578 | 3.4433 |
| 2,00 | -0,2366 | 0,6144 | 1,2437 | 1,8916 | 2,7943 | 3.5196 |

Gama funkcije raspodjele vjerovatnoće

Jednparametarska Gama raspodjela

U hidrološkim analizama se veoma često koriste različiti oblici Gama raspodjela.

Generalno gledano, Gama funkcija je definisana sljedećim izrazom:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \text{za } \forall \alpha > 0 \tag{8.301}$$

Integral $\Gamma(\alpha)$ konvergira ako je $\alpha > 0$ i zove se gama funkcija od α .

Ako se uvedu sljedeće zamjene, može se pokazati /19/:

$$u = x^{\alpha-1}, \quad du = (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx \tag{8.302}$$

$$dv = e^{-x} dx, \quad v = -e^{-x} \tag{8.303}$$

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1) \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-2} dx = (\alpha - 1) \Gamma(\alpha - 1) \tag{8.304}$$

Za kontinualnu promjenljivu X , koja ima funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x}, \quad \text{za } x \geq 0 \quad (8.305)$$

$$f(x) = 0, \quad \text{za } x < 0 \quad (8.306)$$

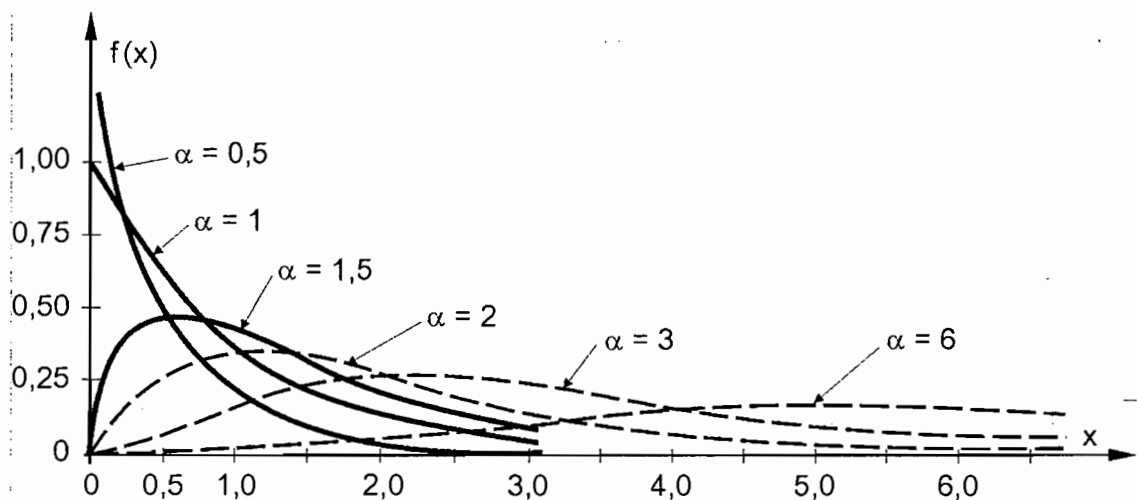
ili u rasponu $0 \leq x \leq \infty$, kaže se da se pokorava gama raspodjeli sa jednim parametrom, gdje je α parametar oblika. Slika (8.28) prikazuje funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće za različite vrijednosti α . Gama funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće se može tačno integrisati, ako je α cijeli broj.

Očekivana vrijednost (srednja vrijednost), varijansa i koeficijent asimetrije su:

$$E[X] = \alpha, \quad \text{Var}[X] = \alpha, \quad c_s = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad (8.307)$$

Ako je X normalno raspodijeljeno sa $N(\mu, \sigma)$ tada se

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (8.308)$$



Slika 8.28. Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće jednoparametarske Gama raspodjele za različite vrijednosti α /43/

pokorava jednoparametarskoj gama raspodjeli gdje, je $\alpha = 1/2$. Ova jednačina daje fizičko opravdanje za upotrebu gama funkcija vjerovatnoće. Međutim, primjena jednoparametarske gama funkcije vjerovatnoće u hidrologiji je ograničena, zbog relativno male fleksibilnosti svih funkcija sa jednim parametrom, kod tačnog prilagođavanja empirijskim raspodjelama učestalosti u hidrologiji.

Dvoparameterska Gama raspodjela

Upotreba dvo i troparameterske gama raspodjele u hidrologiji, je isto tako uobičajena kao i upotreba log-normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće. Nažalost, nije lahko transformisati razmjeru koordinatnih osovina na takav način da se sve kumulativne gama raspodjele mogu nanositi u vidu pravih linija, što njenu upotrebu u hidrološkoj praksi čini manje privlačnom od log-normalne.

Za kontinualnu slučajnu promjenljivu koja ima funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće u obliku

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0 \quad (8.309)$$

$$f(x) = 0, \quad \text{za } x < 0 \quad (8.310)$$

kaže se da slijedi *dvoparametersku Gama raspodjelu* sa parametrima α i β . Parametar $\alpha > 0$ se naziva *parametrom oblika*, a parametar $\beta > 0$ se naziva *parametrom razmjere*.

Transformacijom $x/\beta = y$ i $\beta f(x) = \varphi(y)$ jednačina (8.309) se svodi na jednačinu (8.301) u slučaju $\beta \neq 1$.

Odgovarajuća kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće je onda:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt \quad (8.311)$$

gdje je $\Gamma(\alpha)$ ranije pokazana Gama funkcija, ili kako se često naziva faktorijalna funkcija.

Za dato β i α gornji integral se rješava numeričkom integracijom.

Karakteristični momenti raspodjele su /19/:

$$E[X] = \mu = \alpha\beta \quad - \text{očekivana vrijednost} \quad (8.312)$$

$$Var[X] = \sigma^2 = \alpha\beta^2 \quad - \text{varijansa} \quad (8.313)$$

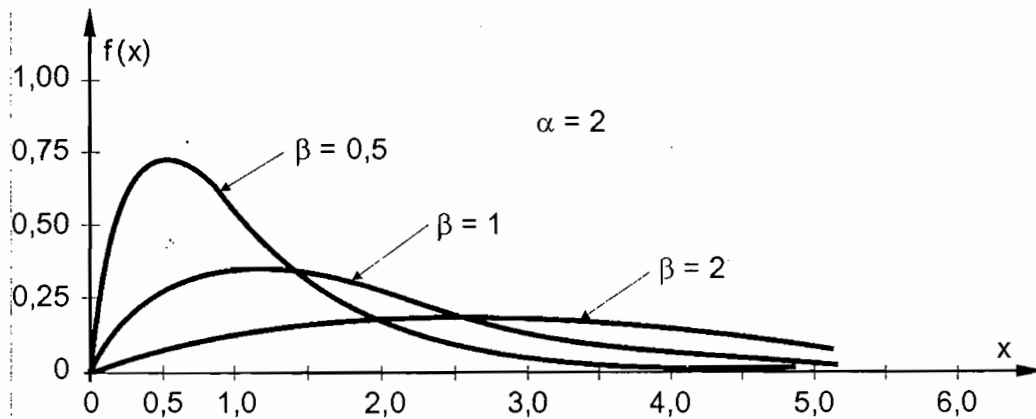
$$c_v = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad - \text{koeficijent varijacije} \quad (8.314)$$

$$c_s = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad - \text{koeficijent asimetrije} \quad (8.315)$$

Na osnovu izraza za c_s i c_v proizilazi da je za ovu raspodjelu $c_s = 2 c_v$.

Nadalje, za vrlo veliko α , $c_s = 2/\sqrt{\alpha}$ poprima vrlo malu vrijednost, tako da Gama funkcija postaje normalna funkcija.

Na slici 8.29 prikazan je izgled ove funkcije raspodjele za neke karakteristične vrijednosti α i β .



Slika 8.29. Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće dvoparametarske Gama raspodjele za različite vrijednosti β i $\alpha = 2$, /43/

Kao i za prethodne raspodjele, i za ovu raspodjelu određivanje vjerovatnoće je olakšano putem standardizovane gama promjenljive.

Ako se uvede standardizovana promjenljiva

$$z = \frac{x}{\beta} \quad (8.316)$$

tada funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće za standardizovanu gama promjenljivu ima oblik

$$g(z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} z^{\alpha-1} e^{-z}, \quad \text{za } \forall \alpha > 0 \quad (8.317)$$

a kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće

$$G(z) = \int_0^z \frac{1}{\Gamma(\alpha)} z^{\alpha-1} e^{-z} dz \quad (8.318)$$

Kako je $z = x / \beta$, slijedi da je

$$F(x) = G\left(\frac{x}{\beta}\right) = G(z), \quad (8.319)$$

te ovakva funkcija $G(z)$ se može tabelirati za zadane vrijednosti α , i može se naći u nizu statističkih udžbenika. Time je ova funkcija svedena na jednoparametarsku funkciju (jednačina 8.301). Za ilustraciju, u tabeli 8.8 su date vrijednosti funkcije $G(z)$ (jednačina 8.318), za neke vrijednosti z i nekoliko vrijednosti α .

Tabela 8.8. Izvadak vrijednosti tabelirane gama funkcije $G(z)$ prema jednačini (8.318) /20./

| $G(z)$ | $\alpha = 1$ | $\alpha = 2$ | $\alpha = 5$ | $\alpha = 10$ | $\alpha = 20$ |
|--------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| 0.10 | 0.105 | 0.532 | 2.433 | 6.221 | 14.53 |
| 0.20 | 0.223 | 0.824 | 3.090 | 7.289 | 16.17 |
| 0.30 | 0.357 | 1.097 | 3.634 | 8.133 | 17.44 |
| 0.40 | 0.511 | 1.376 | 4.148 | 8.904 | 18.57 |
| 0.50 | 0.693 | 1.678 | 4.671 | 9.669 | 19.67 |
| 0.60 | 0.916 | 2.022 | 5.237 | 10.476 | 20.81 |
| 0.70 | 1.204 | 2.439 | 5.890 | 11.387 | 22.08 |
| 0.80 | 1.609 | 2.994 | 6.721 | 12.519 | 23.63 |
| 0.90 | 2.303 | 3.890 | 7.994 | 14.206 | 25.90 |
| 0.95 | 2.996 | 4.744 | 9.154 | 15.705 | 27.88 |
| 0.99 | 4.605 | 6.638 | 11.605 | 18.783 | 31.85 |

PRIMJER 8.20.

Pod pretpostavkom da slučajna promjenljiva X ima parametre $\mu = 124$ i $\sigma = 36$, te da se prilagođava dvoparametarskoj Gama raspodjeli vjerovatnoće, odrediti slijedeće vjerovatnoće:

1. $P[X \leq 100] = ?$
2. $P[110 < X < 140] = ?$

ad 1. Na osnovu $\mu = \alpha\beta$ (jednačina 8.312) slijedi $\alpha = \mu / \beta$

na osnovu $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ (jednačina 8.313) i $\alpha = \mu/\beta$, slijedi $\beta = \sigma^2/\mu$, odnosno za ovaj primjer:

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\mu} = \frac{36^2}{124} = 10,45; \quad \alpha = \frac{\mu}{\beta} = \frac{124}{10,45} = 11,86$$

$$z = \frac{x}{\beta} = \frac{100}{10,45} = 9,56$$

Iz tabele 8.8 za gama raspodjelu za $z \cong 10$ i $\alpha \cong 12$ slijedi $G(z) \cong 0,50$, tj.

$$P[X \leq 100] = F(x) = G(z) = P[Z \leq 10] = 0,50$$

ad 2. Kao i kod slučaja 1 slijedi:

$$z_1 = \frac{110}{10,45} = 10,52, \text{ odnosno iz tabele 8.8 za gama raspodjelu}$$

$$(\alpha = 11,86) G(z_1) = P[Z \leq 10,52] \cong 0,60$$

$$z_2 = \frac{140}{10,45} = 13,39, \text{ odnosno iz tabele 8.8 za gama raspodjelu}$$

$$(\alpha = 11,86) G(z_2) = P[Z \leq 13,39] \cong 0,85, \text{ pa je:}$$

$$P[110 < X < 140] = F(x_2) - F(x_1) = G(z_2) - G(z_1) = 0,85 - 0,60 = 0,25$$

Troparametarska Gama raspodjela (Pearson III raspodjela)

Ako se u izraz za funkciju gustine dvoparametarske Gama raspodjele uvede i treći parametar, tzv. parametar lokacije x_0 (rastojanje od koordinatnog početka do početka raspodjele – najmanja vrijednost izučavane hidrološke veličine), tako da je $x_0 \leq x < \infty$, dobija se Gama raspodjela sa tri parametra, u hidrološkoj praksi poznata kao *Pearson III raspodjela*. Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće za ovu raspodjelu ima oblik:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - x_0)^{\alpha-1} e^{-\frac{x-x_0}{\beta}}, \quad x_0 < x < \infty \quad (8.320)$$

Tri parametra funkcije su dakle α (parametar oblika), β (parametar razmjere) i x_0 (parametar položaja).

Transformacijom $z = (x - x_0)/\beta$ jednačina (8.320) se svodi na jednačinu (8.305), tj. na gama funkciju sa jednim parametrom.

Odgovarajuća kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće glasi:

$$F(x) = \int_{x_0}^x \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - x_0)^{\alpha-1} e^{-\frac{x-x_0}{\beta}} dt, \quad x_0 < x < \infty \quad (8.321)$$

Karakteristični statistički momenti raspodjele su /19./:

$$E[X] = \mu = x_0 + \alpha\beta \quad - \text{srednja (očekivana) vrijednost} \quad (8.322)$$

$$Var[X] = \sigma^2 = \alpha\beta^2 \quad - \text{varijansa} \quad (8.323)$$

$$c_s = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \quad - \text{koefficient asimetrije} \quad (8.324)$$

Na osnovu gornjih relacija slijedi

$$x_0 = \mu - \alpha\beta = \mu - \left(\frac{4}{c_s^2} \right) \left(\frac{\sigma c_s}{2} \right) = \mu - \frac{2\sigma}{c_s} \quad (8.325)$$

Kako je $c_v = \sigma/\mu$, odnosno $\sigma = c_v\mu$, to je:

$$x_0 = \mu \left(1 - \frac{2c_v}{c_s} \right) \quad (8.326)$$

Iz gornje jednačine proizilazi da za $c_s = 2c_v$, parametar lokacije ima vrijednost $x_0=0$, što troparametarsku gama funkciju svodi na dvoparametarsku.

Kako, gotovo po pravilu, hidrološke veličine imaju parametar lokacije $x_0 \geq 0$ (negativne vrijednosti nemaju fizičkog značenja) to mora biti $c_s \geq 2c_v$, tj. raspodjela je definisana samo za pozitivne vrijednosti promjenljive. Parametri (tri) ove funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće su:

$$\alpha = \frac{4}{c_s^2}; \quad \beta = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\alpha}}; \quad x_0 = \mu - \alpha\beta \quad (8.327)$$

Parametri α , β i x_0 se procjenjuju iz podataka uzorka. Za veoma asimetrične raspodjele, preporučuje se, i čak je neophodna procjena parametara pomoću metode najveće vjerodostojnosti.

Kao i za dvoparametarsku, i za ovu raspodjelu određivanje vjerovatnoće je olakšano primjenom standardizovane gama promjenljive.

Ako se uvede standardizovana promjenljiva oblika

$$z = \frac{x - x_0}{\beta} \quad (8.328)$$

funkcija gustine troparametarske gama raspodjele poprima ranije dati oblik jedno-parametarske gama raspodjele $g(z)$ (jednačina 8.305), odnosno $G(z)$ za kumulativnu funkciju, pa se za proračun kao i kod dvoparametarske gama raspodjele može koristiti tabelirana funkcija $G(z)$, data u nizu statističkih udžbenika.

Ako su vrijednosti z i x vezane preko (8.328) tj. $z = (x - x_0)/\beta$, onda je:

$$F(x) = G(z). \quad (8.329)$$

Međutim, u hidrološkoj praksi se za proračun uobičajeno koristi, kod normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće, pomenuta analiza vjerovatnoće pomoću faktora frekvencije.

Analiza vjerovatnoće pomoću faktora frekvencije za Pearson III raspodjelu

Iz izraza za standardizovanu slučajnu promjenljivu (jednačina 8.328) slijedi:

$$x = x_0 + z\beta \quad (8.330)$$

Kako svakoj vrijednosti (z) odgovara neka vjerovatnoća $G(z) = F(x)$, ili $1 - G(z) = 1 - F(x) = \Phi(x) = 1/T$ ($T = 1/\Phi(x)$), to je onda i $z = z(T)$, pa se može pisati:

$$x(T) = x_0 + \beta z(T) = (\mu - \alpha\beta) + \beta z(T) \quad (8.331)$$

Uvrštavanjem vrijednosti za α i β može se pokazati da je onda

$$x(T) = \mu + \sigma \left[\frac{c_s}{2} z(T) - \frac{2}{c_s} \right] \quad (8.332)$$

Ako se prisjetimo analize vjerovatnoće pomoću faktora frekvencije za normalnu raspodjelu, tj. izraza

$$x(T) = \mu + K(T)\sigma, \quad K(T) = z(T) \quad (8.333)$$

on upravo predstavlja model koji se uobičajeno koristi kao i kod svih drugih funkcija raspodjela, u tom smislu da u odgovarajućem izrazu figuriše srednja

vrijednost μ i standardna devijacija σ . Stoga, umjesto $z(T)$, treba uvesti faktor frekvencije $K_p(T)$, tako da se i za Pearson III raspodjelu dobije ista forma kao i za normalnu raspodjelu:

$$x(T) = \mu + K_p(T) \sigma \quad (8.334)$$

gdje indeks p uz K ukazuje da je to faktor frekvencije za troparametarsku (Pearson tip III) raspodjelu, a njegova vrijednost je na osnovu jednačine 8.332.

$$K_p(T) = \frac{c_s}{2} z(T) - \frac{2}{c_s} \quad (8.335)$$

Za funkciju $K_p(T)$ Harter je izradio tabelu, za razne vrijednosti vjerovatnoće $F(x)$, odnosno povratnog perioda T i koeficijent asimetrije c_s . Vrijednosti $K_p(T)$ mogu se naći i u tzv. Foster – Ribkinovim tabelama (statističke tabele 3 i 4).

Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za nekoliko, u hidrološkoj praksi najčešće korištenih povratnih perioda javljanja T , date su u tabeli 8.9.

Tabela 8.9. Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za Pearson III funkciju raspodjele vjerovatnoće /25/

| Koeffic. asimetr. C_s | Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datom povratnom periodu T | | | | | |
|-------------------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 0,0 | 0,0000 | 0,8416 | 1,2816 | 1,6448 | 2,0537 | 2,3264 |
| 0,1 | -0,0167 | 0,8363 | 1,2917 | 1,6728 | 2,1070 | 2,3997 |
| 0,2 | -0,0333 | 0,8303 | 1,3009 | 1,6996 | 2,1595 | 2,4727 |
| 0,3 | -0,0499 | 0,8234 | 1,3089 | 1,7254 | 2,2112 | 2,5453 |
| 0,4 | -0,0664 | 0,8157 | 1,3159 | 1,7501 | 2,2619 | 2,6172 |
| 0,5 | -0,0828 | 0,8072 | 1,3218 | 1,7735 | 2,3117 | 2,6884 |
| 0,6 | -0,0990 | 0,7980 | 1,3267 | 1,7958 | 2,3603 | 2,7588 |
| 0,7 | -0,1151 | 0,7880 | 1,3304 | 1,8168 | 2,4078 | 2,8283 |
| 0,8 | -0,1310 | 0,7773 | 1,3330 | 1,8366 | 2,4541 | 2,8968 |
| 0,9 | -0,1467 | 0,7659 | 1,3345 | 1,8551 | 2,4991 | 2,9641 |
| 1,0 | -0,1621 | 0,7537 | 1,3349 | 1,8723 | 2,5428 | 3,0303 |
| 1,1 | -0,1772 | 0,7409 | 1,3342 | 1,8881 | 2,5851 | 3,0952 |
| 1,2 | -0,1921 | 0,7275 | 1,3324 | 1,9026 | 2,6260 | 3,1588 |
| 1,3 | -0,2067 | 0,7134 | 1,3295 | 1,9157 | 2,6653 | 3,2209 |
| 1,4 | -0,2209 | 0,6987 | 1,3255 | 1,9274 | 2,7031 | 3,2816 |
| 1,5 | -0,2347 | 0,6834 | 1,3204 | 1,9378 | 2,7394 | 3,3406 |
| 1,6 | -0,2482 | 0,6676 | 1,3143 | 1,9467 | 2,7740 | 3,3981 |
| 1,7 | -0,2612 | 0,6513 | 1,3072 | 1,9543 | 2,8070 | 3,4538 |
| 1,8 | -0,2738 | 0,6344 | 1,2990 | 1,9604 | 2,8383 | 3,5078 |
| 1,9 | -0,2860 | 0,6171 | 1,2897 | 1,9651 | 2,8678 | 3,5600 |
| 2,0 | -0,2977 | 0,5993 | 1,2795 | 1,9684 | 2,8956 | 3,6103 |

PRIMJER 8.21.

Pod pretpostavkom da su srednji godišnji proticaji rijeke Miljacke na V.S. Sarajevo (primjer 8.18) raspodjeljeni po Pearson III raspodjeli sa parametrima $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}$, $S_Q = 1,32 \text{ m}^3/\text{s}$ i $c_s = 1$, odrediti vrijednost promjenljive Q za zadanu vjerovatnoću, odnosno:

$$P[Q \geq q] = 0,005, \quad Q = ?$$

$$P[Q \geq q] = \Phi(Q) = 1 - F(Q) = 0,005 \Rightarrow F(Q) = 1 - \Phi(Q) = 1 - 0,005 = 0,995$$

$$T(Q) = \frac{1}{\Phi(Q)} = \frac{1}{0,005} = 200 \text{ godina}$$

Za $F(Q) = 0,995$, odnosno $\Phi(Q) = 1 - F(Q) = 0,005$ i $c_s = 1$ iz tabela za Pearson III raspodjelu (statistička tabela 3) slijedi, odnosno odgovara $K_p(T) = 3,489$.

Kako je $Q(T) = \bar{Q} + K_p(T) S_Q$ (izraz 8.334), to je tražena vrijednost slučajne promjenljive

$$Q = 5,45 + 3,489 \cdot 1,32 = 10,05 \text{ m}^3/\text{s}$$



Faktor frekvencije za Pearson III raspodjelu se može sračunati (bez upotrebe tablica za Pearson III raspodjelu) i pomoću slijedećeg izraza /25/:

$$K_p(T) \cong z + \left(z^2 - 1\right) \frac{c_s}{6} + \frac{1}{3} \left(z^3 - 6z\right) \left(\frac{c_s}{6}\right)^2 - \left(z^2 - 1\right) \left(\frac{c_s}{6}\right)^3 + z \left(\frac{c_s}{6}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{c_s}{6}\right)^5 \quad (8.336)$$

ili koristeći tzv. Wilson – Hilferty transformaciju /16./:

$$K_p(T) \cong \frac{2}{c_s} \left[1 + \frac{c_s z}{6} - \frac{c_s^2}{36} \right]^3 - \frac{2}{c_s} \quad (8.337)$$

gdje je (z) vrijednost normalne standardizovane promjenljive za odabrani povratni period javljanja T , a c_s koeficijent asimetrije uzorka razmatrane promjenljive.

Ukoliko je potrebno odrediti povratni period javljanja T , za registrovanu (traženu) vrijednost promjenljive x , moguće je koristiti slijedeći postupak:

- odrediti vrijednost standardizovane, približno gama raspodjeljene promjenljive:

$$g = \frac{x - \bar{x}}{S}; \quad g \approx G(0, 1, c_s) \quad (8.338)$$

- koristeći inverzni oblik tzv. Wilson – Hilferty transformacije, odrediti vrijednost standardizovane normalne promjenljive $z \approx N(0,1)$, prema izrazu /16/:

$$z \cong \frac{6}{c_s} \left[\left(\frac{c_s g}{2} + 1 \right)^{1/3} + \frac{c_s^2}{36} - 1 \right] \quad (8.339)$$

Koristeći se tabelama za normalnu funkciju raspodjele (statistička tabela 1), za sračunato (z) odrediti vrijednost $F(z) = F(x)$, odnosno $\Phi(x) = 1 - F(x)$, te povratni period $T(x) = 1/\Phi(x)$.

PRIMJER 8.22.

Potrebno je odrediti vrijednost proticaja Q , za prethodni primjer (primjer 8.21) koristeći se izrazima (8.336) i (8.337), te vrijednost povratnog perioda javljanja proticaja $Q = 9.43 \text{ m}^3/\text{s}$.

(a) Za $F(Q) = 1 - \Phi(Q) = 1 - 0,005 = 0,995$ i $T = 1/\Phi(Q) = 1/0,005 = 200$ godina, iz tabela za normalnu funkciju raspodjele (tabela 1) slijedi $z = 2,58$. Uvrštavanjem vrijednosti (z) u jednačinu (8.336) dobije se $K_p(T) = 3,51$, a uvrštavanjem u jednačinu (8.337) dobije se takođe $K_p(T) = 3,51$. Uvrštavanjem vrijednosti $K_p(T)=3,51$ u jednačinu (8.334) dobije se

$$Q(T) = \bar{Q} + K_p(T)S_Q = \bar{Q} + K_p(200)S_Q = 10,08 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\text{b) } g = \frac{Q - \bar{Q}}{S_Q} = \frac{9.43 - 5.45}{1.32} = 3.018$$

$$z \cong \frac{6}{c_s} \left[\left(\frac{c_s g}{2} + 1 \right)^{1/3} + \frac{c_s^2}{36} - 1 \right] \cong 2,32 \quad (\text{jednačina 8.339})$$

Za $z = 2.32$ iz tabela za standardizovanu normalnu raspodjelu slijedi

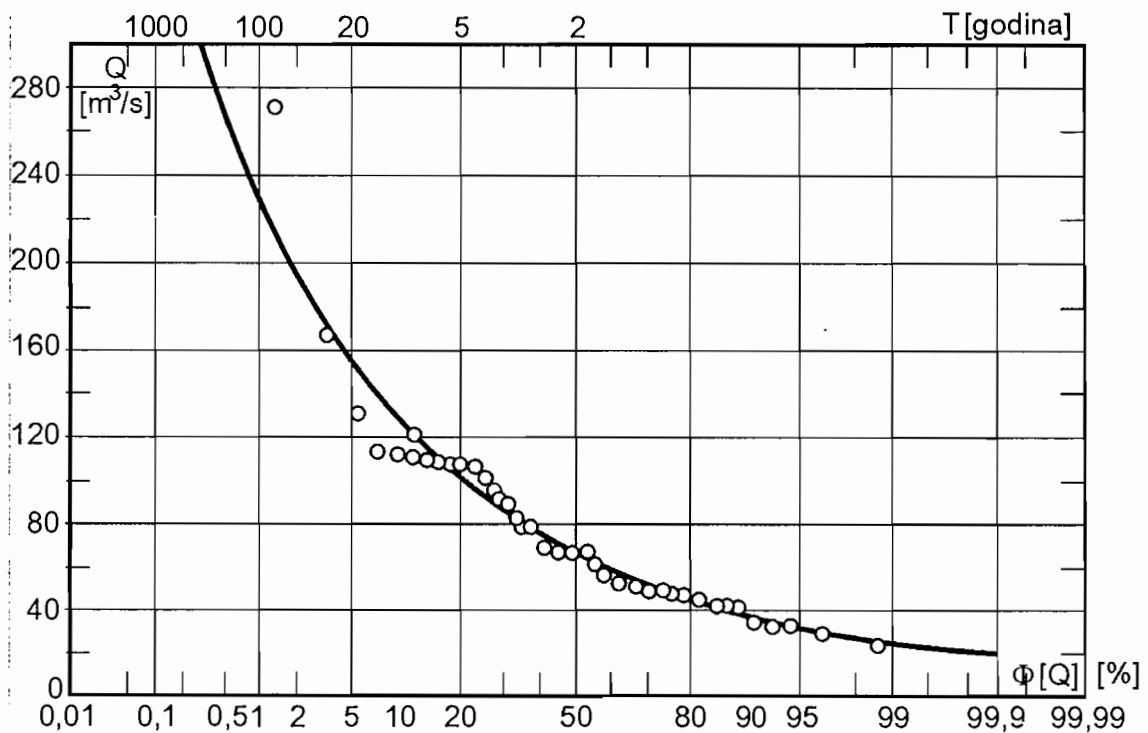
$$F(z) = F(2.32) = 0,99, \text{ odnosno } \Phi(z) = 0.01$$

$$\text{Kako je } T(Q) = \frac{1}{\Phi(Q)} = \frac{1}{\Phi(z)} = \frac{1}{0.01} = 100 \text{ godina}$$

Grafički prikaz Pearson III raspodjele
na dijagramu vjerovatnoće

Dijagram vjerovatnoće za ovu raspodjelu se rijetko konstruiše, pošto oblik ove nesimetrične raspodjele ($c_s \neq 0$), i skala vjerovatnoće zavisi od koeficijenta asimetrije c_s , čija vrijednost može varirati u širokim granicama. Zbog toga se Pearson 3 funkcija raspodjele obično nanosi na dijagram normalne vjerovatnoće (ako je c_s malo) ili logaritamsko normalne vjerovatnoće (ako je c_s znatno). Na taj način se na dijagramima normalne vjerovatnoće dobija zakrivljena linija (slika 8.30). Za konstrukciju ove linije je dovoljno nanijeti na dijagram desetak tačaka.

Za ilustraciju, na slici 8.30, predstavljena je teorijska Pearson III funkcija raspodjele, zajedno sa odgovarajućom empirijskom raspodjelom, za maksimalne godišnje proticaje rijeke Miljacke, na vodomjernoj stanici Sarajevo.



Slika 8.30. Pearson III funkcija raspodjele vjerovatnoće maksimalnih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na V.S. Sarajevo

Log – Pearson III funkcija raspodjele vjerovatnoće

Ako logaritmi promjenljive X imaju Pearson III raspodjelu, tada se kaže da promjenljiva X slijedi log – Pearson III raspodjelu.

Ako je $y = \ln(x)$ ili $y = \log(x)$, $x > 0$, tada se, pošto promjenljiva y slijedi Pearson III raspodjelu može pisati (izraz 8.334)

$$y(T) = \mu_y + K_p(T) \sigma_y \quad (8.340)$$

gdje je $K_p(T)$ faktor frekvencije za Pearson III raspodjelu a μ_y i σ_y su srednja vrijednost i standardna devijacija promjenljive $y = \ln(x)$ ili $y = \log(x)$.

Karakteristike funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće $f(y)$, te kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(y) = P(Y \leq y)$, su iste kao i za funkciju Pearson III.

Vrijednost slučajne promjenljive (x) je onda

$$x = e^y \quad \text{ili} \quad x = 10^y \quad (8.341)$$

zavisno od korištene baze logaritma.

Za crtanje ove funkcije na dijagramu vjerovatnoće, koristi se dijagram vjerovatnoće za log – normalnu funkciju raspodjele. Za razliku od log – normalne funkcije, funkcija log – Pearson III će na ovom dijagramu imati oblik zakrivljene linije.

χ^2 (Hi) – kvadrat raspodjela

Specijalan slučaj gama raspodjele koji nalazi veliku primjenu u statistici, dobija se ako se u izraz za funkciju gustine dvoparametarske gama raspodjele (jednačina 8.318) unese $\beta = 2$ i $\alpha = v/2$:

$$f(x) = \frac{1}{2^{\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} x^{\left(\frac{v}{2}-1\right)} \cdot e^{-\frac{x}{2}} ; \quad x \geq 0 \quad (8.342)$$

$$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{2^{\left(\frac{\nu}{2}\right)} \cdot \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \int_0^x \left(\frac{x}{2}\right)^{\left(\frac{\nu}{2}-1\right)} e^{-\frac{x}{2}} dx \quad (8.343)$$

Ova raspodjela poznata je pod nazivom Hi – kvadrat raspodjela, i ima samo jedan parametar ν , koji se u nekim statističkim analizama naziva “broj stepeni slobode”.

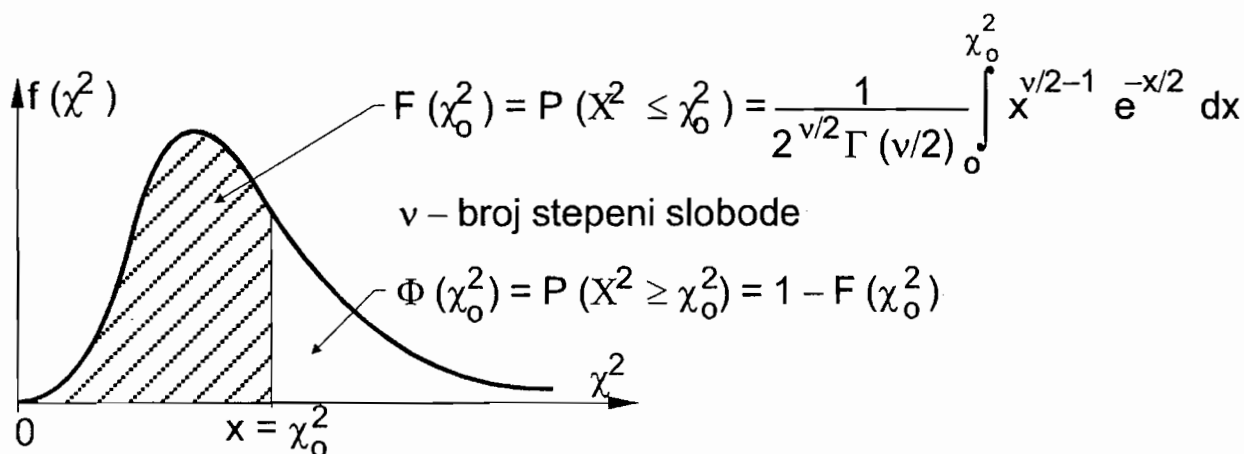
Funkcija (8.342) predstavlja jedan zakon vjerovatnoće, jer je /8/

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \int_0^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^{\left(\frac{\nu}{2}-1\right)} e^{-\frac{x}{2}} d\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) = 1 \quad (8.344)$$

Pošto je (x) uvijek pozitivna veličina, stavlja se da je $x = \chi^2$.

Dakle, za neprekidnu slučajnu promjenljivu čija funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće ima oblik (8.342), kažemo da ima gama raspodjelu ili χ^2 raspodjelu.

Funkcija gustine raspodjele, odnosno kriva $y = f(x)$ leži u prvom kvadrantu, polazi od koordinatnog početka za $\nu > 2$, raste do moda ($M_o = \nu - 2$), a zatim opada i asimptotski se približava apscisnoj osi (slika 8.31).



Slika 8.31. Karakteristični izgled χ^2 (Hi)-kvadrat funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće

Očekivana vrijednost i standardna devijacija ove raspodjele su:

$$E[X] = \mu = \nu, \quad \text{Var}[X] = \sigma^2 = 2\nu \quad (8.345)$$

$$\text{Koefficient asimetrije } c_s = \frac{4}{\sqrt{2\nu}} \rightarrow 0 \text{ kad } \nu \rightarrow \infty \quad (8.346)$$

pokazuje da χ^2 raspodjela postaje sve simetričnija sa porastom broja stepeni slobode.

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće (5.179) obično se piše u obliku

$$P[X \leq x] = P[\chi^2 \leq \chi_0^2] = P(\chi_0^2) = \int_0^{\chi_0^2} f(\chi^2) d(\chi^2) \quad (8.347)$$

čije su vrijednosti tabelirane za $1 \leq \nu \leq 30$ (statistička tabela 5).

Pošto χ^2 raspodjela teži normalnoj raspodjeli kada ν raste, za $\nu > 30$ koriste se tabelirane vrijednosti funkcije raspodjele normalne vjerovatnoće.

Korištenje ove raspodjele biti će pokazano kasnije, kod određivanja intervala povjerenja varijanse osnovnog skupa (populacije), testiranja saglasnosti empirijskih i teorijskih funkcija raspodjele itd.

U tu svrhu, neophodno je pomenuti neke statistike koje imaju χ^2 – raspodjelu.

Statistika uzorka je bilo koji broj kojim se izražava neka osobina uzorka, kao što su to razni statistički momenti, parametri raspodjele i slično.

Ako slučajna promjenljiva X ima normalnu raspodjelu $N(\mu, \sigma)$, onda slijedeće statistike pripadaju χ^2 – raspodjeli (jednačina 8.342):

$$\xi_1 = \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2, \text{ sa brojem stepeni slobode } \nu = 1, \quad (8.348)$$

$$\xi_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2, \text{ sa brojem stepeni slobode } \nu = n, \quad (8.349)$$

$$\xi_3 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}, \text{ sa brojem stepeni slobode } \nu = n - 1, \text{ i} \quad (8.350)$$

$$\xi_4 = \chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} \quad (8.351)$$

sa brojem stepeni slobode $v = n - \rho - 1$ gdje je ρ broj parametara teorijske funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće, a koji se procjenjuju na osnovu uzorka.

U izrazu (8.350) S predstavlja procijenjenu vrijednost standardne devijacije na osnovu uzorka, a σ njenu pravu vrijednost. Vrijednosti f_{ei} i f_{ti} u izrazu (8.351) predstavljaju empirijske i teorijske učestalosti vrijednosti x_i slučajne promjenljive X , respektivno.

Dvostruka funkcija eksponencijalne raspodjele najvećih vrijednosti (Gumbelova funkcija raspodjele vjerovatnoće)

Ekstremi nastali pri formiranju uzoraka /43/. Diskretna serija veličine N ili neprekidna serija dužine T su date kao uzorci slučajne promjenljive x . Ovi uzorci su podijeljeni u (n) poduzoraka, pri čemu je svaki veličine (m) , tako da je $N = nm$ ili $T = nm$. Načinjena je selekcija veličine promjenljivih iz svakog od ovih poduzoraka vodeći računa o osobinama poduzorka. Selekcije prema najvećoj, najmanjoj ili centralnoj vrijednosti svakog poduzorka su od posebnog interesa i značaja u hidrologiji. Najveća i najmanja vrijednost se obično smatraju ekstremnim vrijednostima, i često se dovode u vezu sa poplavama i sušama, viškom ili manjkom i drugim sličnim ekonomskim i sigurnosnim pokazateljima. U ovom poglavlju su razmatrana odabiranja koja se odnose na ekstremne vrijednosti poduzoraka. Dakle, iz uzorka veličine $N = nm$, n poduzoraka od kojih je svaki veličine m , stvaraju novi uzorak veličine (n) koji se sastoji od najvećih ili najmanjih vrijednosti svakog poduzorka.

Ova raspodjela ima veliku primjenu u hidrologiji kod analize slučajne promjenljive koja predstavlja neku ekstremnu vrijednost (na primjer maksimalni ili minimalni godišnji proticaji). Ona je od naročitog interesa kod analize velikih voda. Naime, bez obzira na oblik zakona vjerovatnoće dnevnih proticaja vode (serija od 365 vrijednosti proticaja tokom jedne godine), serija vrijednosti, od kojih svaka predstavlja maksimalni godišnji proticaj, imaće raspodjelu prema zakonu ekstremnih vrijednosti.

Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće definisana je slijedećim izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{a} \left[e^{-(x-u)a} - e^{-(x-u)a} \right], \quad -\infty < x < \infty, \quad \alpha > 0, \quad u > 0 \quad (8.352)$$

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće:

$$F(x) = e^{-e^{(x-u)/\alpha}}, \quad -\infty < x < \infty, \quad u > 0 \quad (8.353)$$

Parametar (u) je parametar lokacije raspodjele i ujedno vrijednost moda, odnosno $u = M_0$, dok se parametar (α) naziva parametrom razmjere.

Ovu funkciju za ekstremne vrijednosti su uveli Fišer (Fisher) i Tipet (Tippet) /19/

U hidrologiji se ona najčešće naziva Gumbelova funkcija, zbog Gumbelovih različitih studija raspodjela ekstremnih poplavnih proticaja /13/.

Karakteristični momenti raspodjele su:

$$E[X] = \mu = u + \gamma / \alpha \quad - \text{srednja (očekivana) vrijednost} \quad (8.354)$$

gdje je $\gamma \cong 0,5772$ tzv. Euler-ova konstanta

$$\text{Var}[X] = \sigma^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2} \quad - \text{varijansa} \quad (8.355)$$

$$c_s = 1,14 \quad - \text{koeficijent asimetrije} \quad (8.356)$$

Često se stavlja prigovor na primjenu Gumbelove funkcije raspodjele na fenomene sa donjom granicom, jer je sama funkcija neograničena. Funkcija se ne bi mogla striktno koristiti u onom slučaju kad se primjenjuje na promjenljive pozitivnih vrijednosti, kao npr. na maksimalne proticaje koji ne mogu biti manji od nule. Iako ti proticaji imaju za donju granicu nulu, činjenica da takav proticaj bude ravan nuli, znači da godina mora biti suha od početka do kraja. Ovo nije neobično za neke oblasti koje imaju aridnu klimu. Ipak, većina rijeka nije ovog tipa. Dio raspodjele vjerovatnoće za vrlo velike vrijednosti bliske vjerovatnoći jednakoj jedinici je ipak od najvećeg praktičnog interesa pri analizi poplave. U ovom slučaju, donji dio funkcije raspodjele vjerovatnoće gubi praktični značaj bez obzira da li je ograničen ili neograničen /43/.

Drugi uslov za primjenu Gumbelove funkcije raspodjele vjerovatnoće odnosi se na konstantnu vrijednost koeficijenta asimetrije. Ukoliko se koeficijent asimetrije procijeni iz podataka na osnovu statističkih momenata, tada se mogu upoređivati sa teoretskim konstantnim vrijednostima Gumbelove funkcije. Ukoliko su osmatrane vrijednosti bliske teoretskim vrijednostima, ili bar toliko bliske koliko dozvoljavaju

greške uzorka, tada je prihvatljiva hipoteza da se Gumbelova funkcija dobro prilagođava empirijskim raspodjelama ekstremnih vrijednosti.

Kao i za ranije prikazane raspodjele, i za ovu raspodjelu određivanje vjerovatnoće je olakšano putem standardizovane funkcije, uvođenjem standardizovane promjenljive:

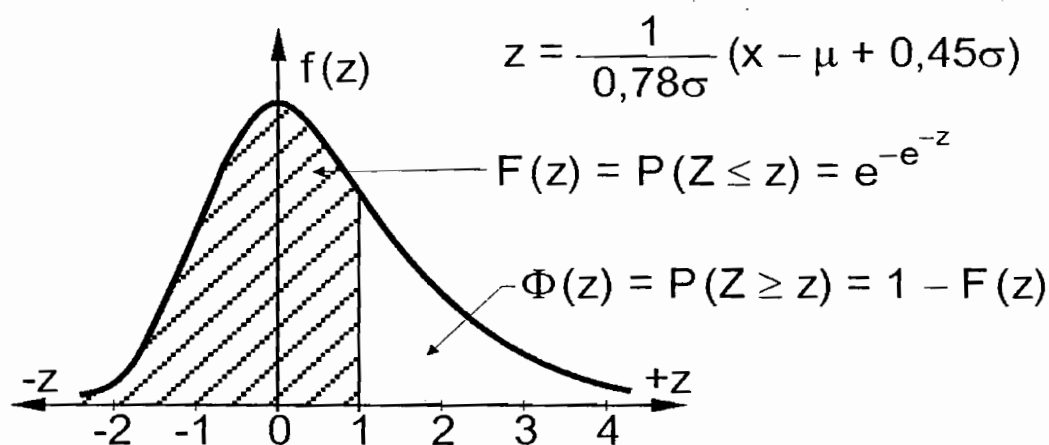
$$z = \frac{x - u}{a} = \alpha(x - u), \quad \alpha = \frac{1}{a} \quad (8.357)$$

Funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće i kumulativna funkcija raspodjele za standardizovanu funkciju su:

$$f(z) = e^{-z-e^{-z}} = e^{-z} e^{-e^{-z}} \quad (8.358)$$

$$F(z) = P[Z \leq z] = e^{-e^{-z}}, \quad -\infty < z < \infty \quad (8.359)$$

Dijagram zakona gustine vjerovatnoće standardizovane Gumbelove raspodjele prikazan je na slici 5.18.



Slika 8.32. Karakteristični izgled standardizovane Gumbelove funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće

Na osnovu jednačina za karakteristične momente (8.354 i 8.355) slijedi:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi^2}{6\alpha^2}} = \frac{1,283}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = 0,78\sigma \quad (8.360)$$

$$\mu = u + \frac{0,577}{\alpha} = u + 0,45\sigma \Rightarrow u = \mu - 0,45\sigma \quad (8.361)$$

Tako je:

$$z = \alpha(x - u) = \frac{1}{0,78\sigma}(x - \mu + 0,45\sigma) \quad (8.362)$$

Određivanje vjerovatnoće za slučajnu promjenljivu, obzirom na jednostavnost izraza za $F(z) = P[Z \leq z]$, ne zahtijeva korištenje tabelirane funkcije $F(z)$, iako se i ona kao i ostale može naći u gotovo svim statističkim udžbenicima (statistička tabela 2).

Procedura računanja je slijedeća:

za poznate vrijednosti μ i σ , odnosno njihove ocjene iz uzorka \bar{x} i S_x sračunati (z) iz

$$z = \alpha(x - u) = \frac{1}{0,78\sigma}(x - \mu + 0,45\sigma) \quad (8.363)$$

$$F(x) = F(z) = P[Z \leq z] = e^{-e^{-z}} \quad (8.364)$$

$$T(x) = \frac{1}{\Phi(x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (8.365)$$

Ako je pak potrebno odrediti vrijednost slučajne promjenljive x , za zadanu vjerovatnoću $F(x)$, ili što je češće zadani povratni period $T(x)$, procedura je slijedeća:

$$\text{Iz } F(z) = F(x) = e^{-e^{-z}} \Rightarrow z = -\ln[-\ln F(x)] \quad (8.366)$$

Pošto je

$$\Phi(x) = P[X \geq x] = 1 - F(x) = \frac{1}{T(x)} \Rightarrow F(x) = \frac{T(x) - 1}{T(x)} \quad (8.367)$$

odnosno

$$z(T) = -\ln\left[-\ln\frac{T-1}{T}\right] \quad (8.368)$$

$$\text{Iz } z(T) = \frac{1}{0,78\sigma} (x - \mu + 0,45\sigma) \quad (8.369)$$

Slijedi

$$x(T) = \mu + \sigma(0,78 z(T) - 0,45) \quad (8.370)$$

Iz gornjeg izraza vidljivo je da se i kod ove raspodjele vrijednost slučajne promjenljive može izraziti preko faktora frekvencije, čija je vrijednost iz gornje jednačine (8.370):

$$K_G(T) = 0,78 z(T) - 0,45, \quad \text{ili} \quad (8.371)$$

$$K_G(T) = -0,78 \left[\ln \left(-\ln \frac{T-1}{T} \right) \right] - 0,45 \quad (8.372)$$

odnosno vrijednost slučajne promjenljive izražena kao linearna funkcija od μ i σ :

$$x(T) = \mu + K_G(T) \sigma \quad (8.373)$$

Ako bi se odredila vrijednost standardizovane promjenljive $z(T)$, na osnovu empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće jednog uzorka od (n) slučajnih promjenljivih, tada bi ona, uz korištenje Weibull-ove formule za računanje empirijskih vjerovatnoća $P_m = m / (n + 1) = \frac{1}{T}$ uzorka uređenog po opadajućim vrijednostima, iznosila:

$$z_m(T) = -\ln \left[-\ln \frac{n+1-m}{n+1} \right] \quad (8.374)$$

Ako sa μ_z i σ_z^2 označimo očekivanu vrijednost i varijansu serije z_m , može se pokazati /23/ da je onda vrijednost faktora frekvencije

$$K_G(T) = \frac{z_m - \mu_z}{\sigma_z} \quad (8.375)$$

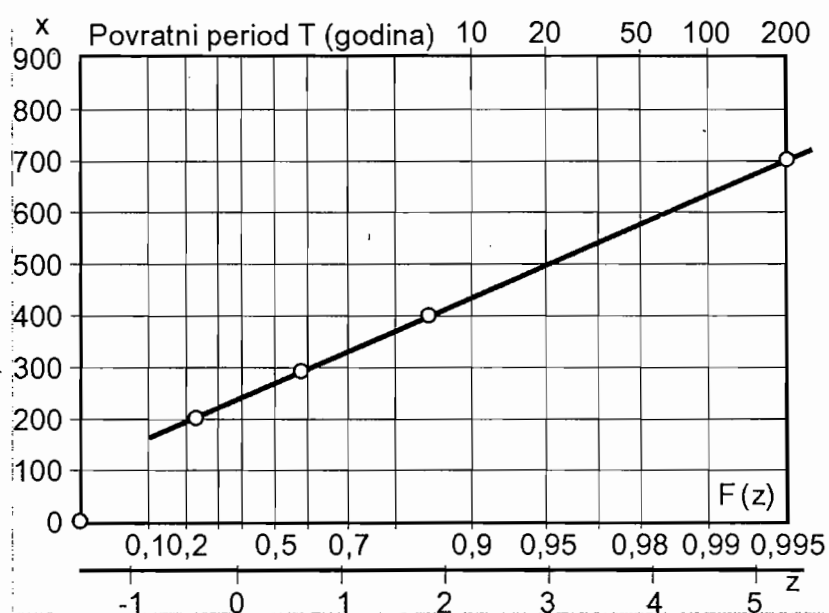
Vrijednost $K_G(T)$, sračunate pomoću jednačine (8.372, su ustvari vrijednosti koje bi se dobile po jednačini (8.375), kada $n \rightarrow \infty$.

Vrijednosti $K_G(T)$ sračunate po jednačini (8.365) za, u našoj zemlji uobičajene dužine uzoraka ($n = 30$ godina) su, zavisno od povratnog perioda T , veće za oko 15 do 20 % od vrijednosti $K_G(T)$ dobivenih po jednačini 8.376. One su, za nekoliko u

hidrološkoj praksi najčešće korištenih povratnih perioda javljanja T , date u tabeli 8.10.

Obzirom da ova funkcija raspodjele, iako nesimetrična, ima fiksnu vrijednost koeficijenta asimetrije $c_s = 1,14$, to je za nju moguće konstruisati dijagram Gumbelove vjerovatnoće raspodjele, na kome onda kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće ima formu prave linije. Na slici 8.33 (uz pomoć tabele za gumbelovu raspodjelu), prikazana je konstrukcija dijagrama (papira) Gumbelove raspodjele vjerovatnoće, za uzorak sa vrijednostima $\mu = 288$ i $\sigma = 112,5$.

| F(z) | z | $K_G(T)$ | x |
|-------|-------|----------|--------|
| 0,995 | 5,27 | 3,66 | 699,75 |
| 0,854 | 1,87 | 1,00 | 400,50 |
| 0,210 | -0,43 | -0,78 | 200,25 |
| 0,570 | 0,57 | -0,005 | 278,43 |



Slika 8.33. Konstrukcija kumulativne funkcije Gumbelove raspodjele vjerovatnoće na dijagramu vjerovatnoće

Tabela 8.10. Vrijednosti faktora frekvencije $K_G(T)$ za Gumbelovu funkciju raspodjele vjerovatnoće /25/

| Veličina uzorka n | Kumulativna vjerovatnoća $P[X \leq x]$ u (%) koja odgovara datom povratnom periodu T | | | | | |
|-------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 50 | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| | Povratni period javljanja T (godina) | | | | | |
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 10 | -0.1355 | 1.0580 | 1.8483 | 2.6063 | 3.5874 | 4.3227 |
| 15 | -0.1434 | 0.9672 | 1.7025 | 2.4078 | 3.3208 | 4.0049 |
| 20 | -0.1478 | 0.9187 | 1.6248 | 2.3020 | 3.1787 | 3.8356 |
| 25 | -0.1506 | 0.8879 | 1.5754 | 2.2350 | 3.0886 | 3.7284 |
| 30 | -0.1526 | 0.8664 | 1.5410 | 2.1881 | 3.0257 | 3.6534 |
| 35 | -0.1540 | 0.8504 | 1.5154 | 2.1532 | 2.9789 | 3.5976 |
| 40 | -0.1552 | 0.8379 | 1.4954 | 2.1261 | 2.9425 | 3.5543 |
| 45 | -0.1561 | 0.8279 | 1.4794 | 2.1044 | 2.9133 | 3.5195 |
| 50 | -0.1568 | 0.8197 | 1.4663 | 2.0865 | 2.8892 | 3.4908 |
| 55 | -0.1574 | 0.8128 | 1.4552 | 2.0714 | 2.8690 | 3.4667 |
| 60 | -0.1580 | 0.8069 | 1.4458 | 2.0586 | 2.8518 | 3.4461 |
| 65 | -0.1584 | 0.8018 | 1.4376 | 2.0475 | 2.8368 | 3.4284 |
| 70 | -0.1588 | 0.7974 | 1.4305 | 2.0377 | 2.8238 | 3.4128 |
| 75 | -0.1592 | 0.7934 | 1.4242 | 2.0291 | 2.8122 | 3.3991 |
| 80 | -0.1595 | 0.7900 | 1.4185 | 2.0215 | 2.8020 | 3.3868 |
| 85 | -0.1597 | 0.7868 | 1.4135 | 2.0146 | 2.7928 | 3.3758 |
| 90 | -0.1600 | 0.7840 | 1.4090 | 2.0084 | 2.7844 | 3.3659 |
| 95 | -0.1602 | 0.7814 | 1.4048 | 2.0028 | 2.7769 | 3.3569 |
| 100 | -0.1604 | 0.7791 | 1.4011 | 1.9977 | 2.7700 | 3.3487 |
| | Odgovarajući faktor frekvencije prema jednačini 8.375 | | | | | |
| | -0.1643 | 0.7194 | 1.3046 | 1.8658 | 2.5923 | 3.1367 |

PRIMJER 8.23.

Pod pretpostavkom da se maksimalni godišnji proticaji rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo za period od 1928 do 1976. godine ($n = 49$ godina) prilagođavaju Gumbelovoj funkciji raspodjele vjerovatnoće, definirati vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja za nekoliko karakterističnih povratnih perioda javljanja ($T = 2, 5, 10, 50$ i 100 godina), te predstaviti teorijsku i empirijsku raspodjelu na dijagramu vjerovatnoće.

Potrebne vrijednosti statistika uzorka iznose:

$$\bar{Q} = 75,8 \text{ m}^3 / \text{s}, \quad S_Q = 41,8 \text{ m}^3 / \text{s}, \quad c_v = 0,551 \text{ i } c_s = 2,38$$

$$T(Q) = 2 \text{ godine} \Rightarrow \Phi(Q) = \frac{1}{T(Q)} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$F(Q) = 1 - \Phi(Q) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Za $F(Q) = 0,5$ prema izrazu (8.366) $z(T) = -\ln[-\ln F(Q)] = 0,366$, slijedi prema izrazu (8.370)

$$Q(T) = \bar{Q} + S_Q(0,78 z(T) - 0,45) = 68,92 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Ili kraće, sračunati vrijednost faktora frekvencije za Gumbelovu raspodjelu (izraz 8.372)

$$\begin{aligned} K_G(T) &= -0,78 \left[\ln \left(-\ln \frac{T-1}{T} \right) \right] - 0,45 = \\ &= 0,78 \left[\ln \left(-\ln \frac{2-1}{2} \right) \right] - 0,45 = -0,164 \end{aligned}$$

$$Q(T) = \bar{Q} + K_G(T) S_Q = 75,8 - 0,164 \cdot 41,8 = 68,92 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Koristeći istu proceduru dobiju se vrijednosti proticaja Q za ostale povratne periode koji su dati u donjoj tabeli

| | | | | | |
|-----------------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Povratni period T (godina) | 2 | 5 | 10 | 50 | 100 |
| Proticaj Q (m ³ /s) | 68,92 | 105,89 | 130,36 | 184,21 | 206,97 |

Vrijednosti empirijske funkcije raspodjele sračunate su prema obrascu Weibull-a (izraz 8.143)

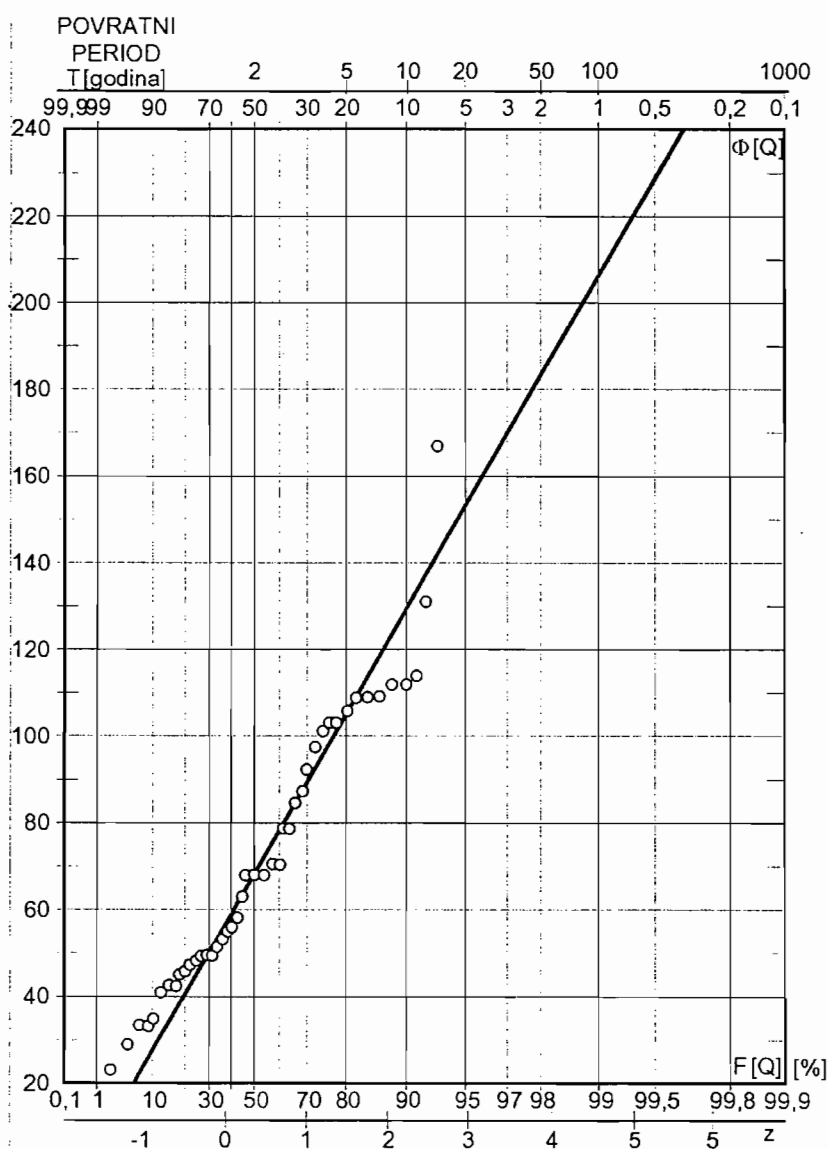
$$F_e(Q_m) = P[Q \leq Q_m] = \frac{m}{n+1} 100 \text{ (\%)}$$

i kao skup od $n = 49$ tačaka nanešene na dijagram vjerovatnoće prikazan na slici 1. gdje je svaka tačka određena koordinatama

$$[F(Q_m); Q_m].$$

Na isti dijagram nanešena je i teorijska Gumbelova raspodjela koristeći podatke o sračunatim proticajima određenih povratnih perioda javljanja u gornjoj tabeli.

Treba se podsjetiti da je za Gumbelovu raspodjelu vrijednost koeficijenta asimetrije $c_s = 1,14$, što bi značilo da je za ovaj uzorak proticaja potrebno naći neku drugu raspodjelu, obzirom da je koeficijent asimetrije za razmatrani uzorak $c_s=2,38$. Međutim, primjer je dat samo kao ilustracija postupka računanja vrijednosti proticaja za zadanu vjerovatnoću (povratni period) pod pretpostavkom da se proticaji prilagođavaju Gumbelovoj raspodjeli.



Slika 1. Gumbelova funkcija raspodjele maksimalnih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo

8.6. TEORIJA STATISTIČKOG OCJENJIVANJA NA OSNOVU UZORKA

Kada je ranije bilo riječi o populaciji i uzorku (poglavlje 8.2), uzorak je definisan kao njen dio, dobiven odabiranjem elemenata uzorka na slučajan način. Uzorak je u izvjesnoj mjeri slika populacije, čiji je dio, ali ova slika može biti deformisana, i to utoliko više ukoliko je uzorak manji. Aritmetička sredina, varijansa i drugi parametri uzorka, mogu se smatrati samo kao ocjene parametara populacije. Isto tako, funkcije raspodjele gustine vjerovatnoće i funkcije kumulativne raspodjele vjerovatnoće, dobivene na osnovu uzorka, predstavljaju samo aproksimaciju raspodjela razmatrane slučajne promjenljive u osnovnom skupu (populaciji).

U praksi je često nemoguće, bilo iz finansijskih ili tehničkih ili vremenskih razloga, da izvršimo mjerenja svih elemenata velikog statističkog skupa koji nazivamo osnovni skup ili populacija. Zato pristupamo formiranju podskupa – uzorka koji će reprezentovati osnovni skup, odnosno populaciju.

Treba se podsjetiti, da kada se radi o uzorcima u hidrologiji, onda su to nizovi slučajne promjenljive čiji su elementi dobiveni osmatranjem u nekom vremenskom periodu. Takav uzorak treba shvatiti samo kao podskup jedne beskonačno duge serije izučavane hidrološke veličine.

Vrijednost elemenata uzorka, redosljed kojim se oni javljaju i, najzad, parametri uzorka su posljedica prirodnih uslova koji su vladali u periodu osmatranja. Ako uzorak, koji se donosi na istu hidrološku veličinu, potiče iz nekog drugog perioda osmatranja, njegove će karakteristike biti drugačije. Drugim riječima, ako se iz iste populacije uzme više uzoraka, onda će njihovi parametri (statistike), kao što su srednja vrijednost, varijansa itd., varirati od uzorka do uzorka (*statistika uzorka je bilo koji broj kojim se izražava neka osobina uzorka, kao što su to razni statistički momenti, parametri raspodjele i sl.*).

Dakle, opravdano se može postaviti pitanje šta se može dogoditi u nekom nerednom periodu, odnosno da li će karakteristike razmatranog procesa u periodu pogona hidrotehničkih objekata biti iste kao i u periodu prije izgradnje objekata kada su skupljeni podaci na osnovu kojih se dimenzioniraju objekti.

Odmah se može odgovoriti da će se proces ponašati vjerovatno slično, ali zasigurno ne isto kao i u prethodnom periodu. Prema tome, potrebno je znati sa koliko pouzdanosti procjenjeni parametri opisuju ponašanje procesa u budućnosti. Drugim riječima, postavlja se pitanje koliko su kvalitetne, odnosno pouzdane

procjene parametara i odgovarajuće funkcije raspodjele vjerovatnoće razmatranog uzorka.

Odgovor na postavljena pitanja dobija se kroz analize koje su poznate pod nazivom *određivanje intervala povjerenja*, odnosno *testiranje statističkih hipoteza*.

Dakle, ocjene parametara populacije na osnovu uzorka su slučajne veličine jer su neke funkcije od x_1, x_2, \dots, x_n (elemenata uzorka) koje su po pretpostavci slučajne veličine. Prema tome, i ove ocjene imaju svoje raspodjele, matematičko očekivanje itd.

Kada se radi o uzorcima u hidrologiji, onda su od interesa prvenstveno: (1) *problemi ocjene ili estimacije* (ocjene parametara populacije na osnovu parametara koji se odnose na uzorak), (2) *problemi testiranja hipoteza* (da li da se prihvati ili odbaci neka pretpostavka koja se odnosi na neku karakteristiku populacije) i (3) *problemi koji se tiču intervala povjerenja*, tj. granica u kojima se može naći prava vrijednost vjerovatnoće pojave izučavane hidrološke veličine u odnosu na izračunatu vrijednost.

8.6.1. Raspodjela aritmetičkih sredina uzorka

Iz jednog osnovnog skupa od N elemenata možemo izvući

$$\omega = \binom{N}{n} \quad (8.376)$$

različitih uzoraka od n elemenata. Svaki od tih uzoraka ima svoju aritmetičku sredinu. Na taj način dobićemo jedan skup aritmetičkih sredina uzoraka

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_\omega \quad (8.377)$$

Od interesa su tri karakteristike skupa (8.377):

- a. aritmetička sredina,
 - b. standardna devijacija,
 - c. zakon raspodjele.
- a) Aritmetička sredina aritmetičkih sredina uzoraka je jednaka aritmetičkoj sredini osnovnog skupa (populacije), μ :

$$E(\bar{x}) = \mu \quad (8.378)$$

To slijedi iz /8/:

$$E(\bar{x}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(\bar{x}_i) = \frac{1}{n} n E(\bar{x}) = E(\bar{x}) = \mu \quad (8.379)$$

b) Standardna devijacija skupa aritmetičkih sredina uzoraka, $\sigma_{\bar{x}}$, naziva se *standardna greška aritmetičke sredine* i ima oblik

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n} \quad (8.380)$$

Ako je N vrlo veliko, tj. kod beskonačnog osnovnog skupa (kao što je to najčešće slučaj u hidrologiji), tada je

$$\frac{N-n}{N-1} \cong 1, \quad (8.381)$$

pa za standardnu grešku beskonačnog osnovnog skupa slijedi oblik:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8.382)$$

Dokaz za beskonačni osnovni skup slijedi iz /8/:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = Var(\bar{x}) = \frac{1}{n^2} Var\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n Var(\bar{x}_i) = \frac{1}{n^2} n Var(\bar{x}_i) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (8.383)$$

gdje je stavljeno

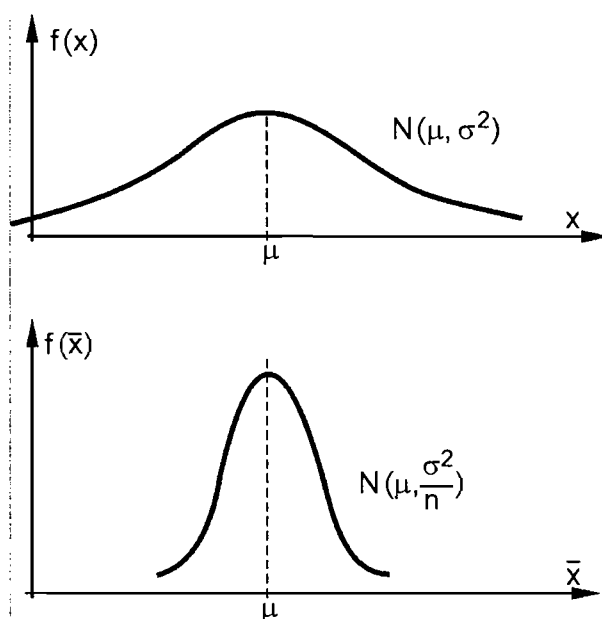
$$Var(\bar{x}_i) = Var(\bar{x}) \quad (8.384)$$

jer imaju isti zakon vjerovatnoće. Primjenjen je zakon o sabiranju varijansi nezavisnih slučajnih promjenljivih. Dokaz za konačan osnovni skup, zbog obimnosti je izostavljen.

Dobijene relacije (8.383) i (8.384) ne zavise od zakona raspodjele slučajne promjenljive X /8/.

- c) Ako je populacija (osnovni skup) normalno raspodijeljena, $N(\mu, \sigma)$ onda je i skup aritmetičkih sredina normalno raspodijeljen po zakonu $N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$.

Odnos normalne funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće varijable X osnovnog skupa i normalne funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće aritmetičkih sredina \bar{x} uzoraka prikazan je na slici 8.34.



Slika 8.34. Odnos normalne raspodjele varijable X populacije i normalne raspodjele aritmetičkih sredina \bar{x} uzoraka

Pošto je standardna greška aritmetičke sredine znatno manja od standardne devijacije

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \sigma \quad (8.385)$$

područje rasprostiranja aritmetičke sredine uzoraka je znatno uže od područja rasprostiranja vrijednosti slučajne promjenljive X osnovnog skupa. Zato je normalna raspodjela gustine vjerovatnoće \bar{x} uža od normalne raspodjele polazne slučajne varijable.

Ukoliko osnovni skup nije normalno raspodijeljen, ni skup aritmetičkih sredina uzoraka neće biti normalno raspodijeljen.

8.6.2. Raspodjela varijansi uzorka

Kao što je već rečeno iz jednog osnovnog skupa od N elemenata može se izvući

$$\omega = \binom{N}{n} \quad (8.386)$$

različitih uzoraka od n elemenata. Svaki od tih uzoraka ima svoju varijansu. Na taj način dobiće se jedan skup varijansi uzoraka

$$S_1^2, S_2^2, S_3^2, \dots, S_\omega^2 \quad (8.387)$$

Kao i kod raspodjela aritmetičkih sredina od interesu su tri karakteristike skupa (8.387):

- aritmetička sredina,
- varijansa,
- zakon raspodjele.

a) Aritmetička sredina skupa varijansi uzoraka ima oblik /19/

$$E(S^2) = \frac{N}{N-1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \sigma^2 \quad (8.388)$$

gdje su N i σ^2 broj elemenata i varijansa osnovnog skupa, a n broj elemenata uzorka. Kako je $n \leq N$, to je uvijek $E(S^2) \leq \sigma^2$, tj. aritmetička sredina varijansi uzoraka ne može biti veća od varijanse osnovnog skupa.

Kod vrlo velikih ili beskonačnih osnovnih skupova (kao što je to slučaj u hidrologiji) količnik $(N / N - 1)$ je blizak jedinici, pa je tada približno

$$E(S^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \quad (8.389)$$

Ako uzorak neograničeno raste, tada

$$E(S^2) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma^2 \quad (8.390)$$

b) Varijansa varijansi uzoraka beskonačnog osnovnog skupa (najčešći slučaj u hidrologiji) ima oblik /19/

$$\sigma^2(S^2) = \frac{M_4 - M_2^2}{n} \quad (8.391)$$

ukoliko je uzorak dovoljno velik, i gdje su M_4 i M_2 četvrti i drugi centralni statistički momenat.

Kod normalno raspodijeljenog osnovnog skupa varijansa varijansi uzoraka je /19/:

$$\sigma^2(S^2) = \frac{2(n-1)\sigma^4}{n^2} \quad (8.392)$$

Za praktične proračune, dovoljno tačna ocjena varijanse standardnih devijacija uzoraka je

$$Var(S) = \frac{\sigma^2}{2n}, \text{ odnosno } \sigma_S = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \quad (8.393)$$

gdje se uzima $\sigma \cong S$ za n veliko.

c. Kod osnovnog skupa sa normalnom raspodjelom $N(\mu, \sigma^2)$ aritmetička sredina \bar{x} i varijansa S^2 uzorka nezavisne su među sobom. Aritmetička sredina uzorka ima tada normalnu raspodjelu $N(\mu, \sigma^2/n)$, a izraz $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ ima χ^2 -raspodjelu sa $(n-1)$ stepeni slobode.

Zbog prevelike obimnosti, ovaj dokaz kao i najveći broj prethodnih je izostavljen.

8.6.3. Statističke procjene parametara

Nepriistrana procjena jednog parametra (θ) osnovnog skupa je onaj parametar (t) uzorka čija je aritmetička sredina (θ). Drugim riječima, ako je

$$E(t) = \theta, \quad (8.394)$$

tada je (t) jedna nepristrana procjena od (θ) .

Ranije je pokazano da je (jednačina 8.378)

$$E(\bar{x}) = \mu \quad (8.395)$$

što znači da je aritmetička sredina (\bar{x}) uzorka nepristrana procjena aritmetičke sredine (μ) osnovnog skupa.

Ako se lijeva i desna strana izraza (8.389)

$$E(S^2) = \frac{n-1}{n} \cdot \sigma^2 \quad (8.396)$$

pomnoži sa $n/(n-1)$, dobija se

$$\frac{n}{n-1} \cdot E(S^2) = E\left(\frac{n}{n-1} \cdot S^2\right) = \sigma^2 \quad (8.397)$$

iz čega se zaključuje da izraz

$$\hat{S}^2 = \frac{n}{n-1} \cdot S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (8.398)$$

predstavlja nepristranu procjenu varijanse osnovnog skupa, ako znamo da je

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 .$$

Očigledno da se za veliko n , sa dovoljnom tačnošću, za nepristranu procjenu varijanse osnovnog skupa može koristiti od ranije poznati izraz

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (8.399)$$

8.6.4. Intervali povjerenja parametara osnovnog skupa

Neka je jedan od parametara populacije označen oznakom (θ) .

Ako se iz uzorka izvrši procjena tog parametra sa vrijednošću (t) , pošto (t) može da varira od uzorka do uzorka uzetog iz iste populacije, tada statistika (t) ima i svoju statističku raspodjelu.

Drugim riječima, ocjena t nepoznatog parametra osnovnog skupa θ , je slučajna promjenljiva koja u opštem slučaju može da varira od $-\infty$ do ∞ . Njen zakon raspodjele sadrži i parametar (θ) . Ako taj zakon funkcije gustine raspodjele označimo sa $\varphi(t, \theta)$ mora biti zadovoljen uslov

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t, \theta) dt = 1 \quad (8.400)$$

Ako se uzme jedan interval $(\theta - h, \theta + h)$ u čijoj se sredini nalazi (θ) , tada je vjerovatnoća da će slučajna promjenljiva (t) pasti u taj interval:

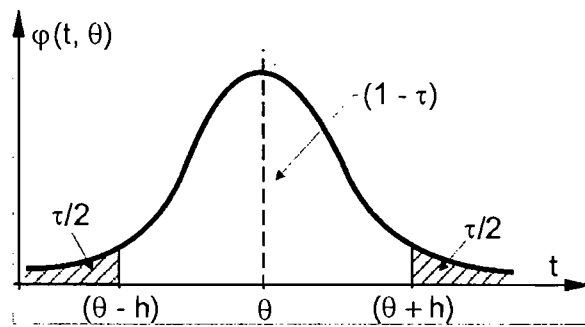
$$P[\theta - h < t < \theta + h] = \int_{t=\theta-h}^{t=\theta+h} \varphi(t, \theta) dt \quad (8.401)$$

Ako je $\varphi(t, \theta)$ funkcija razlike $(t - \theta)$, tj. $\varphi(t - \theta)$, to se zamjenom $\xi = (t - \theta)$, gornji integral svodi na:

$$P[\theta - h < t < \theta + h] = \int_{\xi=-h}^{\xi=h} \varphi(\xi) d\xi = P[-h < \xi < h] \quad (8.402)$$

koji ne sadrži nepoznato θ , pa se prema tome može izračunati. Ako se njegova vrijednost označi sa $(1 - \tau)$, gdje je $0 \leq \tau \leq 1$, tada je vjerovatnoća da će slučajna promjenljiva (t) biti u uzetom intervalu (slika 8.35):

$$P[\theta - h < t < \theta + h] = 1 - \tau \quad (8.403)$$



Slika 8.35.

Isto tako je (ako se riješi gornja dvojnja jednačina po θ):

$$P[t - h < \theta < t + h] = 1 - \tau \quad (8.404)$$

što znači da se može tvrditi sa vjerovatnoćom $(1 - \tau)$ da se tačna vrijednost nepoznatog parametra osnovnog skupa θ nalazi u intervalu $(t - h, t + h)$, koji se naziva *interval povjerenja*, a veličine $(t - h)$ i $(t + h)$ *granice povjerenja*.

Vjerovatnoća $(1 - \tau)$ naziva se *koeficijentom sigurnosti*, a suprotna vjerovatnoća (τ) , tj. vjerovatnoća da će se tačna vrijednost θ naći izvan intervala povjerenja, naziva se *koeficijent rizika*.

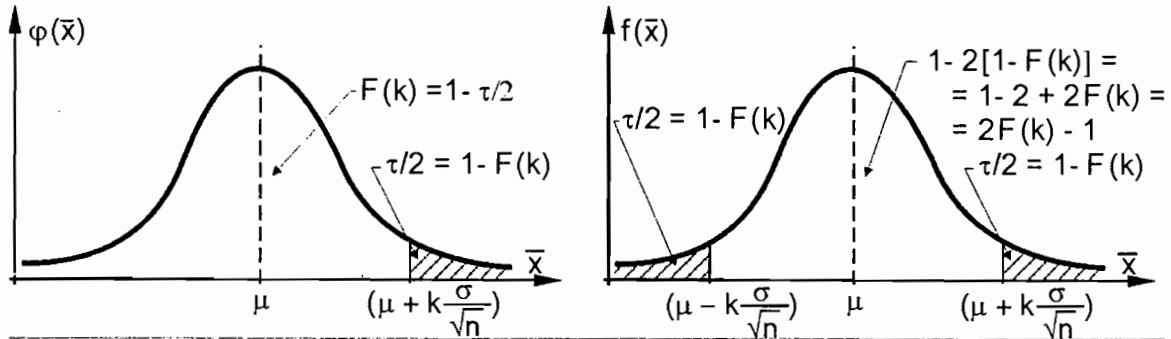
Interval povjerenja aritmetičke sredine osnovnog skupa sa poznatom varijansom

Kao što je naprijed rečeno, ako osnovni skup ima raspodjelu $N(\mu, \sigma)$ ili ako se radi o velikom uzorku ($n > 30$), onda skup aritmetičkih sredina uzoraka ima normalnu raspodjelu $X \approx N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$.

Za ovu raspodjelu, kao i za svaku normalnu raspodjelu, važi (poglavlje 8.5, izraz 8.257):

$$P[\mu - k\sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu + k\sigma_{\bar{x}}] = 2F(k) - 1 \quad (8.405)$$

gdje je $F(k)$ kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće normalne raspodjele $N(0, 1)$, a $k = z$ tj. vrijednost standardizovane normalne promjenljive (slika 8.36).



Slika 8.36.

Pošto se tačna vrijednost aritmetičke sredine (μ) osnovnog skupa ne poznaje, parametar (μ) se procjenjuje na osnovu aritmetičke sredine (\bar{x}) uzorka koja je, kako znamo, jedna njegova nepristrana procjena. Da bi se postigao navedeni cilj, uvodi se zamjena $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ i rješava dvojna nejednačina po (μ) u zagradi na lijevoj strani jednačine (8.405)

$$P\left[\bar{x} - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 2F(k) - 1 = p = 1 - \tau \quad (8.406)$$

Izraz (8.406) daje interval povjerenja nepoznate aritmetičke sredine (μ) osnovnog skupa poznate varijanse σ^2 na temelju aritmetičke sredine (\bar{x}) i veličine (n) uzorka.

Drugim riječima, ako je osnovni skup normalno raspodijeljen sa poznatom varijansom σ^2 i ako smo iz njega izvučen slučajni uzorak od (n) elemenata, izračunata aritmetička sredina (\bar{x}) uzorka, tada se može tvrditi sa vjerovatnoćom

$$p = 2F(k) - 1 \quad (8.407)$$

da se tražena aritmetička sredina (μ) osnovnog skupa nalazi u rasponu

$$\left(\bar{x} - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (8.408)$$

koji se naziva *interval povjerenja* ili *pouzdanost* aritmetičke sredine osnovnog skupa.

Vrijednost $q = 1 - p$ nazivamo koeficijent rizika, odnosno suprotna vjerovatnoća, tj. vjerovatnoća da traženi parametar (μ) neće pasti u interval (8.408).

Ako se izjednače desne strane izraza (8.405) i (8.406) dobija se:

$$2F(k) - 1 = 1 - \tau; \quad 1 - F(k) = \frac{\tau}{2} \quad (8.409)$$

PRIMJER 8.24.

Ako je osnovni skup normalno raspodjeljen, ako je poznata njegova varijansa σ^2 i ako je iz njega uzet uzorak od n elemenata, tada se može tvrditi sa vjerovatnoćom od 0,95 (95 %) da će se tražena aritmetička sredina osnovnog skupa nalaziti u intervalu:

$$\left(\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

ili

$$P \left[\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = 0,95 = 1 - \tau$$

Ovdje je koeficijent rizika $\tau = 1 - 0,95 = 0,05$, $(1 - \tau) = 0,95$ i $\tau/2 = 0,025$ pa je na osnovu $1 - F(k) = \frac{\tau}{2}$ (jednačina 8.409):

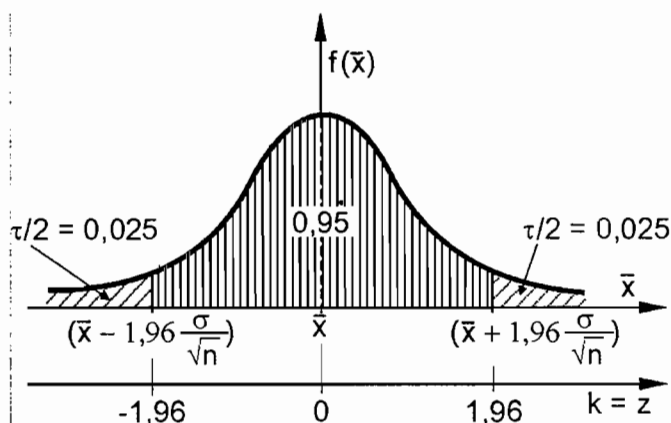
$$F(k) = 1 - \frac{\tau}{2} = 0,975$$

Vjerovatnoći $F(k) = 0,975$ odgovara $k = z = 1,96$ (vidi statističku tabelu 1 – standardna normalna raspodjela).

Kako je dalje $1 - F(k) = \frac{\tau}{2} = 0,025$, to ovoj vjerovatnoći odgovara

$k = z = -1,96$.

Vrijednosti traženih vjerovatnoća i odgovarajućih rizika ilustrirani su na slici 1.



Slika 1. Grafička ilustracija neophodnih vjerovatnoća kod definiranja intervala povjerenja aritmetičke sredine osnovnog skupa

Treba uočiti da se za konstantnu vrijednost koeficijenta rizika τ , koji smo spremni da prihvatimo, odnosno za konstantnu vrijednost koeficijenta sigurnosti $(1-\tau)$, interval povjerenja smanjuje se povećanjem veličine uzorka n . Tako su intervali povjerenja za koeficijent rizika $\tau = 5\%$ za veličine uzorka $n=10$ i $n=20$:

$$n = 10; \quad P\left[\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{10}} < \mu < \bar{x} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{10}}\right] = \\ = P[\bar{x} - 0,62\sigma < \mu < \bar{x} + 0,62\sigma] = 0,95$$

$$n = 20; \quad P\left[\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{20}} < \mu < \bar{x} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{20}}\right] = \\ = P[\bar{x} - 0,44\sigma < \mu < \bar{x} + 0,44\sigma] = 0,95$$

Prema tome, kod hidroloških analiza treba nastojati da se parametri ocjenjuju iz što većeg uzorka, pošto takve procjene daju pouzdanost (sigurnost) $(1-\tau)$ da će se nepoznata vrijednost parametra θ nalaziti u dosta uskim granicama.

Interval povjerenja aritmetičke sredine osnovnog skupa sa nepoznatom varijansom

U hidrološkoj praksi je po pravilu varijansa σ^2 osnovnog skupa nepoznata, a vrlo često je i veličina uzorka mala ($n < 30$), te se interval povjerenja aritmetičke sredine osnovnog skupa računa nešto drugačije nego u prethodnom primjeru.

Ranije je pokazano, da ako populacija ima raspodjelu $N(\mu, \sigma)$, tada aritmetička sredina uzorka (\bar{x}) ima raspodjelu $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$. Ako se promjenljiva (\bar{x}) standardizuje

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \quad (8.410)$$

tada ova standardizovana promjenljiva ima $N(0, 1)$ raspodjelu.

Ako se pak u izrazu za standardnu grešku aritmetičke sredine (izraz 8.382) $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$, unesemo nepristrasnu ocjenu $\sigma_{\bar{x}} = S\sqrt{n/(n-1)}$ (izraz 8.398), dobije se izraz:

$$t = \sqrt{n-1} \frac{\bar{x} - \mu}{S} \quad (8.411)$$

Slučajna promjenljiva t (ili statistika t) je raspodijeljena po tzv. Studentovoj raspodjeli:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (8.412)$$

gdje je $\nu = n-1$ tzv. broj stepeni slobode za funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće (8.412).

Kao što se vidi, Studentova raspodjela ne zavisi od parametara populacije nego samo od veličine uzorka n . Funkcija (8.412) je simetrična u odnosu na $t = 0$ ($E(t)=0$), i teži raspodjeli $N(0, 1)$ kada $\nu \rightarrow \infty$. Praktično pri $\nu \geq 30$, t -raspodjela se malo razlikuje od standardne normalne raspodjele.

Ako je osnovni skup normalno raspodijeljen i ako je iz njega uzet uzorak veličine n , onda se može, analogno izrazu (8.406) napisati:

$$P\left[\bar{x} - t \frac{S}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{x} + t \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right] = 2F_\nu(t) - 1 \quad (8.413)$$

gdje je $F_\nu(t)$ kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće po Studentu sa ν stepeni slobode, a vrijednost $[2F_\nu(t) - 1]$ interval povjerenja. I ovdje se kao u prethodnom slučaju, može napisati:

$$1 - F_\nu(t) = \frac{\tau}{2}, \quad \text{gdje je } \tau \text{ koeficijent rizika.} \quad (8.414)$$

Vrijednost $F_\nu(t)$ za različite vrijednosti (ν) i (t) mogu se naći u tabelama za Studentovu raspodjelu (statistička tabela 7).

PRIMJER 8.25.

Ako je osnovni skup normalno raspodijeljen, i ako je iz njega uzet uzorak veličine $n = 50$, sa standardnom devijacijom S , tada se može tvrditi sa vjerovatnoćom od 0,95 (95%) da će se aritmetička sredina osnovnog skupa nalaziti u intervalu:

$$\left(\bar{x} - t \frac{S}{\sqrt{n-1}}, \bar{x} + t \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) \quad \text{ili}$$

$$P\left[\bar{x} - 2,01 \frac{S}{\sqrt{n-1}} < \bar{x} + 2,01 \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right] = 0,95 = 1 - \tau$$

Ovdje je koeficijent rizika $\tau = 1 - 0,95 = 0,05$ i $\tau/2 = 0,025$ pa je na osnovu $1 - F(k) = \tau/2$ (jednačina 8.409):

$$F(k) = 1 - \tau/2 = 0,975$$

Vjerovatnoći $F(k) = 0,975$ odgovara $t = 2,01$ za $\nu = n - 1 = 49$ (statistička tabela 7).

Interval povjerenja varijanse osnovnog skupa

U poglavlju 8.5., kada je bilo govora o χ^2 - raspodjeli, konstatovano je da ako slučajna promjenljiva X ima normalnu raspodjelu $N(\mu, \sigma)$, odnosno osnovni skup je normalno raspodijeljen, onda statistika

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} \quad (8.415)$$

ima χ^2 - raspodjelu sa $(n - 1)$ stepeni slobode.

Pomoću kumulativne funkcije χ^2 - raspodjele vjerovatnoće

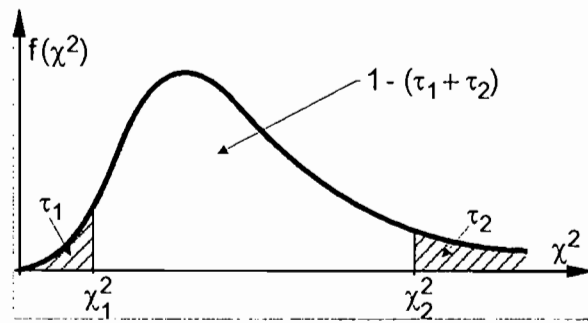
$$F(\chi^2) = P[\chi^2 \leq \chi_0^2] = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \int_0^{\chi_0^2} (\chi^2)^{\left(\frac{\nu}{2}-1\right)} \cdot e^{-\left(\frac{\chi^2}{2}\right)} d(\chi^2) \quad (8.416)$$

mogu se odrediti dva broja χ_1^2 i χ_2^2 , tako da postoji vjerovatnoća $\tau_1 = F(\chi_1^2)$ da bude $\chi^2 \leq \chi_1^2$ i vjerovatnoća $\tau_2 = 1 - F(\chi_2^2)$ da bude $\chi^2 > \chi_2^2$. U tom slučaju može se tvrditi da je (slika 8.37)

$$P[\chi_1^2 \leq \chi^2 < \chi_2^2] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.417)$$

Zamjenom (8.415) u (8.417) dobije se:

$$P\left[\chi_1^2 \leq \frac{nS^2}{\sigma^2} < \chi_2^2\right] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.418)$$



Slika 8.37.

Ovom izrazu, ako riješimo gornje nejednačine po σ , odgovara izraz:

$$P\left[\frac{nS^2}{\chi_2^2} \leq \sigma^2 < \frac{nS^2}{\chi_1^2}\right] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.419)$$

Kada je n malo, u izrazu (8.419) umjesto n treba unijeti $(n - 1)$, odnosno

$$P\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2} \leq \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2}\right] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.420)$$

Ako se dalje umjesto χ_1^2 napišemo χ_d^2 (hi - kvadrat donje) i umjesto χ_2^2 stavimo χ_g^2 (hi - kvadrat gornje), dobija se

$$P\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_g^2} \leq \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_d^2}\right] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.421)$$

Ako se donja granica standardne devijacije σ označimo sa σ_d , a gornju granicu sa σ_g , onda su ove granice

$$\sigma_d = \sqrt{n-1} \frac{S}{\sqrt{\chi_g^2}}; \quad \sigma_g = \sqrt{n-1} \frac{S}{\sqrt{\chi_d^2}} \quad (8.422)$$

pa se na osnovu (8.420) može napisati

$$P[\sigma_d \leq \sigma < \sigma_g] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) \quad (8.423)$$

Ako je n veliko χ^2 -raspodjela se može aproksimirati normalnom raspodjelom, pa su donja i gornja granica intervala povjerenja za standardnu devijaciju

$$\sigma_{d,g} = S \pm k\sigma_S \quad (8.424)$$

gdje je σ_S ocjena standardne devijacije standardnih devijacija uzoraka koja prema izrazu (8.393) iznosi

$$\sigma_S = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \quad (8.425)$$

gdje se uzima $\sigma \cong S$ za dovoljno veliko n , a $k = z$ vrijednost standardizovane slučajne promjenljive $N(0,1)$ za $F(k) = 1 - \tau/2$, ($\tau_1 = \tau_2 = \tau/2$).

Imajući u vidu gornje oznake i date izraze, interval povjerenja za standardnu devijaciju σ , računa se prema izrazu

$$P\left[S - k \frac{S}{\sqrt{2n}} \leq \sigma < S + k \frac{S}{\sqrt{2n}}\right] = 1 - (\tau_1 + \tau_2) = 1 - \tau \quad (8.426)$$

PRIMJER 8.26.

Za uzorak slučajne promjenljive od $n = 25$ elemenata (članova) i koeficijent rizika $\tau_1 = \tau_2 = 0,025$ interval povjerenja za varijansu osnovnog skupa σ^2 , biće (izraz 8.418):

$$\left(\frac{nS^2}{\chi_2^2} \leq \sigma^2 < \frac{nS^2}{\chi_1^2} \right)$$

Vrijednosti χ_1^2 , tako da je $F(\chi_1^2) = 0,025$ i χ_2^2 tako da je $\Phi(\chi_2^2) = 1 - F(\chi_2^2) = 0,025$, se mogu naći u tabelama za χ^2 raspodjelu (statistička tabela 5) i iznose:

$$\chi_1^2 = 12,4 ; \chi_2^2 = 40,6.$$

tako da interval povjerenja za varijansu osnovnog skupa σ^2 iznosi:

$$(0,61S^2 \leq \sigma^2 < 2,02S^2); \quad P[0,61S^2 \leq \sigma^2 < 2,02S^2] = 0,95$$

odnosno, interval povjerenja za standardnu devijaciju osnovnog skupa σ

$$(0,78S \leq \sigma < 1,42S); \quad P[0,78S \leq \sigma < 1,42S] = 0,95$$

Ukoliko se pak primjeni izraz (8.426), za $F(k) = 1 - \tau / 2 = 0,975$ ($\tau / 2 = \tau_1 = \tau_2 = 0,025$), slijedi $k = z = 1,96$ (statistička tabela 1, za normalnu funkciju raspodjele), tako da interval povjerenja za standardnu devijaciju osnovnog skupa σ iznosi

$$(S - 0,277S; S + 0,277S); \quad P[S - 0,277S \leq \sigma < S + 0,277S] = 0,95$$

odnosno

$$(0,723S \leq \sigma < 1,277S); \quad P[0,723S \leq \sigma < 1,277S] = 0,95$$

8.6.5. Interval povjerenja za funkciju raspodjele

U uvodu ovog poglavlja je rečeno da vrijednost elemenata uzorka, redosljed kojim se oni javljaju, najzad, parametri uzorka su posljedica prirodnih uslova koji su vladali u periodu osmatranja. Drugim riječima, svaki drugi uzorak, koji se donosi na istu hidrološku veličinu a potiče iz nekog drugog perioda osmatranja, imaće drugačije karakteristike.

Iz toga jasno proizilazi da i zakon vjerovatnoće gustine raspodjele uzorka za bilo koju od ranije razmatranih funkcija, čiji su parametri ocijenjeni na osnovu raspoloživog uzorka, neće biti identičan sa odgovarajućim zakonom populacije (osnovnog skupa), čak i ako je teorijska funkcija raspodjele dobro odabrana.

Drugim riječima, funkcija raspodjele slučajnih uzoraka uzetih iz iste populacije, odstupaće od raspodjele populacije. Ova odstupanja su utoliko veća, ukoliko je uzorak manji. Ako je broj uzoraka veliki, položaj ekstremnih funkcija raspodjele definiše interval, u kome se može naći funkcija raspodjele za uzorak odgovarajućeg obima.

Kako se u hidrologiji po pravilu raspolaže uzorkom male veličine, njegova funkcija raspodjele može samo slučajno da se podudara sa funkcijom raspodjele populacije. Bolje rečeno, nikada ne znamo položaj funkcije raspodjele uzorka u okviru intervala za dat obim uzorka.

Funkcija raspodjele populacije po pravilu nije poznata. Ako se i raspolaže uzorkom relativno velikog obima (dužine), moguće je konstruisati više teorijskih funkcija raspodjele, koje se dobro prilagođavaju empirijskoj funkciji, ali koje daju različite vrijednosti za slučajnu promjenljivu u domenu malih vjerovatnoća.

Pored grešaka zbog obima uzorka, javljaju se i greške koje su posljedica netačnosti u mjerenjima izučavane slučajne promjenljive, kao i greške kod ocjene parametara teorijske funkcije raspodjele.

Na osnovu naprijed iznešenog se može zaključiti da postoji veliki praktični interes da se odrede granice u kojima se, sa određenom vjerovatnoćom, može naći funkcija raspodjele populacije, pod uslovom da je tip ove funkcije poznat. Drugim riječima, treba odrediti *intervale povjerenja funkcije raspodjele vjerovatnoće* čiji su parametri ocijenjeni na osnovu statistika uzorka.

Zbog relativno velike složenosti tih proračuna, za definiranje intervala povjerenja funkcija raspodjele vjerovatnoće, u praksi se češće koristi tzv. *empirijski metod*.

U empirijskom metodu, uz pretpostavku normalne funkcije raspodjele događaja x_T (događaj povratnog perioda javljanja od T godina), interval povjerenja sa koeficijentom sigurnosti $1 - \tau$, se definiše kao:

$$P\left[x_T^d < x_T \leq x_T^g\right] = 1 - \tau \quad (8.427)$$

gdje su x_T^d i x_T^g donja, odnosno gornja granica intervala povjerenja koje se određuju pomoću slijedećih izraza:

- donja granica intervala povjerenja

$$x_T^d = x_T - z_{1-\tau/2} SG_T \quad (8.428)$$

- gornja granica intervala povjerenja

$$x_T^g = x_T + z_{1-\tau/2} SG_T \quad (8.429)$$

gdje je $z_{1-\tau/2}$ vrijednost standardizovane normalne promjenljive za odabrani koeficijent sigurnosti (nivo povjerenja) od $(1-\tau/2)$, odnosno vrijednost standardizovane normalne promjenljive z za vjerovatnoću

$$P[Z \leq z] = F(z) = 1 - \tau / 2 \quad (8.430)$$

SG_T predstavlja tzv. *standardnu grešku procjene*, koja je ustvari mjera varijabilnosti sračunatih veličina slučajne promjenljive pomoću neke od teoretskih funkcija raspodjele.

Ona se definira kao:

$$SG_T = \left\{ \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2 / n \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.431)$$

gdje je \hat{x}_i sračunata procjena zabilježenog događaja x_i .

Razlike među zabilježenim (osmotrenim) i sračunatim vrijednostima slučajne promjenljive, mogu imati dvostruko porijeklo: (i) izbor teoretske raspodjele populacije na osnovu uzorka može biti pogrešan, i (ii) greške u parametrima odabrane raspodjele populacije mogu biti zbog kratkog uzorka. Standardna greška procjene uračunava samo drugu vrstu greške.

Prema ovom empirijskom metodu, standardna greška procjene za slučajnu promjenljivu datog povratnog perioda T , računa se pomoću slijedećeg izraza:

$$SG_T = \delta_T \left(S^2 / n \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.432)$$

gdje je parametar δ_T funkcija faktora frekvencije (K) i određenog broja statističkih momenata, zavisno od primijenjene teoretske funkcije raspodjele, a (S) procijenjena vrijednost standardne devijacije na osnovu uzorka.

Određivanje parametra δ_T biti će pokazano u nastavku, odvojeno za uobičajeno korištene funkcije raspodjele u hidrologiji /25/.

Normalna (Gausova) funkcija raspodjele

$$\delta_T = \left[1 + \frac{z^2(T)}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.433)$$

gdje je $z(T)$ vrijednost standardizovane slučajne promjenljive za traženi povratni period javljanja (T).

$$SG_T = \delta_T \left(S^2 / n \right)^{\frac{1}{2}}; \quad x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T \quad (8.434)$$

Dvoparameterska log – normalna funkcija raspodjele

(1) Preko standardne greške procjene za logaritamski uzorak

$$y = \ln(x); \quad \delta_T = \left[1 + z^2(T) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.435)$$

$$SG_T(y) = \delta_T(y) \left(S_y^2 / n \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.436)$$

$$SG_T(x) = \frac{x_T [\exp(SG_T(y)) - \exp(-SG_T(y))]}{2} \quad (8.437)$$

$$x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T(x) \quad (8.438)$$

(2) Preko parametara originalnog uzorka

$$SG_T(x) = \delta_T \left(S_x^2 / n \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.439)$$

$$\delta_T = \left[1 + \left(c_v^3 + 3c_v \right) K + \frac{\left(c_v^8 + 6c_v^6 + 15c_v^4 + 16c_v^2 + 2 \right) K^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.440)$$

sa:

$$K = \frac{\exp \left\{ \left[\ln \left(1 + c_v^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} z(T) + \left[\ln \left(1 + c_v^2 \right) \right] / 2 \right\} - 1}{c_v} \quad (8.441)$$

gdje je c_v koeficijent varijacije originalnog (osmotrenog) uzorka, a $z(T)$ vrijednost standardne normalne slučajne promjenljive za odabrani povratni period javljanja (T).

$$x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T(x) \quad (8.442)$$

Troparameterska log – normalna funkcija raspodjele

$$y = \ln(x - a); \quad \delta_T = \left[1 + z^2(T) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.443)$$

$$SG_T(y) = \delta_T \left(S_y^2 / n \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.444)$$

$$x_T^{d,g} = \exp \left[y_T \pm z_{1-\tau} SG_T(y) \right] \quad (8.445)$$

Gumbelova funkcija raspodjele

$$\delta_T = \left(1 + 1,1396K + 1,1000K^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.446)$$

gdje je (K) faktor frekvencije za Gumbelovu raspodjelu, odnosno

$$K = -\left\{0,45 + 0,7797 \ln\left[-\ln\frac{T-1}{T}\right]\right\} \quad (8.447)$$

$$SG_T = \delta_T \left(S^2 / n\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.448)$$

$$x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T \quad (8.449)$$

Pearson 3 funkcija raspodjele

$$\delta_T = \left\{1 + Kc_s + \frac{K^2}{2} \left[3c_s^2 / 4 + 1\right] + 3K \frac{\partial K}{\partial c_s} \left[c_s + 3c_s^3 / 4\right] + 3 \left(\frac{\partial K}{\partial c_s}\right)^2 \left[2 + 3c_s^2 + 5c_s^4 / 8\right]\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.450)$$

$$\frac{\partial K}{\partial c_s} \cong \frac{z^2 - 1}{6} + \frac{4(z^3 - 6z)}{6^3} c_s - \frac{3(z^2 - 1)}{6^3} c_s^2 + \frac{4z}{6^4} c_s^3 - \frac{10}{6^6} c_s^4 \quad (8.451)$$

gdje je c_s koeficijent asimetrije uzorka, a K faktor frekvencije za Pearson 3 raspodjelu, koji se računa prema jednačini (8.335), odnosno

$$K \cong z + \left(z^2 - 1\right) \frac{c_s}{6} + \frac{1}{3} \left(z^3 - 6z\right) \left(\frac{c_s}{6}\right)^2 - \left(z^2 - 1\right) \left(\frac{c_s}{6}\right)^3 + z \left(\frac{c_s}{6}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{c_s}{6}\right)^5 \quad (8.452)$$

gdje je (z) vrijednost normalne standardizovane promjenljive za odabrani povratni period (T).

$$SG_T = \delta_T \left(S^2 / n\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.453)$$

$$x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T \quad (8.454)$$

Log – Pearson 3 funkcija raspodjele

Standardna greška procjene za log – Pearson 3 raspodjelu SG_T^y ($y = \ln x$), može se sračunati prema istim jednačinama kao i za Pearson 3 raspodjelu (jednačine 8.450 do 8.454) ali uvrštavajući vrijednost standardne devijacije S_y , i koeficijenta asimetrije c_s^y logaritamskog uzorka, odnosno slučajne promjenljive $y = \ln x$.

Tako određena standardna greška procjene za logaritamski uzorak SG_T^y , konvertuje se na standardnu grešku originalnog uzorka SG_T^x , preko slijedeće jednačine:

$$SG_T^x = \frac{x_T \left[\exp\left(SG_T^y\right) - \exp\left(-SG_T^y\right) \right]}{2} \quad (8.455)$$

$$x_T^{d,g} = x_T \pm z_{1-\tau} SG_T^x \quad (8.456)$$

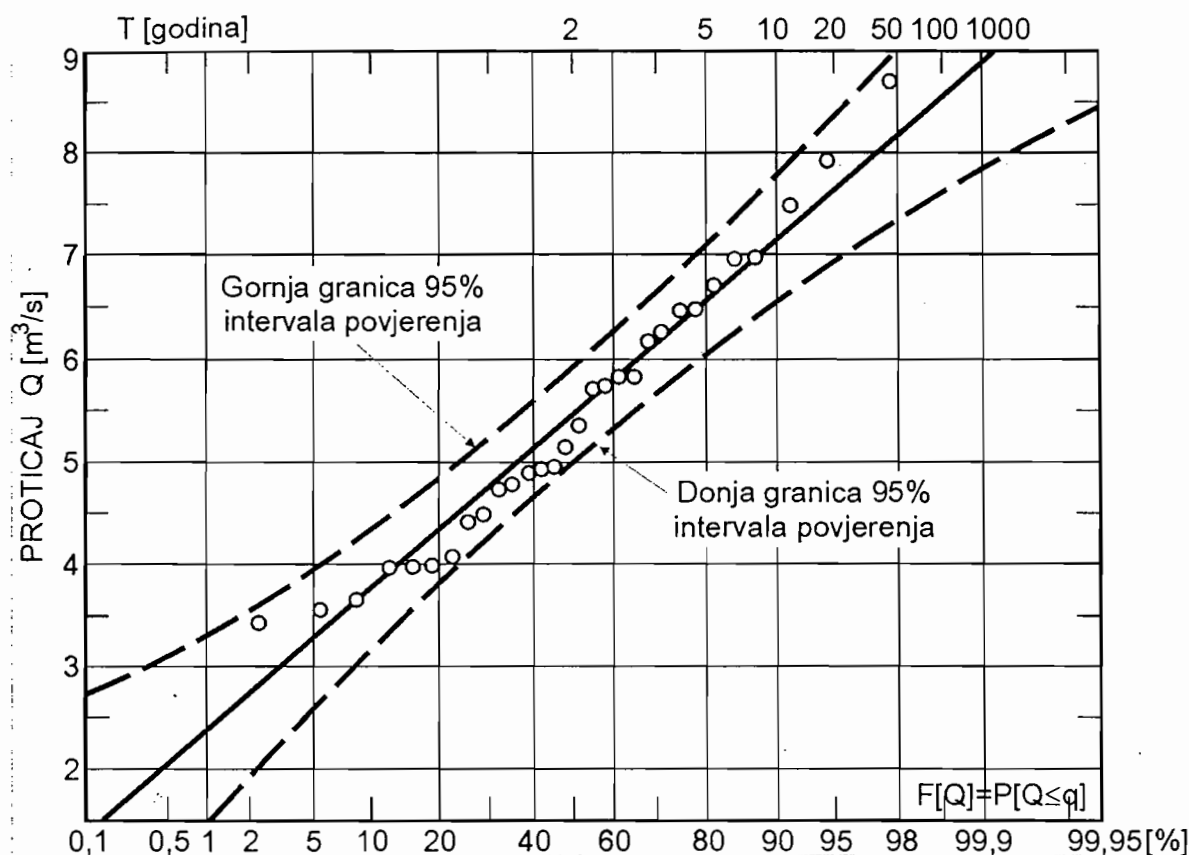
PRIMJER 8.27.

Pod pretpostavkom da se srednji godišnji proticaji rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo za period od 1947. – 1976. godine ($n = 30$ godina) (primjer 8.18), sa parametrima $\bar{Q} = 5,45 \text{ m}^3 / \text{s}$ i $S_Q = 1,32 \text{ m}^3 / \text{s}$, dobro prilagođavaju normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće, definirati 95 % - ni interval povjerenja za tu funkciju raspodjele, te uz teorijsku i empirijsku funkciju raspodjele, na dijagramu (papiru) vjerovatnoće predstaviti i sračunate 95 % - ne granice (interval) povjerenja.

Rezultati proračuna, za unaprijed proizvoljno odabrane povratne periode javljanja T (godina), odnosno vjerovatnoće $\Phi(Q)$, prikazani su u donjoj tabeli korištenjem ranije datih izraza za: $T(Q)$ - izraz 8.55; $Q(T)$ - izraz 8.269; $\delta(T)$ - izraz 8.433; SG_T - izraz 8.434 i Q_T^d i Q_T^g - izraz 8.438, a odgovarajući grafički prikaz na slici 1.

Tabela 1. Proračun 95 % - nog intervala povjerenja za Normalnu funkciju raspodjele vjerovatnoće srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo

| $\Phi(Q)$ (%) | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 80 | 90 | 95 | 99 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|
| T (god.) | 50 | 20 | 10 | 5 | 2 | 1,25 | 1,111 | 1,0526 | 1,0101 |
| $z(T)$ | 2,054 | 1,645 | 1,281 | 0,842 | 0,00 | - 0,425 | - 1,281 | - 1,645 | - 2,326 |
| $Q(T)$ | 8,16 | 7,62 | 7,14 | 6,56 | 5,45 | 4,34 | 3,76 | 3,28 | 2,74 |
| $(S^2/n)^{1/2}$ | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 | 0,241 |
| δ_T | 1,76 | 1,51 | 1,34 | 1,16 | 1 | 1,16 | 1,34 | 1,51 | 1,94 |
| SG_T | 0,424 | 0,364 | 0,323 | 0,279 | 0,241 | 0,279 | 0,323 | 0,364 | 0,467 |
| $Z_{1-\tau}$ | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 | 1,96 |
| $SG_T Z_{1-\tau}$ | 0,831 | 0,713 | 0,633 | 0,547 | 0,472 | 0,547 | 0,633 | 0,713 | 0,915 |
| Q_T^d | 7,33 | 6,91 | 6,51 | 6,01 | 4,48 | 3,80 | 3,15 | 2,59 | 1,92 |
| Q_T^g | 9,00 | 8,34 | 7,77 | 7,11 | 5,92 | 4,90 | 4,41 | 4,01 | 3,58 |



Slika 1. Grafički prikaz 95 % intervala povjerenja za Normalnu funkciju raspodjele vjerovatnoće srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na V.S. Sarajevo

8. 7. TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA I DOBROTE PRILAGOĐAVANJA

8.7.1. Generalne postavke

U okviru analize hidroloških podataka, nerijetko se postavlja pitanje da li su procijenjene vrijednosti mjerodavnih hidroloških veličina pouzdane za dimenzioniranje hidrotehničkih objekata. Na primjer, može se postaviti pitanje da li su velike vode na koje se dimenzionira preljev preko brane određene dovoljno precizno da bi preljev pružao objektu dovoljnu sigurnost, odnosno da ne bi bio preveliki pa prema tome i preskup. Načelan odgovor na ovo pitanje može da glasi: mjerodavna velika voda je dovoljno tačno određena ako je proračunata na osnovu funkcije raspodjele vjerovatnoće, koja se dovoljno dobro ili pak najbolje prilagođava osmotrenom uzorku.

Prethodno postavljeno pitanje može se formulirati i na drugi način, tj. da li analizirani uzorak pripada populaciji koja podliježe nekoj pretpostavljenoj (korištenoj) funkciji statističke raspodjele. Odgovor na ovo pitanje može se dati kroz *testiranje statističke hipoteze*.

Testiranje je naučna metoda kojom provjeravamo *hipotezu* – H nepoznatog osnovnog skupa (populacije) na osnovu uzorka, a samo provjeravanje naziva se *testom*. Drugim riječima, postupak koji se sprovodi, da bi se na osnovu uzorka utvrdilo da li se statistička hipoteza prihvata ili odbacuje, naziva se *test statističke hipoteze*.

Tako *pretpostavka* da jedna slučajna promjenljiva slijedi normalnu funkciju raspodjele je primjer jedne statističke hipoteze. *Pretpostavka* o brojnim vrijednostima parametara ove raspodjele je takođe statistička hipoteza.

U zavisnosti od toga koja se hipoteza ispituje, govorimo o *parametarskim* i *neparametarskim* testovima.

Gore postavljeno pitanje, da li analizirani uzorak pripada populaciji koja podliježe nekoj pretpostavljenoj funkciji raspodjele, čiji je oblik nepoznat, predstavlja tzv. *neparametarsku hipotezu* koja se potvrđuje na bazi *neparametarskog testa*.

Pored ovog primjera, može se razmatrati i pitanje da li neki parametar (na primjer \bar{x} ili S_x) procijenjen iz dva različita uzorka istog procesa (recimo jedan uzorak predstavljaju podaci za period 1951. – 1970. godina, a drugi uzorak podaci iz perioda 1971. – 1990. godina) pripadaju istoj populaciji. Drugim riječima, postavlja se pitanje da li je došlo do značajne promjene u razmatranom hidrološkom procesu (recimo da li je došlo do promjene režima oticanja zbog masovne sječe šume u riječnom slivu ili zbog intenziviranja poljoprivredne aktivnosti). I na ovo pitanje odgovor se takođe dobije kroz testiranje statističke hipoteze. Ovoga puta se radi o *parametarskoj hipotezi* koja se prihvata na bazi *parametarskog testa*.

Na osnovu teorijskih ili nekih drugih razloga u toku istraživanja, pretpostavlja se da je istinita neka hipoteza H za parametar A osnovnog skupa. Istinitost hipoteze H provjerava se izračunavanjem odgovarajućeg parametra a na osnovu uzorka.

Ako se usvoji hipotezu H , odgovarajući parametar a uzorka predstavljaće jednu slučajnu promjenljivu sa odgovarajućom raspodjelom. Poznavanje te raspodjele omogućuje da odredimo interval za koji možemo tvrditi da sa unaprijed datom

vjerovatnoćom, obično 95 %, sadrži istraživani parametar osnovnog skupa, ukoliko je hipoteza H tačna.

Granice ovog intervala nazivamo *donji i gornji prag značajnosti (signifikantnosti)*. Ako se vrijednost parametra $a = a_0$ uzorka nalazi između gornjeg i donjeg praga značajnosti, onda nemamo razloga da odbacimo hipotezu H , jer tada odstupanja od hipoteze imaju slučajan karakter.

Ako je a_0 veće od gornjeg praga ili manje od donjeg praga značajnosti, usvajamo sa odgovarajućim koeficijentom rizika, obično 5 %, da hipoteza H nije tačna i kažemo da su dobijena odstupanja od hipoteze H *značajna (signifikantna)*.

Ako je a_0 izvan intervala kome odgovara vjerovatnoća od 99 % (koeficijent sigurnosti), tj. koeficijent rizika od 1 %, kažemo da su odstupanja od hipoteze H *visoko značajna ili veoma signifikantna*.

Sve radne hipoteze polaze obično od pretpostavke da ne postoji nikakva razlika između osnovnog skupa i uzorka, tj. da je ta razlika jednaka nuli.

Takva se hipoteza naziva *nulta hipoteza* i obilježava se sa

$$H_0 : A = a_0 \quad (8.457)$$

Sa

$$H_1 : A = a_1 \neq a_0 \quad (8.458)$$

Obilježava se alternativna hipoteza.

Tako bi se za gore dati primjer parametarske hipoteze zadatak formulisao na slijedeći način:

$$H_0 : \mu_{x1} = \mu_{x2} \quad (8.459)$$

$$H_a : \mu_{x1} \neq \mu_{x2} \quad (8.460)$$

gdje je μ_{x1} očekivana vrijednost osnovnog skupa za prvi period, a μ_{x2} očekivana vrijednost osnovnog skupa za drugi period.

Formulacija zadatka za prvi primjer, dakle za neparametarsku hipotezu, može biti:

$$H_0 : X \approx N(\mu, \sigma) \quad (8.461)$$

$$H_a : X \neq N(\mu, \sigma) \quad (8.462)$$

Naravno, kakvogod da je hipoteza, ona se može *prihvatiti* ili *odbaciti*.

Prihvatanje istinite hipoteze je *korektna odluka* dok je prihvatanje neistinite hipoteze *nekorektna odluka*. Ovo se najbolje može opisati u slijedećoj šemi /43/:

| | H_0 ISTINITO | H_a ISTINITO |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| PRIHVAĆENA H_0 | Korektna odluka | Nekorektna odluka (greška tipa II) |
| PRIHVAĆENA H_a | Nekorektna odluka (greška tipa I) | Korektna odluka |

Da bi se lakše shvatili pojmovi i definicije, metod će se pokazati na jednom ilustrativnom primjeru čija postavka je preuzeta iz literature /20/.

Na osnovu dugogodišnjih osmatranja proticaja vode na jednoj vodomjernoj stanici određen je prosječni proticaj vode od $20 \text{ m}^3 / \text{s}$. Kao posljedica ekspanzije obližnjeg grada, u periodu od nekoliko godina su u slivu ovog vodotoka izgrađena nova naselja, čime je znatno povećan procenat vodonepropusne površine. Kao posljedica urbanizacije, u nastupajućem (dovoljno dugom) periodu je na osnovu osmatranja dobijen prosječni višegodišnji proticaj od $26 \text{ m}^3 / \text{s}$. Standardna devijacija za obje serije je praktično ista i iznosi $4,6 \text{ m}^3 / \text{s}$. Kako je kao posljedica urbanizacije u periodu jakih kiša došlo i do povećanja maksimalnih proticaja vode sa pretećim neugodnim posljedicama, izvršeni su određeni hidrotehnički i biološki radovi u slivu, kako bi se smanjio intenzitet oticanja od kišnih padavina. Pošto su radovi obavljani i kada su oni, prema procjeni, počeli da daju željene efekte, nastavljeno je sa mjerenjima. Na osnovu registrovanja oticanja tokom četiri godine, dobijen je prosječni proticaj od $\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / \text{s}$. Potrebno je testirati hipotezu da četverogodišnji prosjek ($\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / \text{s}$) pripada populaciji

proticaja prije urbanizacije (sa prosjekom od $20 \text{ m}^3 / \text{s}$), odnosno populaciji poslije urbanizacije ($26 \text{ m}^3 / \text{s}$). Drugim riječima, problem je u tome da se utvdi da li su obavljene radovi dali efekte sa gledišta smanjenja prosječnog oticanja sa sliva, što je i bila svrha preduzetih mjera.

Test se formuliše kao testiranje hipoteze H_0 da četverogodišnji prosjek pripada populaciji sa srednjom vrijednošću $20 \text{ m}^3 / \text{s}$, prema alternativnoj hipotezi H_a da četverogodišnji niz pripada populaciji sa srednjom vrijednošću od $26 \text{ m}^3 / \text{s}$. To se može napisati kao:

$$H_0 : \mu = 20 \text{ m}^3 / \text{s} \quad (8.463)$$

$$H_a : \mu = 26 \text{ m}^3 / \text{s} \quad (8.464)$$

gdje je H_0 nulta hipoteza a H_a alternativna hipoteza.

Imajući u vidu gore datu šemu o donošenju odluka, ako četverogodišnji niz pripada prvoj populaciji, a na osnovu njegovog prosjeka od $\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / \text{s}$ se odlučimo za hipotezu H_a , donešena je nekorektna odluka (greška tipa I).

Obrnuto, nekorektna odluka je takođe ako se prihvati nulta hipoteza H_0 , a četverogodišnji niz pripada drugoj populaciji (greška tipa II).

Neka se uvede pretpostavka da se serije godišnjih proticaja prilagođavaju normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće sa parametrima $\mu = 20 \text{ m}^3 / \text{s}$ i $\sigma = 4,6 \text{ m}^3 / \text{s}$ za prvu i $\mu = 26 \text{ m}^3 / \text{s}$ i $\sigma = 4,6 \text{ m}^3 / \text{s}$ za drugu populaciju.

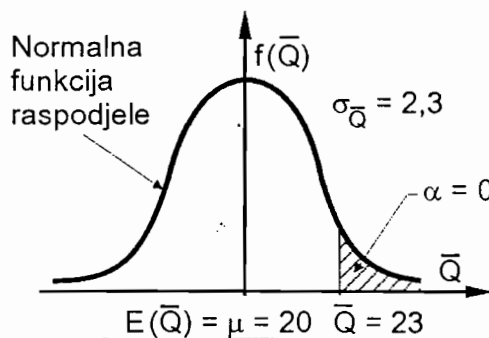
Da bi se postupak pokazao, treba se podsjetiti da je u poglavlju 8.6., kada je govoreno o raspodjeli aritmetičkih sredina uzoraka, konstatovano da ako je populacija normalno raspodijeljena $N(\mu, \sigma)$, da je onda i skup aritmetičkih sredina uzoraka izvučenih iz te populacije normalno raspodijeljen po zakonu

$N(\mu, \sigma_{\bar{Q}})$, odnosno $N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$ gdje je n veličina uzorka a očekivana vrijednost $E(\bar{Q}) = \mu$.

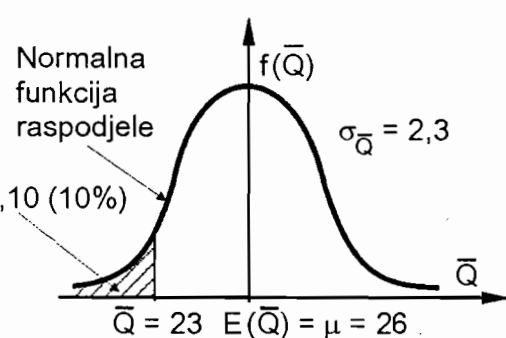
Prevedeno na ovaj primjer, standardna devijacija aritmetičkih sredina uzoraka bila bi:

$$\sigma_{\bar{Q}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4,6}{\sqrt{4}} = 2,3 \text{ m}^3 / \text{s} \quad (8.465)$$

Ilustrovano grafički, za prvu populaciju to izgleda kao na slici 8.38., a drugu populaciju kao na slici 8.39.



Slika 8.38.



Slika 8.39.

Logično razmišljanje govori u prilog prihvatanja hipoteze H_a obzirom da je četverogodišnji prosjek $\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / \text{s}$ bliži prosjeku druge populacije.

Međutim, može se pretpostaviti da sredina između dva prosjeka tj. $(20 + 26) / 2 = 23 \text{ m}^3 / \text{s}$ ne mora biti mjerodavna za donošenje odluke.

Da bi se donijela odluka da li je oportuno koristiti vrijednost od $23 \text{ m}^3 / \text{s}$ kao mjerodavnu ili neku drugu, treba izračunati vjerovatnoću da će se napraviti greška tipa I ili tipa II.

Ako bi se uzela kao granična vrijednost za donošenje odluke sredina između dva prosjeka ($23 \text{ m}^3 / \text{s}$), onda vjerovatnoća da će se učiniti greška tipa I je

$$P[\bar{Q} \geq 23] = \alpha \quad (8.466)$$

kada je hipoteza H_0 istinita.

Ova vjerovatnoća odgovara šrafiranoj površini ispod krive na slici 8.38., desno od vrijednosti $\bar{Q} = 23m^3 / s$. Njena vrijednost se izračunava kao i za svaku drugu slučajnu promjenljivu koja podliježe normalnoj funkciji raspodjele.

$$z = \frac{\bar{Q} - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}} = \frac{23 - 20}{2,3} = 1,3 \quad (8.467)$$

Vrijednosti $z = 1,3$ odgovara vjerovatnoća $F(z) = F\left[\frac{(\bar{Q} - \mu)}{\sigma_{\bar{Q}}}\right] = 0,90$ što daje $\alpha = 1 - F(z) = 0,10$.

Vjerovatnoća da će se učiniti grešku tipa II, tj. vjerovatnoća da se prihvati H_0 ako je H_a istinito je

$$P[\bar{Q} \leq 23] = \beta \quad (8.468)$$

kada je hipoteza H_a istinita.

Ova vjerovatnoća je na slici 8.39. označena sa β (šrafirana površina lijevo od $\bar{Q} = 23m^3 / s$). Njena vrijednost se izračunava isto kao i za vjerovatnoću α .

$$z = \frac{\bar{Q} - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}} = \frac{23 - 26}{2,3} = -1,3 \quad (8.469)$$

Vrijednosti $z = -1,3$ odgovara vjerovatnoća $F(z) = F\left[\frac{(\bar{Q} - \mu)}{\sigma_{\bar{Q}}}\right] = 0,10$ što daje $\beta = 0,10$.

Ako se želi pokazati da je H_0 istinito, treba učiniti vjerovatnoću da se odbaci H_0 , ako je ona stvarno istinita, znatno manjom nego vjerovatnoću da se odbaci H_a , ako je ona istinita. Drugim riječima, α treba da je znatno manje od β .

Sa slike 8.38. je vidljivo, da ako se uzme neka granična vrijednost $\bar{Q} > 23m^3 / s$, $F(z)$ će postati veće od 0,99, odnosno vrijednost α će postati manja od 0,10, dok će

prema slici 8.39 vrijednost $F(z)$, za isto $\bar{Q} > 23m^3 / s$ postati veće od 0,10, odnosno β će biti veće od 0,10.

Ta vjerovatnoća, dovoljno mala da pruži sigurnost da se neće pogrešno odbaciti hipoteza H_0 u hidrologiji se obično uzima $\alpha = 0,05(5\%)$.

Vjerovatnoća $\alpha = 0,05$ znači da će samo jedanput u dvadeset slučajeva biti pogrešno odbačena H_0 , ako je H_0 istinita hipoteza.

Dakle, za ovaj primjer treba odrediti $\bar{Q}_0 > 23m^3 / s$ tako da vjerovatnoća da se učini greška tipa I bude $\alpha = 0,05$, odnosno

$$P[\bar{Q} \geq \bar{Q}_0] = \alpha = 0,05 \text{ ili } P[\bar{Q} \leq \bar{Q}_0] = 1 - \alpha = 0,95 \quad (8.470)$$

Njena vrijednost se izračunava kao i za svaku drugu slučajnu promjenljivu koja podliježe normalnoj raspodjeli.

Za $P[\bar{Q} \leq \bar{Q}_0] = 0,95$ slijedi $z = 1,64$. Kako je

$$z = \frac{\bar{Q}_0 - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}} \Rightarrow \bar{Q}_0 = \mu + z\sigma_{\bar{Q}} = 20 + 1,64 \cdot 2,3 = 23,77 \text{ m}^3 / s \quad (8.471)$$

Na osnovu ovog rezultata slijedi da treba odbaciti hipotezu H_0 a prihvatiti hipotezu H_a , pošto je $\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / s$ (prosječni proticaj na osnovu četiri godine osmatranja) veći od $\bar{Q}_0 = 23,77 \text{ m}^3 / s$, odnosno $P[\bar{Q} \geq 23,77] = \alpha = 0,05$.

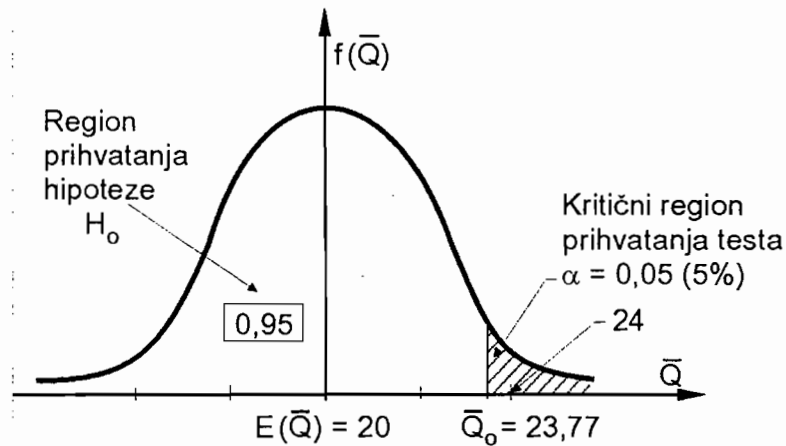
Ili drugačije, može se odrediti proticaj $\bar{Q}_0 < 23 \text{ m}^3 / s$ tako da vjerovatnoća da se učini greška tipa II bude $\beta = 0,05$, odnosno

$$P[\bar{Q} \leq \bar{Q}_0] = 0,05 \Rightarrow z = -1,64 \quad (8.472)$$

$$\bar{Q}_0 = \mu + z\sigma_{\bar{Q}} = 26 - 1,64 \cdot 2,3 = 22,23 \text{ m}^3 / s \quad (8.473)$$

Na osnovu ovog rezultata slijedi da treba prihvatiti hipotezu H_a , a odbaciti H_0 , pošto je $\bar{Q} = 24 \text{ m}^3 / \text{s}$ veće od $\bar{Q}_0 = 22,23 \text{ m}^3 / \text{s}$, odnosno

$$P[\bar{Q} \leq 22,23] = \beta = 0,05 \quad (8.474)$$



Slika 8.40.

Dio ose na slici 8.40. desno od $\bar{Q}_0 = 23,77 \text{ m}^3 / \text{s}$ se zove *kritični region testa*, odnosno vrijednosti \bar{Q} pri kojima se odbacuje hipoteza H_0 . Drugačije rečeno, hipoteza H_0 se odbacuje ako vrijednost \bar{Q} padne u kritični region testa. U suprotnom, hipoteza se prihvata. Znači, dio ose \bar{Q} za $\bar{Q} < \bar{Q}_0$ je onda *region prihvatanja hipoteze*.

Vjerovatnoća α se u teoriji vjerovatnoće naziva *pragom značajnosti*.

Gornji primjer predstavlja primjer tzv. *jednostranog testa*.

Tu je bila jedna kritična vrijednost \bar{Q}_0 i uslov

$$P[\bar{Q} \geq \bar{Q}_0] = \alpha, \text{ odnosno} \quad (8.475)$$

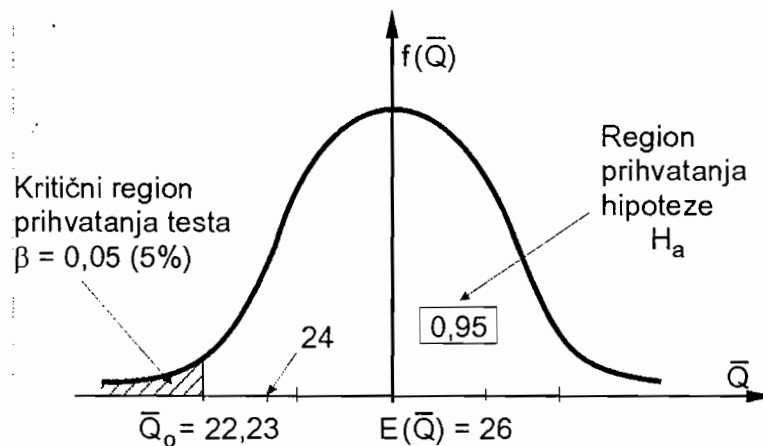
$$P\left[\frac{\bar{Q} - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}} \geq \frac{\bar{Q}_0 - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}}\right] = \alpha \quad \text{ili} \quad (8.476)$$

$$P[Z > z_{1-\alpha}] = \alpha \quad \text{ili} \quad (8.477)$$

$$P[Z \leq z_{1-\alpha}] = 1 - \alpha \quad (8.478)$$

Izraz $P[Z > z_{1-\alpha}] = \alpha$ daje vrijednost (z) za tzv. *desnostrani test*, a izraz $P[Z \leq z_{\alpha}] = \alpha$ ili $P[Z > z_{\alpha}] = 1 - \alpha$, daje vrijednost (z) za *lijevostrani test*.

U ovom primjeru lijevostrani test je prikazan na slici 8.41.

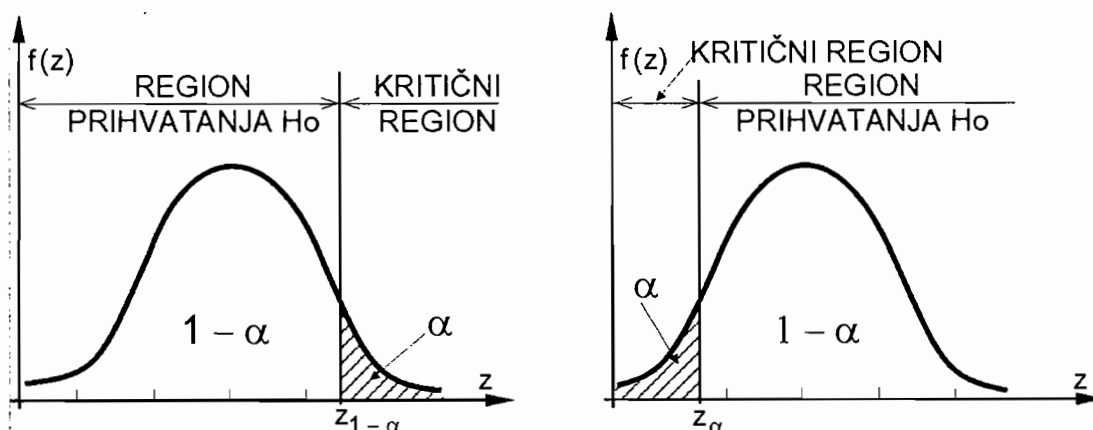


Slika 8.41.

Dio ose \bar{Q} lijevo od $\bar{Q}_0 = 23,77 \text{ m}^3 / \text{s}$ se zove kritični region testa, odnosno vrijednosti \bar{Q} pri kojima se odbacuje hipoteza H_a . Tu je

$$P\left[\frac{\bar{Q} - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}} \leq \frac{\bar{Q}_0 - \mu}{\sigma_{\bar{Q}}}\right] = P[Z \leq z_{\beta}] = \beta = P[Z \leq (-1,64)] = 0,05 \quad (8.479)$$

Generalno rečeno postoje jednostrani i dvostrani testovi. Kao što smo vidjeli iz prethodnog primjera jednostrani test može biti desnostrani i lijevostrani, što je ilustrovano grafički na slici 8.41.



Slika 8.41.

Za prethodne testove mogu se odrediti slijedeće vjerovatnoće.

Kod desnostranog testa:

$$P[Z \leq z_{1-\alpha}] = 1 - \alpha \quad (8.480)$$

gdje je region prihvatanja hipoteze H_0 ($Z \leq z_{1-\alpha}$) a kritični region ($Z > z_{1-\alpha}$), odnosno region prihvatanja hipoteze H_a .

Kod lijevostranog testa:

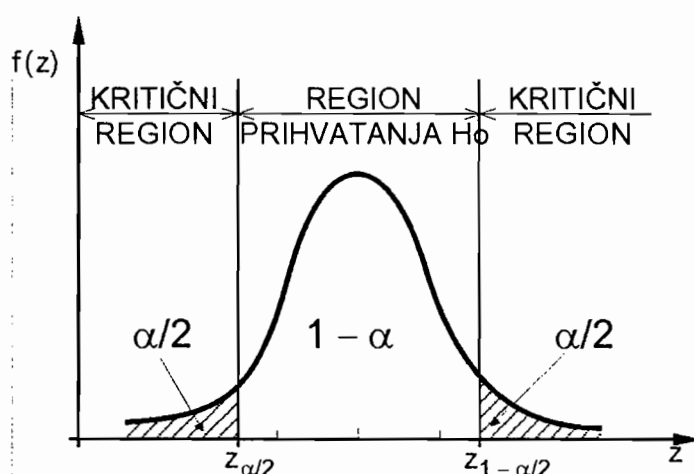
$$P[Z \leq z_\alpha] = \alpha \quad (8.481)$$

gdje je region prihvatanja hipoteze H_0 ($Z \geq z_\alpha$) a kritični region ($Z < z_\alpha$), odnosno region prihvatanja hipoteze H_a .

Pored jednostranog testa postoji i *dvostrani test*, kod koga region prihvatanja hipoteze ima dvije kritične vrijednosti. Analogno intervalu povjerenja (poglavlje 8.6) ovdje će biti:

$$P[z_{\alpha/2} < z \leq z_{1-\alpha/2}] = 1 - \alpha \quad (8.482)$$

gdje su kritični regioni ($Z < z_{\alpha/2}$) i ($Z > z_{1-\alpha/2}$), dok je region prihvatanja hipoteze H_0 ($z_{\alpha/2} < Z \leq z_{1-\alpha/2}$), kao što je pokazano na slici 8.42.



Slika 8.42.

8.7.2. Testiranje saglasnosti empirijskih i teorijskih funkcija raspodjele

Kod određivanja vjerovatnoće javljanja izučavane hidrometeorološke veličine, kao probabilistički model se koristi neka od teorijskih funkcija raspodjele. Kako se izbor teorijske funkcije raspodjele vrši na bazi uzorka, kao problem se javlja testiranje saglasnosti (dobrote prilagođavanja) teorijske i empirijske funkcije raspodjele.

Što se tiče izbora teorijske funkcije raspodjele, ideja o tipu teorijske raspodjele se može dobiti iz oblika empirijske funkcije raspodjele, ako se ona nanese na već poznati dijagram (papier) vjerovatnoće.

HI – kvadrat test

Za ispitivanje istinitosti pretpostavke hipoteze H o funkciji raspodjele osnovnog skupa primjenjuje se χ^2 - test na osnovu uzorka.

Neka je iz osnovnog skupa slučajno izvučen uzorak od n elemenata x_1, x_2, \dots, x_n koje grupišemo u k klasa (grupnih razreda) ($k < n$). Ako označimo sa f_{ei} broj elemenata i - te klase, onda je zbir svih frekvencija

$$f_{e1} + f_{e2} + \dots + f_{ei} + \dots + f_{ek} = n \quad (8.483)$$

Ako je n veliki broj, a hipoteza H istinita, možemo očekivati da će se empirijske frekvencije f_{ei} podudarati sa teorijskim f_{ti} .

Izraz

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} \quad (8.484)$$

predstavlja mjeru odstupanja empirijskih frekvencija f_{ei} od teoretskih f_{ti} . Što su odstupanja manja, to je i χ_0^2 manji.

Može se pokazati da slučajna promjenljiva χ_0^2 pripada χ^2 raspodjeli (poglavlje 8.5.3), sa $\nu = k - \rho - 1$ stepeni slobode. U izrazu (8.484) k je broj klasa u koje se grupišu elementi uzorka a ρ broj parametara testirane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće koji se ocjenjuju na osnovu uzorka.

Ne upuštajući se u matematička objašnjenja broj stepeni slobode je za /41/:

- uzorak od k klasa $\nu = k - 1$
- binomnu raspodjelu $\nu = k - 2$; ($\rho = 1$)
- Poasonovu raspodjelu $\nu = k - 2$; ($\rho = 1$)
- Normalnu raspodjelu $\nu = k - 3$; ($\rho = 2$)
- Gumbelovu raspodjelu $\nu = k - 3$; ($\rho = 2$)
- Pearson 3 raspodjelu $\nu = k - 4$; ($\rho = 3$)

gdje je (k) broj klasa u koje se grupišu elementi uzorka.

Za hipotezu je povoljno da je χ_0^2 što manje, tj. da je vjerovatnoća za $\chi^2 > \chi_0^2$ što veća. Ova se vjerovatnoća izražava površinom ispod krive χ^2 -kvadrat raspodjele u intervalu $(\chi_0^2, +\infty)$:

$$P_V(\chi^2 > \chi_0^2) = \int_{\chi_0^2}^{\infty} \varphi(x) dx = \Phi_V(\chi_0^2) \quad (8.485)$$

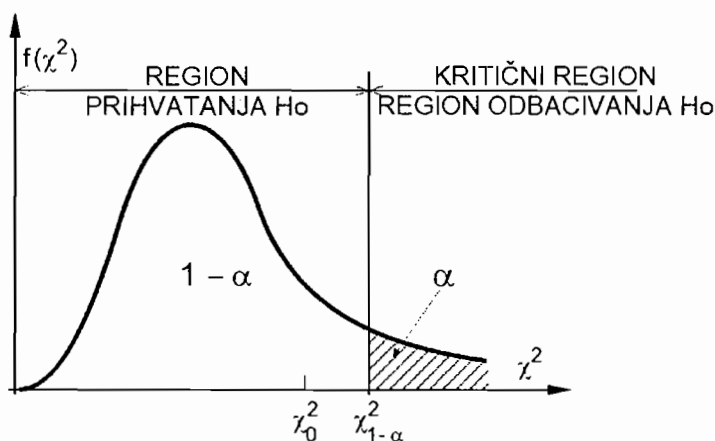
Ako je $\Phi_V(\chi_0^2) > 0,05 = 5\%$ (prag signifikantnosti), može se sigurno zaključiti da između empirijskih i teorijskih frekvencija razlike nisu prevelike tj. da je hipoteza H tačna. To znači da je

$$P[\chi^2 < \chi_0^2] < 95\% \quad (8.486)$$

tj. dobiveni χ_0^2 nalazi se u intervalu koji kod normalne funkcije raspodjele odgovara odstupanju koje nije veće od 2σ , a to se u statistici toleriše, jer χ^2 -kvadrat raspodjela teži normalnoj raspodjeli kada $n \rightarrow \infty$, tj. uzorak mora biti veliki.

Drugim riječima, ako su razlike $(f_{ei} - f_{ti})$ velike, biće veliko i χ^2 . Uzima se da je χ^2 preveliko da bi se moglo pripisati slučaju ako padne izvan regiona prihvatanja hipoteze H_0 .

Nulta hipoteza H_0 je ovdje definisana kao tvrdnja (pretpostavka) da uzorak slijedi određenu teorijsku funkciju raspodjele.



Slika 8.43.

Prema tome, ako dobijena vrijednost za χ^2 padne u kritični region testa, hipoteza H_0 se odbacuje (slika 8.43.).

Imajući u vidu jednačinu (8.477), analogno se može napisati slijedeća relacija:

$$P[\chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2] = \alpha \quad (8.487)$$

gdje interval $(\chi_{1-\alpha}^2, +\infty)$ predstavlja region odbacivanja hipoteze H_0 , odnosno:

$$P[\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2] = 1 - \alpha \quad (8.488)$$

gdje je interval $(0, \chi_{1-\alpha}^2)$ region prihvatanja hipoteze H_0 .

$\chi_{1-\alpha}^2$ je dakle kritična vrijednost testa. Kao što je to već napomenuto u ovom poglavlju, u hidrološkim statističkim primjenama se obično koristi $\alpha = 0,05$ (5%).

U mnogim statističkim udžbenicima postoje urađene tablice (statistička tabela 5) u kojima su obično date vrijednosti promjenljive χ^2 za zadatu vjerovatnoću $F(\chi^2)$ ili $\Phi(\chi^2)$ i broj stepeni slobode ν .

Procedura proračuna je slijedeća:

1. n podataka slučajne promjenljive se grupiše u k klasa (grupnih razreda), tako da svaka klasa sadrži najmanje 5 podataka i odrede empirijske frekvencije f_{ei} (broj pojavljivanja) razmatrane slučajne promjenljive u datoj klasi. To se može lahko uraditi i grafički na dijagramu vjerovatnoće (slika 8.44), tako da se u svakoj klasi prebroji broj tačaka (realizacija) koje predstavljaju empirijske frekvencije f_{ei} ($i = 1, 2, 3, \dots, k$).

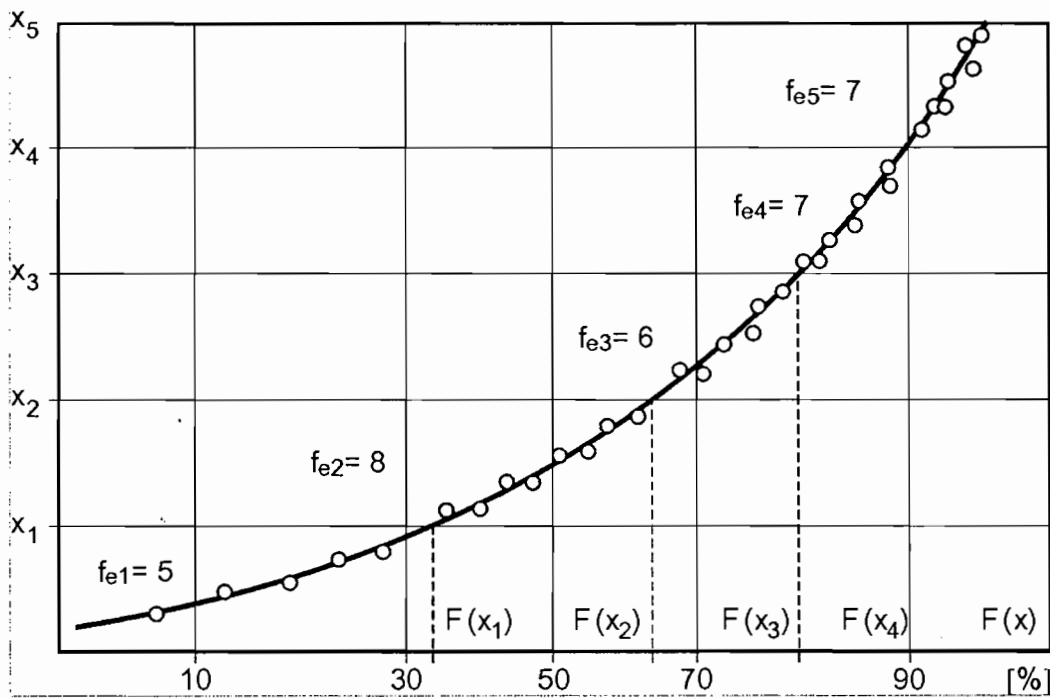
$$f_{e1} = n_x / x \leq x_1 \quad (8.489)$$

⋮

$$f_{ei} = n_x / x_{i-1} \leq x < x_i \quad (8.490)$$

⋮

$$f_{ek} = n_x / x \geq x_{k-1} \quad (8.491)$$



Slika 8.44.

2. Izračunavaju se teorijske frekvencije f_{ti} za svaku klasu, koja zapravo predstavlja očekivani broj elemenata uzorka u svakoj klasi. Ona se može izračunati preko testirane teorijske funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće $f(x)$ kao:

$$f_{ti} = n \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx \quad (8.492)$$

gdje su x_{i-1} i x_i donja i gornja granica i - te klase.

Obzirom da se u praksi obično računaju i crtaju kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(x)$, onda se teorijske frekvencije računaju kao:

$$f_{ti} = n[F(x_i) - F(x_{i-1})] \quad (8.493)$$

3. Za svaku od klasa izračunava se veličina $(f_{ei} - f_{ti})^2 / f_{ti}$, odnosno suma ovih veličina za sve klase

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} \approx \chi^2(\nu) \quad (8.494)$$

4. Zavisno od testirane funkcije raspodjele vjerovatnoće, računa se broj stepeni slobode $\nu = k - \rho - 1$, te za odabrani prag signifikantnosti (značajnosti) α , iz tabela za χ^2 raspodjelu određuje kritična vrijednost testa, odnosno $\chi_{1-\alpha}^2$.
5. Ako je

$\chi_{1-\alpha}^2 \geq \chi_0^2$, χ_0^2 ne pada u kritični region testa pa se hipoteza H_0 (tvrdnja da uzorak slijedi testiranu teorijsku raspodjelu) prihvata, odnosno na razmatrani uzorak se može dobro prilagoditi pretpostavljena teorijska funkcija raspodjele sa rizikom α ,

$\chi_{1-\alpha}^2 \leq \chi_0^2$, χ_0^2 pada u kritični region testa pa se hipoteza H_0 odbacuje, odnosno na razmatrani uzorak se ne može dobro prilagoditi pretpostavljena teorijska funkcija raspodjele.

PRIMJER 8.28.

Za uzorak (seriju) srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo, za period od 1947. do 1976. godine ($n = 30$ godina), koristeći se χ^2 -testom, testirati nultu hipotezu H_0 da se promjenljiva - srednji godišnji proticaji zadovoljavajuće prilagođavaju Normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće. Test provesti za uobičajeni prag signifikantnosti $\alpha = 5\%$.

Koristeći se podacima o vrijednostima srednjih godišnjih proticaja za dati period (tabela 1) i grafičkom predstavom empirijske i teorijske Normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće datim u zadatku 8.18 (poglavlje 8.5.), u cilju provjere kvaliteta prilagođavanja teorijske, Normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće

empirijskoj funkciji raspodjele vjerovatnoće, pomoću χ^2 testa, formirano je 6 klasnih intervala (klasa) proticaja:

1. $Q < 4 \text{ m}^3/\text{s}$
2. $4 \leq Q < 5$
3. $5 \leq Q < 6$
4. $6 \leq Q < 7$
5. $7 \leq Q < 8$
6. $Q \geq 8 \text{ m}^3/\text{s}$

Tabela 1. Pregled srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo za period 1957. – 1976. godina

| Godina | Q (m ³ /s) | Godina | Q (m ³ /s) | Godina | Q (m ³ /s) |
|--------|--------------------------|--------|--------------------------|--------|--------------------------|
| 1947 | 3,59 | 1957 | 4,92 | 1967 | 5,70 |
| 1948 | 4,78 | 1958 | 5,71 | 1968 | 6,96 |
| 1949 | 4,75 | 1959 | 7,48 | 1969 | 6,96 |
| 1955 | 3,98 | 1960 | 4,48 | 1970 | 7,90 |
| 1951 | 4,42 | 1961 | 3,97 | 1971 | 4,90 |
| 1952 | 6,17 | 1962 | 6,26 | 1972 | 3,64 |
| 1953 | 3,99 | 1963 | 5,81 | 1973 | 3,42 |
| 1954 | 5,36 | 1964 | 6,45 | 1974 | 4,95 |
| 1955 | 8,68 | 1965 | 6,68 | 1975 | 4,09 |
| 1956 | 5,79 | 1966 | 6,44 | 1976 | 5,24 |

$$\bar{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i = 5,45 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad S_Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i^2 - \bar{Q}^2 = 1,32 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Proračuni vezani za testiranje provedeni su i prikazani u tabeli 2.

Vrijednosti empirijskih frekvencija f_{ei} su određene prebrojavanjem vrijednosti proticaja koji pripadaju određenoj klasi, koristeći se podacima datim u tabeli 1.

Za definiranje vrijednosti standardizovane slučajne promjenljive $z(Q)$ i kumulativne vjerovatnoće $F(Q)$, korištene su ranije pokazane procedure (vidi poglavlje 5., primjeri 5.3. i 5.4.).

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} = \sum_{i=1}^6 \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} = 2.326$$

Tabela 2. Proračuni vezani za provjeru prilagođavanja teorijske funkcije raspodjele pomoću χ^2 testa

| Q (m ³ /s) | z (Q) | F(Q)= P(Q≤q) | ΔF(Q)= F(Q _i)-F(Q _{i-1}) (za i=2-5) | f _{ti} = ΔF(Q) n (n=30) | f _{ei} | $\frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}}$ | Q (m ³ /s) od - do | i |
|--------------------------|-------|---------------------|---|--|-----------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | -1,10 | 0,136 | 0.136 * | 4,08 | 6 | 0,903 | < 4 | 1 |
| | | | 0.231 | 6,93 | 8 | 0,165 | 4 – 5 | 2 |
| 5 | -0,34 | 0,367 | 0.296 | 8,88 | 6 | 0,934 | 5 – 6 | 3 |
| | | | 0.216 | 6,48 | 7 | 0,042 | 6 – 7 | 4 |
| 6 | 0,42 | 0,663 | 0.094 | 2,82 | 2 | 0,238 | 7 – 8 | 5 |
| | | | 0.027 ** | 0,81 | 1 | 0,044 | > 8 | 6 |
| Σ | | | 1.000 | 30 | 30 | 2,326 | | |

* $P(Q \leq 4) = F(Q \leq 4) = 0,136$

** $P(Q > 8) = \Phi(Q > 8) = 1 - F(Q \leq 8) = 1 - 0,973 = 0,027$

Broj stepeni slobode ν , za χ^2 funkciju raspodjele vjerovatnoće iznosi ($\rho = 2$ – testirana Normalna funkcija raspodjele vjerovatnoće je dvoparametarska sa parametrima μ i σ i $k = 6$ – broj klasnih intervala):

$$\nu = k - \rho - 1 = 6 - 2 - 1 = 3.$$

Za prag signifikantnosti $\alpha = 5\%$ i broj stepeni slobode $\nu = 3$, iz tabele za χ^2 funkciju raspodjele vjerovatnoće (statistička tabela 5), dobije se $\chi_{1-\alpha}^2 = \chi_{0.95}^2 = 7.81$.

Kako je $\chi_0^2 = 2.326 < \chi_{1-\alpha}^2 = 7.81$ može se prihvatiti nulta hipoteza H_0 (tvrdnja da uzorak slijedi Normalnu teorijsku raspodjelu vjerovatnoće). *Drugim riječima, prilagođavanje Normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće uzorku srednjih godišnjih proticaja može se smatrati zadovoljavajuće.*

Kolmogorov – Smirnovljev test

Drugi tip neparametarskog testa saglasnosti empirijske funkcije raspodjele $F_e(x)$ i teorijske funkcije raspodjele $F_f(x)$, koji se često koristi u hidrološkim analizama zove se Kolmogorov – Smirnovljev test.

Prethodno je razmatran je χ^2 - test dobrote prilagođavanja, pri čemu su brojne vrijednosti slučajne promjenljive X bile razvrstane u k intervala (klasa). Veoma često raspolaže se uzorkom čiji je obim mali, pa je praktično nemoguće načiniti takve intervale koji bi zadovoljavali sve potrebne uslove za primjenu χ^2 - testa dobrote prilagođavanja. U tim slučajevima, primjenjuje se Kolmogorov – Smirnovljev test dobrote prilagođavanja (u daljem tekstu test Kolmogorova).

Kod primjene ovog testa ne gubi se informacija o svakom pojedinačnom članu uzorka, kao što se čini pri razvrstavanju podataka u klasne intervale.

Najkraće rečeno, test se zasniva na provjeri da li je maksimalna razlika, ili maksimalno odstupanje između empirijske funkcije raspodjele $F_e(x)$ i teorijske funkcije raspodjele $F_f(x)$ dovoljno malo (naravno uz prihvatljiv stepen rizika α), što implicira da se teorijska funkcija raspodjele $F_f(x)$ dobro prilagođava uzorku slučajne promjenljive, pa se prihvata nulta hipoteza H_0 . Pri tome nulta hipoteza H_0 tvrdi da uzorak obima n sa empirijskom funkcijom raspodjele $F_e(x)$ pripada populaciji čija je neprekidna funkcija raspodjele $F_f(x)$. Ukoliko to nije slučaj, tj. ako je ta razlika previše velika, tada se prihvata alternativna hipoteza H_a , što

znači da se teorijska funkcija raspodjele $F_T(x)$ ne prilagođava datom uzorku slučajne promjenljive. U tom slučaju može se, kao jedno od rješenja, konstruisati neki drugi tip teorijske funkcije raspodjele, pa čitav postupak testiranja ponoviti.

Kriterijum saglasnosti kod testa Kolmogorova ne zavisi od broja parametara ρ koji definišu testiranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće. Ovaj test ustvari, implicitno pretpostavlja da su poznati raspodjela populacije slučajne promjenljive X i numeričke vrijednosti njenih parametara. Kako to kod hidroloških slučajnih promjenljivih nije slučaj, ova okolnost ograničava primjenu testa Kolmogorova u hidrologiji.

Kao mjeru odstupanja empirijske funkcije raspodjele $F_e(x)$, od usvojene teorijske funkcije raspodjele $F_T(x)$, Kolmogorov uzima najveću apsolutnu razliku između empirijske i teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće:

$$D_n = \max |F_e(x_i) - F_T(x_i)|; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad -\infty < x < \infty \quad (8.495)$$

Raspodjela veličine D_n , ako je ispunjena hipoteza H_0 (uzorak obima n sa empirijskom funkcijom raspodjele $F_e(x)$ pripada populaciji čija je neprekidna funkcija raspodjele $F_T(x)$), i pri dovoljno velikom obimu uzorka ne zavisi od oblika funkcije $F_T(x)$ populacije kojoj pripada uzorak /8, 19/.

U teoriji statistike (prema Kolmogorovu), postoji teorema da vjerovatnoća slučajne promjenljive $(D_n \sqrt{n})$ neće biti veća od zadatog broja λ , tj. ima graničnu funkciju raspodjele

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(D_n \sqrt{n} \leq \lambda) = F(\lambda); \quad \text{ili} \quad (8.496)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(D_n \leq \frac{\lambda}{\sqrt{n}}) = F(\lambda) \quad (8.497)$$

za svako $\lambda > 0$, i

$$F(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp(-2k^2 \lambda^2) \quad (8.498)$$

Kod praktičnog rada, testiranje saglasnosti empirijske i teorijske funkcije raspodjele obično se upoređuju vrijednosti $D_n = \lambda / \sqrt{n}$ i kritična vrijednost $D_0 = \lambda_0 / \sqrt{n}$ tako da je:

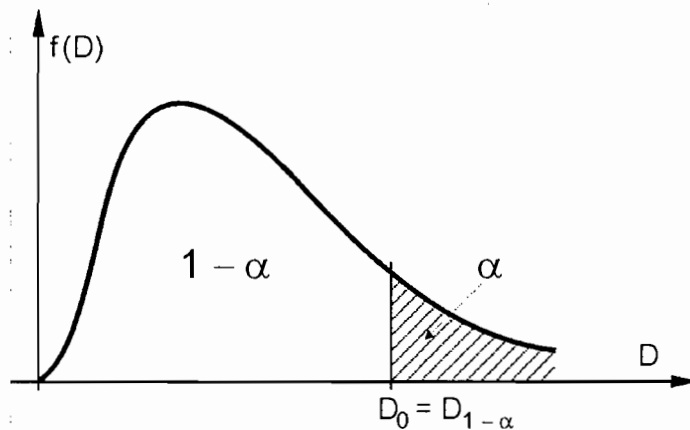
$$P[\max|F_e(x) - F_t(x)| \geq D_0] = \alpha; \text{ ili} \quad (8.499)$$

$$P[D_n \geq D_0] = \alpha \quad (8.500)$$

Imajući u vidu jednačinu (8.478) i (8.480) može se pisati:

$$P[D_n \leq D_0] = P[D_n \leq D_{1-\alpha}] = 1 - \alpha \quad (8.501)$$

gdje je region prihvatanja nulte hipoteze H_0 ($D_n \leq D_{1-\alpha}$), a kritični region ($D_n > D_{1-\alpha}$), odnosno region prihvatanja hipoteze H_a .



Slika 8.45.

Kada je $P[D_n \leq D_{1-\alpha}] = 1 - \alpha$, odnosno prihvata se hipoteza H_0 , to implicira da je najveća razlika D_n relativno mala jer je manja od neke kritične vrijednosti $D_0 = D_{1-\alpha}$ za koeficijent rizika $\alpha = 5\%$ (1, 2, 10, ...).

Kada je $P[D_n \geq D_{1-\alpha}] = \alpha$, odnosno prihvata se hipoteza H_α , to implicira da je najveća razlika D_n relativno velika pošto je veća od neke kritične vrijednosti $D_0 = D_{1-\alpha}$ sa koeficijentom rizika α , pa se zaključuje da se slučajna promjenljiva nedovoljno dobro prilagođava pretpostavljenoj teorijskoj funkciji raspodjele vjerovatnoće $F_t(x)$.

U mnogim statističkim udžbenicima postoje urađene tablice (statistička tabela 6) u kojima su obično date vrijednosti $D_0 = D_{1-\alpha}$ u funkciji obima uzorka n .

Procedura proračuna, kod testiranja hipoteze H_0 (uzorak obima/dužine n sa empirijskom funkcijom raspodjele $F_e(x)$), pripada populaciji čija je neprekidna funkcija raspodjela vjerovatnoće $F_t(x)$, je slijedeća:

1. Za uređen niz podataka slučajne promjenljive za svaki član niza izračunaju se vrijednosti empirijskih vjerovatnoća pojave kao (vidi jednačinu 8.140):

$$F_e(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ P_m, & x \leq x_m \\ 1, & x \geq x_n \end{cases}$$

gdje je $m = 1, 2, \dots, n$ rang vrijednosti X , a P_m se računa prema jednom od obrazaca datih u izrazima (8.143) do (8.151) (na primjer obrazac $P_m = m/(n+1)$).

2. Za svaki član niza izračunaju se vrijednosti teorijskih vjerovatnoća

$$F(x) = P[X \leq x] \text{ ili } \Phi(x) = P[X \geq x],$$

zavisno od toga koja empirijska vjerovatnoća je računata u tački 1. ($F_e(x)$ ili $\Phi_e(x)$), odnosno zavisno od toga da li je uzorak uređen tako da se dobije niz kod kojeg vrijednosti elemenata rastu ili opadaju.

3. Za svaki član niza odrediti apsolutnu vrijednost razlike $|F_e(x_i) - F_t(x_i)|$.
4. Maksimalna vrijednost razlike, tj. statistika $D_n = \max|F_e(x) - F_t(x)|$, upoređuje se sa kritičnom vrijednošću $D_0 = D_{1-\alpha}$ koja se bira iz tabela za D_0 (statistička tabela 6) za usvojeni prag značajnosti (signifikantnosti) α .
5. Ako je $D_0 = D_{1-\alpha} \geq D_n$, D_n ne pada u kritični region testa pa se hipoteza H_0 (tvrdnja da uzorak slijedi testiranu teorijsku funkciju raspodjele) prihvata, odnosno na razmatrani uzorak se može dobro prilagoditi pretpostavljena teorijska funkcija raspodjele sa rizikom α , $D_0 = D_{1-\alpha} \leq D_n$, D_n pada u kritični region testa pa se hipoteza H_0 odbacuje, odnosno na razmatrani uzorak se ne može dobro prilagoditi pretpostavljena teorijska funkcija raspodjele.

PRIMJER 8.29.

Za uzorak (seriju) srednjih godišnjih proticaja rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo, za period od 1947. do 1976. godine ($n = 30$ godina), koristeći se testom Kolmogorova, testirati nultu hipotezu H_0 da se promjenljiva - srednji godišnji proticaji zadovoljavajuće prilagođavaju Normalnoj funkciji raspodjele vjerovatnoće. Test provesti za uobičajeni prag signifikantnosti $\alpha = 5\%$.

Koristeći se podacima o vrijednostima srednjih godišnjih proticaja za dati period (tabela 1- zadatak 8.28), odgovarajući proračuni vezani za testiranje prilagođavanja teorijske funkcije raspodjele pomoću testa Kolmogorova prikazani su u donjoj tabeli.

Za prethodno uređen niz srednjih godišnjih proticaja, vrijednosti kumulativne - empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoća sračunate su prema obrascu Čegodajeva (vidi poglavlje 4):

$$F_e(Q) = P(Q \leq q) = \frac{m - 0,3}{n + 0,4} 100 \quad (\%)$$

Vrijednosti kumulativne – Normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće $F_t(Q)$ sračunate su ranije pokazanim postupkom (poglavlje 5), korištenjem statističke tabele 1. za standardnu Normalnu raspodjelu.

U koloni 6. u kojoj su sračunate apsolutne razlike $|F_t(Q) - F_e(Q)|$, lahko je uočiti maksimalnu vrijednost razlike, tj. statistiku $D_n = \max|F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|$ koja iznosi 9,86 % (0,0986).

Za prag signifikantnosti (koeficijent rizika) $\alpha = 5\%$ i obim uzorka ($n = 30$), iz tabele za kritične vrijednosti Kolmogorova $D_0 = \lambda_0 / \sqrt{n}$ (statistička tabela 6) dobije se $D_0 = D_{1-\alpha} = 0,242$.

Kako je $D_0 = D_{1-\alpha} = 0,242 > D_n = \max|F_e(Q_i) - F_t(Q_i)| = 0,0986$, tj. D_n ne pada u kritični region testa, može se prihvatiti nulta hipoteza H_0 (tvrdnja da uzorak slijedi testiranu Normalnu, teorijsku raspodjelu vjerovatnoće). *Drugim riječima, prilagodavanje Normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće uzorku srednjih godišnjih proticaja, može se smatrati zadovoljavajuće.*

Tabela 1.

| Redni broj | Q (m ³ /s) ↓ | Fe(Q)= P(Q≤q) (%) | z(Q)= $\frac{Q - \bar{Q}}{S}$ | Ft(Q)= P(Q≤q) (%) | $ F_t(Q) - F_e(Q) $ (%) |
|------------|-------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| 1 | 3,42 | 2,30 | -1,53 | 6,3 | 4,00 |
| 2 | 3,59 | 5,59 | -1,41 | 7,9 | 2,31 |
| 3 | 3,64 | 8,88 | -1,37 | 8,5 | 0,38 |
| 4 | 3,97 | 12,17 | -1,12 | 13,1 | 0,93 |
| 5 | 3,98 | 15,46 | -1,11 | 13,3 | 2,16 |
| 6 | 3,99 | 18,75 | -1,10 | 13,5 | 5,25 |
| 7 | 4,09 | 22,03 | -1,03 | 15,1 | 6,93 |
| 8 | 4,42 | 25,33 | -0,78 | 21,8 | 3,53 |
| 9 | 4,48 | 28,62 | -0,73 | 23,3 | 5,32 |
| 10 | 4,75 | 31,90 | -0,53 | 29,8 | 2,10 |
| 11 | 4,78 | 35,19 | -0,51 | 30,5 | 4,69 |
| 12 | 4,90 | 38,48 | -0,42 | 33,7 | 4,78 |

Nastavak tabele 1

| Redni broj | Q (m ³ /s) ↓ | Fe(Q)= P(Q≤q) (%) | z(Q)= $\frac{Q - \bar{Q}}{S}$ | Ft(Q)= P(Q≤q) (%) | $ F_t(Q) - F_e(Q) $ (%) |
|------------|-------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| 13 | 4,92 | 41,77 | -0,40 | 34,4 | 7,37 |
| 14 | 4,95 | 45,06 | -0,38 | 35,2 | 9,86 |
| 15 | 5,24 | 48,35 | -0,16 | 43,6 | 4,75 |
| 16 | 5,36 | 51,64 | -0,07 | 47,2 | 4,44 |
| 17 | 5,70 | 54,93 | 0,19 | 57,5 | 2,57 |
| 18 | 5,71 | 58,22 | 0,19 | 57,5 | 0,72 |
| 19 | 5,79 | 61,52 | 0,25 | 59,9 | 1,62 |
| 20 | 5,81 | 64,80 | 0,27 | 60,6 | 4,20 |
| 21 | 6,17 | 68,09 | 0,54 | 70,5 | 2,41 |
| 22 | 6,26 | 71,38 | 0,61 | 72,9 | 1,52 |
| 23 | 6,44 | 74,67 | 0,75 | 77,3 | 2,63 |
| 24 | 6,45 | 77,96 | 0,76 | 77,6 | 0,36 |
| 25 | 6,68 | 81,25 | 0,93 | 82,4 | 1,15 |
| 26 | 6,96 | 84,54 | 1,14 | 87,3 | 2,76 |
| 27 | 6,96 | 87,82 | 1,14 | 87,3 | 0,52 |
| 28 | 7,48 | 91,12 | 1,54 | 93,8 | 2,68 |
| 29 | 7,90 | 94,41 | 1,85 | 96,8 | 2,39 |
| 30 | 8,68 | 97,69 | 2,44 | 99,3 | 1,61 |

8. 8. KORELACIJA I REGRESIJA

8.8.1. Stohastička povezanost

Riječ korelacija je porijeklom latinska i znači naizmjeničnu povezanost. Ako posmatramo jedan uzorak, posmatramo ga prema određenim obilježjima. Na primjer, ako se posmatra uzorak padavina na nekoj kišomjernoj stanici po njihovim visinama, te razne visine su onda obilježja tog uzorka. Ako uzorak posmatramo na

osnovu jednog obilježja, onda to vodi do onih statističkih uzoraka i metoda koje su prikazane u ranijim poglavljima.

U hidrološkoj praksi vrlo često se susreće sa pojavama koje su okarakterisane sa dva zajednička obilježja, odnosno sa sistemom dviju slučajnih promjenljivih (X, Y), kao što su na primjer zajednička pojava promjenljive padavina na dvije stanice, padavina i odgovarajuće promjenljive oticanja u riječnom slivu. Takve slučajne promjenljive i njihove raspodjele i parametri, kao što smo vidjeli u poglavlju 2. nazivamo dvodimenzionalnim.

Time se naravno posmatranje komplicira, i to vodi do posebnog teorijskog proučavanja koje se naziva *teorija korelacije*. U ovom poglavlju zadržati će se uglavnom na problematici korelacije između dvije promjenljive.

U matematici, poznata je veza između dvije promjenljive kao funkcionalna zavisnost koja se predstavlja izrazom

$$y = f(x). \quad (8.502)$$

Tako na primjer formula $y = 1/2(gx^2)$ omogućuje da se odredi pad u tijela koje pada, u funkciji vremena x .

U prirodnim naukama susrećemo funkcionalnu zavisnost uvijek kada postoji neki zakon. Kod funkcionalne zavisnosti postoji "neraskidiva" veza. Naime, po zakonu uzročnosti uzrok i posljedica su neraskidivo vezani, svaki uzorak ima svoju posljedicu, svaka posljedica ima svoj uzrok.

U hidrologiji se iz mnogih razloga rijetko javljaju funkcionalne veze.

Međutim, uz pojam slučajne promjenljive (to je promjenljiva koja poprima pojedine vrijednosti uz određenu vjerovatnoću), vezan je pojam tzv. *stohastičke zavisnosti (povezanosti)*, koja kod slučajnih promjenljivih zamjenjuje pojam funkcionalne veze.

Kao što je već rečeno u poglavlju 8.1., riječ stohastičan je grčkog porijekla, a znači naslućivati, pa se ta riječ upotrebljava i kao sinonim za "vjerovatnoću".

Da bi se pojasnilo šta se podrazumijeva pod stohastičkom povezanošću, razmotrimo slijedeći ilustrativni primjer /3/.

Neka su na raspolaganju dvije kocke, bijela i crvena. Bacaju se obje kocke i neka je y zbir bačen bijelom i crvenom kockom, a x neka je broj bačen bijelom kockom. Neka je, na primjer, $x = 3$, tj. bijelom kockom bačen je broj 3. Onda y može biti:

$$y = 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

Ili, ako je $x = 5$, onda je

$$y = 6, 7, 8, 9, 10, 11$$

(x) i (y) su slučajne promjenljive ako se (x) fiksira, onda je i opet (y) slučajna promjenljiva koja, kao što vidimo, može poprimiti šest vrijednosti, sve uz vjerovatnoću $1/6$.

Međutim, između x i y ima u tom primjeru bitna razlika: (y) je u određenom smislu ovisan o (x) , ali to nije funkcionalna veza, jer za svako (x) ne možemo dobiti posve određeno (y) , već je to posebna veza koju nazivamo *stohastičkom (povezanošću) zavisnošću*.

Posmatranje stohastičke zavisnosti daje nam mogućnost da istražujemo u prirodi one zavisnosti koje nisu čvrsto vezane funkcionalnom zavisnošću, odnosno iznalaženje stohastičke zavisnosti / zakona slučajnih promjenljivih, ako naravno, takva zavisnost postoji.

Tako, kada je riječ o hidrološkim slučajnim promjenljivim, očekujemo da periodi (dani, mjeseci, godine) u kojima ima više padavina imaju i veće oticanje. Isto tako, očekujemo da na dva susjedna vodotoka, odnosno na dvije različite vodomjerne stanice na istom vodotoku, proticaji budu u nekoj srazmjeri. Nadalje, padavine za neki razmatrani period na jednoj kišomjernoj stanici indiciraju veličinu padavina na nekoj susjednoj (bliskoj) lokaciji. Naravno, u ovom zadnjem slučaju, što je udaljenost između stanica manja, očekuje se i bolja zavisnost između veličine padavina na njima.

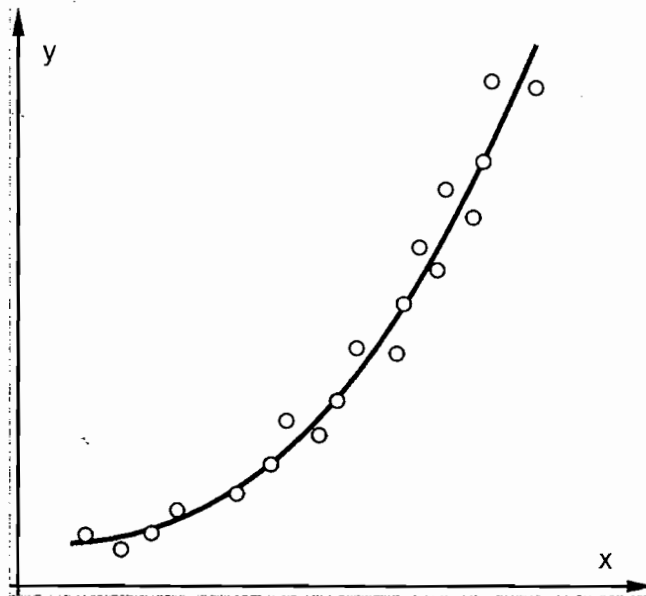
U svakom slučaju, za prednje primjere kažemo da postoje nekakvi odnosi ili veze između različitih pojava ili procesa. Tipovi i oblici veza mogu biti veoma različiti.

Tako na primjer, u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja vode u otvorenom toku, sile otpora i gravitacije su u ravnoteži; ovdje je proticaj vode (y) funkcija vodostaja (dubine) – (x) , tj. $y = f(x)$. Ako postoji potreba da se ova veza odredi na osnovu mjerenja u prirodi, onda se često koristi matematički model oblika /5/:

$$y = ax^b \quad (8.503)$$

Konstante a i b se određuju na osnovu eksperimentalnih – mjernih tačaka – parova paralelno mjerenih vrijednosti proticaja vode (y) i vodostaja (x). U prirodnim vodotocima, praktično ni jedno mjerenje se ne obavlja u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja, tako da dolazi do odstupanja tačaka u odnosu na teorijsku krivu. Do odstupanja dolazi i zbog grešaka prilikom mjerenja lokalnih brzina u turbulentnom toku, zbog netačnosti u jednačinama hidrometrijskog krila, zbog odstupanja prilikom premjeravanja poprečnog presjeka vodotoka i najzad zbog same metode mjerenja (ograničen broj mjernih tačaka).

Ako je tečenje u vodotoku ustaljeno i neravnomjerno, i ako se pad linije energije J mijenja u vremenu, proticaj vode je funkcija vodostaja i pada, odnosno $y = f(x, J)$. Kako se pad obično ne mjeri, to će zbog toga što je zanemaren jedan od faktora koji utiču na fenomen tečenja kao i zbog neizbježnih grešaka pri mjerenju, doći do rasipanja tačaka oko neke srednje krive, što je ilustrovano na slici (8.46).

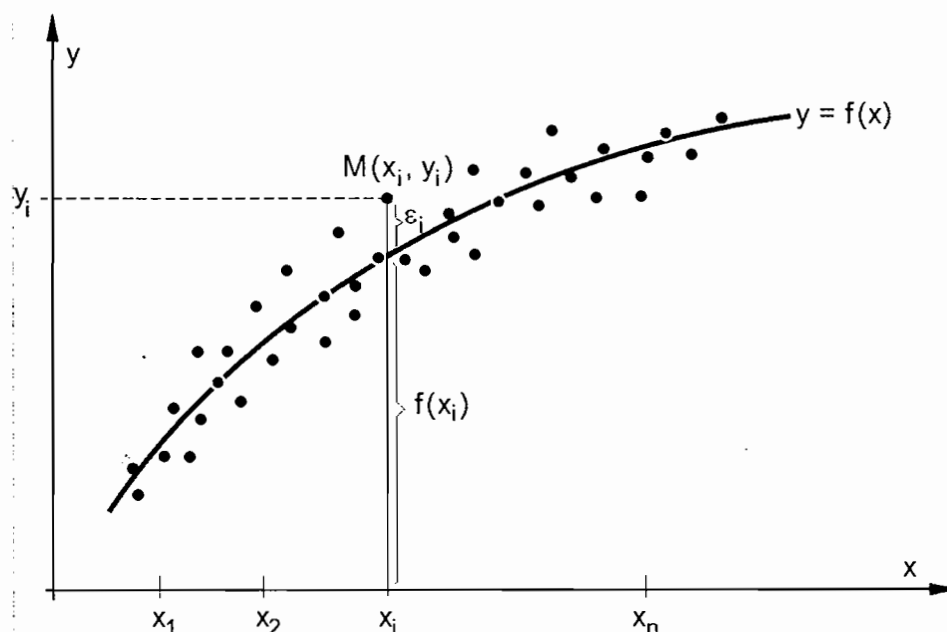


Slika 8.46. Zavisnost proticaja vode (y) i vodostaja (dubine) (x) u otvorenom vodnom toku

Generalno rečeno, u hidrologiji se, zbog zanemarivanja pojedinih relevantnih faktora, po pravilu ne dobijaju jednoznačne veze između izučavanih promjenljivih.

8.8.2. Definicije korelacije i regresije

Slika 8.47 geometrijski prikazuje dvodimenzionalnu slučajnu promjenljivu (X, Y) u koordinatnom sistemu XOY , kao skup slučajnih tačaka sa tekućim koordinatama (x_i, y_i) iz čijeg rasporeda možemo naslutiti da li postoji ili ne postoji neka zavisnost između njih.



Slika 8.47. Geometrijski prikaz dvodimenzionalne slučajne promjenljive (x, y)

Takva zavisnost nije potpuna, nije funkcionalna, već zavisnost koja se uzima uz znatna zanemarivanja. Kao što je već rečeno, takva zavisnost se naziva stohastička povezanost ili *korelacija*, a odgovarajući dijagrami nazivaju se grafički trend (težnja) ili *regresiona linija*.

Međutim, povlačenje grafikona je prilično subjektivno, jer između istih slučajnih tačaka se može povući više bliskih linija.

Iz rasporeda slučajnih tačaka (x_i, y_i) da se naslutiti da li će krivulja $y = f(x)$ biti linearna, kvadratna, kubna, eksponencijalna ili neka druga funkcija.

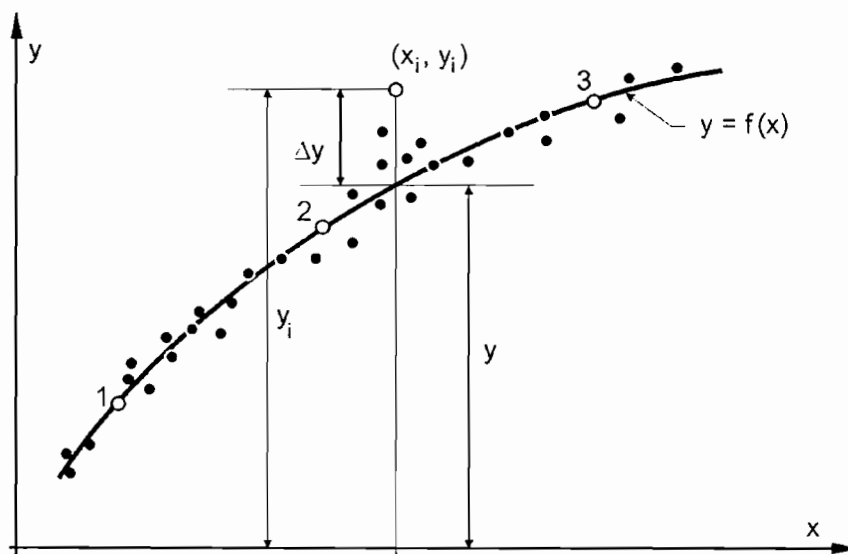
U praksi se često izrazi korelacija i regresija koriste kao sinonimi, pri čemu se podrazumijeva procedura kojom se uspostavlja veza između jedne zavisne promjenljive, i jedne ili više nezavisnih promjenljivih.

Striktno govoreći, korelacija izučava zavisnost dvije ili više promjenljivih, a regresija predstavlja matematičku jednačinu koja izražava jednu slučajnu promjenljivu korelativno vezanu sa drugom slučajnom promjenljivom, ili sa više slučajnih promjenljivih.

Jednačina regresije može da bude svaka funkcija koja se može prilagoditi skupu tačaka osmatranih promjenljivih.

Proste i višestruke korelacije, kao i analize regresije spadaju među najstarije statističke postupke koji se upotrebljavaju u hidrologiji. Glavni ciljevi tih analiza odnosili su se na prenošenje informacija između tačaka u kojima se vrši osmatranje iste promjenljive, ili između dvije od više promjenljivih koje su osmotrene istovremeno. Tu je uključeno i popunjavanje nedostajućih podataka u hidrološkim serijama, kao i predviđanje promjenljive iz jedne ili više osmatranih drugih promjenljivih [1/].

Ako se posmatra realizacija dva procesa X i Y , ukoliko se isti nacrtaju u koordinatnom sistemu XOY , dobija se slika 8.48.



Slika 8.48. Šematski prikaz regresione i korelacione analize dvodimenzionalne slučajne promjenljive, gdje su 1, 2 i 3 srednje vrijednosti (y) za dato $x = x_i$

Obzirom da na slici 8.48 dvije promjenljive X i Y , koje su date kao serija istovremenih vrijednosti (x_i, y_i) , pokazuju koncentraciju oko jedne imaginarne krive, tada će za veliki uzorak uvijek postojati raspodjela vrijednosti y za datu vrijednost x_i , ili tačnije, raspodjele vrijednosti y za neki interval Δx , oko date vrijednosti x_i .

Srednja vrijednost y_0 , za sve vrijednosti y za taj dati interval Δx oko x_i je očekivana vrijednost y za dato $x = x_i$.

Kriva koja se prilagođava svim srednjim vrijednostima y_0 naziva se *linija regresije* (kriva regresije) y u funkciji x . S druge strane, kriva koja se prilagođava svim očekivanim vrijednostima x_0 , za dato $y = y_i$, definiše liniju regresije x u funkciji y . Te se dvije linije ne podudaraju i imaju različite parametre koji pokazuju regresionu vezu između dvije promjenljive.

Ako je linija regresije pravac, onda se radi o *linearnoj korelaciji*, a ako je linija regresije bilo koja druga krivulja, onda se radi o *nelinearnoj korelaciji*.

Funkcionalna veza između dvije promjenljive pretpostavlja da sve tačke leže na krivoj. Budući da raspoređivanje tačaka oko linije regresije može da bude veliko ili malo, stepen asocijacije dvije razmatrane promjenljive je korelacija i definiše se pomoću parametara korelacije. Korelacija je veća kada su tačke bliže toj liniji. Ukratko, problem regresije dvije promjenljive razmatra raspodjelu učestalosti jedne promjenljive kada je druga fiksirana na svakom od više pragova.

Bitno je kod svega jedno: ako postoji stohastička zavisnost, ne postoji funkcionalna zavisnost. To znači da linija regresije ne daje funkcionalnu zavisnost, odnosno prirodni zakon koji se izražava pomoću funkcije, već samo označava stepen stohastičke zavisnosti.

8.8.3. Linearna regresija dvodimenzionalne slučajne promjenljive

U nastavku će biti razmatran problem linearne regresije na osnovu uzorka uz korištenje tzv. empirijskih metoda.

Generalno, u hidrologiji su česta slijedeća dva tipa regresije /1/:

1. Veze uzrok – posljedica, gdje je slučajna promjenljiva y korelativno vezana na uzročne faktore x_i , koji daju ili utiču na ishode y . Tipični primjeri su veze oticanja i padavina, jer je kiša osnovni uzročni faktor oticanja, gdje geometrija riječnog sliva, tlo, vlaga i klimatski faktori utiču na osnovnu vezu uzrok – posljedica.
2. Veze slučajnih promjenljivih koje imaju iste uzročne faktore kao što je korelativna asocijacija promjenljivih za padavine na susjednim kišomjernim stanicama i slično.

Oba slučaja se slično tretiraju u korelativnoj asocijaciji.

Ako korelacija pokazuje da su dvije slučajne promjenljive X i Y linearno udružene, linearna veza dozvoljava da se jedna promjenljiva može predvidjeti iz druge.

Linearna regresiona veza za promjenljivu Y u funkciji X , definiše se kao prava linija koja daje najbolju procjenu y za datu vrijednost x . Slično tome, najbolja procjena x za dato y daje se pomoću pravca regresije x u funkciji y .

Dvije slučajne promjenljive X i Y su za linearne regresije njihove populacije označene sa ξ i η , tako da su te dvije jednačine

$$\eta = \alpha_1 + \beta_1 \xi \quad \text{i} \quad \xi = \alpha_2 + \beta_2 \eta \quad (8.504)$$

Regresione prave procijenjene iz uzorka su

$$y = a_1 + b_1 x \quad \text{i} \quad x = a_2 + b_2 y \quad (8.505)$$

gdje su α_1 , β_1 , α_2 , i β_2 procijenjeni pomoću vrijednosti a_1 , b_1 , a_2 , i b_2 iz uzorka metodom najmanjih kvadrata. Ti se parametri nazivaju koeficijenti regresije i posebno b_1 je koeficijent regresije y po x , b_2 od x po y , a a_1 i a_2 su otsječci na ordinatnoj osi.

Regresiona prava y po x je različita od regresione prave x po y .

Promjenljiva na desnoj strani jednačina (8.504) i (8.505) naziva se *nezavisna promjenljiva*, a promjenljiva na lijevoj strani naziva se *zavisna promjenljiva*.

U nastavku se razmatra diskretna dvodimenzionalna slučajna promjenljiva

$$(X, Y) = \left\{ (x_i, y_i), p_i, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\} \quad (8.506)$$

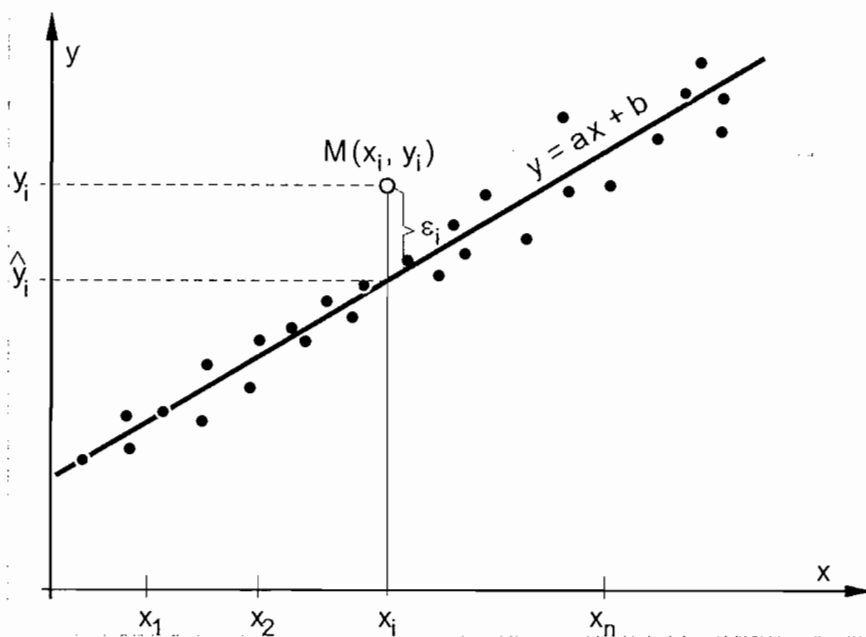
kada je skup empirijskih slučajnih tačaka raspoređuje oko prave

$$y = ax + b = f(x) \quad (8.507)$$

tako da ona najmanje odstupa od zadanih tačaka. Za svaku pojedinu tačku imamo vertikalno odstupanje (slika 8.49):

$$y_i - \hat{y} = y_i - (ax_i + b) = \varepsilon_i \quad (8.508)$$

za koje važi normalni zakon raspodjele.



Slika 8.49. Geometrijski prikaz dvodimenzionalne slučajne promjenljive (X, Y) u slučaju linearne regresije

Pošto su u hidrološkoj praksi samo pretpostavlja oblik modela (u ovom slučaju linearan), a poznate su realizacije X i Y dok ne znamo parametre modela a i b , cilj je da se odrede ovi parametri tako da se prava

$$y = ax + b + \varepsilon = \hat{y} + \varepsilon \quad (8.509)$$

najbolje uklapa (prilagođava) osmotrenim vrijednostima (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$. Pri tome y predstavlja “stvarnu” vrijednost promjenljive, a \hat{y} vrijednost koja se dobije pomoću linearne funkcije $y = ax + b$.

Razlika stvarne vrijednosti za određenu vrijednost x , od one dobivene pomoću linearne funkcije $y = ax + b$, dakle \hat{y} , za istu vrijednost x naziva se ukratko odstupanje, i obično označava sa

$$\varepsilon = y - \hat{y} \quad (8.510)$$

Pojava razlike ε može se pripisati grešci u ulaznim podacima, bilo x ili y (čiju veličinu ne znamo) ili činjenici (što je češći slučaj) da y ne zavisi samo od x .

Dakle, u opštem slučaju, može se pisati da je:

$$\varepsilon = y - \hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (8.511)$$

Postavljeni zadatak se obično rješava na taj način da se odrede parametri a i b tako da suma kvadrata odstupanja y_i u odnosu na njegovu procijenjenu (izračunatu) vrijednost \hat{y}_i bude minimalna.

Prema principu najmanjih kvadrata (vidi poglavlje 8.3), problem se svodi na određivanje funkcije $y = f(x)$ za koju će izraz

$$E(y - \hat{y})^2 = E[y - (ax + b)]^2 = E(\varepsilon)^2 \quad (8.512)$$

dostići svoj minimum, što se svodi na funkciju parametara a i b

$$\varphi(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i [y_i - (ax_i + b)]^2 = \sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i^2 = \text{MINIMUM} \quad (8.513)$$

Poznato je da funkcija $\varphi(a, b)$ ima minimum ako su oba njena parcijalna izvoda po a i b jednaka nuli, tj. ako je

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial a} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial b} = 0 \quad (8.514)$$

Ako primijenimo operaciju parcijalnog diferenciranja na (8.513) dobija se:

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial b} = 2\varepsilon_1 p_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial b} + 2\varepsilon_2 p_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial b} + \dots + 2\varepsilon_n p_n \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial b} = 0 \quad (8.515)$$

$$2p_1(y_1 - ax_1 - b) + 2p_2(y_2 - ax_2 - b) + \dots + 2p_n(y_n - ax_n - b) = 0 \quad (8.516)$$

odakle se dobija:

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n p_i (y_i - ax_i - b) = 0 \quad (8.517)$$

Slično ovome, $\partial \varphi(a, b) / \partial a = 0$, daje

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n p_i (y_i - ax_i - b)x_i = 0 \quad (8.518)$$

Sistem jednačina (8.517) i (8.518) ima uvijek jedinstveno rješenje. Njihovim sređivanjem dobijamo dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate a i b :

$$a \sum_{i=1}^n p_i x_i + b \sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^n p_i y_i = 0 \quad (8.519)$$

$$a \sum_{i=1}^n p_i x_i^2 + b \sum_{i=1}^n p_i x_i - \sum_{i=1}^n p_i x_i y_i = 0 \quad (8.520)$$

koje se zovu normalne jednačine.

Ako se zamjeni statistički oblik vjerovatnoće u jednačinama (8.519) i (8.520) $p_i = f_i / N$, dobijaju se ponderisane normalne jednačine:

$$a \sum_{i=1}^n f_i x_i + b \sum_{i=1}^n f_i - \sum_{i=1}^n f_i y_i = 0 \quad (8.521)$$

$$a \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 + b \sum_{i=1}^n f_i x_i - \sum_{i=1}^n f_i x_i y_i = 0 \quad (8.522)$$

Obzirom da se u hidrologiji najčešće izučava regresija između uzorka dvije slučajne promjenljive čiji članovi nisu grupisani, zamjenom u (8.521) i (8.522)

$f_i = 1$, $N = \sum_{i=1}^n f_i = n$, dobijaju se neponderisane normalne jednačine:

$$a \sum_{i=1}^N x_i + Nb - \sum_{i=1}^N y_i = 0 \quad (8.523)$$

$$a \sum_{i=1}^N x_i^2 + b \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N x_i y_i = 0 \quad (8.524)$$

Iz jednačine (8.521) proizilazi:

$$b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i - a \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \bar{y} - a\bar{x} \quad (8.525)$$

Iz jednačine (8.524) i (8.525) slijedi:

$$a \sum_{i=1}^N x_i^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i - a \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right) \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N x_i y_i \quad (8.526)$$

$$a \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] = \sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i \quad / : N \quad (8.527)$$

$$a = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x}^2}; \text{ ili } a = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (8.528)$$

Drugi oblik izraza za koeficijent a i b , često prisutan u statističkoj literaturi, dobije se ako se i brojnik i nazivnik jednačine 8.528 pomnoži sa N^2 :

$$a = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}; \quad b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (8.529)$$

U statističkoj literaturi se često zbog određenih pojednostavljenja postupka računanja, početak koordinatnog sistema prenosi u tačku $M(\bar{x}, \bar{y})$, tako da su koordinate tačaka u odnosu na novi sistem

$$X = x - \bar{x}; \quad Y = y - \bar{y}; \quad \hat{Y} = \hat{y} - \bar{y} \quad (8.530)$$

Vrijednosti novih promjenljivih X i Y imaju tu osobinu da su njihove srednje vrijednosti jednake nuli, što proizilazi iz:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i - \frac{N}{N} \bar{x} = \bar{x} - \bar{x} = 0 \quad (8.531)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i - \frac{N}{N} \bar{y} = \bar{y} - \bar{y} = 0 \quad (8.532)$$

Uvrštavanjem novih promjenljivih u jednačinu $\hat{y} = ax + b$ dobija se

$$\hat{Y} - \bar{y} = a(X + \bar{x}) + b, \text{ odnosno } \hat{Y} = aX + a\bar{x} + b + \bar{y}. \quad (8.533)$$

Ako se stavi $a\bar{x} + b + \bar{y} = B$, a $a = A$, dobije se veza u obliku

$$\hat{Y} = AX + B. \quad (8.534)$$

Na osnovu jednačine (8.530) novo odstupanje $\varepsilon = Y - \hat{Y} = y - \bar{y} - \hat{y} + \bar{y} = y - \hat{y}$.

Ako se za određivanje koeficijenata A i B primijeni procedura kao i za određivanje koeficijenata a i b (jednačine 8.512 do 8.524), dobiju se slijedeće normalne jednačine:

$$A \sum_{i=1}^N X + NB - \sum_{i=1}^N Y = 0 \quad (8.535)$$

$$A \sum_{i=1}^N X^2 + B \sum_{i=1}^N X - \sum_{i=1}^N XY = 0 \quad (8.536)$$

Kako iz (8.531) i (8.532) slijedi da je $\sum X = \sum Y = 0$, dobije se

$$B = 0; \quad A = \sum_{i=1}^N XY / \sum_{i=1}^N X^2 \quad (8.537)$$

Vraćajući se u prvobitni koordinatni sistem a obzirom na zamjene (8.530), dobije se tražena veza između izvornih promjenljivih x i y u obliku:

$$\hat{Y} = AX + B \quad (8.538)$$

$$\hat{y} - \bar{y} = a(x - \bar{x}) = ax - a\bar{x}, \text{ odnosno}$$

$$\hat{y} = (\bar{y} - a\bar{x}) + ax = ax + b, \text{ za } b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (8.539)$$

Analogno statističkim momentima za jednodimenzionalnu slučajnu promjenljivu, mogu se definirati mješoviti obični i centralni statistički momenti za dvodimenzionalnu slučajnu promjenljivu:

- centralni momenat

$$M_{rs} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^r (y_i - \bar{y})^s \quad (8.540)$$

- obični momenat

$$m_{rs} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^r y_i^s \quad (8.541)$$

Za $r = 1$ i $s = 1$ slijedi

$$M_{11} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y} \quad (8.542)$$

$$m_{11} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i \quad (8.543)$$

Izraz (8.542) u statistici nazivamo *kovarijansa* i obično se označava sa $Cov(x, y)$.

Imajući to u vidu, te da od ranije znamo da je $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = S_x^2$, izraz za definiranje parametra (a) prema jednačini (8.528) se može napisati kao:

$$a = \frac{M_{11}}{S_x^2} = \frac{Cov(x, y)}{S_x^2} \quad (8.544)$$

Generalno, kovarijansa, odnosno prvi mješoviti centralni statistički momenat za dvodimenzionalnu slučajnu promjenljivu, se definiše kao:

$$Cov(x, y) = M_{11} = E[(x - \bar{x})(y - \bar{y})], \text{ ili} \quad (8.545)$$

$$Cov(x, y) = M_{11} = E(xy) - E(x)E(y) = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} \quad (8.546)$$

Ako se u jednačinu prave $y = ax + b$, unese izraz za b prema jednačini (8.525), jednačina regresione linije Y na X dobija oblik:

$$y - \bar{y} = a(x - \bar{x}) \quad (8.547)$$

Parametar a naziva se *regresionim koeficijentom* (to je nagib regresione prave), dok je b odsječak ove linije na y – osi.

Ako se u jednačinu (8.547) uvrsti vrijednost za a prema jednačini (8.544), može se pisati:

$$y - \bar{y} = \frac{M_{11}}{S_x^2}(x - \bar{x}) \quad (8.548)$$

U gornjem izlaganju posmatrana je veza koja postoji između pojedinih vrijednosti y_i i pojedinih x_i pa su time nađene prosječne vrijednosti \bar{y}_i . Moglo se, međutim, stvar posmatrati tako da se pođe od vrijednosti y_j i da se potraže pripadne vrijednosti \bar{x}_j .

Na posve anàlogan način kao gore našao bi se i pripadni pravac, pa je jasno da bi taj taj pravac imao jednačinu:

$$x - \bar{x} = \frac{M_{11}}{S_y^2}(y - \bar{y}), \text{ odnosno } y - \bar{y} = \frac{S_y^2}{M_{11}}(x - \bar{x}) \quad (8.549)$$

Vidljivo je, prema tome, da taj drugi pravac ima koeficijent smjera $\frac{S_y^2}{M_{11}}$ i da prolazi tačkom (\bar{x}, \bar{y}) .

$$\text{Ako se pomnoži } \frac{M_{11}}{S_x^2} \text{ sa } \frac{M_{11}}{S_y^2} \text{ dobije se } \frac{M_{11}^2}{S_x^2 S_y^2}. \quad (8.550)$$

Taj izraz se označava sa r^2 , odnosno

$$r^2 = \frac{M_{11}^2}{S_x^2 S_y^2}; \quad r = \frac{M_{11}}{S_x S_y} \quad (8.551)$$

Ovo (r) naziva se *koeficijent korelacije*.

Značenje toga koeficijenta biti će pokazano u nastavku ovog poglavlja.

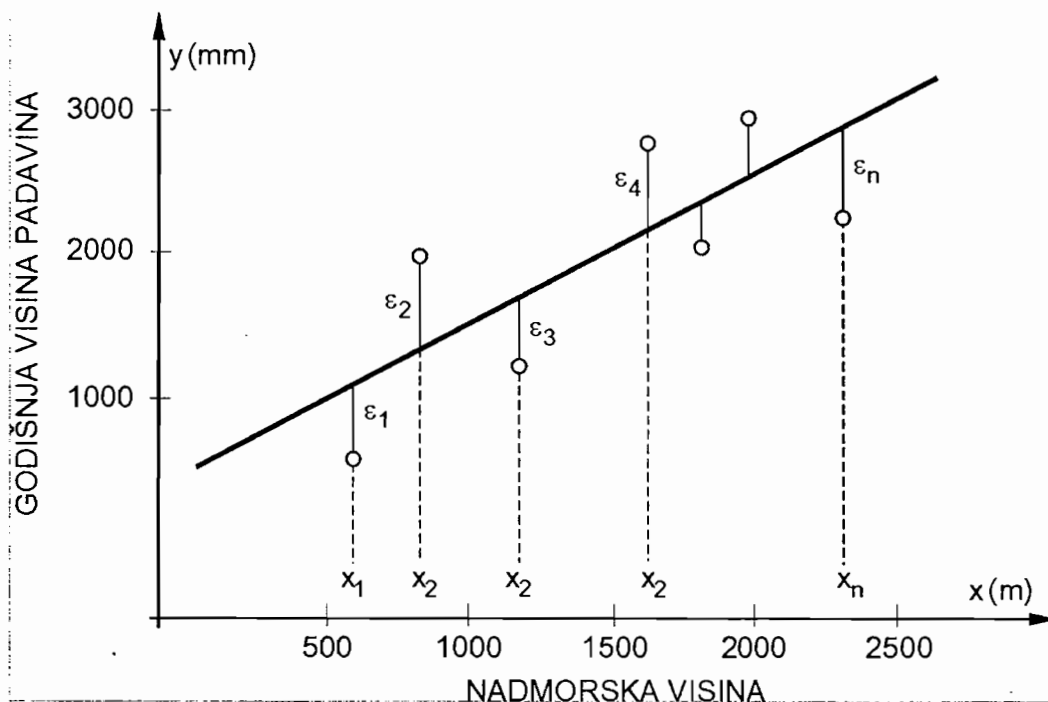
Jednačina ili kriva koja se dobije na osnovu eksperimentalnih podataka je aproksimacija “istinske” regresione krive, i može se koristiti za predviđanje vrijednosti Y .

U razmatranom linearnom slučaju, kriva se naziva *regresionim pravcem*.

Regresiona analiza se može primijeniti na podatke koji su sakupljeni na dva načina /43/:

1. Vrijednosti promjenljive Y se mjere na nekoliko unaprijed odabranih veličina X_i
2. Tačke (x, y) mogu biti uzete na slučajan način iz jedne dvodimenzionalne normalne raspodjele tačaka u ravni xy .

Kao ilustracija za problem tipa 1, može se uzeti slijedeći primjer /20/. Neka je niz kišomjernih stanica u jednom području postavljen na različitim nadmorskim visinama. Kao rezultat registrovanja padavina tokom jedne godine, dobijene su godišnje visine padavina y_1, y_2, \dots, y_n , na stanicama koje su locirane na nadmorskim visinama x_1, x_2, \dots, x_n (slika 8.50).



Slika 8.50. Linearna zavisnost godišnjih visina padavina i nadmorske visine kišomjernih stanica

Tokom naredne godine osmatranja, na istim stanicama bi se dobile druge vrijednosti padavina y'_1, y'_2, \dots, y'_n , koje bi nanešene u funkciji nadmorske visine x_i , slijedile jednu statističku zavisnost sličnu onoj na slici 8.50 (visina godišnjih padavina obično raste sa povećanjem nadmorske visine. Do visine 1000 do 1500 m, veza $Y-X$ je približno linearna. U našem klimatu je priraštaj godišnjih padavina reda od 50 do 100 mm, na svakih 100 m porasta apsolutne visine).

Visina godišnjih padavina na svakoj lokaciji je slučajna promjenljiva koja ima svoju raspodjelu vjerovatnoće. Naprotiv, nadmorske visine x_i ne možemo smatrati slučajnom promjenljivom: to su određeni brojevi.

Često se X zove *kontrolisana* promjenljiva dok je Y *opservirana* promjenljiva. Ovdje dakle, slučajna promjenljiva Y zavisi od parametra X (visine) koji nije slučajan, dok je sama zavisnost $y = y(x)$, stohastička zavisnost.

Za ilustraciju problema tipa 2 mogu se posmatrati godišnje padavine na dvije stanice.

Ako sa X označimo padavine na kišomjernoj stanici A a sa Y visinu padavina na stanici B , koja je u istom regionu na većoj ili manjoj udaljenosti od A , onda je moguće formirati n parova vrijednosti (x, y) , za koje se može pretpostaviti da su na slučajajan način uzeti iz dvodimenzionalne normalne raspodjele (ako je u godini 1 visina padavina x_1 , na A i y_1 na B , onda je za tu godinu istovremenih osmatranja slučajna tačka (x_1, y_1)). Za n godina istovremenih mjerenja dobija se n tačaka. Elementi uzorka su dakle $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Tačke (x_i, y_i) nanijete na dijagram, pokazuju linearnu vezu, sličnu onoj na slici 8.50.

Iznalaženje parametara a i b linearne funkcije $y = ax + b$ može se riješiti i na slijedeći način. Ako se privremeno pretpostavi da se u izrazu $\hat{y} = ax + b$ radi o funkcionalnoj zavisnosti, tj. da je $\sum \varepsilon = 0$, odnosno ($\hat{y} = y$), u tom slučaju za svaku iz skupa empirijskih slučajnih tačaka (x_i, y_i) može se napisati po jedna linearna jednačina; što za n tačaka čini slijedeći sistem jednačina:

$$\begin{aligned} b + ax_1 &= y_1 \\ b + ax_2 &= y_2 \\ b + ax_3 &= y_3 \\ &\vdots \\ b + ax_n &= y_n \end{aligned} \tag{8.552}$$

Gornji sistem jednačina može se napisati u slijedećoj matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \text{ odnosno } [X][\alpha] = [Y] \tag{8.553}$$

Kako matrica $[X]$ ima n vrsta a dvije kolone, matrice $[\alpha]$ i $[Y]$ po jednu kolonu i (n) vrsta (praktično postoji više jednačina nego nepoznatih), svakako da je u račun unešeno daleko više empirijskih slučajnih tačaka nego nepoznatih koeficijenata, odnosno nezavisnih promjenljivih.

Kako dakle sistem (8.553) nije saglasan (izuzimajući neke izuzetne slučajeve), uzima se, ono što je sigurno opravdano da između pravih vrijednosti \hat{y} i onih dobijenih mjerenjem (osmatranjem) postoje neke razlike

$$[\hat{Y}] - [Y] = [\varepsilon], \text{ odnosno } [\hat{Y}] = [Y] + [\varepsilon] \quad (8.554)$$

Dakle, sistem (8.553) prelazi u sistem

$$[X][\alpha] = [Y] + [\varepsilon], \text{ odnosno } [X][\alpha] - [Y] = [\varepsilon] \quad (8.555)$$

Može se pokazati da će ispunjenje uslova $\sum \varepsilon^2 = \text{MINIMUM}$ biti zadovoljeno ako je

$$[\varepsilon]^T [\varepsilon] = \text{MINIMUM} \quad (8.556)$$

te da je konačno rješenje problema dato jednačinom /26/:

$$[X]^T [X][\alpha] = [X]^T [Y], \text{ odnosno } [R][\alpha] = [X]^T [Y]. \quad (8.557)$$

gdje je matrica $[R] = [X]^T [Y]$ kvadratna matrica.

Množenjem jednačine (8.557) sa $[R]^{-1}$ dobije se:

$$[\alpha] = [R]^{-1} [X]^T [Y]. \quad (8.558)$$

Parametri modela a i b , odnosno vrijednosti nepoznate matrice $[\alpha]$ određene na ovaj način, zadovoljavaju uslov da je suma kvadrata odstupanja između vrijednosti zavisne promjenljive \hat{y} određene prema pretpostavljenom linearnom modelu ($y = a x + b$) i izmjerenih vrijednosti y , najmanja /26/, tj:

$$\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2 = \min$$

Ako se u jednačinu (8.558) unesu vrijednosti potrebnih matrica

$$[R] = \begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix}, \quad [R]^{-1} = \frac{1}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \begin{bmatrix} \sum x_i^2 & -\sum x_i \\ -\sum x_i & n \end{bmatrix}$$

$$\{[X]^T [Y]\} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix} \quad (8.559)$$

dobije se:

$$\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \frac{1}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \begin{bmatrix} \sum x_i^2 & -\sum x_i \\ -\sum x_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix}, \text{ odnosno}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}; \quad a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (8.560)$$

Dobijeni izrazi odgovaraju ranijim izrazima za iste koeficijente određenim izjednačavanjem parcijalnih izvoda funkcije $\varphi(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i^2 = MIN.$ po parametrima a i b sa nulom (jednačina 8.529).

PRIMJER 8.30.

Na teritoriji Bosne i Hercegovine, na osnovu provedenih hidroloških obrada – analiza višegodišnjih nizova proticaja, utvrđeni su prosječni godišnji proticaji Q_{sr} , na 30 vodomjernih stanica. Takođe, za svaku od ovih stanica utvrđene su prosječne godišnje bruto padavine P_{sr} , u slivu koga kontroliše stanica. Naprijed navedeni podaci, kao i površine slivova dati su u donjoj tabeli. Potrebno je ustanoviti odnos između prosječnog oticanja – neto padavina i ukupnih (bruto) padavina.

| No. | Vodotok | Vodomjerna stanica | Površina sliva Fsl (km ²) | Qsr (m ³ /s) | P _{neto} * (mm) | P _{bruto} (mm) |
|-----|-------------|--------------------|---------------------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1 | Drina | Zvornik | 17730 | 383 | 681 | 1240 |
| 2 | Drina | Bajina Bašta | 15190 | 357 | 740 | 1290 |
| 3 | Drina | Višegrad | 13610 | 339 | 785 | 1350 |
| 4 | Drina | Foča | 4290 | 190 | 1397 | 1890 |
| 5 | Drina | Bastasi | 3310 | 159 | 1512 | 1980 |
| 6 | Bosna | Doboj | 9620 | 152 | 498 | 1040 |
| 7 | Bosna | Usora | 7600 | 127 | 527 | 1070 |
| 8 | Bosna | Zenica | 4150 | 71 | 539 | 1125 |
| 9 | Bosna | Reljevo | 1120 | 26 | 731 | 1250 |
| 10 | Ukrina | Derventa | 1380 | 15 | 344 | 900 |
| 11 | Vrbas | Delibašino Selo | 5090 | 112 | 693 | 1240 |
| 12 | Vrbas | Banja Luka | 4220 | 95 | 710 | 1260 |
| 13 | Vrbas | Kozluk | 2630 | 56 | 672 | 1220 |
| 14 | Vrbas | Han Skela | 1350 | 23 | 542 | 1120 |
| 15 | Una | Bosanska Dubica | 9230 | 216 | 739 | 1250 |
| 16 | Una | B. Kostajnica | 8880 | 231 | 820 | 1275 |
| 17 | Una | Bosanski Novi | 8190 | 213 | 820 | 1285 |
| 18 | Una | Bihać | 3160 | 95 | 950 | 1460 |
| 19 | Una | Martin Brod | 1410 | 48 | 1068 | 1550 |
| 20 | Lim | Prijepolje | 3030 | 80 | 832 | 1380 |
| 21 | Prača | Mesići | 580 | 8 | 435 | 975 |
| 22 | Spreča | Stanić Rijeka | 1960 | 24 | 386 | 920 |
| 23 | Krivaja | Zavidovići | 1390 | 18 | 408 | 950 |
| 24 | Pliva | Volari | 1150 | 35 | 960 | 1350 |
| 25 | Sana | Ključ | 1130 | 36 | 993 | 1400 |
| 26 | Trebišnjica | Arslanagića Most | 1580 | 94 | 1865 | 2390 |
| 27 | Trebišnjica | Grančarevo | 1370 | 81 | 1870 | 2380 |
| 28 | Neretva | Jablanica | 2930 | 115 | 1241 | 1800 |
| 29 | Neretva | Konjic | 1310 | 54 | 1286 | 1860 |
| 30 | Neretva | Ulog | 250 | 10 | 1261 | 1870 |

$$* - P_{neto} = \frac{Q_{sr} t}{F_{sl}} = \frac{Q_{sr} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}{F_{sl}} 10^{-3} \text{ [mm]}, \text{ za } Q_{sr} \text{ dato u (m}^3\text{/s) i } F_{sl}$$

u (km²); 365 · 24 · 3600 – broj sekundi u jednoj godini.

Generalno rečeno, u cilju sticanja uvida u oblik zavisnosti između dvije slučajne promjenljive, preporučljivo je da se ta dvodimenzionalna slučajna promjenljiva (X,Y) prethodno geometrijski prikaže u koordinatnom sistemu XOY, kao skup slučajnih tačaka sa tekućim koordinatama (x_i, y_i). To je za ovaj zadatak i urađeno na slici 1, iako je hidrolozima iz iskustva, dobro poznato da je ta veza linearna. Na slici su nanešene tačke sa koordinatama P_{bruto} (nezavisna promjenljiva – apcisa) i P_{neto} (zavisna promjenljiva – ordinata), odakle se jasno uočava da je traženi odnos linearan.

Kao što je prethodno pokazano, takav odnos se predstavlja jednačinom:

$$y = ax + b$$

gdje je x – nezavisna promjenljiva, odnosno bruto padavine P_{bruto}, y – zavisna promjenljiva, odnosno neto padavine P_{neto}, a (a) i (b) vrijednosti nepoznatih parametara modela koji se određuju iz jednačina 8.525 i 8.526 respektivno. Prethodno su na osnovu podataka iz gornje tabele sračunate neophodne sume.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 42070; \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 63582200; \quad \sum_{i=1}^n y_i = 26305; \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 = 27861713;$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 41543550;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 1402 \text{ mm};$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = 877 \text{ mm};$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 = 152881; \quad S_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}^2 = 160000$$

$$a = \frac{\text{Cov}(x, y)}{S_x^2} = \frac{M_{11}}{S_x^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2} = 1,015$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 877 - 1.015 \cdot 1402 = -547$$

Tražena zavisnost data je sljedećom jednačinom:

$$y = 1.015 x - 547, \text{ odnosno}$$

$$\blacklozenj \quad P_{\text{neto}} = 1,015 P_{\text{bruto}} - 547$$

Dobivena zavisnost podrazumijeva da se vrijednosti P_{neto} i P_{bruto} uvrštavaju u (mm). Ona je predstavljena grafički na istoj slici na kojoj su predstavljene i izmjerene vrijednosti razmatrane dvodimenzionalne promjenljive.

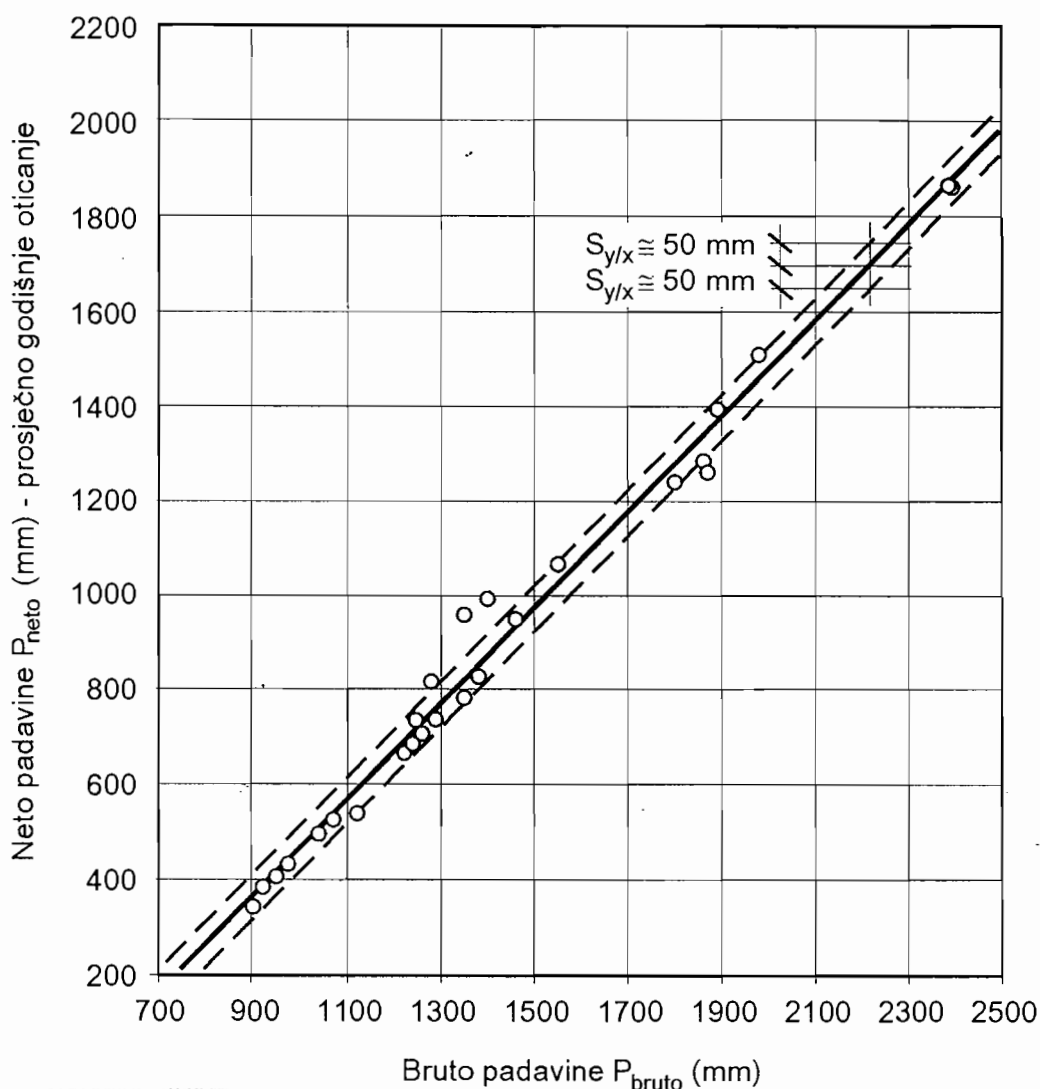
Na bazi naprijed provedenih proračuna, mogu se izvući sljedeći zaključci:

1. Ako je oticanje, odnosno $P_{\text{neto}} = 0$, proizilazi da je $P_{\text{bruto}} = 547 / 1.015 = 538$ mm. Ovo ukazuje da se sa stanovišta ukupnog oticanja, na razmatranim slivovima u prosjeku gubi 538 mm padavina.

2. Ako se dobivena zavisnost, odnosno jednačina podijeli sa \bar{P}_{bruto} dobije se

$$\frac{\bar{P}_{\text{neto}}}{\bar{P}_{\text{bruto}}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \eta = 1.015 - \frac{547}{1402} = 0.625, \text{ tzv. prosječni godišnji koeficijent}$$

oticanja, koji govori da sa teritorije Bosne i Hercegovine u prosjeku otiče 62,5 % od ukupno palih voda.



Slika 1. Zavisnost neto padavina (prosječnog godišnjeg oticanja) i bruto padavina za teritoriju Bosne i Hercegovine

8.8.4. Linearna korelacija dvodimenzionalne slučajne promjenljive

Kada je govoreno o korelaciji u tački 8.8.2. ovog poglavlja, rečeno je da je to stepen asocijacije dvije razmatrane promjenljive i definiše se pomoću parametara korelacije. Takođe, pomenuto je da je korelacija veća kada su tačke bliže liniji regresije.

Prema tome, iznaći čvrstinu veze između promjenljivih Y i X, znači sračunati takav parametar koji će nam dati brojčanu ocjenu veličine rasipanja tačaka oko

regresione linije. Logično se nameće činjenica da je ta brojčana ocjena vezana za veličinu odstupanja koja u suštini predstavlja veličinu greške koju činimo kada umjesto stvarne (izmjerene) vrijednosti y uzmemo proračunatu vrijednost \hat{y} .

Dakle, vrijednosti odstupanja ε su osnovno pomoćno sredstvo za ocjenu vrijednosti date korelacione veze.

Međutim, kako ima onoliko vrijednosti ε koliko i tačaka osmatranja (mjerenja), to je potrebno iznaći jedan jedinstven parametar koji bi odražavao vrijednost prosječnih odstupanja.

To ne može biti srednja vrijednost $\bar{\varepsilon}$ jer je:

$$\varepsilon = y - \hat{y} = y - ax + b, \text{ te je}$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{1}{N} \sum \varepsilon = \frac{1}{N} \sum (y - ax + b) = \frac{1}{N} \sum y - a \frac{1}{N} \sum x - \frac{N}{N} b = \\ &= \bar{y} - a \bar{x} - b = b - b = 0 \end{aligned} \quad (8.561)$$

Zbog toga bi se kao drugi pokazatelj veličine odstupanja sračunatih \hat{y} u odnosu na stvarne vrijednosti y mogla upotrijebiti srednja vrijednost apsolutnih vrijednosti ε , tj.:

$$\bar{\varepsilon}' = \frac{\sum |\varepsilon|}{N} \quad (8.562)$$

Međutim, kao što je poznato iz definicije srednje vrijednosti, taj parametar ništa ne govori o varijansi vrijednosti promjenljive oko te srednje vrijednosti. Zbog toga se ideja za iznalaženje takvog parametra koji će u sebi, u određenoj mjeri, uključivati i varijabilnost pojedinih odstupanja, zasniva na davanju različitih težina različitim veličinama odstupanja ε . Naime, ako svaku pojedinačnu vrijednost odstupanja ε kvadriramo, dobiti ćemo nove, transformisane vrijednosti odstupanja (ε^2) koje većim odstupanjima daju veću težinu.

Tako je novi parametar za definiranje čvrstine veze prosječna vrijednost kvadrata odstupanja ε koja se u statistici obično naziva *rezidualna varijansa* i označava sa:

$$S_{y/x}^2 = \frac{\sum \varepsilon^2}{N} \quad (8.563.)$$

Na ovaj način sa rezidualnom varijansom, dobiven je dosta pouzdan parametar za ocjenu veličine i karaktera odstupanja stvarnih (osmotrenih, izmjerenih) vrijednosti od onih sračunatih po regresionoj jednačini. Međutim, mora se imati na umu da se ipak radi o jednom parametru koji zamjenjuje sve vrijednosti odstupanja ε , te da on ne može dati potpunu predstavu o svim varijacijama odstupanja koje je moguće istražiti jedino primjenom teorije vjerovatnoće, odnosno analizom funkcije gustine raspodjele vjerovatnoće odstupanja ε .

Ako bi se za trenutak pretpostavilo da sve mjerne tačke leže na regresionom pravcu (funkcionalna veza), tada nema odstupanja između stvarnih vrijednosti y i sračunatih vrijednosti \hat{y} ($\varepsilon_i = 0$), tj. rezidualna varijansa jednaka je nuli.

Za drugi ekstremni slučaj, kada između promjenljivih ne postoji korelativna veza, vrijednost rezidualne varijanse, obzirom da je $\hat{y} = ax + b = ax + (\bar{y} - a\bar{x})$, odnosno:

$$\varepsilon = y - \hat{y} = y - \bar{y} \quad (8.564)$$

zato što pretpostavka da y ne zavisi od x onda podrazumjeva da je regresioni koeficijent uz x , odnosno $a = 0$ i $\hat{y} = \bar{y}$, te je rezidualna varijansa:

$$S_{y/x}^2 = \frac{\sum \varepsilon^2}{N} = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{N} = S_y^2.$$

Na taj način dolazi se do zaključka, da ukoliko ne postoji linearna veza između promjenljivih Y i X , tada je rezidualna varijansa jednaka varijansi promjenljive Y .

Između ova dva ekstremna slučaja (potpune zavisnosti $\sum \varepsilon^2 = 0$, i potpune nezavisnosti, $\sum \varepsilon^2 = \sum (y - \bar{y})^2$, leže svi ostali mogući slučajevi različitog stepena zavisnosti promjenljivih Y i X .

Da bi te slučajeve kvantificirali, potrebno je vratiti se na jednačinu (8.512) gdje je uvodno postavljeno da je problem određivanja funkcije $y = f(x)$ za koju će izraz

$$E[y - (ax + b)]^2 = E(\varepsilon)^2 \quad (8.565)$$

dostići svoj minimum, tj.

$$\varphi(a, b) = \sum_{i=1}^n p_i (y_i - ax_i - b)^2 = \sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i^2 = \text{MINIMUM} \quad (8.566)$$

$\sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i^2$ je predstavljala sumu kvadrata odstupanja pojedinih tačaka od

priladajućih tačaka na pravcu. Veličine a i b odabrane su tako da je suma kvadrata tih udaljenosti najmanja, pa je nađeno da je tom uslovu udovoljeno ako taj pravac prolazi kroz tačku (\bar{x}, \bar{y}) i ako je koeficijent smjera tog pravca $a = M_{11} / S_x^2$.

Ako se početak koordinatnog sistema pomakne u tačku (\bar{x}, \bar{y}) , onda će jednačina pravca poprimiti oblik

$$y = \frac{M_{11}}{S_x^2} x \quad (8.567)$$

gdje će vrijednosti x_i i y_i predstavljati koordinate u novom koordinatnom sistemu, a koordinatni početak je u tom slučaju i prosječna vrijednost.

Sama veličina $\sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i^2$ kao i veličine S_x^2, S_y^2, M_{11} se tim pomakom koordinata, naravno ne mijenjaju.

Obzirom da je sada $E(y - \bar{y})^2 = E\left(y - \frac{M_{11}}{S_x^2} x\right)^2 = E(\varepsilon)^2$ može se pokazati da

je:

$$E(\varepsilon)^2 = S_y^2 \left(1 - \frac{M_{11}^2}{S_x^2 S_y^2} \right) \quad (8.568)$$

Kako je ranije (jednačina 8.551) $\frac{M_{11}^2}{S_x^2 S_y^2}$ označeno sa r^2 , odnosno

$$r^2 = \frac{M_{11}^2}{S_x^2 S_y^2}; \quad r = \frac{M_{11}}{S_x S_y} \quad (8.569)$$

slijedi da je:

$$E(\varepsilon)^2 = S_y^2 (1 - r^2) \quad (8.570)$$

Kako je prema jednačini (8.563)

$$S_{y/x}^2 = \frac{\sum \varepsilon^2}{N} = E(\varepsilon)^2, \text{ to je} \quad (8.571)$$

$$S_{y/x}^2 = S_y^2 (1 - r^2), \text{ odnosno}$$

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_{y/x}^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (8.572)$$

Na ovaj način smo dobili drugi izraz za proračun koeficijenta korelacije (r) o kojem će ponovo biti riječi kada se bude definirala čvrstina veze za slučaj nelinearne i višestruke regresije.

Iz formule (8.570) jasno je da mora biti zadovoljen uslov

$$1 - r^2 \geq 0 \quad (8.573)$$

Kako je $E(\varepsilon)^2$ kao suma kvadrata svakako pozitivna veličina, dobije se

$$r^2 \leq 1 \quad (8.574)$$

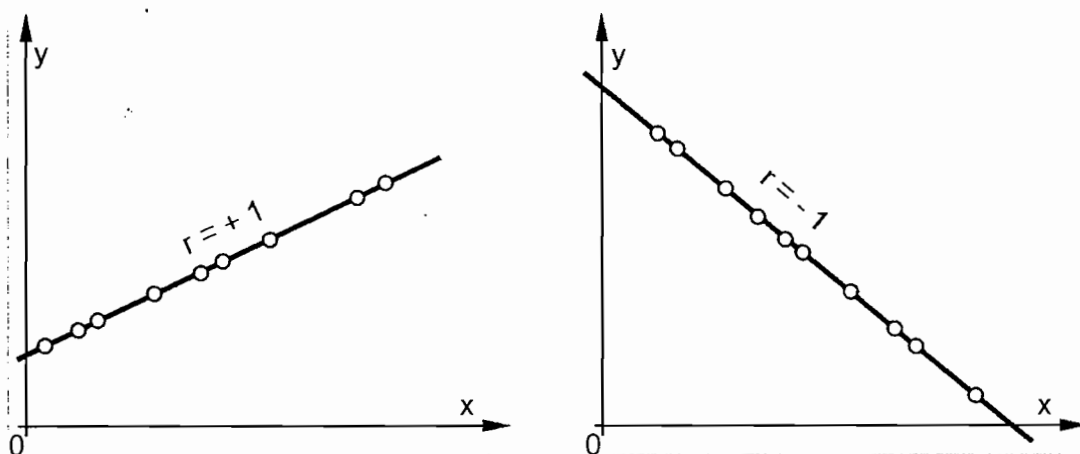
odnosno, veličina (r) po svojoj apsolutnoj vrijednosti ne može biti veća od jedan, tj.:

$$-1 \leq r \leq +1 \quad (8.575)$$

Ako je na primjer $r = +1$, odnosno $r = -1$, onda je

$$r^2 = 1, \quad E(\varepsilon)^2 = 0 \quad (8.576)$$

Šta to znači? To znači da je suma kvadrata udaljenosti pojedinih y_i od pripadajućih tačaka na pravcu jednaka nuli. To može biti samo tako da sve tačke leže na pravcu, što znači da svakom x_i odgovara samo jedna vrijednost y_i . To opet znači da postoji funkcionalna veza. Prema tome, ako koeficijent korelacije iznosi $+1$ ili -1 , onda u takvom slučaju postoji funkcionalna zavisnost (slika 8.51).



Slika 8.51. Linearna funkcionalna zavisnost između promjenljivih x_i i y_i

Slučaj funkcionalne zavisnosti u hidrologiji izniman je slučaj. U hidrološkoj praksi veličina koeficijenta korelacije r nalaziti će se u intervalu

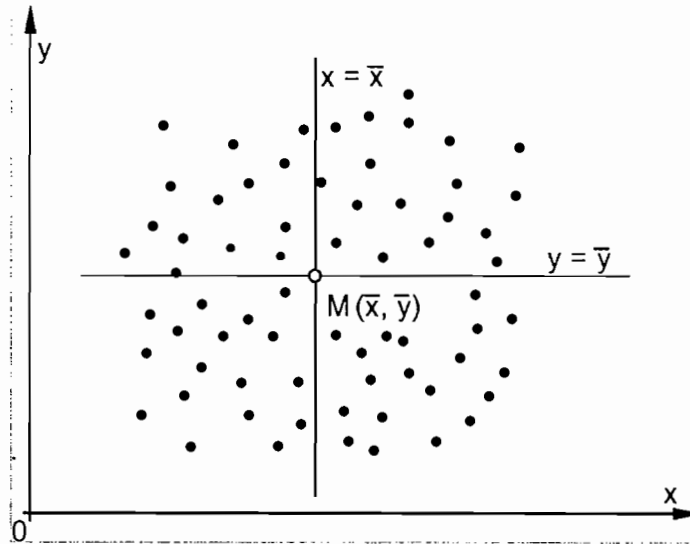
$$-1 < r < +1 \quad (8.577)$$

Ako je $r = 0$, tada jednačine regresionih pravih imaju oblik $y = \bar{y}$ i $x = \bar{x}$ i one stoje normalno jedna na drugoj (slika 8.52).

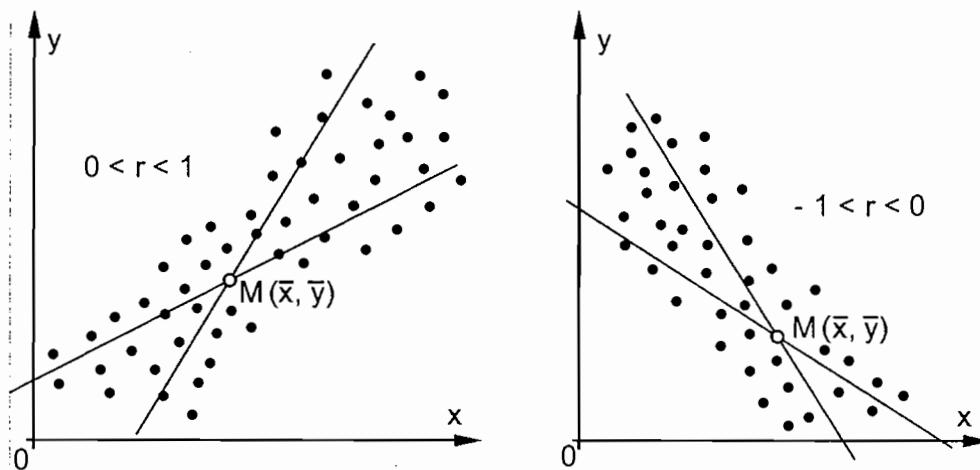
Ako je $0 < |r| < 1$, odnosno $0 < r < 1$ ili $-1 < r < 0$, između slučajnih promjenljivih postoji djelimična ili stohastička linearna zavisnost, a odgovarajuće regresione prave zatvaraju oštre, odnosno tupe uglove sa pozitivnim smjerom x ose (slika 8.53).

Ako je $|r| \cong 1$, onda između slučajnih promjenljivih postoji jaka stohastička linearna veza.

Ako je $|r| \cong 0$, onda između promjenljivih postoji slaba stohastička linearna veza.



Slika 8.52. Slučaj kada između promjenljivih x_i i y_i nema linearne zavisnosti



Slika 8.53. Linearna stohastička zavisnost između promjenljivih x_i i y_i

Uglavnom se uzima da je korelacija dobra ako je koeficijent (r) po svojoj apsolutnoj vrijednosti veći od 0,5 ili jednak 0,5, a slaba ako je manji od 0,5. Što je koeficijent korelacije bliži nuli, slabija je korelacija.

Ako se u jednačinu (8.548) uvrsti izraz za koeficijent korelacije (8.572), $r = M_{11} / S_x S_y$, dobija se regresiona prava u obliku:

$$\frac{y - \bar{y}}{S_y} = r \frac{x - \bar{x}}{S_x}, \text{ ili } y = \bar{y} + r \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{x}) \quad (8.578)$$

čiji koeficijent smjera $a = r \frac{S_y}{S_x}$ ima predznak koeficijenta linearne korelacije.

Regresiona prava (8.578) prolazi kroz tačku $M(\bar{x}, \bar{y})$. Analogno,

$$\frac{x - \bar{x}}{S_x} = r \frac{y - \bar{y}}{S_y}, \text{ ili } x = \bar{x} + r \frac{S_x}{S_y} (y - \bar{y}) \quad (8.579)$$

8.8.5. Varijacije oko regresione linije

Kada se radi o regresionoj analizi na osnovu uzorka, kao što je to slučaj u ovom poglavlju, $\varepsilon = y_i - (ax_i + b) = y_i - \hat{y}_i$, $Var(\varepsilon)$ se može ocijeniti pomoću drugog empirijskog centralnog momenta (vidi jednačinu 8.571).

$$Var(\varepsilon) = S_{y/x}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (8.580)$$

Može se pokazati da je nepristrasna ocjena za $Var(\varepsilon) / 20$:

$$\hat{S}_{y/x}^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (8.581)$$

Kako je već ranije pomenuto, statistika $S_{y/x}^2$ se naziva *rezidualnom varijansom*, slučajne veličine – promjenljive ε_i se nazivaju “rezidualima”, dok se $S_{y/x}$

naziva *standardnom greškom ocjene*, *standardnom greškom regresije* ili *standardnom devijacijom od regresije*.

Rezidualna varijansa $S_{y/x}^2$ se može izraziti i na drugi način, odnosno preko izraza (8.570) gdje $E(\varepsilon)^2 = S_{y/x}^2 = S_y^2(1 - r^2) = S_y^2 - a^2 S_x^2$ (8.582)

$$a = r \frac{S_y}{S_x} \text{ (jednačina 8.578)}$$

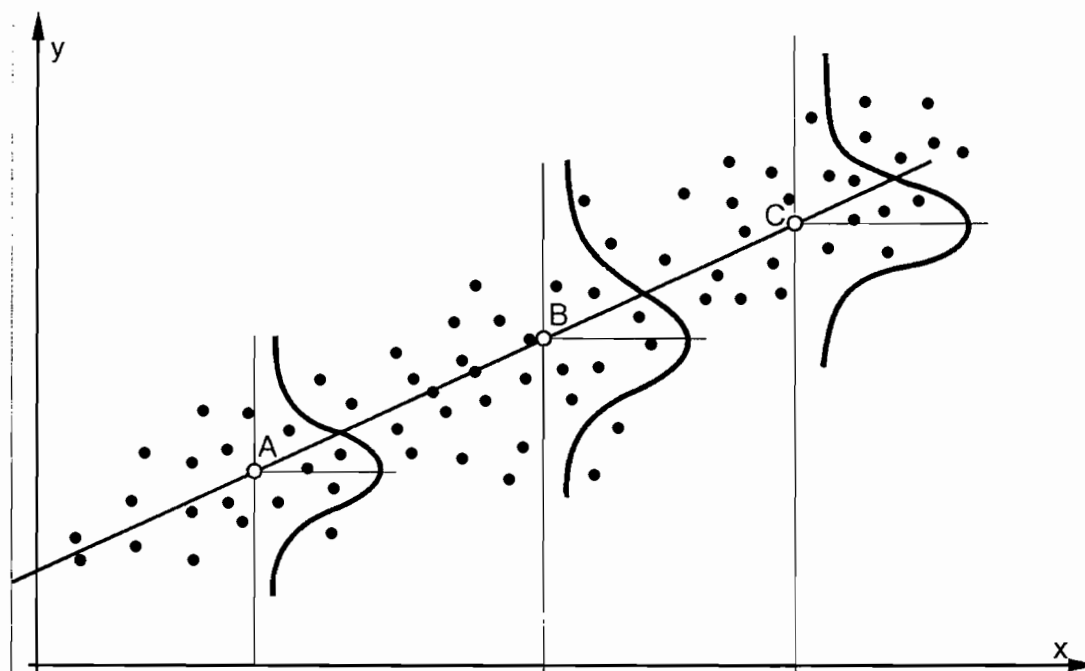
Njena nepristrasna ocjena iznosi /20/:

$$\hat{S}_{y/x}^2 = \frac{N-1}{N-2} S_y^2 (1 - r^2) \quad (8.583)$$

U prethodnom izlaganju je rečeno da su korelaciona i regresiona teorija u važnosti ako su parovi vrijednosti (x_i, y_i) uzeti na slučajan način iz dvodimenzionalne normalne raspodjele. Za praktične proračune je dovoljno da ovaj zahtjev bude približno ispunjen a ako nije, regresiona analiza (ali ne i korelaciona analiza) se može primijeniti pod slijedećim uslovima /20/:

1. Odstupanja zavisno promjenljive oko regresione linije su normalno raspodjeljena, sa istom varijansom $S_{y/x}^2$,
2. Vrijednosti za nezavisnu promjenljivu su tačno poznate,
3. Za svaku vrijednost nezavisno promjenljive, opažane vrijednosti zavisno promjenljive predstavljaju nezavisne slučajne događaje,
4. Nizovi obje promjenljive su homogeni.

Na slici 8.54 je šematski prikazana normalna raspodjela reziduala ε_i oko regresione linije u tačkama A, B i C.



Slika 8.54. Šematski prikaz normalne raspodjele reziduala oko regresione linije u tačkama A, B i C

Ako su odgovarajuće vrijednosti za zavisnu promjenljivu y_A, y_B i y_C onda su raspodjele na slici 8.54:

$$N(y_A, S_{y/x}), N(y_B, S_{y/x}) \text{ i } N(y_C, S_{y/x})$$

Zbog osobina normalne funkcije raspodjele vjerovatnoće (poglavlje 8.5, jednačina 8.257) za tačku A (i za svaku drugu tačku) na regresionoj liniji se može napisati:

$$P[y_A - S_{y/x} < y_A < y_A + S_{y/x}] = 0,682 \quad (8.584)$$

$$P[y_A - 2S_{y/x} < y_A < y_A + 2S_{y/x}] = 0,9545 \quad (8.585)$$

Pošto je $S_{y/x}^2$ varijansa pojedinih tačaka u odnosu na regresionu liniju, to kada je N dovoljno veliko, u naznačene intervale pada približno 68%, odnosno 95% empirijskih tačaka.

PRIMJER 8.31.

Za regresionu zavisnost i podatke iz primjera 8.30, koja pokazuje zavisnost između prosječnog oticanja – neto padavina i bruto padavina na teritoriji Bosne i Hercegovine, odrediti koeficijent korelacije i varijacije oko regresione linije.

Koeficijent korelacije određuje se prema jednačini 8.569:

$$r = \frac{M_{11}}{S_x S_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}^2}} = \frac{155172}{391400} = 0.993$$

Dobivena vrijednost od $r = 0,993 \cong 1$ ukazuje na vrlo jaku stohastičku linearnu vezu između prosječnog godišnjeg oticanja i ukupnih (bruto) padavina na riječnim slivovima u Bosni i Hercegovini.

Vrijednost rezidualne varijanse $S_{y/x}^2$, odnosno standardne greške $S_{y/x}$ može se odrediti na dva načina:

Prema jednačini 8.583, odnosno 8.582

$$\hat{S}_{y/x}^2 = \frac{n-1}{n-2} S_y^2 (1-r^2) = \frac{29}{28} 160000 (1-0.993^2) = 2311.88$$

$$S_{y/x} = 48.08$$

$$S_{y/x}^2 = S_y^2 - a^2 S_x^2 = 160000 - 1.015^2 \cdot 152881 = 2498.17,$$

$$S_{y/x} = 49.98$$

Prema jednačini 8.581

Da bi se odredilo $\hat{S}_{y/x}$ prema navedenoj jednačini prethodno je potrebno odrediti

$$\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2 \text{ što je urađeno u donjoj tabeli, pa je:}$$

$$\hat{S}_{y/x}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2 = 2545.35,$$

$$\hat{S}_{y/x} = 50,45$$

| y Pneto (mm) | x Pbruto (mm) | $\hat{y} =$ 1,015 x - 547 | $(\hat{y} - y)^2$ |
|--------------------|---------------------|------------------------------|-------------------|
| 681 | 1240 | 711.60 | 936.3 |
| 740 | 1290 | 762.35 | 499.5 |
| 785 | 1350 | 823.25 | 1463.0 |
| 1397 | 1890 | 1371.35 | 657.9 |
| 1512 | 1980 | 1462.70 | 2430.4 |
| 498 | 1040 | 508.60 | 112.3 |
| 527 | 1070 | 539.05 | 145.2 |
| 539 | 1125 | 594.87 | 3122.0 |
| 731 | 1250 | 721.75 | 85.5 |
| 344 | 900 | 366.50 | 506.2 |
| 693 | 1240 | 711.60 | 345.9 |
| 710 | 1260 | 731.90 | 479.6 |
| 672 | 1220 | 691.30 | 372.4 |
| 542 | 1120 | 589.80 | 2284.8 |
| 739 | 1250 | 721.75 | 297.52 |

| y Pneto (mm) | x Pbruto (mm) | $\hat{y} =$ $1,015 x - 547$ | $(\hat{y} - y)^2$ |
|--------------------|---------------------|--------------------------------|-------------------|
| 820 | 1275 | 747.12 | 5310.7 |
| 820 | 1285 | 757.27 | 3934.4 |
| 950 | 1460 | 934.90 | 228.0 |
| 1068 | 1550 | 1026.25 | 1743.0 |
| 832 | 1380 | 853.70 | 470.8 |
| 435 | 975 | 442.62 | 58.1 |
| 386 | 920 | 386.80 | 0.6 |
| 408 | 950 | 417.25 | 85.5 |
| 960 | 1350 | 823.25 | 18700.5 |
| 993 | 1400 | 874.00 | 14161.0 |
| 1865 | 2390 | 1878.85 | 191.8 |
| 1870 | 2380 | 1868.70 | 1.6 |
| 1241 | 1800 | 1280.00 | 1521.0 |
| 1286 | 1860 | 1340.90 | 3014.0 |
| 1261 | 1870 | 1351.05 | 8109.0 |

Granice $y \pm S_{y/x}$ (isprekidane linije) nanešene su paralelno regresionoj liniji $y = 1,015 x - 547$, na slici 1. – zadatak 8.30.

Prema jednačini 8.584 između gornjih granica (isprekidanih linija) pada približno 68% empirijskih tačaka.

8.8.6. Intervali povjerenja za ordinatu regresione linije

Ako je jednačina “istinite” regresione linije y na x : $y' = \alpha x + \beta$, a jednačina ocjene ove linije $y = ax + b$, onda je za dato x nepristrasna ocjena standardne devijacije ordinate y u odnosu na “pravu” srednju ordinatu $y/20$:

$$S(y) = \hat{S}_{y/x} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(N-1) S_x^2}} \quad (8.586)$$

Statistika $S(y)$ se naziva standardnom greškom procjene ordinate y .

Interval povjerenja za ordinatu regresione linije je:

$$P\left[y^d < \hat{y} \leq y^g\right] = 1 - \tau \quad (8.587)$$

gdje su y^d i y^g donja, odnosno gornja granica intervala povjerenja koje se određuju pomoću slijedećih izraza:

donja granica intervala povjerenja

$$y^d = \hat{y} - t_{\tau/2} S(y) \quad (8.588)$$

gornja granica intervala povjerenja

$$y^g = \hat{y} + t_{\tau/2} S(y) \quad (8.589)$$

gdje je $t_{\tau/2}$ vrijednost promjenljive Studentove funkcije raspodjele vjerovatnoće za $v = N - 2$ stepeni slobode, a τ koeficijent rizika.

Pošto vrijednost za $S(y)$ raste kada se povećava razlika $(x_i - \bar{x})$, krive koje ograničavaju interval povjerenja za različite vrijednosti x_i su hiperbole. Interval povjerenja je najuži za $x = \bar{x}$.

PRIMJER 8.32.

Za regresionu zavisnost iz primjera 8.30, odnosno 8.31, koja pokazuje zavisnost između neto padavina i bruto padavina na teritoriji Bosne i Hercegovine, odrediti 95 % –tni interval povjerenja za ordinatu regresione linije.

Neophodni podaci za proračun koji se mogu preuzeti iz primjera 8.30 i 8.31 su:

$$\bar{x} = 1402 \text{ mm}; \quad S_x^2 = 152881; \quad S_{y/x} = 48,08$$

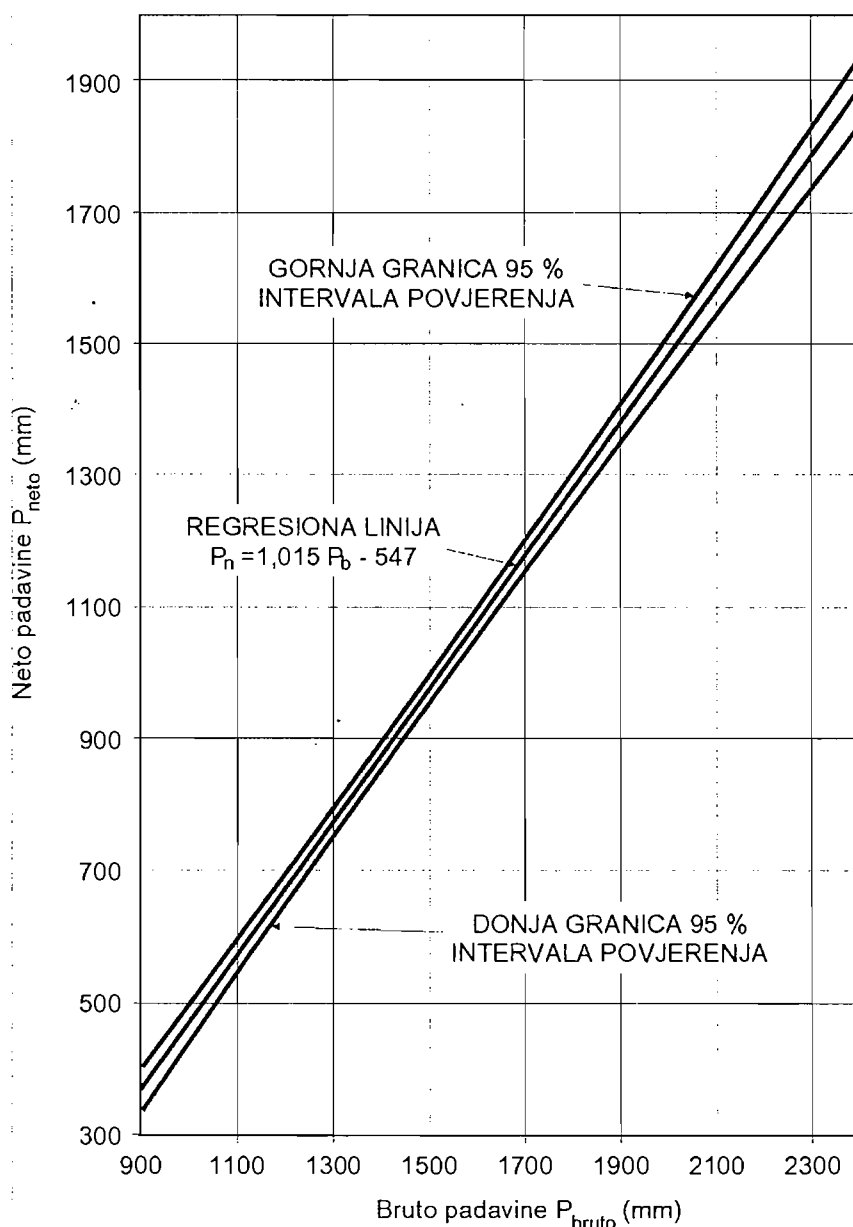
Za 95 % –tni interval povjerenja i broj stepeni slobode $v = N - 2 = 30 - 2 = 28$ vrijednost slučajne promjenljive $t_{\tau/2} = t_{0,025} = t_{0,975} = 2,05$ (statistička tabela 7). Na osnovu gore datih vrijednosti ocjena standardne devijacije iznosi:

$$S(y) = S_{y/x} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(N-1)S_x^2}} = 48,08 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x - 1402)^2}{4433549}}$$

a jednačine gornje i donje granice intervala povjerenja:

$$y^d = \hat{y} - t_{\tau/2} S(y) = \hat{y} - 98,564 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x-1402)^2}{4433549}} =$$

$$= (1,015 x - 547) - 98,564 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x-1402)^2}{4433549}}$$



Slika 1. Intervali povjerenja za ordinatu regresione linije između neto i bruto padavina na teritoriji Bosne i Hercegovine

$$y^g = \hat{y} + t_{\tau/2} S(y) = \hat{y} + 98,564 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x-1402)^2}{4433549}}$$

$$y^g = \hat{y} + t_{\tau/2} S(y) = \hat{y} + 98,564 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x-1402)^2}{4433549}} =$$

$$= (1,015 x - 547) + 98,564 \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{(x-1402)^2}{4433549}}$$

Na osnovu gornjih izraza za y^s i y^d , za niz odabranih vrijednosti nezavisne promjenljive x , odnosno P_{bruto} , određene su tačke na donjoj i gornjoj granici 95 % intervala povjerenja. Pomoću tih tačaka na slici 1. su i konstruisani prikazani 95 % intervali povjerenja, i nanešeni zajedno sa ranije određenom regresionom jednačinom $P_n = 1,015 P_b - 547$.

8.8.7. Signifikantnost koeficijenta linearne korelacije

U tački 8.8.4 ovog poglavlja, pokazano je kako se za jedan uzorak od n elemenata $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ izvučen iz normalno raspoređene dvodimenzionalne populacije računa koeficijent linearne korelacije. Međutim, za svaki drugi uzorak obima (n) koji je uzet iz iste populacije, dobiti će se drugačija vrijednost za koeficijent korelacije (r). Prema tome, statistika (r) je takođe slučajna promjenljiva koja ima svoju raspodjelu vjerovatnoće. Pod pretpostavkom normalne raspodjele dvodimenzionalne slučajne promjenljive x i y , Fischer /30/ je pokazao da funkcija gustine raspodjele vjerovatnoće za (r) zavisi od koeficijenta linearne korelacije populacije (ρ) i obima uzorka (n). Ova raspodjela za vrijednosti (r) koje se značajno razlikuju od nule nije normalna, što otežava da se odredi tačnost statistike (r) kao ocjene od (ρ).

U tom cilju, uvodi se zamjena promjenljivih kojom se transformiše komplikovana raspodjela statistike r u jednu približno normalnu raspodjelu. Ova raspodjela omogućava da se odrede intervali povjerenja i testiraju hipoteze u vezi sa koeficijentom korelacije, na sličan način kao što je, na primjer, testirana hipoteza o srednjim vrijednostima u poglavlju 8.6. /20/.

Fischer je uveo slijedeću transformaciju, tj. novu slučajnu promjenljivu (z):

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \quad (8.590)$$

koja ima približno normalnu raspodjelu sa srednjom vrijednošću i standardnom devijacijom:

$$\mu_z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} ; \quad \sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} \quad (8.591)$$

Ako se promjenljiva z dalje standardizuje u novu slučajnu promjenljivu $y = z - \mu_z / \sigma_z$, pri čemu se smatra da u blizini vrijednosti nula promjenljiva y slijedi $N(0, 1)$ raspodjelu vjerovatnoće i ako se unesu izrazi za μ_z i σ_z dobije se vrijednost slučajne promjenljive y kao:

$$y = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \cdot \frac{1-\rho}{1+\rho} \right) \quad (8.592)$$

Kako je ρ uvijek nepoznato, vrijednost ρ se u svakom testu mora pretpostaviti.

Ako se testira hipoteza da se (r) ne razlikuje od nule na datom pragu signifikantnosti (promjenljive x_i i y_i osnovnog skupa su među sobom nezavisne), tada se u jednačinu (8.592) uvrštava $\rho = 0$.

Ako se podsjeti na tzv. dvostrani test iz poglavlja 8.7. gdje je razmatrano testiranje statističkih hipoteza, onda se može napisati:

$$P[k_{\alpha/2} < y \leq k_{1-\alpha/2}] = 1 - \alpha = 2F(k) - 1 \quad (8.593)$$

gdje je $F(k)$ kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće normalne raspodjele $N(0, 1)$, a k vrijednost standardizovane normalne promjenljive.

Na primjer, za uobičajeni koeficijent rizika u hidrologiji od $\alpha = 5\%$, vjerovatnoći $F(k) = 1 - \alpha/2 = 0,975$ odgovara $k_{1-\alpha/2} = 1,96$ a vjerovatnoći $1 - F(k) = \alpha/2 = 0,025$ odgovara $k_{\alpha/2} = -1,96$, tako da bi trebao da je zadovoljen uslov $-1,96 < y \leq 1,96$, ako se prihvata nulta hipoteza (r se ne razlikuje od nule na datom pragu signifikantnosti), odnosno $|y| \geq 1,96$, ako se prihvata alternativna hipoteza (r se signifikantno razlikuje od nule), o povezanosti x_i i y_i osnovnog skupa.

Jedan drugi, tačniji test koji je uveo Kendal /43/, koji takođe ispituje hipotezu da su promjenljive x_i i y_i osnovnog skupa među sobom nezavisne, tj. koeficijent linearne

korelacije populacije $\rho = 0$. Drugim riječima, pita se da li taj uzorak obara hipotezu da u populaciji promjenljive nisu korelirane? Kendal je pokazao da uz navedenu pretpostavku veličina

$$t_0 = \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (8.594)$$

pripada Studentovoj funkciji raspodjele vjerovatnoće sa $v = 2$ stepena slobode. Ako se podsjeti na tzv. dvostrani test iz poglavlja 7. gdje je razmatrano testiranje statističkih hipoteza, onda se može napisati:

$$P[t_{\alpha/2} < t_0 \leq t_{1-\alpha/2}] = 1 - \alpha = 2F_v(t) - 1 \quad (8.595)$$

gdje je $F_v(t)$ kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće Studentove raspodjele za $t = 1 - \alpha/2$. To nadalje znači:

Ako dobiveno t_0 pada u region prihvatanja hipoteze $H_0 (t_{\alpha/2}, t_{1-\alpha/2})$, prihvata se hipoteza o nepovezanosti x_i i y_i osnovnog skupa i kaže se da se r signifikantno ne razlikuje od nule nego slučajno.

Ako dobiveno t_0 pada van regiona prihvatanja hipoteze $H_0 (t_{1-\alpha/2}, +\infty)$ i $(-\infty, t_{\alpha/2})$, odbacuje se hipoteza o nepovezanosti x_i i y_i osnovnog skupa i kaže se da se r signifikantno razlikuje od nule.

PRIMJER 8.33.

Za regresionu zavisnost iz primjera 8.30, koja pokazuje zavisnost između neto padavina i bruto padavina na teritoriji Bosne i Hercegovine, u primjeru 8.31 određen je koeficijent linearne korelacije od $r = 0,993$.

Potrebno je izvršiti testiranje nulte hipoteze $H_0 : \rho = 0$, odnosno da između promjenljivih x_i i y_i osnovnog skupa ne postoji stohastička linearna zavisnost za uobičajeni koeficijent rizika u hidrologiji od $\alpha = 5\%$.

$$y = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \cdot \frac{1-\rho}{1+\rho} \right) = \frac{\sqrt{30-3}}{2} \ln \left(\frac{1+0,993}{1-0,993} \right) = 14,68$$

Kako je $y = 14,68 > k_{1-\alpha/2} = 1,96$ koliko iznosi $k_{1-\alpha/2}$ za $F(k) = 1 - \alpha/2 = 0,975$, to se odbacuje nulta hipoteza, odnosno prihvata alternativna hipoteza da između promjenljivih x_i i y_i osnovnog skupa postoji stohastička linearna zavisnost.

Na osnovu gornje jednačine može se za uobičajeni koeficijent rizika od $\alpha = 5\%$ sračunati granična vrijednost koeficijenta linearne korelacije za koji se još može

prihvatiti alternativna hipoteza da između promjenljivih x_i i y_i osnovnog skupa postoji stohastička linearna zavisnost. Ta vrijednost iznosi $r = 0.36$.

Mogla se testirati i obrnuta hipoteza $H_0 : \rho = 0,99$. Tada bi test izgledao ovako:

$$y = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \cdot \frac{1-\rho}{1+\rho} \right) = \frac{\sqrt{30-3}}{2} \ln \left(\frac{1+0,993}{1-0,993} \cdot \frac{1-0,99}{1+0,99} \right) = 0,93$$

Kako je $-1,96 < y < 1,96$, to se prihvata nulta hipoteza o vrijednosti koeficijenta linearne korelacije populacije ρ .

$$t_0 = \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,993 \sqrt{30-2}}{\sqrt{1-0,993^2}} = 44,48$$

Kako je $t_0 = 44,48 > t_{1-\alpha/2} = 2,05$, odnosno dobiveno t_0 pada van regiona prihvatanja hipoteze $H_0 (t_{1-\alpha/2} = 2,05, +\infty)$, odbacuje se hipoteza o nepovezanosti x_i i y_i osnovnog skupa i kaže se da se r signifikantno razlikuje od nule.

8.8.8. Nelinearna korelacija i regresija

Za neku nelinearnu funkciju $y = f(x)$, regresiona jednačina se može dobiti na jedan od slijedeća tri načina:

Transformacijom promjenljivih x i y na takav način da nove transformisane promjenljive imaju linearnu zavisnost. Tipovi transformacija su različiti, ali bi se moglo reći da je logaritamska transformacija ($u = \log x$ i $v = \log y$) možda najčešće upotrebljavani oblik.

Razvijanjem funkcije $y = f(x)$ u stepeni red oblika

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m \quad (8.596)$$

gdje se za prva tri, četiri ili m članova polinoma, parametri modela / koeficijenti regresije a_i ocjenjuju pomoću metode najmanjih kvadrata. Red stepena m se odabira tako da bi se svela na minimum suma kvadrata odstupanja od regresione linije. Taj stepen m treba da je mnogo manji od veličine uzorka N . Obično se kao prva aproksimacija za odabir reda m uzima grafička predstava vrijednosti x i y .

Kada je odabran red polinoma m , za proračun parametara modela a_i , obično se koriste slijedeća dva postupka: računanje koeficijenata regresije neposredno pomoću metode najmanjih kvadrata, ili razmatranje promjenljivih x, x^2, x^3, \dots, x^m kao promjenljivih u, v, z, \dots, i primjena višestruke linearne regresije.

Upotrebom metode najmanjih kvadrata, koja obično ne daje linearne jednačine sa nepoznatim parametrima kao u slučaju linearne regresije. Uz upotrebu iterativnog postupka, regresioni koeficijenti se dobijaju rješavanjem (m) linearnih jednačina sa (m) nepoznatih koeficijenata.

Indeks krivolinijske korelacije

Da bi se utvrdila mjera korelacije između promjenljivih kod krivolinijske regresije, upotrebljava se slična relacija kao kod linearne regresije. Da bi se znalo da se radi o mjeri krivolinijske korelacije, pokazatelj se naziva *indeks krivolinijske korelacije* koji ima sljedeći oblik:

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_{y/x}^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (8.597)$$

gdje su \bar{y} i S_y^2 aritmetička sredina i varijansa ordinata y_i slučajnih tačaka, a $S_{y/x}^2$ rezidualna varijansa (standardna greška) odstupanja ordinata \hat{y} krivolinijske regresije od y_i .

Ovaj način izražavanja koeficijenta korelacije je već pokazan u tački 8.8.4 (jednačina 8.572).

Indeks krivolinijske korelacije varira između vrijednosti 0 do +1. Kada je standardna greška jednaka nuli ($S_{y/x}^2 = 0$), tada između promjenljivih x_i i y_i postoji potpuna funkcionalna veza ($r = 1$). Ako su odstupanja tolika da rezidualna varijansa dostiže varijansu promjenljive y_i ($S_{y/x}^2 = S_y^2$), onda se zaključuje da uopšte nema korelacionog odnosa između promjenljivih ($r = 0$).

Može se pokazati da je izraz (8.597) u potpunosti analogan izrazu (8.569) za linearnu korelaciju dvije slučajne promjenljive /30/.

Iako su proračuni potrebni za korištenje formule (8.597) obimni, ona ima prednost zato što se može koristiti za mjerenje jačine nelinearne veze ili veze između više varijabli (višestruka korelacija).

Transformacije u cilju linearizovanja krivolinijskih zavisnosti

Kao što je već rečeno, tipovi transformacija su različiti. Međutim, u nastavku (tabela 8.11) se daje samo nekoliko, u hidrologiji, često upotrebljivanih modela za linearnu transformaciju funkcije sa dvije promjenljive.

Tabela 8.11. Tipovi transformacija u cilju linearizovanja
krivolinijskih zavisnosti /20/

| TIP FUNKCIJE | KOORDINATE ZA PRAVOLINIJSKU PREDSTAVU | | JEDNAČINE U LINEARNOJ FORMI |
|--------------------|---|----------|---|
| | APCISA | ORDINATA | |
| $y = ax + b$ | x | y | $[y] = a[x] + b$ |
| $y = ax^b$ | log x | log y | $[\log y] = \log a + b[\log x]$ |
| $y = bc^{ax}$ | x | log y | $[\log y] = \log b + a \log c[x]$ |
| $y = a(x + x_0)^b$ | log x | log y | $[\log y] = b[\log (x + x_0)] + \log a$ |
| $y = a + b/x$ | 1/x | y | $[y] = a + b[1/x]$ |
| $y = x/(a + bx)$ | x | x/y | $[x/y] = a + b[x]$ |

PRIMJER 8.34.

Poznato je da u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja vode u otvorenim tokovima, proticaj vode Q je funkcija vodostaja (dubine) h . Ova veza definirana na osnovu mjerenja proticaja i vodostaja u prirodi ima presudan uticaj na procjenu količina voda na određenom mjernom profilu, i u hidrološkoj praksi se naziva kriva proticaja. Jedan od često korištenih matematičkih oblika kojim se izražava proticaj Q , u funkciji vodostaja h je:

$$Q = a(h - h_0)^b$$

gdje su a , b i c parametri modela, a h_0 je vodostaj pri kojem nema tečenja, tj. proticaj $Q = 0$. Za ovaj primjer $h_0 = 10$ cm.

Na osnovu podataka o simultano izvršenim mjerenjima proticaja i vodostaja rijeke Janje na vodomjernoj stanici Priboj, datih u donjoj tabeli, potrebno je definirati parametre a i b gore datog modela.

| No | Datum mjerjenja | Vodostaj h (cm) | Proticaj Q (m ³ /s) | x=log (h-h ₀) | y=log Q | (Q - \bar{Q}) ² | (Q - \hat{Q}) ² |
|----|-----------------|-----------------|--------------------------------|---------------------------|----------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 14.08.1971 | 18 | 0.020 | 0.90309 | -1.69897 | 34.48 | 0.0000920 |
| 2 | 28.06.1972 | 20 | 0.080 | 1.00000 | -1.09691 | 33.78 | 0.0007917 |
| 3 | 08.09.1972 | 38 | 0.620 | 1.44715 | -0.20760 | 27.79 | 0.0049349 |
| 4 | 09.09.1972 | 45 | 1.430 | 1.54406 | 0.15533 | 19.91 | 0.0485813 |
| 5 | 16.09.1972 | 54 | 1.860 | 1.64345 | 0.26951 | 16.26 | 0.0842495 |
| 6 | 08.10.1972 | 67 | 4.230 | 1.75587 | 0.62634 | 2.76 | 0.0116396 |
| 7 | 17.04.1973 | 55 | 2.080 | 1.65321 | 0.31806 | 14.53 | 0.0381177 |
| 8 | 22.01.1974 | 62 | 3.260 | 1.71600 | 0.51321 | 6.93 | 0.0001568 |
| 9 | 23.01.1974 | 56 | 2.410 | 1.66275 | 0.38201 | 12.12 | 0.0000301 |
| 10 | 19.04.1974 | 75 | 6.500 | 1.81291 | 0.81291 | 0.37 | 0.5856037 |
| 11 | 20.04.1974 | 61 | 3.060 | 1.70757 | 0.48572 | 8.02 | 0.0032042 |
| 12 | 18.05.1974 | 70 | 5.000 | 1.77815 | 0.69897 | 0.79 | 0.0964357 |
| 13 | 11.06.1974 | 76 | 6.430 | 1.81954 | 0.80821 | 0.29 | 0.2217044 |
| 14 | 18.06.1974 | 143 | 31.500 | 2.12385 | 1.49831 | 655.77 | 10.180801 |
| 15 | 20.06.1974 | 118 | 19.900 | 2.03342 | 1.29885 | 196.22 | 0.4265695 |
| Σ | | | | | | 1030.03 | 11.703 |

$$\sum_{i=1}^{15} x_i = 24,601; \quad \sum_{i=1}^{15} y_i = 4,864; \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 41,841; \quad \sum_{i=1}^{15} x_i y_i = 11,732;$$

Dati problem se rješava tako da se gornji izraz pomoću logaritamske transformacije prethodno linearizira:

$$\log Q = \log a + b \log (h - h_0)$$

Zamjenom $y = \log Q$, $x = \log (h - h_0)$ i $A = \log a$, dobije se

$$y = A + b x$$

Kao što je to već prethodno pokazano, parametri A i b gornjeg linearnog modela određuju se putem slijedećih jednačina (formule 8.525 i 8.528), uz prethodno izračunavanje neophodnih ulaznih parametara:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 1,6400; \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = 0,32426;$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i = 5,892; S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 = 0,099806;$$

$$b = \frac{\text{Cov}(x, y)}{S_x^2} = \frac{M_{11}}{S_x^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2} = 2,509$$

$$A = \bar{y} - b \bar{x} = 0,32426 - 2,509 \cdot 1,64 = -3,7905$$

$$a = 10^A = 0,000162$$

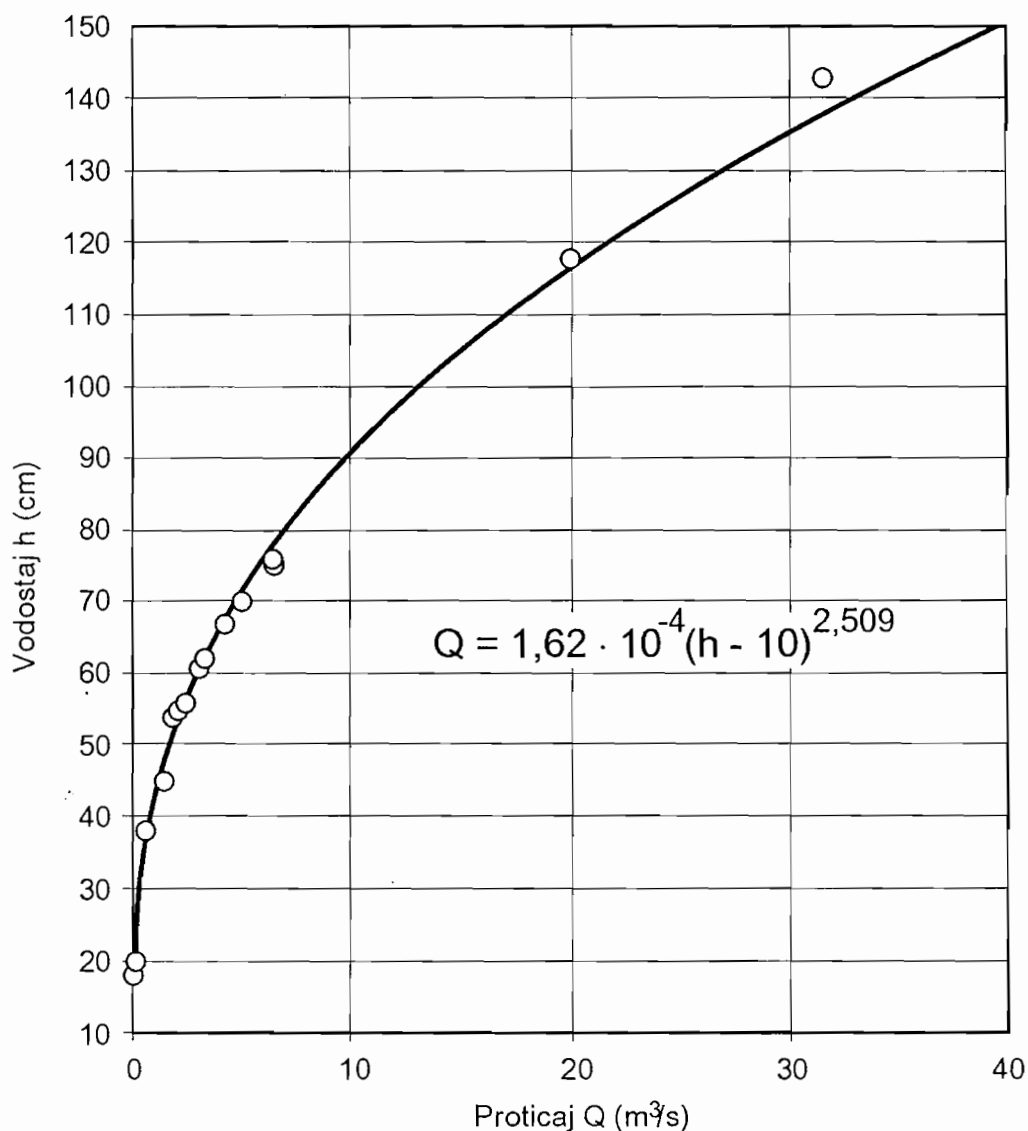
Dakle, tražena zavisnost data je slijedećom jednačinom:

$$Q = 0,000162 (h - 10)^{2,509}$$

Indeks krivolinijske korelacije:

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum (Q_i - \hat{Q})^2}{\sum (Q_i - \bar{Q})^2}} = \sqrt{1 - \frac{11,703}{1030,03}} = 0,994$$

pokazuje da imamo visoku stohastičku krivolinijsku vezu između promjenljivih h_i i Q_i .



Slika 1. Linija proticaja rijeke Janje na V.S. Priboj

Razvijanje funkcije $y = f(x)$ u red

Ovaj način transformacije promjenljivih x i y , da nove, transformisane promjenljive imaju linearnu zavisnost, pokazati će se na primjeru regresione parabole, iz koga se onda mogu izvući određeni generalni zaključci i za polinom reda $m > 2$.

Ako niz empirijskih tačaka (x_i, y_i) sa empirijskim vjerovatnoćama p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) pokazuje parabolični trend, onda se bira parabola

$$y = a + bx + cx^2 = \alpha(x) \quad (8.598)$$

tako da ona odstupa najmanje od datih tačaka. Za svaku pojedinu tačku postoje vertikalna odstupanja

$$\alpha(x_i) - y_i = a + bx_i + cx_i^2 - y_i = \varepsilon_i \quad (8.599)$$

za koja važi normalni zakon raspodjele vjerovatnoće. Prema principu najmanjih kvadrata, problem se svodi na određivanje funkcije $\alpha(x)$, tako da funkcija parametara a, b i c

$$\varphi(a, b, c) = \sum_{i=1}^n p_i \left(a + bx_i + cx_i^2 - y_i \right)^2 \quad (8.600)$$

dostiže svoj minimum. Poznato je da funkcija $\varphi(a, b, c)$ ima minimum ako su sva tri njena parcijalna izvoda po a, b i c jednaka nuli, tj. ako je

$$\frac{\partial \varphi(a, b, c)}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \varphi(a, b, c)}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial \varphi(a, b, c)}{\partial c} = 0 \quad (8.601)$$

Nakon primjene operacije parcijalnog diferenciranja, dobije se sistem jednačina:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial a} &= 2 \sum_{i=1}^n p_i \left(a + bx_i + cx_i^2 - y_i \right) = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial b} &= 2 \sum_{i=1}^n p_i \left(a + bx_i + cx_i^2 - y_i \right) x_i = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial c} &= 2 \sum_{i=1}^n p_i \left(a + bx_i + cx_i^2 - y_i \right) x_i^2 = 0 \end{aligned} \quad (8.602)$$

Ako se zamjeni statistički oblik vjerovatnoće sa $p_i = f_i / N$, te obzirom na činjenicu da se u hidrologiji najčešće izučava regresija između uzoraka slučajnih

promjenljivih čiji članovi nisu grupisani to je $f_i = 1$, $N = \sum_{i=1}^n f_i = n$, tako da se

dobije sistem neponderisanih normalnih jednačina u obliku:

$$\begin{aligned}
 aN + b \sum_{i=1}^N x_i + c \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N y_i \\
 a \sum_{i=1}^N x_i + b \sum_{i=1}^N x_i^2 + c \sum_{i=1}^N x_i^3 &= \sum_{i=1}^N x_i y_i \\
 a \sum_{i=1}^N x_i^2 + b \sum_{i=1}^N x_i^3 + c \sum_{i=1}^N x_i^4 &= \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i
 \end{aligned} \tag{8.603}$$

Rješenjem gornjeg sistema od tri linearne jednačine sa tri nepoznate, nekim od poznatih matematskih postupaka, dobiju se vrijednosti regersionih koeficijenata a , b i c .

Identična procedura se može provesti i za polinom nekog drugog reda $m > 2$. Regresioni koeficijenti takvog polinoma $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ dobiju se minimiziranjem izraza

$$\sum_{i=1}^N \left[y_i - \left(b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 + \dots + b_m x_i^m \right) \right]^2 \tag{8.604}$$

Parcijalnim diferenciranjem po $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ i izjednačavanjem tih parcijalnih izvoda sa nulom, uz izvjesna sređivanja i izostavljanja zbog pojednostavljenja pisanja, dobije se sistem od $(m + 1)$ linearne jednačine sa $(m + 1)$ nepoznatom $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$:

$$\begin{aligned}
 Nb_0 + b_1 \sum x + \dots + b_m \sum x^m &= \sum y \\
 b_0 \sum x + b_1 \sum x^2 + \dots + b_m \sum x^{m+1} &= \sum xy \\
 &\vdots \\
 b_0 \sum x^m + b_1 \sum x^{m+1} + \dots + b_m \sum x^{2m} &= \sum x^m y
 \end{aligned} \tag{8.605}$$

Rješenjem gornjeg sistema od $(m + 1)$ linearnih jednačina sa $(m + 1)$ nepoznatih, nekim od poznatih matematskih postupaka, dobiju se vrijednosti regresionih koeficijenata $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$.

Drugi način na koji se gornji problem za slučaj parabole može rješavati (uz privremenu pretpostavku da se radi o funkcionalnoj zavisnosti) je da se skup empirijskih tačaka (x_i, y_i) koji se želi modelirati paraboličnim trendom prethodno prikaže preko slijedećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned} c + b x_1 + a x_1^2 &= y_1 \\ c + b x_2 + a x_2^2 &= y_2 \\ c + b x_3 + a x_3^2 &= y_3 \\ &\vdots \\ c + b x_n + a x_n^2 &= y_n \end{aligned} \tag{8.606}$$

Gornji sistem jednačina može se napisati u slijedećem matričnom obliku:

$$[X][\alpha] = [Y] \tag{8.607}$$

gdje su matrice:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \tag{8.608}$$

Kao što je već pokazano u tački 8.8.3 rješenje gornjeg sistema jednačina glasi:

$$\alpha = R^{-1} X^T Y, \quad \text{gdje su matrice} \tag{8.609}$$

$$R = X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix}; \quad X^T Y = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix}; \tag{8.610}$$

PRIMJER 8.35.

Poznato je da u uslovima ustaljenog i ravnomjernog tečenja vode u otvorenim tokovima, proticaj vode Q funkcija vodostaja (dubine) h . Ova veza definirana na osnovu mjerenja proticaja i vodostaja u prirodi, ima presudan uticaj na procjenu količina voda na određenom mjernom profilu, i u hidrološkoj praksi se naziva kriva proticaja. Pored matematičkog oblika prikazanog u primjeru 8.5 jedan od često korištenih matematičkih oblika kojim se izražava proticaj Q , u funkciji vodostaja, h je:

$$Q = ah^2 + bh + c$$

gdje su a , b i c parametri modela.

Na osnovu podataka o simultano izvršenim mjerenjima proticaja i vodostaja rijeke Janje na vodomjernoj stanici Priboj, datih u donjoj tabeli, potrebno je definirati parametre a , b i c gore datog modela.

| No | Datum mjerenja | Vodostaj h (cm) | Proticaj Q (m ³ /s) |
|----|----------------|-------------------|----------------------------------|
| 1 | 14.08.1971 | 18.000 | 0.020 |
| 2 | 28.06.1972 | 20.000 | 0.080 |
| 3 | 08.09.1972 | 38.000 | 0.620 |
| 4 | 09.09.1972 | 45.000 | 1.430 |
| 5 | 16.09.1972 | 54.000 | 1.860 |
| 6 | 08.10.1972 | 67.000 | 4.230 |
| 7 | 17.04.1973 | 55.000 | 2.080 |
| 8 | 22.01.1974 | 62.000 | 3.260 |
| 9 | 23.01.1974 | 56.000 | 2.410 |
| 10 | 19.04.1974 | 75.000 | 6.500 |
| 11 | 20.04.1974 | 61.000 | 3.060 |
| 12 | 18.05.1974 | 70.000 | 5.000 |
| 13 | 11.06.1974 | 76.000 | 6.430 |
| 14 | 18.06.1974 | 143.000 | 31.500 |
| 15 | 20.06.1974 | 118.000 | 19.900 |

$$\sum_{i=1}^{15} h_i = 958, \quad \sum_{i=1}^{15} h_i^2 = 75998, \quad \sum_{i=1}^{15} h_i^3 = 7196446, \quad \sum_{i=1}^{15} h_i^4 = 783764390,$$

$$\sum_{i=1}^{15} Q_i = 88,380, \quad \sum_{i=1}^{15} h_i Q_i = 9290,740, \quad \sum_{i=1}^{15} h_i^2 Q_i = 1085442,480$$

Sistem jednačina koji daje rješenje problema glasi:

$$c + b h_1 + a h_1^2 = Q_1$$

$$c + b h_2 + a h_2^2 = Q_2$$

$$c + b h_3 + a h_3^2 = Q_3$$

$$\vdots$$

$$c + b h_n + a h_n^2 = Q_n$$

Gornji sistem jednačina može se napisati u slijedećem matričnom obliku:

$$[H][\alpha] = [Q]$$

gdje su matrice:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & h_1 & h_1^2 \\ 1 & h_2 & h_2^2 \\ 1 & h_3 & h_3^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & h_n & h_n^2 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix};$$

Kao što je pokazano ranije (jednačina 8.558) rješenje gornjeg sistema jednačina glasi:

$$\boldsymbol{\alpha} = R^{-1} H^T Q$$

$$R = H^T H = \begin{bmatrix} n & \sum h_i & \sum h_i^2 \\ \sum h_i & \sum h_i^2 & \sum h_i^3 \\ \sum h_i^2 & \sum h_i^3 & \sum h_i^4 \end{bmatrix}; \quad H^T Q = \begin{bmatrix} \sum Q_i \\ \sum h_i Q_i \\ \sum h_i^2 Q_i \end{bmatrix};$$

Ako se uvedu slijedeće zamjene:

$$p_1 = \sum_{i=1}^{15} h_i, \quad p_2 = \sum_{i=1}^{15} h_i^2, \quad p_3 = \sum_{i=1}^{15} h_i^3, \quad p_4 = \sum_{i=1}^{15} h_i^4,$$

$$q_1 = \sum_{i=1}^{15} Q_i, \quad q_2 = \sum_{i=1}^{15} h_i Q_i, \quad q_3 = \sum_{i=1}^{15} h_i^2 Q_i,$$

$$\alpha = R^{-1} H^T Q = \frac{1}{\text{Det } R}.$$

$$\begin{bmatrix} (p_4 p_2 - p_3^2) & (p_2 p_3 - p_1 p_4) & (p_1 p_3 - p_2^2) \\ (p_2 p_3 - p_1 p_4) & (n p_4 - p_2^2) & (p_1 p_2 - n p_3) \\ (p_1 p_3 - p_2^2) & (p_1 p_2 - n p_3) & (n p_2 - p_1^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } R = n p_2 p_4 - n p_3^2 - p_1^2 p_4 + 2 p_1 p_2 p_3 - p_2^3 = 6.2734 \cdot 10^{12}$$

$$c = \frac{q_1 p_2 p_4 - q_1 p_3^2 - q_2 p_1 p_4 + q_2 p_2 p_3 + p_1 p_3 q_3 - q_3 p_2^2}{\text{Det } R} =$$

$$= \frac{6,6143 \cdot 10^{12}}{6,2734 \cdot 10^{12}} = 1,0543$$

$$b = \frac{-q_1 p_1 p_4 + p_2 q_1 p_3 - p_2^2 q_2 + n p_4 q_2 - n p_3 q_3 + p_1 p_2 q_3}{\text{Det } R} =$$

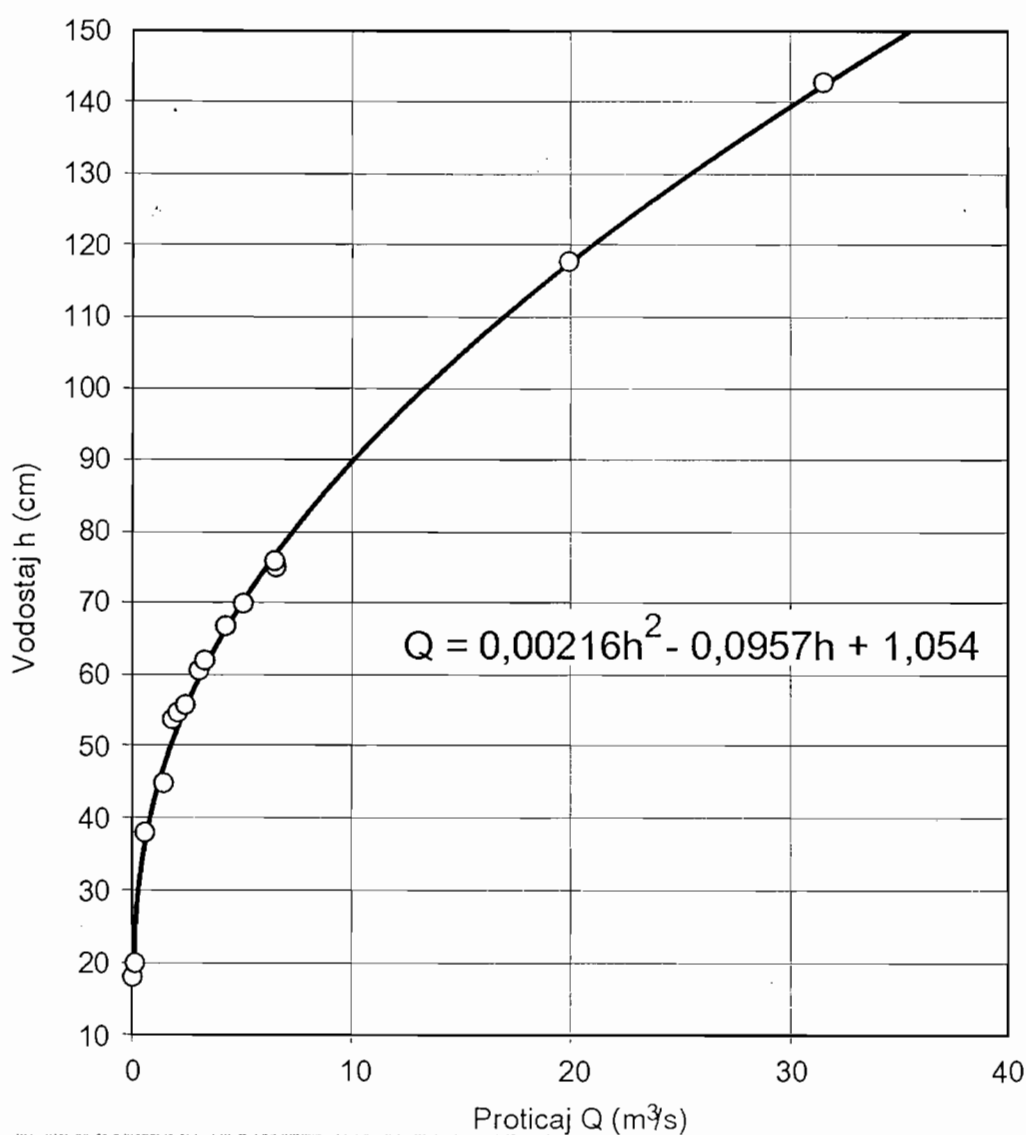
$$= \frac{-6,00731 \cdot 10^{11}}{6,2734 \cdot 10^{12}} = -0,09576$$

$$a = \frac{p_1 q_1 p_3 - p_2^2 q_1 - n p_3 q_2 + q_2 p_1 p_2 + n p_2 q_3 - p_1^2 q_3}{\text{Det } R} =$$

$$= \frac{1,3562 \cdot 10^{10}}{6,2734 \cdot 10^{12}} = 0,002162$$

Traženi model krive proticaja ima oblik:

$$Q = 0,00216 h^2 - 0,0957 h + 1,054$$



Slika 1. Linija proticaja rijeke Janje na V.S. Priboj

8.8.9. Višestruka linearna korelacija i regresija

U mnogim hidrološkim analizama, dosta često je potrebno uspostaviti vezu između više mjerenih hidroloških veličina, odnosno ispitati da li postoji zavisnost između njih. To se u prvom redu odnosi na uspostavljanje veze između uzroka i posljedice.

Tipičan primjer za ovu vrstu izučavanja su hidrološki prognostički modeli kojima se definiše zavisnost između izlaza (oticanja) i jednog ili više ulaza u sistem (sliv) /20/.

U ovakvim i drugim situacijama gdje se regresiona analiza vrši za više od dvije promjenljive, govori se o višestrukoj korelaciji i regresiji. U hidrološkoj praksi najčešće se koristi linearna regresija, mada ovakvi modeli često nisu adekvatni za opisivanje komplikovanih procesa u prirodi.

Osnovni matematski model za višestruku linearnu regresiju je:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n = \alpha(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8.611)$$

kojim se želi utvrditi kako se mijenja promjenljiva y zavisno od promjenljivih x_1, x_2, \dots, x_n .

Ako se pretpostavi da posmatranje tih promjena daje mogućnost da se nasluti neka linearna veza, tada se može pokušati izvršiti aproksimacija gornjom jednačinom.

Prema principu najmanjih kvadrata, problem se svodi na određivanje funkcije $\alpha(x_1, x_2, \dots, x_n)$, tako da funkcija parametara a i b_1, b_2, \dots, b_n :

$$\varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n) = \sum_{i=1}^N \left[y_i - \left(a + b_1x_1^i + b_2x_2^i + \dots + b_nx_n^i \right) \right]^2 \quad (8.612)$$

dostiže svoj minimum.

Poznato je da funkcija $\varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)$ ima minimum ako svih $(n + 1)$ njenih parcijalnih izvoda po a, b_1, b_2, \dots, b_n su jednaki nuli, tj. ako je

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)}{\partial b_1} = 0; \\ \frac{\partial \varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)}{\partial b_2} = 0; \dots; \quad \frac{\partial \varphi(a, b_1, b_2, \dots, b_n)}{\partial b_n} = 0 \end{aligned} \quad (8.613)$$

Tako na primjer, za slučaj višestruke linearne regresije tri promjenljive (dvije nezavisne promjenljive X_1 i X_2 i jedna zavisna promjenljiva Y), model ima slijedeći oblik:

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 = \alpha(x_1, x_2) \quad (8.614)$$

Prema principu najmanjih kvadrata treba da funkcija $\alpha(x_1, x_2)$

$$\varphi(a, b_1, b_2) = \sum_{i=1}^N [y_i - (a + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i})]^2 \quad (8.615)$$

bude minimalna kada njene parcijalne izvode po parametrima a , b_1 i b_2 izjednačimo sa nulom.

Za jednačinu (8.615) uslov (8.613) daje slijedeće tri normalne linearne jednačine:

$$\begin{aligned} b_2 \sum_{i=1}^N (x_2^i)^2 + b_1 \sum_{i=1}^N x_1^i x_2^i + a \sum_{i=1}^N x_2^i &= \sum_{i=1}^N x_2^i y^i \\ b_2 \sum_{i=1}^N x_1^i x_2^i + b_1 \sum_{i=1}^N (x_1^i)^2 + a \sum_{i=1}^N x_1^i &= \sum_{i=1}^N x_1^i y^i \\ b_2 \sum_{i=1}^N x_2^i + b_1 \sum_{i=1}^N x_1^i + aN &= \sum_{i=1}^N y^i \end{aligned} \quad (8.616)$$

čija rješenja određuju jednačinu (8.614).

Drugi načini na koji se problem može rješavati je da se skup empirijskih tačaka (x_1^i, x_2^i, y^i) koje se žele medelirati jednačinom (8.614) (uz privremenu pretpostavku da se radi o funkcionalnoj zavisnosti) prethodno prikaže preko slijedećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned}
 a + b_1 x_1^1 + b_2 x_2^1 &= y^1 \\
 a + b_1 x_1^2 + b_2 x_2^2 &= y^2 \\
 a + b_1 x_1^3 + b_2 x_2^3 &= y^3 \\
 &\vdots \\
 a + b_1 x_1^N + b_2 x_2^N &= y^N
 \end{aligned}
 \tag{8.617}$$

Gornji sistem jednačina može se napisati u slijedećem matričnom obliku:

$$[X][\alpha] = [Y]
 \tag{8.618}$$

gdje su matrice:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1^1 & x_2^1 \\ 1 & x_1^2 & x_2^2 \\ 1 & x_1^3 & x_2^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_1^N & x_2^N \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \\ y^3 \\ \vdots \\ y^N \end{bmatrix}
 \tag{8.619}$$

Kao što je već pokazano u tački 8.8.3 rješenje gornjeg sistema jednačina glasi:

$$\alpha = R^{-1} X^T Y, \quad \text{gdje su}
 \tag{8.620}$$

$$R = X^T X = \begin{bmatrix} N & \sum x_1^i & \sum x_2^i \\ \sum x_1^i & \sum (x_1^i)^2 & \sum x_1^i x_2^i \\ \sum x_2^i & \sum x_1^i x_2^i & \sum (x_2^i)^2 \end{bmatrix}; \quad X^T Y = \begin{bmatrix} \sum y^i \\ \sum x_1^i y^i \\ \sum x_2^i y^i \end{bmatrix}
 \tag{8.621}$$

Na potpuno isti način mogu se izvesti i izrazi za određivanje koeficijenata regresije za zavisnost sa više od tri promjenljive.

PRIMJER 8.36.

Gotovo neizbježan ulazni podatak kod analize i projektovanja niza hidrotehničkih objekata, a specijalno projektovanja sistema za odvodnju kišnih voda sa urbanih prostora i saobraćajnica, su podaci o visinama i vjerovatnoćama javljanja kiša. Oblici tih podataka mogu biti vrlo različiti, iako je možda u inženjerskoj praksi danas najrašireniji oblik da se kiše prikazuju u obliku familija krivulja intenzitet kiše – trajanje kiše – povratni period javljanja (vjerovatnoća javljanja), koje se skraćeno nazivaju ITP krivulje. Kod definiranja analitičkih izraza za ITP krivulju postupak je takav da se za izabrane povratne periode nalazi analitički odnos između intenziteta kiše i trajanja kiše odvojeno za svaki povratni period, ili se analitički izrazi za ITP krivulje definiraju ne samo za jedan povratni period T nego za sve povratne periode obuhvaćene analizom. U tom slučaju, najčešće se koristi slijedeći izraz:

$$i = \frac{aT^b}{t^c}$$

gdje su: T – povratni period javljanja kiše, t – trajanje kiše, a , b i c parametri modela.

Na osnovu podataka o intenzitetima, trajanju i povratnim periodima javljanja kiša za kišomjernu stanicu Sarajevo datih u kolonama 2, 3 i 4 donje tabele potrebno je definirati parametre a , b i c gore datog modela.

| No | i (l/s/ha) | T (godina) | t (minuta) | $z = \log i$ | $x = \log T$ | $y = \log t$ |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 158 | 2 | 10 | 2.19865 | 0.30103 | 1.00000 |
| 2 | 186 | 3 | 10 | 2.26951 | 0.47712 | 1.00000 |
| 3 | 218 | 5 | 10 | 2.33845 | 0.69897 | 1.00000 |
| 4 | 265 | 10 | 10 | 2.42324 | 1.00000 | 1.00000 |
| 5 | 308 | 20 | 10 | 2.48855 | 1.30103 | 1.00000 |
| 6 | 365 | 50 | 10 | 2.56229 | 1.69897 | 1.00000 |
| 7 | 420 | 100 | 10 | 2.62324 | 2.00000 | 1.00000 |
| 8 | 103 | 2 | 20 | 2.01283 | 0.30103 | 1.30103 |
| 9 | 126 | 3 | 20 | 2.10037 | 0.47712 | 1.30103 |
| 10 | 154 | 5 | 20 | 2.18752 | 0.69897 | 1.30103 |
| 11 | 192 | 10 | 20 | 2.28330 | 1.00000 | 1.30103 |
| 12 | 232 | 20 | 20 | 2.36548 | 1.30103 | 1.30103 |
| 13 | 291 | 50 | 20 | 2.46389 | 1.69897 | 1.30103 |

| No | i (l/s/ha) | T (godina) | t (minuta) | z = logi | x = logT | y = logt |
|----|---------------|---------------|---------------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 340 | 100 | 20 | 2.53147 | 2.00000 | 1.30103 |
| 15 | 78 | 2 | 30 | 1.89209 | 0.30103 | 1.47712 |
| 16 | 96 | 3 | 30 | 1.98227 | 0.47712 | 1.47712 |
| 17 | 118 | 5 | 30 | 2.07188 | 0.69897 | 1.47712 |
| 18 | 150 | 10 | 30 | 2.17609 | 1.00000 | 1.47712 |
| 19 | 185 | 20 | 30 | 2.26717 | 1.30103 | 1.47712 |
| 20 | 240 | 50 | 30 | 2.38021 | 1.69897 | 1.47712 |
| 21 | 280 | 100 | 30 | 2.44715 | 2.00000 | 1.47712 |
| 22 | 65 | 2 | 40 | 1.81291 | 0.30103 | 1.60206 |
| 23 | 79 | 3 | 40 | 1.89762 | 0.47712 | 1.60206 |
| 24 | 97 | 5 | 40 | 1.98677 | 0.69897 | 1.60206 |
| 25 | 124 | 10 | 40 | 2.09342 | 1.00000 | 1.60206 |
| 26 | 152 | 20 | 40 | 2.18184 | 1.30103 | 1.60206 |
| 27 | 194 | 50 | 40 | 2.28780 | 1.69897 | 1.60206 |
| 28 | 228 | 100 | 40 | 2.35793 | 2.00000 | 1.60206 |
| 29 | 55 | 2 | 50 | 1.74036 | 0.30103 | 1.69897 |
| 30 | 67 | 3 | 50 | 1.82607 | 0.47712 | 1.69897 |
| 31 | 82 | 5 | 50 | 1.91381 | 0.69897 | 1.69897 |
| 32 | 104 | 10 | 50 | 2.01703 | 1.00000 | 1.69897 |
| 33 | 128 | 20 | 50 | 2.10721 | 1.30103 | 1.69897 |
| 34 | 158 | 50 | 50 | 2.19865 | 1.69897 | 1.69897 |
| 35 | 192 | 100 | 50 | 2.28330 | 2.00000 | 1.69897 |
| 36 | 47 | 2 | 60 | 1.67209 | 0.30103 | 1.77815 |
| 37 | 58 | 3 | 60 | 1.76342 | 0.47712 | 1.77815 |
| 38 | 69 | 5 | 60 | 1.83884 | 0.69897 | 1.77815 |
| 39 | 88 | 10 | 60 | 1.94448 | 1.00000 | 1.77815 |
| 40 | 111 | 20 | 60 | 2.04532 | 1.30103 | 1.77815 |
| 41 | 139 | 50 | 60 | 2.14301 | 1.69897 | 1.77815 |
| 42 | 163 | 100 | 60 | 2.21218 | 2.00000 | 1.77815 |

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{42} x_i &= 44,863, & \sum_{i=1}^{42} y_i &= 62,001, & \sum_{i=1}^{42} z_i &= 90,389, \\ \sum_{i=1}^{42} x_i^2 &= 62,316, & \sum_{i=1}^{42} y_i^2 &= 94,426, & \sum_{i=1}^{42} x_i y_i &= 66,227, \\ \sum_{i=1}^{42} x_i z_i &= 100,883, & \sum_{i=1}^{42} y_i z_i &= 131,695 \end{aligned}$$

Dati problem se rješava tako da se gornji izraz pomoću logaritamske transformacije prethodno linearizira:

$$\log i = \log a + b \log T - c \log t$$

Zamjenom $z = \log i$, $x = \log T$, $y = \log t$ i $A = \log a$, dobije se

$$z = A - c y + b x$$

Sistem jednačina koji daje rješenje problema, glasi:

$$\begin{aligned} A - c y_1 + b x_1 &= z_1 \\ A - c y_2 + b x_2 &= z_2 \\ A - c y_3 + b x_3 &= z_3 \\ &\vdots \\ A - c y_n + b x_n &= z_n \end{aligned}$$

Gornji sistem jednačina može se napisati u slijedećem matričnom obliku:

$$[N][P] = [Z]$$

gdje su matrice:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y_2 & x_2 \\ 1 & y_3 & x_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_n & x_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} A \\ -c \\ b \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix};$$

Kao što je pokazano ranije (jednačina 8.558) rješenje gornjeg sistema jednačina glasi:

$$P = R^{-1} N^T Z$$

$$R = N^T N = \begin{bmatrix} n & \sum y_i & \sum x_i \\ \sum y_i & \sum y_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum x_i & \sum x_i y_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix}; \quad N^T Z = \begin{bmatrix} \sum z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum x_i z_i \end{bmatrix};$$

Ako se uvedu slijedeće zamjene:

$$p_1 = \sum_{i=1}^{42} x_i, \quad r_1 = \sum_{i=1}^{42} y_i, \quad q_1 = \sum_{i=1}^{42} z_i, \quad p_2 = \sum_{i=1}^{42} x_i^2,$$

$$r_2 = \sum_{i=1}^{42} y_i^2, \quad q_2 = \sum_{i=1}^{42} x_i y_i, \quad q_3 = \sum_{i=1}^{42} x_i z_i, \quad q_4 = \sum_{i=1}^{42} y_i z_i$$

$$P = R^{-1} N^T Z = \frac{1}{\text{Det}R} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (r_2 p_2 - q_2^2) & (p_1 q_2 - r_1 p_2) & (r_1 q_2 - p_1 r_2) \\ (p_1 q_2 - r_1 p_2) & (n p_2 - p_1^2) & (p_1 r_1 - n q_2) \\ (r_1 q_2 - p_1 r_2) & (n q_2 - p_1 r_1) & (n r_2 - r_1^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_4 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } R = nr_2 p_2 - nq_2^2 - r_1^2 p_2 + 2p_1 r_1 q_2 - p_1^2 r_2 = 1752,55$$

$$A = \frac{q_1 r_2 p_2 - q_1 q_2^2 - r_1 p_2 q_4 + q_2 q_4 p_1 + r_1 q_2 q_3 - p_1 r_2 q_3}{\text{Det } R} = \frac{4761,72}{1752,55} = 2,717$$

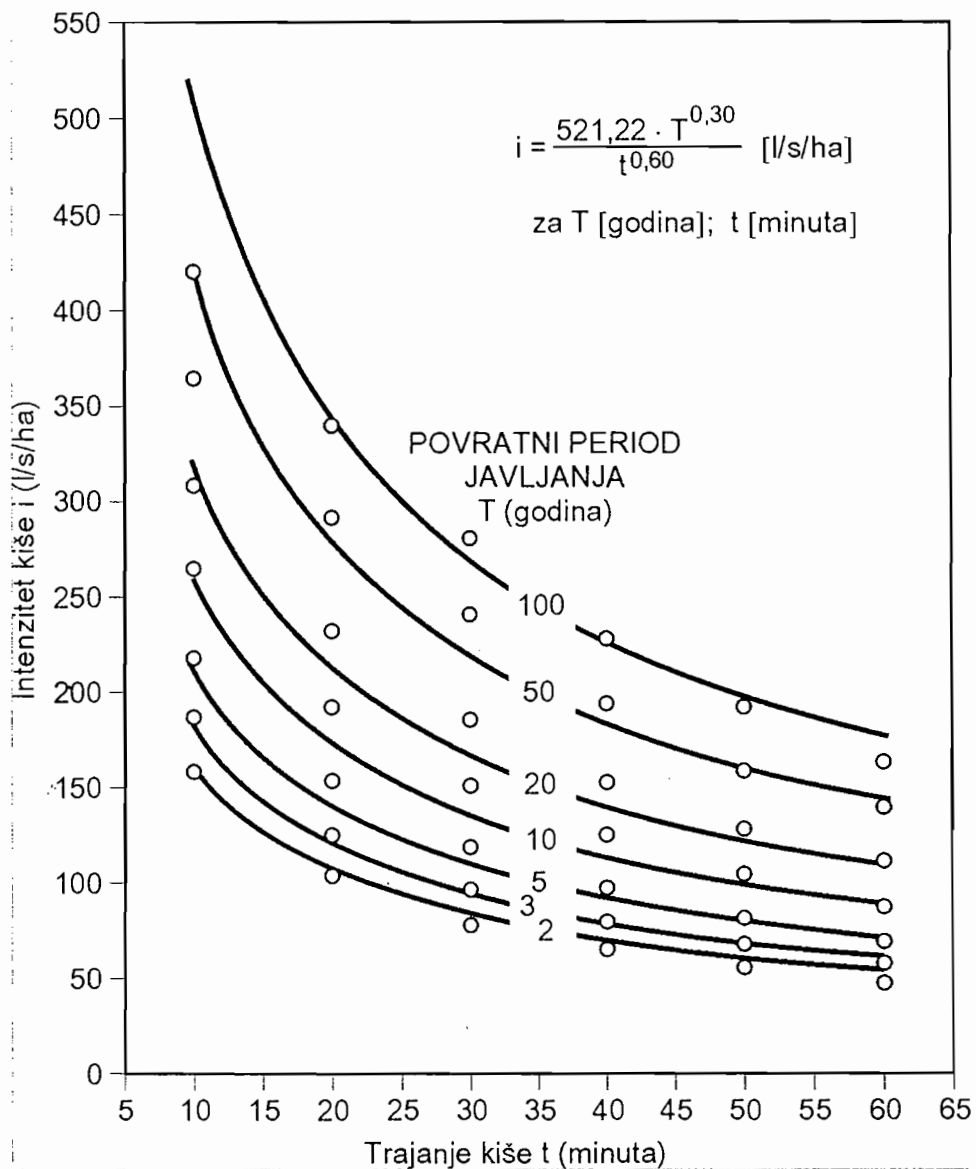
$$a = 10^A = 521,22$$

$$c = \frac{q_1 r_1 p_2 - p_1 q_1 q_2 + p_1^2 q_4 - n p_2 q_4 + n q_2 q_3 - p_1 r_1 q_3}{\text{Det } R} = \frac{1052,27}{1752,55} = 0,600$$

$$b = \frac{r_1 q_1 q_2 - p_1 r_2 q_1 + p_1 r_1 q_4 - n q_2 q_4 + n r_2 q_3 - r_1^2 q_3}{\text{Det } R} = \frac{527,45}{1752,55} = 0,300$$

Dakle, traženi model zavisnosti intenzitet kiše – trajanje kiše – povratni period javljanja ima oblik:

$$i = 521,22 \frac{T^{0,30}}{t^{0,60}}, \quad \text{za } T \text{ u godinama a } t \text{ u minutama.}$$



Slika 1. Zavisnost intenzitet kiše – trajanje kiše – povratni period javljanja za K.S. Sarajevo

Određivanje koeficijenata korelacije za linearnu višestruku regresiju

Izuzimajući neke modifikacije vezane za koeficijent korelacije kod odnosa više od dvije promjenljive, ostaju u važnosti navedeni izrazi za proračun parametara čvrstine veze kod dvije promjenljive i u slučaju veze sa više promjenljivih. Pri tome se prvenstveno misli na veličine prosječnog apsolutnog odstupanja i rezidualne varijanse.

Kod korelacije više od dvije promjenljive, korelacioni koeficijent se ne može izračunati pomoću izraza (8.569) jer on vrijedi samo za linearnu regresiju između dvije promjenljive.

Međutim, s obzirom na značenje i geometrijski smisao izvođenja izraza za koeficijent korelacije u obliku izraza (8.572), dolazi se do očevidnog zaključka da taj izraz određuje i “čvrstinu veze” između zavisne slučajne promjenljive y i svih ostalih nezavisnih slučajnih promjenljivih koje se nalaze u odnosu, odnosno da je to izraz za koeficijent linearne korelacije i za više od dvije slučajne promjenljive.

Da bi se ipak razlikovao od koeficijenta korelacije kod dvije promjenljive označava se sa R i naziva *totalnim koeficijentom korelacije* ili *koeficijentom višestruke korelacije*.

Dakle, vrijednost totalnog koeficijenta korelacije je

$$R = \sqrt{1 - \frac{E(\varepsilon)^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{S_{y/x}^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (8.622)$$

Riječ totalni mu se dodaje jednostavno iz razloga što on označava čvrstinu veze između zavisne slučajne promjenljive s jedne strane i skupa (totala) više nezavisnih slučajnih promjenljivih.

Zbog toga se koeficijent korelacije između dvije promjenljive, dakle r , naziva i *parcijalni koeficijent korelacije* jer je odraz parcijalne veze između dvije promjenljive, bilo da se njihov međusobni uticaj ispituje posebno ili u sklopu više od dvije promjenljive.

Nadalje, za razliku od parcijalnog koeficijenta korelacije, kod totalnog koeficijenta korelacije se ne može govoriti o pozitivnoj ili negativnoj korelaciji. To je i razumljivo s obzirom kada se ima na umu činjenica da na primjer posmatrajući vezu između tri promjenljive na y , x_1 može uticati pozitivno a x_2 negativno. Prema tome, imalo bi smisla govoriti o pozitivnoj ili negativnoj korelaciji samo u slučaju kada bi svi uticaji nezavisno promjenljivih na zavisno promjenljivu istovremeno bili pozitivni ili negativni, što se može zaključiti iz predznaka regresionih koeficijenata. U protivnom, totalni koeficijent korelacije se posmatra kao apsolutna veličina.

Da bi se pokazao postupak definiranja parcijalnih koeficijenata korelacije, prethodno je neophodno izvršiti transformaciju izvornih slučajnih promjenljivih.

Pored već pokazane transformacije kojom se izvorni koordinatni sistem premješta u težišni koordinatni sistem, tako dobivene slučajne promjenljive se još dijele sa standardnom devijacijom posmatrane promjenljive pomnoženom sa veličinom \sqrt{N} , gdje je N broj osmotrenih (izmjerenih) vrijednosti zavisne promjenljive y , odnosno pojedinačnih promjenljivih x .

Prema tome, opisana transformacija dati će slijedeće nove slučajne promjenljive:

$$Y = \frac{y - \bar{y}}{\sqrt{N}S_y}; \quad X_1 = \frac{x_1 - \bar{x}_1}{\sqrt{N}S_{x_1}}; \quad X_2 = \frac{x_2 - \bar{x}_2}{\sqrt{N}S_{x_2}}; \dots; \quad X_m = \frac{x_m - \bar{x}_m}{\sqrt{N}S_{x_m}} \quad (8.623)$$

Obzirom da razmatrani nizovi sadrže N promjenljivih, to bi se mogao napisati slijedeći sistem jednačina (uz privremenu pretpostavku o postojanju funkcionalne zavisnosti):

$$\begin{aligned} Y^1 &= B_1 X_1^1 + B_2 X_2^1 + \dots + B_m X_m^1 \\ Y^2 &= B_1 X_1^2 + B_2 X_2^2 + \dots + B_m X_m^2 \\ &\vdots \\ Y^N &= B_1 X_1^N + B_2 X_2^N + \dots + B_m X_m^N \end{aligned}$$

odnosno napisano u matričnom obliku

$$[X][B] = [Y]$$

gdje su matrice

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{N1} & X_{N2} & \dots & X_{Nm} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} Y^1 \\ Y^2 \\ \vdots \\ Y^N \end{bmatrix} \quad (8.624)$$

Imajući u vidu izraz (8.623) i izraz (8.569) za definiranje koeficijenta linearne korelacije između dvije promjenljive, moguće je pokazati da proizvod matrica $[X]^T [X]$ i matrica $[X]^T [Y]$ daje matrice parcijalnih koeficijenata korelacije između nezavisno promjenljivih R_x , odnosno matricu (vektor kolonu) parcijalnih koeficijenata korelacije između zavisno i nezavisno promjenljivih slučajnih veličina R_y .

$$R_X = [X]^T [X] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & \cdots & r_{m1} \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & r_{Nm} \end{bmatrix}; \quad (8.625)$$

$$R_Y = [X]^T [Y] = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ \vdots \\ r_{my} \end{bmatrix} \quad (8.626)$$

Indeksi uz koeficijente korelacije govore o kojem se parcijalnom koeficijentu korelacije radi. Tako na primjer, r_{12} je parcijalni koeficijent korelacije između promjenljivih x_1 i x_2 , r_{1m} između x_1 i x_m , r_{2Y} između x_2 i y , itd.

Tako će na primjer vrijednost parcijalnog koeficijenta korelacije r_{11} na osnovu jednačine (8.625) biti:

$$r_{11} = \frac{\sum_{i=1}^N X_{i1}^2}{NS_{x_1}^2} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{NS_{x_1}^2} = \frac{1}{S_{x_1}^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 = \frac{S_{x_1}^2}{S_{x_1}^2} = 1 \quad (8.627)$$

a vrijednost parcijalnog koeficijenta korelacije r_{12} :

$$\begin{aligned} r_{12} &= \frac{\sum_{i=1}^N X_{i1} X_{i2}}{\sqrt{N} S_{x_1} \sqrt{N} S_{x_2}} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{i1} - \bar{x}_1) (x_{i2} - \bar{x}_2)}{\sqrt{N} S_{x_1} \sqrt{N} S_{x_2}} = \\ &= \frac{1}{S_{x_1} S_{x_2}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i1} - \bar{x}_1) (x_{i2} - \bar{x}_2) = \\ &= \frac{Cov(x_1, x_2)}{S_{x_1} S_{x_2}} = r_{12} = r_{21} \end{aligned} \quad (8.628)$$

PRIMJER 8.37.

Postupak definiranja totalnog i parcijalnih koeficijenta linearne višestruke korelacije pokazati će se na primjeru ustanovljavanja zavisnosti između prosječnog godišnjeg oticanja (zavisne promjenljive), površine sliva na kome se to oticanje formira i prosječnih godišnjih bruto padavina u slivu (nezavisne promjenljive).

Neophodni podaci za ove proračune nalaze se u primjeru 8.30, kada je ustanovljavana veza između neto padavina i bruto padavina. Dakle, za razliku od tog primjera, kada je ustanovljavana veza između dvije slučajne promjenljive, u ovom primjeru ustanovljava se veza između tri promjenljive: prosječnog godišnjeg oticanja (Q), bruto padavina (P) i površine sliva (F).

Obzirom da je primjer dat u svrhu prikaza definiranja totalnih i parcijalnih koeficijenata linearne korelacije, definiranje regresionih koeficijenata, odnosno regresione jednačine neće se posebno objašnjavati jer je to praktično već urađeno u prethodnom primjeru (8.36).

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i = 1402,333 \text{ mm};$$

$$\bar{F} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i = 4628 \text{ mm};$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i = 115,433 \text{ mm};$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i^2 = 719087$$

$$\sum_{i=1}^N P_i^2 = 63582200; \quad \sum_{i=1}^N F_i^2 = 1258547200$$

$$S_Q = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i^2 - \bar{Q}^2} = 103,173; \quad S_P = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i^2 - \bar{P}^2} = 390,984$$

$$S_F = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i^2 - \bar{F}^2} = 4531,356$$

| No | Vodotok | Vodomjerna stanica | Q (m ³ /s) | P (mm) | F (km ²) | (Q - \bar{Q}) ² | (Q - \hat{Q}) ² |
|----|-------------|--------------------|-----------------------|--------|----------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | Drina | Zvornik | 383 | 1240 | 17730 | 71591.92 | 446.07 |
| 2 | Drina | Bajina Bašta | 357 | 1290 | 15190 | 58354.45 | 57.97 |
| 3 | Drina | Višegrad | 339 | 1350 | 13610 | 49982.05 | 472.64 |
| 4 | Drina | Foča | 190 | 1890 | 4290 | 5560.19 | 2487.73 |
| 5 | Drina | Bastasi | 159 | 1980 | 3310 | 1898.05 | 1245.74 |
| 6 | Bosna | Doboj | 152 | 1040 | 9620 | 1337.12 | 2857.22 |
| 7 | Bosna | Usora | 127 | 1070 | 7600 | 133.79 | 1174.79 |
| 8 | Bosna | Zenica | 71 | 1125 | 4150 | 1974.32 | 227.20 |
| 9 | Bosna | Reljevo | 26 | 1250 | 1120 | 7998.32 | 0.77 |
| 10 | Ukrina | Derventa | 15 | 900 | 1380 | 10086.85 | 51.81 |
| 11 | Vrbas | Delibašino Selo | 112 | 1240 | 5090 | 11.79 | 10.26 |
| 12 | Vrbas | Banja Luka | 95 | 1260 | 4220 | 417.52 | 2.71 |
| 13 | Vrbas | Kozluk | 56 | 1220 | 2630 | 3532.32 | 2.70 |
| 14 | Vrbas | Han Skela | 23 | 1120 | 1350 | 8543.92 | 1.59 |
| 15 | Una | Bosanska Dubica | 216 | 1250 | 9230 | 10113.65 | 30.28 |
| 16 | Una | B. Kostajnica | 231 | 1275 | 8880 | 13355.65 | 720.44 |
| 17 | Una | Bosanski Novi | 213 | 1285 | 8190 | 9519.25 | 573.50 |
| 18 | Una | Bihać | 95 | 1460 | 3160 | 417.52 | 86.27 |
| 19 | Una | Martin Brod | 48 | 1550 | 1410 | 4547.25 | 13.64 |
| 20 | Lim | Prijepolje | 80 | 1380 | 3030 | 1255.52 | 6.64 |
| 21 | Prača | Mesići | 8 | 975 | 580 | 11541.92 | 182.20 |
| 22 | Spreča | Stanić Rijeka | 24 | 920 | 1960 | 8360.05 | 2.60 |
| 23 | Krivaja | Zavidovići | 18 | 950 | 1390 | 9493.25 | 44.16 |
| 24 | Pliva | Volari | 35 | 1350 | 1150 | 6469.52 | 6.47 |
| 25 | Sana | Ključ | 36 | 1400 | 1130 | 6309.65 | 0.46 |
| 26 | Trebišnjica | Arslanagića Most | 94 | 2390 | 1580 | 459.39 | 303.26 |
| 27 | Trebišnjica | Grančarevo | 81 | 2380 | 1370 | 1185.65 | 622.48 |
| 28 | Neretva | Jablanica | 115 | 1800 | 2930 | 0.19 | 142.70 |
| 29 | Neretva | Konjic | 54 | 1860 | 1310 | 3774.05 | 256.44 |
| 30 | Neretva | Ulog | 10 | 1870 | 250 | 11116.19 | 1328.57 |
| Σ | | | 3463 | 42070 | 138840 | 319341.36 | 13359.32 |

Kako se radi o višestrukoj linearnoj regresiji tri promjenljive model ima slijedeći oblik:

$$Q = a + b_1 P + b_2 F$$

a odgovarajuće matrice:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & P_1 & F_1 \\ 1 & P_2 & F_2 \\ 1 & P_3 & F_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & P_{30} & F_{30} \end{bmatrix}; \alpha = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_{30} \end{bmatrix}$$

$$R = X^T X = \begin{bmatrix} 30 & \sum P_i & \sum F_i \\ \sum P_i & \sum P_i^2 & \sum P_i F_i \\ \sum F_i & \sum P_i F_i & \sum F_i^2 \end{bmatrix}; X^T Q = \begin{bmatrix} \sum Q_i \\ \sum P_i Q_i \\ \sum F_i Q_i \end{bmatrix}$$

$$\alpha = R^{-1} X^T Q$$

Rješenjem gornje jednačine, dobiju se vrijednosti traženih regresionih koeficijenata:

$$a = -83,56; \quad b_1 = 0,06647; \quad b_2 = 0,02286$$

odnosno tražena regresiona jednačina glasi:

$$Q = -83,56 + 0,06647 P + 0,02286 F$$

Totalni koeficijent linearne korelacije (na osnovu podataka iz zadnje dvije kolone gornje tabele):

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^{30} (Q_i - \hat{Q})^2}{\sum_{i=1}^{30} (Q_i - \bar{Q})^2}} = \sqrt{1 - \frac{13359,32}{319341,36}} = 0,979$$

Parcijalni koeficijenti linearne korelacije:

Novo transformisane slučajne promjenljive prema izrazu (8.623)

$$y^i = \frac{Q_i - \bar{Q}}{\sqrt{30} S_Q}; \quad x_{i1} = \frac{P_i - \bar{P}}{\sqrt{30} S_P}; \quad x_{i2} = \frac{F_i - \bar{F}}{\sqrt{30} S_F}$$

Odgovarajuće matrice:

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} \\ x_{2,1} & x_{2,2} \\ x_{3,1} & x_{3,2} \\ x_{4,1} & x_{4,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{29,1} & x_{29,2} \\ x_{30,1} & x_{30,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.075803 & 0.527897 \\ -0.052455 & 0.425557 \\ -0.024437 & 0.361897 \\ 0.227722 & -0.013618 \\ \vdots & \vdots \\ 0.213713 & -0.133687 \\ 0.218382 & -0.176395 \end{bmatrix};$$

$$Q = \begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \\ y^3 \\ y^4 \\ \vdots \\ y^{29} \\ y^{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.473485 \\ 0.427476 \\ 0.395623 \\ 0.131953 \\ \vdots \\ -0.108711 \\ -0.186574 \end{bmatrix}$$

$$R_X = X^T X = \begin{bmatrix} \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i2} x_{i1} \\ \sum x_{i1} x_{i2} & \sum x_{i2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} \\ r_{12} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.223 \\ -0.223 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_Y = X^T Q = \begin{bmatrix} \sum x_{i1} y^i \\ \sum x_{i2} y^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.027 \\ 0.947 \end{bmatrix}$$

Na osnovu rezultata iz matrice R_Y ($r_{1y} = 0.027$) proizilazi da ne postoji linearna zavisnost između bruto padavina P i oticanja Q , dok je zavisnost vrlo visoka između površine sliva F , i oticanja Q ($r_{2y} = 0.947$).

| No | Q | P | F | y^i | x_{i1} | x_{i2} |
|----|-----|------|-------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 383 | 1240 | 17730 | 0.473485 | -0.075803 | 0.527897 |
| 2 | 357 | 1290 | 15190 | 0.427476 | -0.052455 | 0.425557 |
| 3 | 339 | 1350 | 13610 | 0.395623 | -0.024437 | 0.361897 |
| 4 | 190 | 1890 | 4290 | 0.131953 | 0.227722 | -0.013618 |
| 5 | 159 | 1980 | 3310 | 0.077096 | 0.269748 | -0.053104 |
| 6 | 152 | 1040 | 9620 | 0.064709 | -0.169195 | 0.201134 |
| 7 | 127 | 1070 | 7600 | 0.020469 | -0.155187 | 0.119746 |
| 8 | 71 | 1125 | 4150 | -0.078628 | -0.129504 | -0.019259 |
| 9 | 26 | 1250 | 1120 | -0.158260 | -0.071134 | -0.141342 |
| 10 | 15 | 900 | 1380 | -0.177726 | -0.234570 | -0.130866 |
| 11 | 112 | 1240 | 5090 | -0.006075 | -0.075803 | 0.018615 |
| 12 | 95 | 1260 | 4220 | -0.036158 | -0.066464 | -0.016439 |
| 13 | 56 | 1220 | 2630 | -0.105172 | -0.085142 | -0.080502 |
| 14 | 23 | 1120 | 1350 | -0.163569 | -0.131839 | -0.132075 |
| 15 | 216 | 1250 | 9230 | 0.177963 | -0.071134 | 0.185421 |
| 16 | 231 | 1275 | 8880 | 0.204507 | -0.059460 | 0.171319 |
| 17 | 213 | 1285 | 8190 | 0.172654 | -0.054790 | 0.143518 |
| 18 | 95 | 1460 | 3160 | -0.036158 | 0.026928 | -0.059148 |
| 19 | 48 | 1550 | 1410 | -0.119329 | 0.068955 | -0.129658 |
| 20 | 80 | 1380 | 3030 | -0.062702 | -0.010429 | -0.064386 |
| 21 | 8 | 975 | 580 | -0.190113 | -0.199548 | -0.163099 |
| 22 | 24 | 920 | 1960 | -0.161799 | -0.225231 | -0.107497 |
| 23 | 18 | 950 | 1390 | -0.172417 | -0.211222 | -0.130463 |
| 24 | 35 | 1350 | 1150 | -0.142334 | -0.024437 | -0.140133 |
| 25 | 36 | 1400 | 1130 | -0.140564 | -0.001089 | -0.140939 |
| 26 | 94 | 2390 | 1580 | -0.037928 | 0.461202 | -0.122808 |
| 27 | 81 | 2380 | 1370 | -0.060932 | 0.456533 | -0.131269 |
| 28 | 115 | 1800 | 2930 | -0.000766 | 0.185695 | -0.068415 |
| 29 | 54 | 1860 | 1310 | -0.108711 | 0.213713 | -0.133687 |
| 30 | 10 | 1870 | 250 | -0.186574 | 0.218382 | -0.176395 |

8.9. LITERATURA

1. Bonacci, O., 1975, *Statistika u hidrologiji*, Zbornik radova seminara "Stohastička hidrologija", Jugoslavensko društvo za hidrologiju, Izola.
2. Bonacci, O., Hrelja, H., Isailović, D., Jovanović, S., Prohaska, S., Radić, Z., 1986, *Maksimalno vjerovatne velike vode – problemi i metode*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta Sarajevo, Sarajevo.
3. Box, G. E., Jenkins, G. M., 1970, *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Holden – Day, San Francisco, USA.
4. Bras, L. R., 1990, *Hydrology: An Introduction to Hydrologic Science*, Adison – Wesley Publishing Company, USA.
5. Chow, Ven-Te, et al., 1964, *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw Hill, New York.
6. Clarke, R. T., 1973, *Mathematical Models in Hydrology*, Food and Agriculture Organization of the United Nations, Rome.
7. Cooper, G. R., McGillem, C. D., 1971, *Probabilistic Methods of Signal and System Analysis*, HRW Series in Electrical Engineering, Electronics and Systems, USA.
8. Elezar, S., 1972, *Matematička statistika*, Zavod za izdavanje udžbenika, Sarajevo.
9. Gnedenko, B. V., Hinčin, A. J., 1968, *Uvod u teoriju vjerojatnosti* (prevod sa ruskog jezika), Tehnička knjiga, Zagreb.
10. Gray, D. M., 1973, *Handbook on the Principles of Hydrology*, A Water Information Center Publications, USA.
11. Grupa autora, 1970, *Primjena matematsko – statističkih metoda u hidrologiji – seminar*, Jugoslavenski komitet za međunarodnu hidrološku deceniju, Zagreb.
12. Grupa autora, 1974. *Stohastička hidrologija*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju, Izola.
13. Gumbel, E. J., 1958, *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, USA.
14. Haber, A., Runyon, R., 1971, *General Statistics*, Addison - Wesley Publishing Company.
15. Hrelja, H., Isailović, D., 1984, *Hidrologija – Zbirka rješениh zadataka*, Građevinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo.
16. Hrelja, H., 1997, *Određivanje povratnog perioda i intervala povjerenja u hidrološkim analizama*, Vodoprivreda, No.1(1997)1, Sarajevo.
17. Hrelja, H., 2000, *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
18. Hunter, W. G., 1973, *Statističko planiranje i projektovanje eksperimenata*, Građevinski i Mašinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo.

19. Jovanović, S., Đorđević, N., 1973, *Primjena metoda matematske statistike i teorije vjerovatnoće u hidrologiji*, Građevinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo.
20. Jovanović, S., 1977, *Primjena metoda matematičke statistike u hidrologiji*, Građevinski fakultet u Beogradu, Beograd.
21. Jovanović, S., Radić, Z., 1984, *Zadaci iz hidrologije*, Građevinski fakultet Beograd i Naučna knjiga Beograd, Beograd.
22. Jovanović, S., 1989, *Hidrologija – poglavlje u priručniku “Tehničar 6”*, Građevinska knjiga, Beograd.
23. Kendall, G. R., 1959, *Statistical Analysis of Extreme Values*, Proc. Hydrology Symp. No. 1., Spillway Design Floods, NCR, Ottawa.
24. Kite, G. W., 1975, *Confidence Limits for Design Events*, Water Resources Research, Vol. 11, No. 1.
25. Kite, G. W., 1988, *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publications, Colorado, USA.
26. Kuester, J. L., Mize, J. H., 1973, *Optimization Techniques With Fortran*, McGraw-Hill Book Company, New York.
27. Лучшева, А. А., 1959, *Практическая гидрология*, Гидрометеиздат, Ленин-град, СССР.
28. Лучшева, А. А., 1976, *Практическая гидрология*, Гидрометеиздат, Ленин-град, СССР.
29. Meyer, S. L., 1975, *Data Analysis for Scientists and Engineers*, John Wiley & Sons, Inc., USA.
30. Muller, I. & Freund, J. E., 1965, *Probability and Statistics for Engineers*, Prentice – Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
31. Papoulis, A., 1965, *Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw – Hill Publishing Co., New York.
32. Parzen, E., 1966, *Modern Probability Theory and Its Application*, John Wiley, New York.
33. Prohaska, S., Ristić, V., 1996, *Hidrologija kroz teoriju i praksu*, Rudarsko – geološki fakultet u Beogradu, Beograd.
34. Spiegel, M. R., 1972, *Theory and Problems of Statistics*, McGraw - Hill Publishing Co., New York.
35. Srebrenović, D., 1970, *Problemi velikih voda*, Tehnička knjiga, Zagreb.
36. Srebrenović, D., 1986, *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
37. Votrubá, L., et al., 1988, *Analysis of Water Resource Systems*, Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York.
38. Vranić, V., 1971, *Vjerovatnost i statistika*, Tehnička knjiga, Zagreb.
39. Zelenhasić, E., 1970, *Theoretical Probability Distributions for Flood Peaks*, Colorado State University Hydrology Paper No. 42., Colorado.
40. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991, *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.

41. Wilson, E. M., 1974, *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, USA.
42. Yevjevich, V., 1964, *Fluctuation of Wet and Dry Years, Part II, Analysis by Serial Correlation*, Colorado State University Hydrology Paper No. 4., Colorado.
43. Yevjevich, V., 1972, *Probability and Statistics in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA.
44. Yevjevich, V., 1972, *Stochastic Processes in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA.

„Snabdijevanje vodom postalo je najvažniji problem u životu i daljem razvitku čovječanstva“

(Gorski)

9

HIDROGRAM OTICANJA

9.1. CIKLUS OTICANJA I KOMPONENTE OTICANJA

Ciklus oticanja je dio hidrološkog ciklusa koji opisuje vezu između padavina i oticanja. Ciklus oticanja tretira raspodjelu voda i njenu evoluciju od trenutka kada je kiša pala na tlo do momenta kada je voda dospjela do površinskih vodotoka, ili se neposredno vratila u atmosferu putem evapotranspiracije /24/. Padavine i odgovarajuće oticanje koje su one izazvale su dva najuočljivija vida pojave voda i njihova veza se prosto nameće. Proučavanje padavina i oticanja, uključivši i njihovu međusobnu vezu, znači odvajanje iz cjelokupnog vodnog bilansa onoga što se lakše određuje, što je i opravdano, jer to u izvjesnim praktičnim zadacima i zadovoljava potrebe. To, međutim, posredno potpomaže i procjenu ostalih elemenata bilansa (isparavanje, transpiracija, infiltracija), koji se teže određuju. Zbog uticanja promjenljivih uslova slivanja i oticanja – iste padavine na različitim slivovima daju međusobno veoma različita oticanja.

Veličina različitih komponenti na koju se dijeli ukupna količina pale kiše zavisi od fizičkih karakteristika sliva, od prirode zemljišta kao i od tipa padavina. Na početku kiše, veći dio padavina se zadržava na lišću drveća i vegetacije uopšte.

Hidrogram oticanja

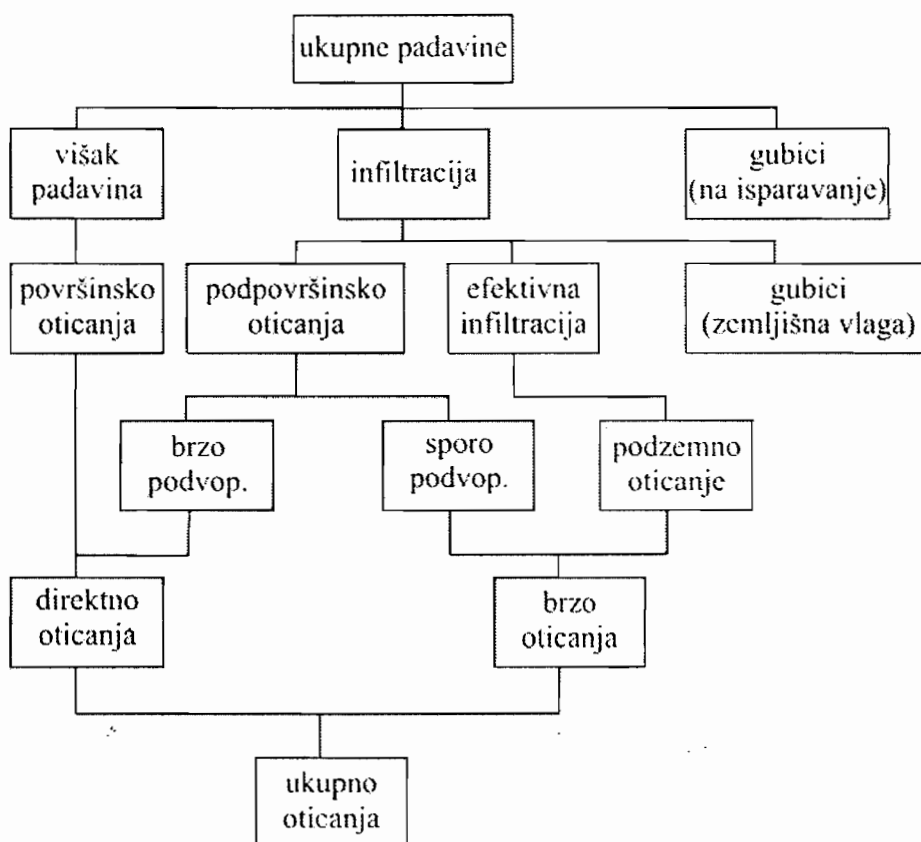
Ova voda se po pravilu vraća u atmosferu isparavanjem. Prilikom pljuskova malog intenziteta i kratkog trajanja u ljetnjem periodu, samo mali dio kiše dospije do zemljišta, a kada dospije do tla ispunjava površinske depresije ili se infiltrira u zemljište. Pri pljuskovima dužeg trajanja, ako je poslije ovih početnih gubitaka intenzitet kiše veći od intenziteta infiltracije zemljišta, počinje *površinsko oticanje*. Tada je površina terena pokrivena jednim tankim slojem vode (površinska akumulacija).

Jedan dio infiltrirane vode nastavlja da teče niz padine kroz rastresit sloj zemljišta, usljed prisustva slabo propustljivog materijala ispod površine terena, i dospjeva do riječnog korita sa izvjesnim zakašnjenjem u odnosu na površinsko oticanje; ova komponenta oticanja se zove *podpovršinsko oticanje*. Dio infiltrirane vode dospjeva do podzemne izdani (efektivna infiltracija) i može kao podzemna voda, kod efluentnih tokova (objašnjenje pojma „efluentan“ dato je u nastavku), da postane *podzemno oticanje* recipijenta. Najzad, dio vode koja je upijena ostaje iznad nivoa podzemne vode u nezasićenoj zoni zemljišta (*zemljišna vlaga*). Ovu vodu dijelom koriste biljke, a dijelom ona isparava, kao i voda koja je zaostala na površini terena /21/.

Ciklus oticanja predstavlja veoma kompleksan proces, pošto svi parametri variraju u vremenu i prostoru, u širokim granicama.

Ukupno oticanje u jednom efluentnom vodotoku, tj. količina vode koja se javlja na izlaznom profilu sliva, sastoji se od četiri glavne komponente: (i) *površinskog oticanja*, (ii) *podpovršinskog oticanja*, (iii) *podzemnog oticanja* i (iv) *oticanja koje potiče od kiše koja je pala neposredno na površinu vodotoka*. Pored ove podjele, pojedini hidrolozi uzimaju da se *podpovršinsko oticanje* sastoji od dvije komponente: *brzog* i *sporog* oticanja.

Veza različitih komponenti ciklusa oticanja, može se predstaviti slijedećom šemom:

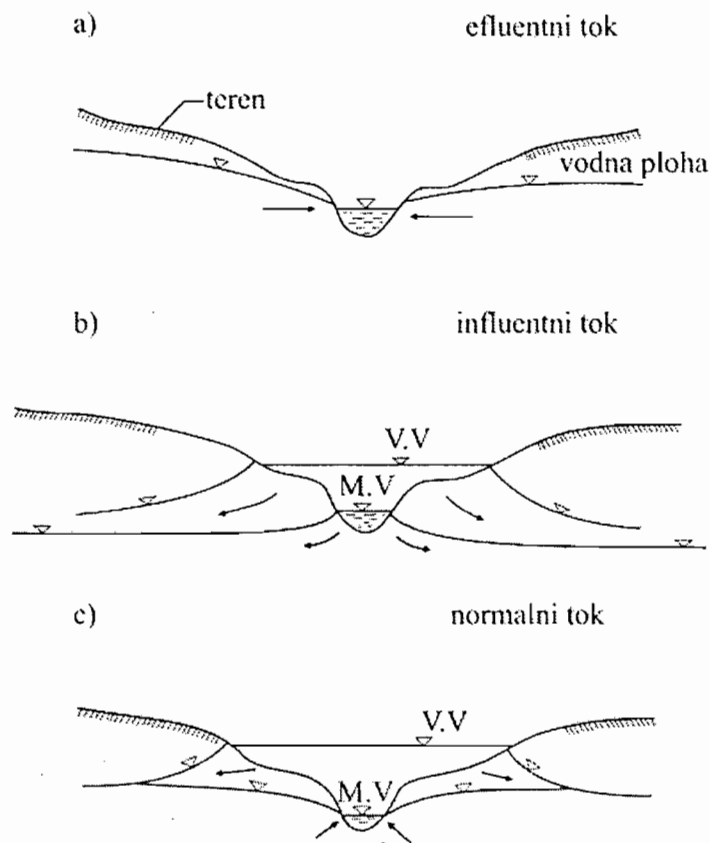


Slika 9.1. Veze različitih komponenti ciklusa oticanja

Ukoliko je nivo obližnje podzemne vode niži od korita posmatranog vodotoka na datoj dionici, onda dio vode iz rijeke infiltrira i ponire u njeno priobalje. Takvi vodotoci zovu se *influentni* (slika 9.2-b). Ako se vodotok hrani podzemnom vodom iz svog priobalja, zove se *efluentni* (slika 9.2-a). Normalni vodotok nastaje kada se za vrijeme malih voda (niskih vodostaja) vodotok hrani podzemnom vodom iz podzemlja, a za vrijeme srednjih i visokih vodostaja iz rijeke se voda infiltrira u njeno priobalje (slika 9.2-c).

Efluentni vodotoci generalno govoreći, imaju značajnije male vode i manji odnos srednjih i malih voda. Kod influentnih vodotoka, odnos srednjih i malih voda je značajno veći u odnosu na efluentne vodotoke.

Hidrogram oticanja



Slika 9.2. Ilustracija pojmova „efluentni“ i „influentni“ vodotok

Dok je za neke vrste hidroloških proračuna od interesa samo ukupno oticanje vode u posmatranom profilu vodotoka (analiza dnevnih, mjesečnih, sezonskih i godišnjih proticaja, zatim makimalnih proticaja vode itd.), u parametarskoj hidrologiji se često javlja potreba da se izdvoje sve komponente oticanja, odnosno one koje se u datim okolnostima mogu identifikovati.

U hidrološkoj praksi se teško sve ove komponente mogu odvojiti pa se često operiše sa dvije glavne komponente:

- direktnim (brzim) oticanjem,
- baznim (sporim) oticanjem.

Direktno oticanje je onaj dio ukupnog oticanja koje doprije u vodotokove sliva brzo po prestanku padavina ili topljenja snijega, a jednako je sumi površinskog i brzog podpovršinskog oticanja i padavina nad samim vodotokom. Bazno oticanje je onaj dio oticanja u vodotoku koje potiče od dotoka vode iz podzemne izdani priobalnog pojasa vodotoka i zakašnjelo podpovršinsko oticanje. Oticač vodotokom za vrijeme

dugotrajnih beskišnih perioda je u cjelini bazni. Njega sačinjavaju podzemno i kasno podpovršinsko oticanje.

Vrijednost pojedinih komponenti oticanja može biti jednaka nuli. Tako postoje vodotoci koji nemaju komponentu baznog oticanja. Ovo zavisi od karakteristika kiše i stanja površinskog sloja zemljišta. S druge strane, podzemno oticanje zavisi od položaja riječnog korita u odnosu na nivo podzemne vode. Vodotoci na višim dijelovima sliva često ne presjecaju zonu podzemne vode ili je presjecaju samo u pojedinim periodima godine, kada je ovaj nivo najviši. U izvjesnim slučajevima, kada je nivo podzemne vode na relativno maloj dubini, vodotok koji je prije početka i tokom prvog perioda padanja kiše bio influentan, može kasnije postati efluentan.

Ukupno oticanje vode, kao proces predstavlja gravitaciono tečenje vode u koritu vodotoka određenog sliva. Veličine pomenutih korita vodotoka kreću se od malih potočića, potoka, riječica, do vrlo velikih rijeka. Dok su padavine na kopnenim dijelovima zemlje po svojoj pojavi vrlo promjenljive u vremenu, prostoru i po svojoj količini, dotle je ta promjenljivost kod procesa oticanja daleko manja. To je uglavnom posljedica akumulacionih kapaciteta površinskih slojeva zemlje, zbog kojih se dobar dio vode od padavina zadržava i postepeno drenira u vodotoke datog sliva.

U daljem tekstu biće govora o ovako definisanim komponentama oticanja. Napominje se da se u praksi termin «površinsko oticanje» često koristi kao sinonim za termin «direktno oticanje», a isto tako «podzemno oticanje» kao sinonim za termin «bazno oticanje». Pomenuti termini se na isti način naizmjenično koriste u daljenjem izlaganju.

9.2. HIDROGRAM OTICANJA I NJEGOVE KOMPONENTE

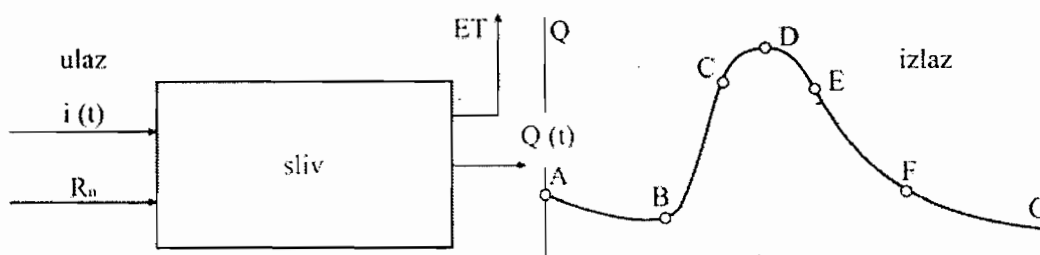
Ukupno oticanje na izlaznom profilu sliva pojavljuje se kao vremenska funkcija $Q = f(t)$, čija se grafička predstava zove *hidrogram oticanja*, ili kratko *hidrogram*. Dakle, hidrogram je grafička prezentacija proticaja u vodotoku u vremenu na određenoj lokaciji. Hidrogram se može smatrati jednim integralnim izrazom fizičko-geografskih i klimatskih karakteristika i procesa koji određuju odnose i zavisnosti između padavina i oticanja datog sliva kod date lokacije na vodotoku.

Sa aspekta teorije sistema (vidi poglavlje 7), izlaz hidrološkog sistema je hidrogram oticanja, zatim gubici (deficit oticanja) sa sliva koji se, u krajnjoj liniji, manifestuju kao isparavanje sa vlažnih površina i isparavanje kroz biljke

Hidrogram oticanja

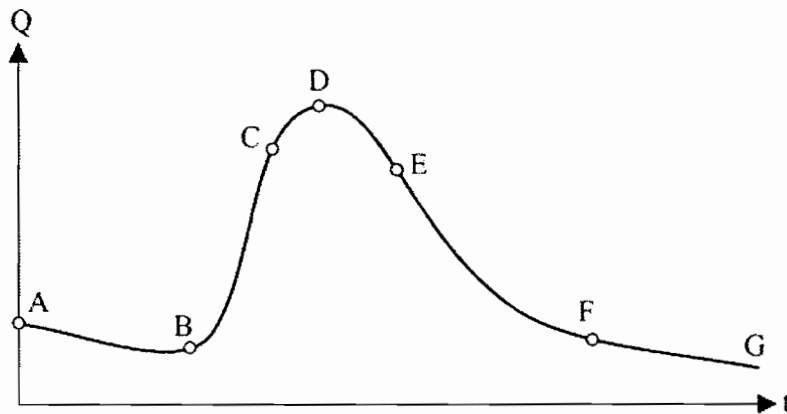
(transpiracija). Ovo je pokazano na slici 9.3, gdje je sa $i(t)$ i $R_n(t)$ označen (bruto) intenzitet kiše i neto radijacija a $Q(t)$ hidrogram (protok na izlaznom profilu u funkciji vremena). To je potpuni odgovor ili izlaz sa slivne površine na padavine pale na tu površinu ili ulaz. Sistem koji predstavlja efekte fizičko-geografskih, geoloških i hidrometeoroloških faktora slivne površine je vrlo kompleksan, i teško ga je precizno modelirati zbog visoke varijabilnosti tih parametara u vremenu i prostoru.

Faktori koji utiču na hidrogram na nekoj lokaciji su kompleksni i međusobno povezani, tako da jedna slivna površina ne može proizvesti dva potpuno jednaka hidrograma za dvije slične kiše kao ulaz, niti dvije slivne površine iste veličine ne proizvode iste hidrograme za slične kiše kao ulaz. Kada se analizira veliki broj hidrograma oticanja sa nekog sliva na nekoj lokaciji, mogu se uočiti neregularna ponašanja hidrograma kao rezultat kompleksnosti pljuskova koji su ih izazvali i karakteristika slivne površine.



Slika 9.3. Ulazi i izlazi hidrološkog sistema

Oblik hidrograma uslovljavaju fizičko-geografski faktori kao i klimatski činioci slivnog područja. Hidrogram oticanja, koji je posljedica jedne izolovane kiše, uniformnog intenziteta i ravnomjerno raspoređene na slivu, ima generalnu - karakterističnu formu sa tri tipična dijela koja je predstavljena na slici 9.4. Period porasta, odnosno povećavanja proticaja u vremenu, naziva se *krivom koncentracije* (grana porasta, dio BC na slici 9.4), segment CDE je *vršni dio hidrograma*, kada proticaj dostiže svoj maksimum, dok je dio EFG *retardaciona grana* (*kriva recesije*). Tačke C i E su infleksione tačke obje grane.



Slika 9.4. Ilustracija hidrograma oticanja

Kriva AB je hidrogram oticanja efluentnog vodotoka prije kiše. Tokom i poslije prestanka kiše, povećanju proticaja u vodotoku može doprinijeti jedna ili više komponenti oticanja .

Grana porasta hidrograma ili kriva koncentracije. To je dio hidrograma od tačke B do tačke C na slici 9.4 koji predstavlja njegov uzlazni/rastući dio. Oblik krive koncentracije prvenstveno zavisi od topografskih karakteristika sliva (forma i pad sliva), zatim od trajanja, intenziteta i raspodjele padavina na slivu. Na konkavnost početnog dijela ove krive utiču pored oblika sliva, kapacitet infiltracije i površinskog zadržavanja na početku pljuska. Uzlazna grana hidrograma se pripisuje činjenici doprinosa sve veće i veće slivne površine u oticanju počinjući sa početkom kiše. Ona postepeno dostiže maksimum kada čitava površina počinje doprinositi oticanju u posmatranoj tački vodotoka.

Oblik segmenta porasta hidrograma zavisi od trajanja, intenziteta i vremenske raspodjele padavina po slivu, od prethodne vlažnosti sliva, infiltracionih karakteristika njegovog tla, od oblika i nagiba sliva i od „dijagrama vrijeme-površina“ datog sliva.

Vršni dio hidrograma. Uključuje dio hidrograma oticanja od tačke infleksije na grani porasta do tačke infleksije na opadajućoj grani hidrograma (dio krive od tačke C do tačke E na slici 9.4). Vrh hidrograma, ili maksimalna trenutna vrijednost proticaja, javlja se unutar tog vremenskog intervala. Maksimalni proticaj (tačka D na slici 9.4) javlja se u trenutku kada čitava površina sliva počinje da doprinosi oticanju. Onaj dio slivne površine najbliži izlazu (posmatranoj vodomjernoj stanici) mora još uvijek doprinositi oticanju kada voda sa najudaljenije tačke na slivnoj površini dospije do izlaza. To znači, trajanje kiše mora biti jednako ili veće od vremena koncentracije slivne površine. Otuda, kiša određenog intenziteta, čije je trajanje jednako ili veće od vremena putovanja vode od najudaljenije tačke u slivu pri svim ostalim istim uslovima, proizvešće veće

Hidrogram oticanja

maksimalno oticanje, nego kiša kraćeg trajanja. Kao mjera opreza treba ponoviti da je ovaj koncept ograničen na male slivne površine.

Zavisno od karakteristika kiša na slivnoj površini, vrh može biti oštar, ravan (plosnat) ili može imati više uočljivih vrhova, ali je onaj najveći od najvećeg interesa za hidrologe.

Retardaciona grana hidrograma (kriva recesije). Recesiona grana uključuje preostali dio hidrograma, koji može ili ne mora opadati do proticaja čija je vrijednost nula, zavisno od veličine podzemnog ili baznog oticanja. Ovaj dio hidrograma predstavljen je jednom konveksnom krivom (od tačke *E* do tačke *F* na slici 9.4) reprezentujući oticanje akumulirane vode u slivu čija akumulacija je najveća u tački *E*. Oblik ove krive ne zavisi od karakteristika kiše i infiltracije nego u prvom redu od fizičkih karakteristika sliva i hidrografske mreže. Tačka *F* predstavlja vrijeme kada je količina vode u rijeci doprinos samo doticanja podzemnih voda u mrežu vodotoka. Od ovog vremena nema doprinosa kiše u oticanju a karakteristike korita vodotoka uglavnom determiniraju tip opadajuće ili recesione grane hidrograma. Dio *FG* je retardaciona kriva podzemnih voda u slivu, isto kao i dio *AB*. Kada su kiše koje se jave na slivnoj površini koncentrisane bliže posmatranj tački na vodotoku, tada je dužina ove krive kraća, nasuprot slučaju kada su kiše koncentrisane bliže kraju slivne površine, kada je dužina recesione krive veća. Nagib recesione krive ukazuje na intezitet oticanja akumulisane vode u riječnom koritu.

9.3. FAKTORI KOJI UTIČU NA OBLIK HIDROGRAMA OTICANJA

Faktori koji utiču na oticanje sa slivne površine se najšire mogu klasificirati u tri glavne grupe: (i) fizičke karakteristike slivne površine, (ii) klimatski faktori i (iii) geološke karakteristike slivne površine.

Kada je riječ o vremenskoj raspodjeli oticanja sa slivne površine, može se reći da postoji i četvrta grupa faktora koji utiču na oticanje, a to su antropogeni faktori, odnosno aktivnosti čovjeka na slivnoj površini. Uticaj aktivnosti čovjeka na slivnoj površini na režim oticanja ogleda se u izgradnji nasipa, riječnih regulacionih objekata, brana i njihovih pratećih objekata, zatim pretvaranju prirodnih pašnjaka i šuma u poljoprivredne površine, močvarnih terena u šumske pojaseve, polupustinjskih oblasti irigacionim sistemima u zelene kultivisane površine i u povećanoj urbanizaciji sa njenim vještačkim vodonepropusnim (asfaltnim, betonskim i dr.) površinama.

Fizičke karakteristike slivne površine. Uključuju slijedeće brojne faktore, od kojih neki imaju dominantan uticaj a kod drugih taj uticaj može biti zanemarljiv:

- veličina i oblik slivne površine,
- pad slivne površine ili generalni nagib,
- raspored vodnih tokova na slivnoj površini (hidrografska mreža),
- pad glavnog toka,
- zadržavanje vode u slivu u privremenim akumulacijama,
- intenzitet infiltracije i sadržaj vlage u zemljištu,
- uticaj vegetacionog pokrivača,
- način obrade zemljišta,
- postojanje jezera, bara i močvara.
- veličina i oblik poprečnog presjeka vodotoka, njihov pad, hrapavost i dužina, kao i zapreminski kapacitet vodotoka,

Klimatski faktori. Najvažniji klimatski faktori koji utiču na oblik hidrograma oticanja, i naravno, zapremine oticanja su:

- intenzitet i trajanje kiše,
- raspodjela kiše na slivnoj površini,
- pravac i brzina kretanja kiše (pljuska),
- porijeklo i vrsta pljuska,
- isparavanje i transpiracija.

Geološke karakteristike slivne površine. Uključuju slijedeće dominantne faktore:

- geološke osobine površinskog sloja zemljišta i njegov pedološki sastav,
- prisustvo i karakteristike podzemne vode,
- vodopropustljivost geoloških formacija.

Može se konstatovati da su klimatski faktori predominantni u stvaranju grane porasta hidrograma (krive koncentracije), dok je retardaciona grana hidrograma (kriva recesije) nezavisna od karakteristika kiša koje su uzrokovale oticanje.

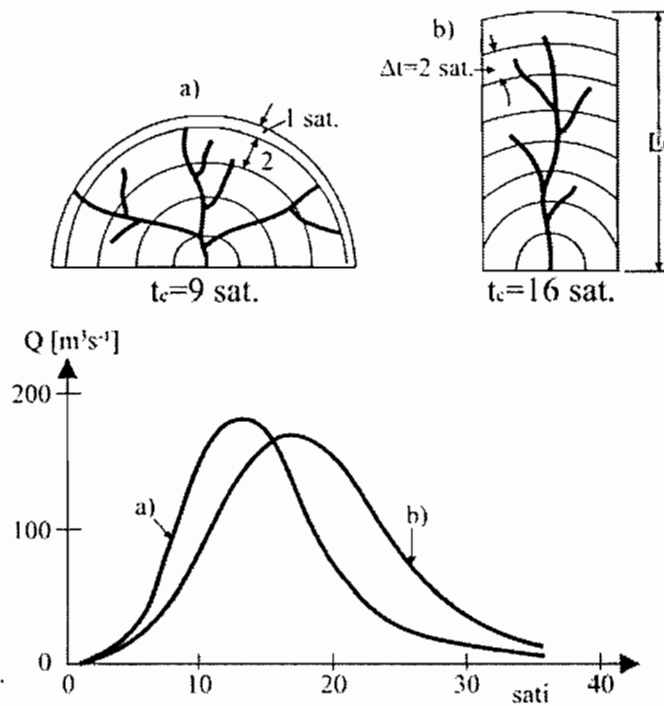
U zavisnosti od faktora koji utiču na oticanje, veliki slivovi uglavnom se razlikuju po hidrološkom režimu oticanja od malih slivova. Slivovi se dijele na velike i male i to ne samo po veličini sliva, već na osnovu izvjesnih dominantnih faktora. Kod malih slivova na veličinu vršnog proticaja u vodotoku dominantan je uticaj površinskog slivanja, a ne uticaj tečenja u samom koritu vodotoka. Vrijeme tečenja vode po površini terena sliva (površinsko oticanje) je relativno veliko u odnosu na vrijeme tečenja u glavnom vodotoku kod malih slivova, dok kod velikih to nije

slučaj. Osim toga, mali slivovi su vrlo podložni uticaju kratkotrajnih kiša jakog intenziteta i uticaju načina obrade zemljišta na slivu. Veličina malog sliva može da varira od nekoliko hektara do 25 km^2 (po nekima hidrolozima čak i do 200 km^2). Gornja granica zavisi od uslova pri kojem hidraulički značaj korita vodotoka i zapreminski efekat vodotoka postaju dominantni u odnosu na osjetljivost sliva na kratkotrajne kiše jakog intenziteta i način obrade zemljišta u slivu. Većina slivova koji se analiziraju pri projektovanju propusta saobraćajnica, manjih mostova, kišnih kanalizacionih sistema i aerodroma, spadaju u ovu kategoriju.

9.3.1. Uticaj fizičkih karakteristika slivne površine na oblik hidrograma

Veličina i oblik slivne površine. Glavni uticaj porasta veličine slivne površine na oblik hidrograma oticanja, ogleda se u produženju vremenske baze hidrograma oticanja. Ukupno oticanje sa slivne površine izraženo preko sloja vode ravnomjerne visine je neovisno od veličine slivne površine. Zbog toga, ukupna zapremina padavina koja dospije do nekog profila na vodotoku direktno je proporcionalna veličini slivne površine. Za određenu kišu, vrh hidrograma oticanja, odnosno maksimalni proticaj hidrograma oticanja po jedinici slivne površine-specifični maksimalni proticaj (izražen u $\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$) opada sa porastom veličine slivne površine.

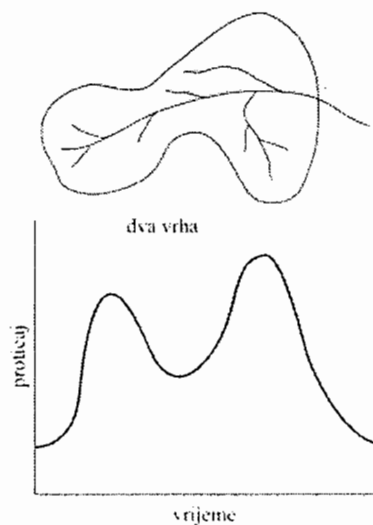
Uticaj oblika slivne površine na hidrogram oticanja je pokazan na slici 9.5, gdje su prikazana dva sliva iste površine ($F_a = F_b = 200 \text{ km}^2$). Neka je zbog oblika slivova, za prvi sliv vrijeme koncentracije $T_{ca} = 9$ sati, a za drugi $T_{cb} = 16$ sati. Ako na oba sliva padne kiša istog intenziteta (na primjer $i = 5 \text{ mm/h}$), kao rezultat na izlaznom profilu sliva dobiće se hidrogrami oticanja pokazani na slici 9.5.



Slika 9.5. Efekat oblika sliva na hidrogram oticanja /24/

Dakle, izduženiji slivovi (slika 9.5-b) daju manje vrhove hidrograma direktnog oticanja od vrhova hidrograma sa slivnih površina lepezastog oblika približno iste veličine.

Zavisno od oblika, ponekad slivna površina može imati više vrhova na hidrogramu oticanja (slika 9.6).

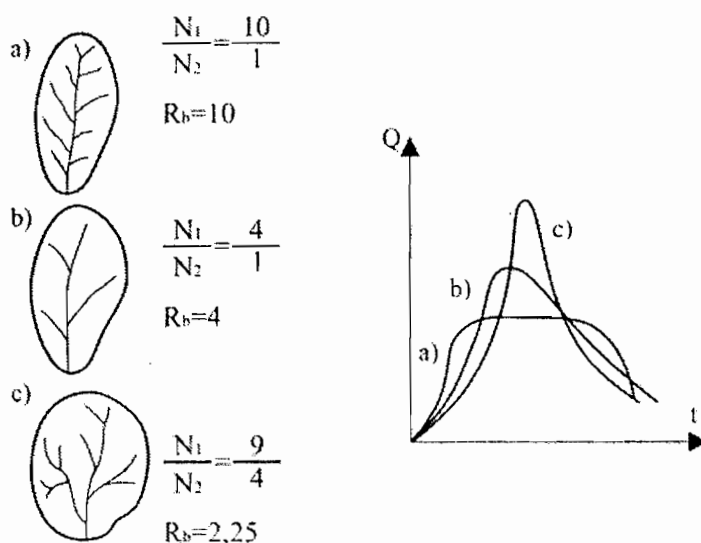


Slika 9.6. Ilustracija hidrograma oticanja sa više vrhova

Hidrogram oticanja

Raspored vodnih tokova na slivnoj površini (hidrografska mreža). Način rasporeda vodnih tokova na slivnoj površini determiniše efikasnost dreniranja sliva. Ako su drugi uticajni faktori nepromjenljivi, onda je vrijeme potrebno da voda pređe određeni put na slivnoj površini direktno proporcionalna dužini toga puta.

Kao što je to rečeno u poglavlju 5, izduženi slivovi obično imaju visoke vrijednosti za koeficijent bifurkacije R_b , i proizvode razvučene hidrograme. Slivovi sa malim koeficijentom bifurkacije R_b daju oštre vrhove, što je ilustrovano na slici 9.7.



Slika 9.7. Ilustracija uticaja gustine rječne mreže na oblik hidrograma oticanja

Pad slivne površine. Generalni nagib slivne površine ima kompleksnu vezu sa fenomenima površinskog oticanja zbog uticaja infiltracije, vlažnosti zemljišta i biljnog pokrivača. Uticaj nagiba slivne površine na oblik hidrograma oticanja manifestuje se u vremenu koncentracije zapremine oticanja za dati vodotok. Na velikim slivnim površinama, vrijeme tečenja po površini terena je malo u poređenju sa vremenom tečenja u riječnim tokovima. Suprotno, na malim slivnim površinama, tečenje po površini terena ima dominantan efekat na vremenske odnose i vrh hidrograma oticanja.

Kada se govori o uticaju pada slivne površine, može se dakle misliti na uticaj vremena putovanja, odnosno vremena koncentracije sliva na oblik hidrograma površinskog oticanja.

Kako pad terena, odnosno vodotoka, utiče na brzinu kretanja vode na površini i u vodotoku, proizilazi da pri svim ostalim uslovima istim, većem padu odgovara

manje vrijeme koncentracije sliva, i obrnuto. Prema tome, ako dva sliva iste površine ali sa različitim padom zahvati ista kiša, u prvom slučaju će grana porasta i opadanja biti strmija, a vršni proticaj će se javiti ranije nego kod sliva sa manjim padom. Međutim, ako kiša u oba slučaja traje dovoljno dugo, vršni proticaj na oba sliva će biti isti. Dakle, slivovi sa puno ravnih površina daju manje vrhove hidrograma i manje oticanje za razliku od slivova sa strmim površinama koji daju veće vrhove hidrograma oticanja.

Brzina tečenja vode po površini terena se ne može lahko sračunati zbog varijacija u vrstama tečenja koje mogu biti prisutne duž puteva kojima se voda kreće padinama. Površinsko tečenje na padinama sa glatkim površinama može varirati od potpuno laminarnog do potpuno turbulentnog.

Teoretsko i empirijsko razmatranje režima površinskog tečenja (dato od strane Butler-a, /14/) ima slijedeću formu:

$$q = ad^b J_s^c \quad (9.1)$$

gdje je:

q – specifično oticanje (proticaj po jedinici širine),

d – prosječna dubina površinskog akumuliranja,

J_s - pad površine,

a , b i c – koeficijent i eksponenti koji zavise od Rejnoldsovog broja, uticaja pada kišnih kapi i hrapavosti.

Gornja jednačina ukazuje na to da je efekat nagiba slivne površine na brzinu tečenja sličan kao i kod uticaja pada toka. Sa porastom pada sliva, vremenski elementi hidrograma oticanja opadaju.

Pad glavnog toka. Uticaj pada glavnog toka reflektuje se na vremenske elemente hidrograma oticanja. Pošto kriva recesije hidrograma predstavlja dreniranje akumulirane vode sa slivne površine, efekat pada kanala će biti vrlo uticajan kod tog dijela hidrograma. U skladu s tim, sa porastom pada kanala, nagib recesione grane hidrograma će rasti, a vremenska baza hidrograma opadati.

Nakon što voda dospije u glavni tok, vrijeme potrebno da voda dospije do izlaznog profila sliva je u funkciji dužine putovanja i pada toka. Brzina kretanja vode (v) u otvorenom kanalu pri jednolikom, uniformnom tečenju, može se izraziti kao:

$$v = CR^m J_t^n \quad (9.2)$$

gdje je:

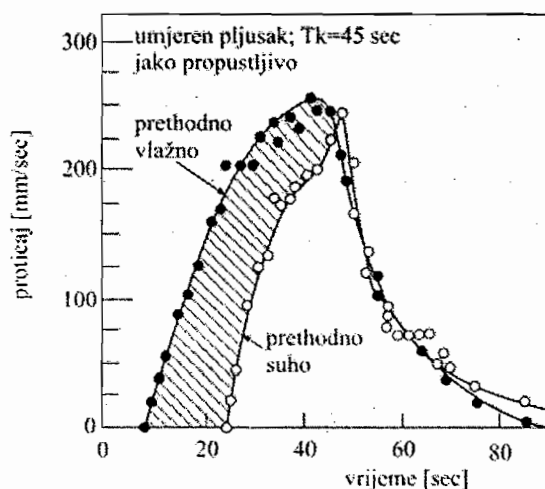
Hidrogram oticanja

C – konstanta čija vrijednost zavisi od hrapavosti kanala,
 R – hidraulički radijus,
 J_t – pada kanala,
 m i n – eksponenti.

Iz jednačine (9.2) slijedi, da vrijeme (t) potrebno da čestica vode pređe određeni put (l) u obrnutom je odnosu sa padom. Prema Maningu, vrijednosti eksponenata su $m = 2/3$ i $n = 1/2$.

Zadržavanje vode u slivu u privremenim akumulacijama. Slivne površine sa strmim padinama i malim brojem površinskih depresija daju hidrograme sa visokim ostrim vrhovima a kratkim trajanjima, nasuprot slivnih površina sa približno ravnim padinama i znatnim brojem depresija koje daju hidrograme sa spljoštenim vrhovima i većim trajanjem, odnosno vremenskom bazom hidrograma oticanja.

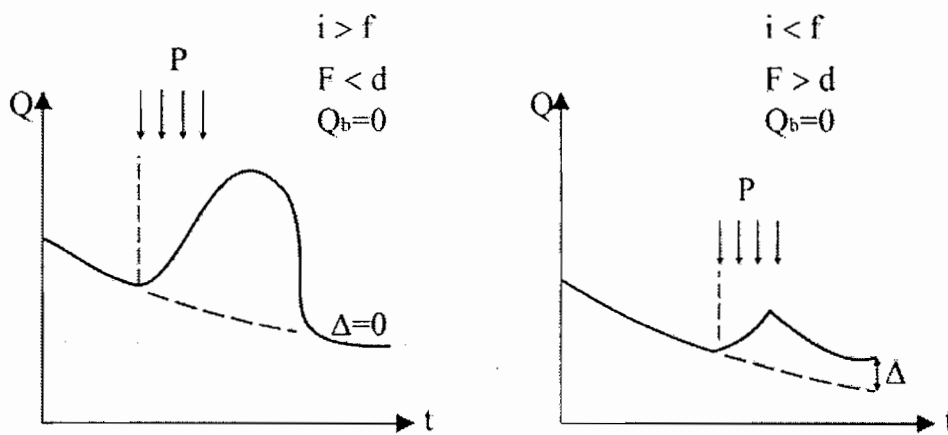
Prethodna vlažnost terena. Vlažnost zemljišta neposredno pred kišu je posljedica prethodnih kiša i evapotranspiracije, dakle klimatskih faktora. Uticaj uslova vlažnosti terena u slivu, na primjeru fizičkog modela sliva (laboratorijskog sliva) je pokazan na slici 9.8 /21/. Primjenjena je kiša umjerenog intenziteta, trajanja 45 s, na propustljivom terenu. Ovaj eksperiment pokazuje veliki uticaj vlažnosti na oblik hidrograma oticanja; zapremina upijene vode (da bi se zemljište saturisalo vodom) je pokazana šrafiranom površinom na crtežu. Za kraće trajanje kiše relativne razlike su znatno veće. Ovaj opit potvrđuje poznato iskustvo da pljuskovi sličnih karakteristika proizvode u prirodi različite hidrograme, u uslovima različitog sadržaja vlage u površinskom sloju zemljišta.



Slika 9.8. Ilustracija uticaja prethodne vlažnosti terena na oblik hidrograma oticanja /21/

Intenzitet infiltracije i sadržaj vlage u zemljištu. Sposobnost površinskog sloja zemljišta da upija vodu, reguliše infiltraciju vode ka nižim nivoima i time utiče na učešće pojedinih komponenti u ukupnom oticanju vode. Od nekoliko faktora koji učestvuju u ovom, inače veoma komplikovanom procesu, izdvajaju se slijedeći: intenzitet kiše i (mm/h) i infiltracija f (mm/h), zapremina upijene vode F (mm) i deficit vlage u zemljištu d (mm) (razlika između poljskog kapaciteta i aktuelnog sadržaja vlage).

Da bi se javilo površinsko oticanje, neophodno je da je $i > f$. Od odnosa veličina d i F zavisi dalje da li će doći do povećanja baznog oticanja. Ovo je pokazano na slici 9.8. Hidrogram na slici 9.8-a odgovara situaciji kada je nivo podzemne vode na većoj, a onaj na slici 9.8-b kada je podzemna voda na maloj dubini u odnosu na površinu terena. U drugom slučaju, voda od padavina, popunjavajući slobodne pore u površinskom sloju zemljišta, relativno brzo dopire do nivoa podzemne vode. U ovim uslovima, zona kapilarne vode može doći do površine terena. Plitki sloj vode na površini terena utiče na iščezavanje kapilarnih sila, što dovodi do naglog povećanja podzemnog oticanja čiji intenzitet, u ovakvoj situaciji, može biti istog reda veličine kao površinsko oticanje.



Slika 9.9. Uticaj intenziteta infiltracije i sadržaja vlage u zemljištu na oblik hidrograma oticanja: (a) nivo podzemne vode na većoj i (b) podzemna voda na manjoj dubini u odnosu na površinu terena /21/

Iz izloženog je uočljivo da nivo podzemne vode bitno utiče na obrazovanje površinskog oticanja vode. Ako je podzemna voda na velikoj dubini, jedan od glavnih faktora koji utiče na površinsko oticanje predstavlja intenzitet kiše. Ako je nivo podzemne vode blizu površine terena, intenzitet kiše ima drugostepeni značaj. Ovdje je presudna ukupna količina kiše. Kako u uslovima dugotrajnih kiša može doći do značajnog podizanja nivoa podzemnih voda, u početnom periodu će biti u važnosti slučaj sa slike 9.8-a, a kasnije može doći do situacije koja je predstavljena

Hidrogram oticanja

na slici 9.8-b. Kako na prostranstvima jednog većeg sliva, dubine podzemnih voda kao i fizičke osobine zemljišta variraju u širokim granicama, a isto se odnosi i na prostornu i vremensku raspodjelu kiše, proces obrazovanja površinskog i podzemnog oticanja će se na takvom slivu odvijati neravnomjerno, kako sa gledišta količine vode koja potiče sa raznih dijelova sliva, tako i u pogledu vremena u kome se oyo oticanje javlja /21/.

Uticaj vegetacionog pokrivača. Vegetacija omogućava povećanu infiltraciju vode i ona je primarni faktor za smanjenje površinskog oticanja u odnosu na gola tla. Obrada zemljišta, kao što su oranje i kopanje, značajno povećavaju intenzitet infiltracije. Tanki travnati pokrivač je vrlo efektan u smanjenju vrha hidrograma oticanja sa sliva.

Pošumljeni tereni zbog prisustva sistema korjenja i bogatog humusnog sloja, imaju daleko veći infiltracioni kapacitet nego goleti. Proizilazi, da se sa slivne površine pod šumom može očekivati manji intenzitet oticanja i hidrogrami oticanja bez oštrijih pikova. Naprotiv, nepošumljeni i strmi tereni proizvode hidrograme oticanja sa kratkom vremenskom bazom i značajnim maksimalnim proticajima (bujični tokovi). Sa poljoprivrednih površina, naročito ako se obrada (oranje) vrši po izohipsama, infiltracija je veća, a direktno oticanje manje nego sa neobrađenih površina sa istim topografskim karakteristikama. Vegetacija, u periodu intenzivnog rasta, troši vodu iz zemljišta (transpiracija); na taj način, zemljište je sposobno da primi veću količinu vode što, pri pojavi kiše, takođe ima uticaja na intenzitet oticanja vode.

9.3.2. Uticaj klimatskih faktora na oblik hidrograma

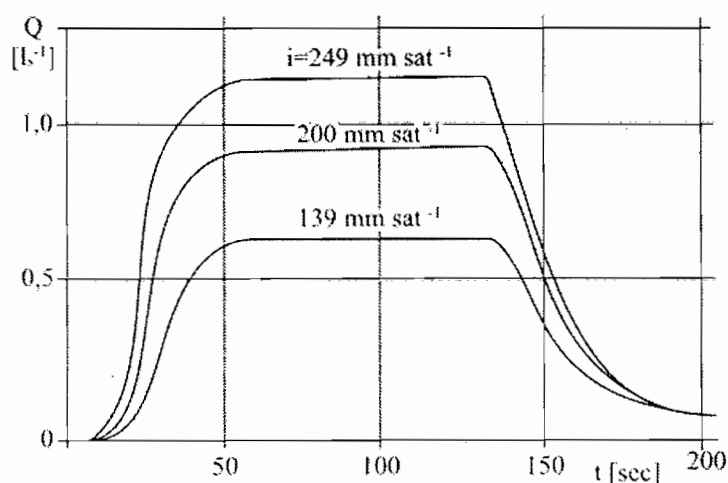
Intenzitet i trajanje kiše. Kao što je to konstatovano ranije, površinsko oticanje vode se javlja kada intenzitet kiše (i) prevaziđe intenzitet infiltracije (f), tj. kada je $i > f$. Kako $f(t)$ malo zavisi od $i(t)$ (pod uslovom da je tokom čitavog perioda $i(t) > f(t)$) to pri istom trajanju kiše t_k , svako povećanje intenziteta kiše daje veći vršni oticaj i veću zapreminu otekle vode.

Za konstantno trajanje kiše, porast intenziteta kiše će uzrokovati porast vrha i zapremine hidrograma oticanja, uz obezbjeđenje da je intenzitet kiše premašio intenzitet infiltracije. Međutim, u ovim uslovima trajanje površinskog oticanja ostaće uglavnom isto. Varijacije u intenzitetu kiše u malim vremenskim periodima tokom padanja kiše može uticati na oblik hidrograma oticanja kod malih slivnih površina, ali generalno one će imati malo uočljiv uticaj na formu hidrograma kod velikih slivnih površina.

Za kišu datog intenziteta, trajanje kiše određuje vrh hidrograma i vrijeme površinskog oticanja. Ako pljusak traje dovoljno dugo, tako da gotovo sve padavine oteknu; kao posljedica toga, vrh hidrograma će se približiti vrijednosti jednakoj proizvodu „ iF “, gdje je (i) intenzitet kiše a (F) površina sliva. Ova situacija se nikada ne postiže na velikim slivnim površinama, ali se može javiti na malim slivnim površinama (naročito urbanim), kada se koristi kao kriterij za projektovanje kišnih kanalizacionih sistema, odvodnju aerodroma i drugo. Teoretski, kod njih se javlja različito vrijeme površinskog oticanja za svako različito trajanje kiše. Praktično međutim, uočeno je da male varijacije u trajanju kiše (do 25% trajanja kiše) ne proizvode mjerljive uticaje na trajanje površinskog oticanja, zbog ublažavanja uticaja akumuliranja vode.

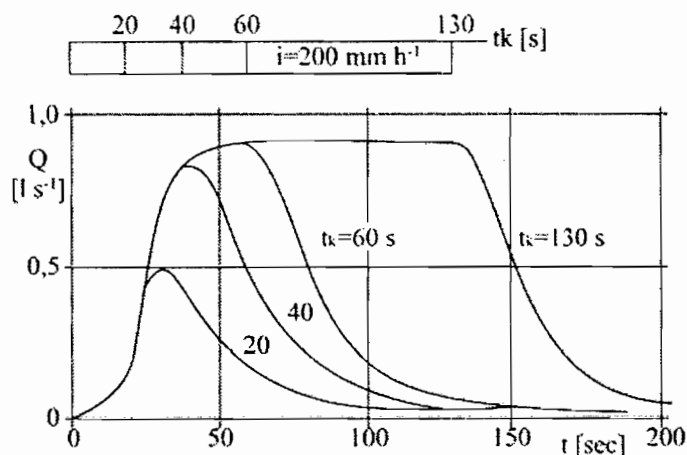
Na slikama 9.10 i 9.11 su pokazani rezultati eksperimenata na laboratorijskom slivu Građevinskog fakulteta u Beogradu /23/. Hidrogrami na slici 9.10 su rezultat eksperimenata sa kišama različitog intenziteta ali istog trajanja, pri čemu je trajanje kiše veće od vremena koncentracije sliva, odnosno $t_k > t_c$. Rezultati na slici 9.11 ukazuju na okolnost da pri kišama istog intenziteta ali različitog trajanja, grane porasta hidrograma imaju isti oblik, ali različito Q_{max} . Ako kiša traje dugo ($t_k > t_c$) biće dostignut maksimalni protok, koji je proporcionalan sa površinom sliva i intenzitetom.

Na velikim slivnim površinama u prirodi dolazi do izražaja isti fenomen. Da bi se javile poplavne vode, neophodno je da budu ispunjena dva uslova: (i) da kiša obuhvati čitav sliv, i (ii) da kiša traje dovoljno dugo. Drugim riječima, potrebno je da čitava slivna površina učestvuje u oticanju.



Slika 9.10 Oblik hidrograma oticanja u zavisnosti od intenziteta kiše /24/

Hidrogram oticanja



Slika 9.11. Uticaj trajanja kiše istog intenziteta na oblik hidrograma oticanja /24/

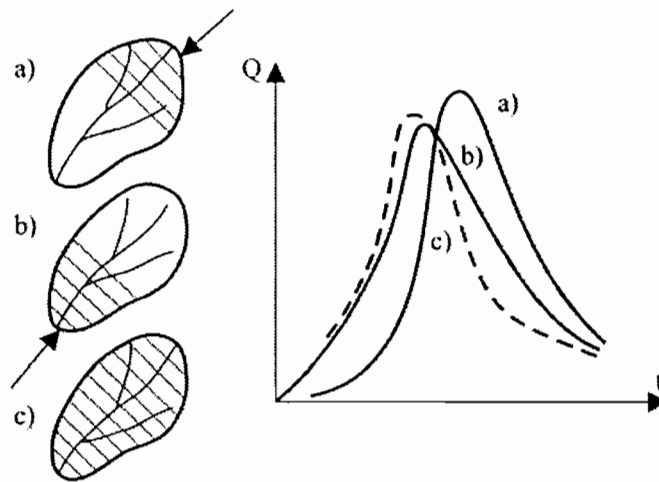
Pravac i brzina kretanja kiše. Na bazi istraživanja hidrograma oticanja na prirodnim i laboratorijskim slivovima, mogu se izvući slijedeći generalni zaključci o uticaju pravca i brzine kretanja kiše na hidrogram oticanja /23/:

Ako se oluja kreće uzvodno, oticanje se odmah javlja i brzo raste zbog kiše koja na samom početku pljuska pada blizu izlaznog profila (hidrogram *b* na slici 9.12).

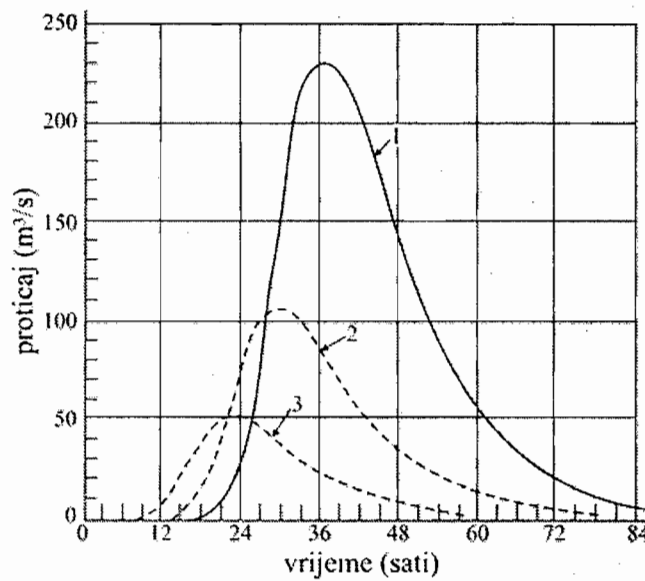
Kada se nepogoda kreće nizvodno, oticanje kasni zbog putovanja vode sa uzvodnih dijelova sliva; kasnije, hidrogram brzo raste zbog toga što se proticaj koji je dospio sa gornjih dijelova sliva, superponira sa oticanjem sa površine blizu izlaza (hidrogram *a* na slici 9.12). Hidrogram oticanja na slici 9.12-c je hidrogram oticanja od kiše koja je istovremeno zahvatila cijelu slivnu površinu.

Na oblik izlaznog hidrograma, pored pravca putovanja, mnogo utiče i brzina kretanja oluje (slika 9.13). Do katastrofalnih poplava sa velikih slivnih površina može da dođe kada frontalna kiša sporo napreduje, čak i pri umjerenim intenzitetima kiše.

Na bazi istraživanja u Velikoj Britaniji /24/, zaključeno je da se brzina kretanja nepogoda trajanja od 4 i 6 sati kreće od 20 do 70 km/h, i da kiše sa većim intenzitetom (do 50 mm/sat) imaju veću brzinu kretanja. Za centralni masiv u Francuskoj /22/, ustanovljeno je da u periodu mjerenja od 1971. do 1979. godine, trajanje oluja variralo od 30 do 160 sati sa maksimalnim intenzitetom do 90 mm/h, i da je širina ovih nepogoda iznosila od 0 do 40 km a dužina oko 100 km. Brzina kretanja nekih od ovih događaja je bila neočekivano mala (oko 5 km/h).

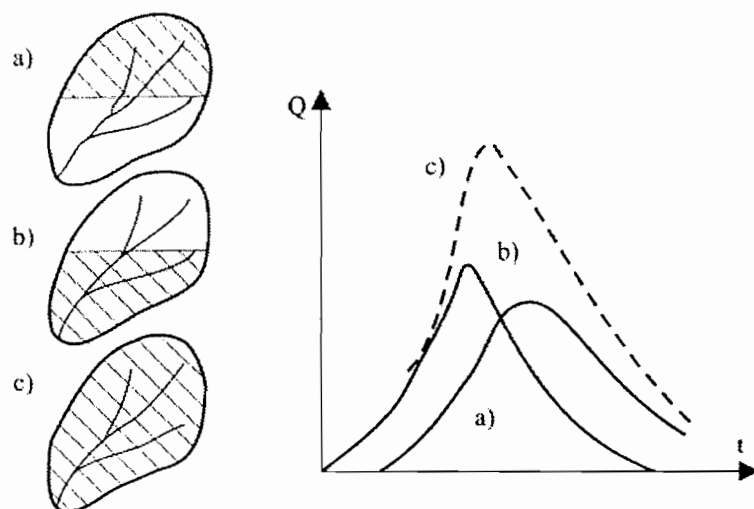


Slika 9.12. Uticaj pravca kretanja kiše na hidrogram oticanja



Slika 9.13. Hidrogrami oticanja od kiše koja se kreće nizvodno brzinom od (1) 2, (2) 4 i (3) 8 km/h /24/

Raspodjela kiša na slivnoj površini. Prostorni raspored kiša takođe može uzrokovati varijacije u obliku hidrograma oticanja. Ako je na dio slivne površine blizu izlaza pala jaka kiša, brzi porast, oštar vrh i brzo opadanje hidrograma se javlja kao rezultat. Ako se veći dio kiše javi na gornjem dijelu slivne površine, odgovarajući hidrogram ima manji i širi vrh. Ovaj uticaj ilustrovan je na slici 9.14.



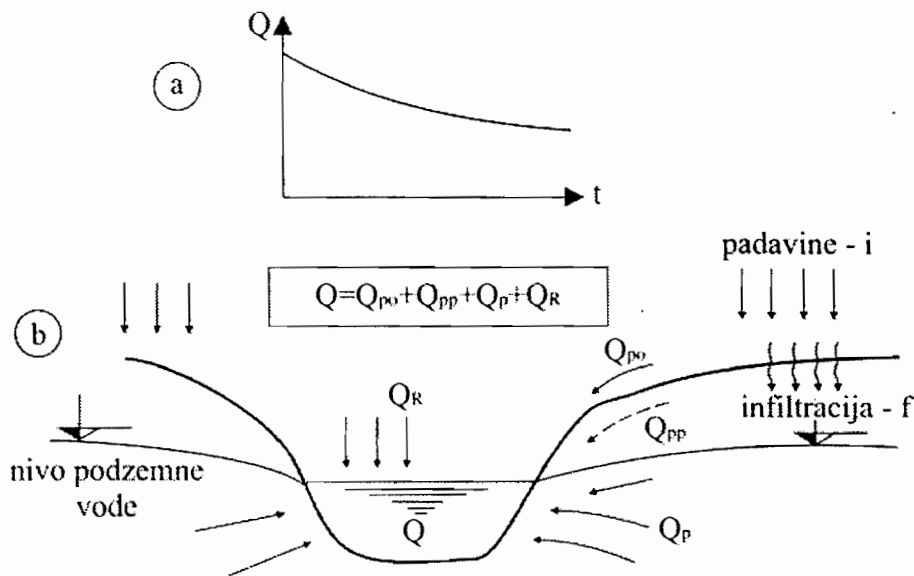
Slika 9.14 Uticaj raspodjele kiša na slivnoj površini na hidrogram oticanja

9.3.3. Uticaj geoloških faktora na oblik hidrograma

Geološki faktori, koji utiču na oblik hidrograma oticanja, su primarno oni koji upravljaju podzemnim oticanjem ka vodnom toku. Na primjer, jedna nepropusna geološka formacija ili sloj koji se nalazi blizu površine će uticati na veličinu podpovršinskog oticanja, pa tako i na hidrogram oticanja. Hidraulička provodljivost površinskog sloja zemljišta utiče na veličinu infiltracije na nižem nivou, i tako određuje doprinos podzemnog oticanja i podpovršinskog oticanja na ukupno oticanje. Treba napomenuti da podzemne geološke formacije mogu učiniti podzemnu površinu dreniranja ka vodnom toku mnogo većom ili mnogo manjom od dreniranja sa slivne površine.

Dakle, geološke karakteristike sliva su odgovorne za intenzitet infiltracije tokom padanja kiše. Ako slivnu površinu formiraju vodopropusni materijali akvifera, tada će oticanje biti manje zbog povećane infiltracije, ali za slivnu površinu izgrađenu od vodonepropusnih materijala oticanje će biti vrlo izraženo. Prisustvo rasjeda, pukotina i lomova, u geološkim formacijama rezultiraju u skretanju vode ka drugim lokacijama gdje one nestaju. Takve formacije mogu takođe skrenuti vodu iz posmatrane slivne površine ka susjednoj slivnoj površini kao gubici vode.

Na slici 9.15-a pokazan je hidrogram oticanja za jedan efluentni vodotok prije nego što je na sliv pala kiša. Pošto je kiša pala, povećanju proticaja može doprinijeti jedna, dvije, tri ili sve četiri komponente oticanja (slika 9.15-b).

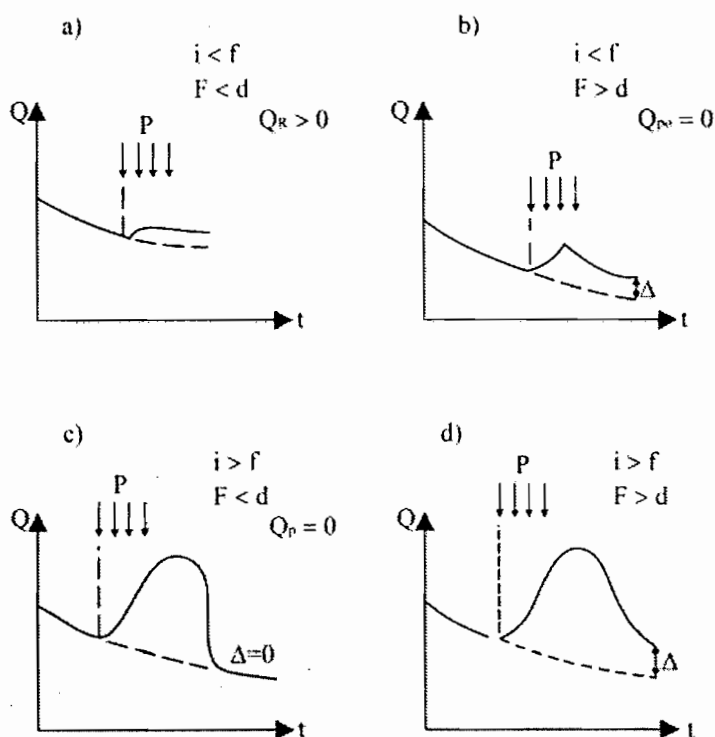


Slika 9.15: Karakteristični hidrogram oticanja efluentnog vodotoka (prije nego je na sliv pala kiša)

Uticaj slijedećih karakteristika kiše i slivnog područja: intenziteta kiše i (mm/h), kapaciteta infiltracije f (mm/h), zapremine upijene vode F (mm) i deficita zemljišne vlage d (mm), na oblik hidrograma oticanja pokazan je na slici 9.16. Na slici 9.16 razlikuju se četiri karakteristična slučaja.

Slučaj a: Ako je $i < f$ i $F < d$, jedini doprinos povećanju oticanja Q , su padavine na površinu vodotoka Q_R . Slučaj b: $i > f$, $F > d$. Pošto je sadržaj vlage u zemljištu dostigao poljski kapacitet, proticaj u rijeci povećavaju podpovršinsko oticanje Q_{pp} i podzemno oticanje Q_p . Razlika Δ javlja se samo zato što je $F > d$. Zbog toga što je $i < f$, površinsko oticanje $Q_{po} = 0$. Slučaj c: Ako je $i > f$ a $F < d$, proticaj u recipientu se povećava zbog površinskog oticanja Q_{po} , padavina palih na površinu vodotoka Q_R i eventualno brzog podpovršinskog oticanja Q_{pp} , ali nema doprinosa od (obnovljenih) podzemnih voda, pa je podzemno oticanje $Q_p = 0$. Slučaj d: $i > f$ i $F > d$. Ovo je situacija kada se javi jači i dugotrajniji pljusak. Ovdje se proticaj Q povećava usljed doprinosa sve četiri komponente oticanja.

Hidrogram oticanja



Slika 9.16. Uticaj intenziteta kiše, intenziteta infiltracije, zapremine upijene vode i deficita zemljišne vlage na oblik hidrogram oticanja

Oblici hidrograma oticanja na slici 9.16 predstavljaju idealizovane slučajeve za jedan manji, homogen sliv, kod kojeg nivo podzemne vode nije na velikoj dubini. Kako su na području jednog većeg sliva dubine nivoa podzemnih voda, zatim vodne i fizičke osobine zemljišta, podložni velikim promjenama, to će se proces obrazovanja površinskog i podzemnog oticanja na takvoj površini odvijati neravnomjerno, kako sa gledišta količine vode koja potiče sa raznih dijelova sliva, tako i u pogledu vremena u kome se ovo oticanje javlja.

Sa gledišta komponenti oticanja, hidrogram na slici 9.16-c, odgovara situaciji kada je nivo podzemne vode na većim dubinama, a hidrogram na slici 9.16-d, slučaj kada je ovaj nivo na maloj dubini u odnosu na površinu terena. U oba slučaja, intenzitet površinskog oticanja predstavlja razliku između intenziteta kiše (i) i intenziteta infiltracije (f). U zonama u kojima je podzemna voda na velikim dubinama (tj. kod influentnih tokova), površinsko oticanje je približno jednako razlici između padavina i količine vode koja se infiltrirala u zemljište, tj. $P_e = P - F$.

U oblastima sa plitkom podzemnom vodom, voda od padavina, popunjavajući slobodne pore u površinskom sloju zemljišta, relativno brzo dopire do nivoa

podzemne vode. Na taj način, ubrzo poslije početka kiše, najveći dio padavina učestvuje u formiranju oticanja sa sliva. U pogledu odnosa direktnog (površinskog) i baznog oticanja, ispitivanja koja su vršena posljednjih godina, pokazala su da u uslovima dužeg trajanja kiše, bazno oticanje, kako sa gledišta intenziteta, tako i trajanja, može čak biti istog reda veličine kao direktno oticanje /19/.

Na osnovu izloženog, može se zaključiti da postoji bitna razlika u obrazovanju površinskog oticanja u slučaju kada je nivo podzemne vode na velikoj dubini i u slučaju kada je ovaj nivo relativno blizu površine zemljišta. U prvom slučaju, jedan od glavnih faktora koji utiče na površinsko oticanje predstavlja intenzitet kiše, dok u drugom, intenzitet kiše ima drugostepeni značaj; ovdje je presudna ukupna količina kiše koja je pala na sliv /21/.

9.4. ODVAJANJE KOMPONENTI HIDROGRAMA OTICANJA

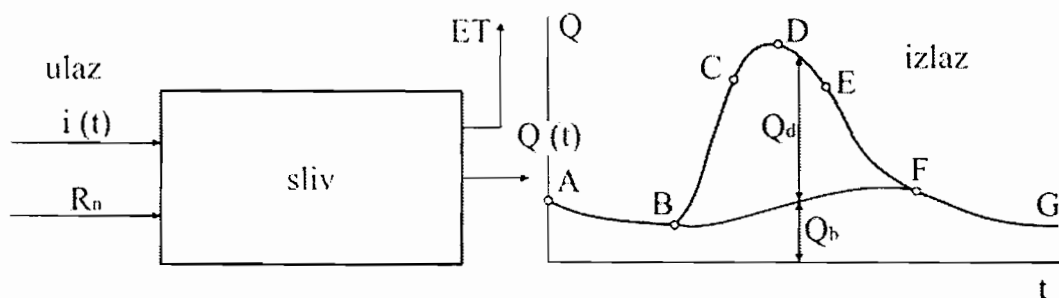
Kao što je već konstatovano u tački 9.1, u parametarskoj hidrologiji se često javlja potreba da se izdvoje sve komponente oticanja, odnosno one koje se u datim okolnostima mogu identifikovati.

Tako se u inženjerskoj hidrologiji najčešće operiše sa dvije komponente; to je *direktno oticanje*, za koje se pretpostavlja da pored površinskog sadrži i komponentu brzog podpovršinskog oticanja (kao i padavine na površinu vodotoka), i *bazno oticanje*, koje obuhvata komponentu sporog podpovršinskog oticanja i oticanje od podzemnih voda (vidi sliku 9.1). U daljem tekstu biće govora o ovako definisanim komponentama oticanja.

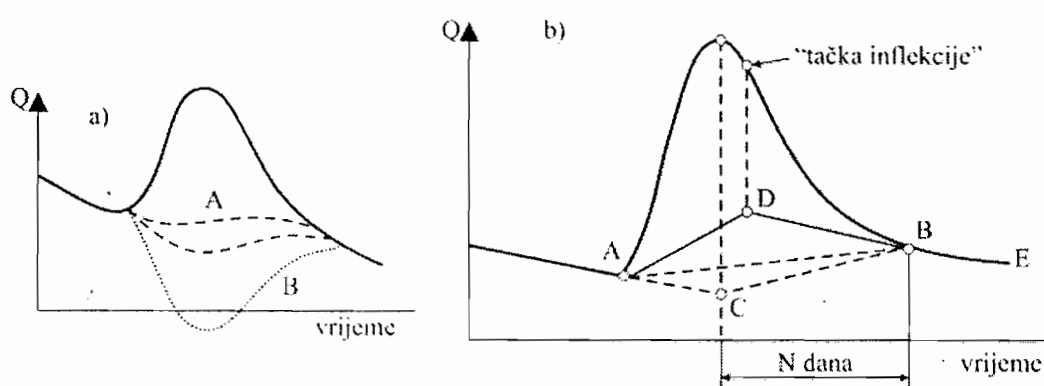
Obzirom da praktično nema načina da se identifikuju ove komponente pošto su se pomješale u riječnom toku, predloženo je niz metoda za analizu hidrograma, na bazi osmotrenog, ukupnog oticanja vode.

Ako se posmatraju samo dvije komponente, direktni Q_d i bazni oticaj Q_b (slika 9.17), hidrogram baznog oticanja kod malih i srednjih vodotoka mora biti negdje između dva ekstrema – krive A i B na slici 9.18-a.

Hidrogram oticanja



Slika 9.17. Ulazi i izlazi hidrološkog sistema



Slika 9.18. (a) Mogući oblici hidrograma baznog oticanja
(b) Načini za izdvajanje baznog oticanja

9.4.1. Metode za odvajanje baznog oticanja

Hidrogram podzemnog oticanja kod jednog efluentnog vodotoka, u principu može imati dva ekstremna oblika. Ako pri podizanju nivoa vode u koritu dolazi do znatnijeg prelaženja vode u podzemlje, doticaj podzemne vode je negativan (ili nula), i takva situacija ostaje do pojave vrha hidrograma oticanja, potom se doticaj podzemne vode povećava da bi, po prestanku površinskog oticanja, hidrogram podzemne vode slijedio krivu recesije (slika 9.18-a(B)). U drugom ekstremnom slučaju, može se pretpostaviti da hidrogram podzemne vode ima oblik kao na slici 9.18-a(A).

U prirodi će za male i srednje vodotoke, hidrogram podzemnih voda biti negdje između ova dva ekstrema. Kriva koncentracije hidrograma podzemnih voda teško se određuje; međutim, kako zapremina podzemne vode do vrha hidrograma najčešće nije značajna, pretpostavke o obliku grane porasta neće unijeti značajniju grešku u proračun.

Na slici 9.18-b pokazano je nekoliko jednostavnih metoda za razdvajanje podzemnog od površinskog oticanja, koje se najčešće primjenjuju pri hidrološkim analizama. Ovdje, kao i kod drugih metoda, osnovni je problem da se odredi trenutak kada je prestalo površinsko oticanje (tačka *B* na slici 9.18-b). Može se pretpostaviti da je vrijeme *N* (slika 9.18-b) relativno konstantno za izolovane kiše. Vrijednost vremena *N* zavisi od pada i površine sliva, ali i od niza drugih faktora.

Metoda I: Prva i najjednostavnija metoda je da se, pravom linijom, izvrši spajanje tačaka *A* i *B* na hidrogramu oticanja (slika 9.15-b). Tačka *A* je jasno uočljiva i lahko se definira na hidrogramu oticanja. O određivanju položaja tačke *B* biti će govora u nastavku. Hidrološko iskustvo i istraživanja većeg broja registrovanih hidrograma oticanja najbolje mogu pomoći da se odredi položaj tačke *B*. Za male slivne površine ova metoda odvajanja baznog oticanja daje grube rezultate.

Metoda II: Kod ove metode dio krive hidrograma oticanja prije nego je počela kiša (lijevo od tačke *A* na slici 9.15-b), produži se do vertikale koja polazi iz tačke u kojoj se javlja maksimalna ordinata hidrograma oticanja (tačka *C*). Ovaj dio krive predstavlja hidrogram oticanja, odnosno bazno oticanje u slučaju odsustva kiše. U drugom koraku pravom linijom se spoje tačke *C* i *B* čime se dobije linija baznog oticanja *ACB* (slika 9.15-b). Ova metoda se često koristi u hidrološkoj praksi. Vrlo često razlika između metode I i metode II ne mora da bude značajna, obzirom da je zapremina oticanja, predstavljena trouglom *ABC*, po pravilu mala.

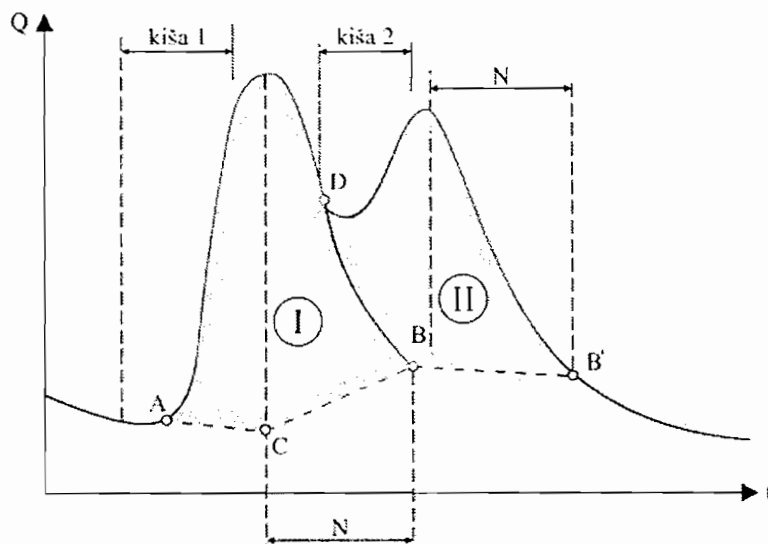
Metoda III: Ova metoda se koristi tamo gdje značajna količina vode potiče iz podzemlja i javlja se brzo na posmatranom profilu zajedno sa površinskim oticanjem (na primjer kod kraških terena). Procedura se sastoji u tome da se kriva hidrograma oticanja nakon tačke *B* produži unazad do vertikale koja polazi iz tačke infleksije hidrograma oticanja (tačka *D*). Spajanjem tačke *D* sa tačkom *A* daje krivu *ADB* koja odvaja bazno oticanje na ukupnom hidrogramu oticanju. Za hidrograme velikih poplavnih voda doprinos baznog oticanja je obično mali i bilo koja od metoda odvajanja neće imati značajnijeg uticaja na veličinu direktnog oticanja. Zbog toga, netačnost u određivanju i odvajanju baznog oticanja nema velikog značaja kod hidrograma poplavnih voda.

Metoda IV: Ova metoda praktično je jednaka metodi I, osim što se kod nje položaj tačke *B*, odnosno vrijeme prestanka direktnog oticanja određuje iskustveno.

Kada je oticanje u vodotoku posljedica dva ili više pljuskova, onda se javlja složeni hidrogram (slika 9.19). Za određivanje tačaka *B* i *B'* koristi se vrijeme (*N*) za dati sliv; način odvajanja baznog oticanja pokazan je na slici 9.19.

Hidrogram oticanja

Detaljnijom analizom krive retardacije dobijaju se elementi za razdvajanje površinskog i podzemnog oticanja.



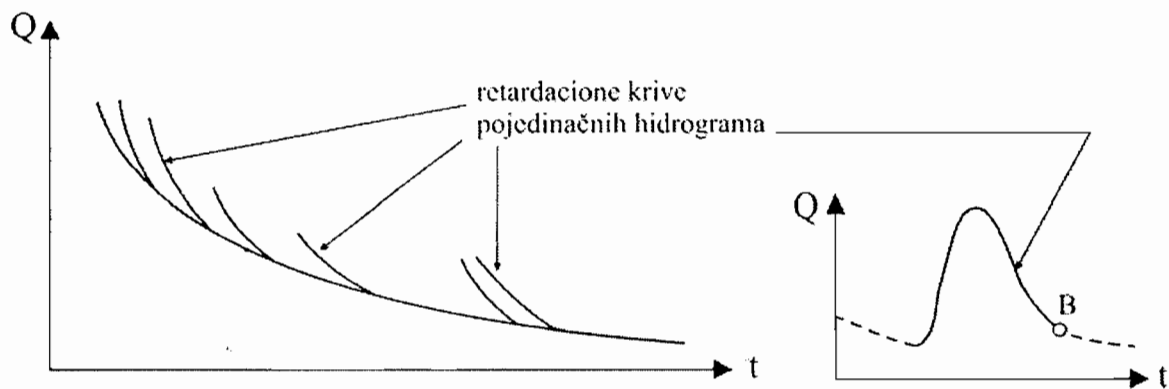
Slika 9.19. Odvajanje baznog oticanja kod složenog hidrograma oticanja

9.4.2. Analiza retardacione krive hidrograma oticanja

Ovaj dio hidrograma predstavljen je jednom konveksnom krivom (od tačke infleksije na retardacionoj grani hidrograma do tačke B na slici 9.18-b) reprezentujući oticanje akumulirane vode u slivu čija akumulacija je najveća u tački infleksije na retardacionoj grani hidrograma oticanja. Tačka B predstavlja vrijeme kada je količina vode u rijeci doprinos samo doticanja podzemnih voda u riječnu mrežu. Od ovog vremena nema doprinosa kiše u oticanju a karakteristike riječnog korita uglavnom determiniraju tip opadajuće ili recesione grane hidrograma. Kada su kiše koje se jave na slivnoj površini koncentrisane bliže posmatranoj tački na vodotoku, tada je dužina ove krive kraća, nasuprot slučaju kada su kiše koncentrisane bliže kraju slivne površine, kada je dužina recesione krive veća. Nagib recesione krive ukazuje na intenzitet oticanja akumulisane vode u riječnom koritu.

Po prestanku površinskog oticanja, dolazi kod efluentnih vodotoka do podzemnog oticanja vode, koje se sve više smanjuje i koje se može, u zavisnosti od karakteristika sliva, održati kroz duži ili kraći period vremena. Osobina terena da vodu koja je pala na sliv zadrži u podzemlju, predstavlja jednu od važnih karakteristika sliva; ova osobina ima u velikoj mjeri uticaj na režim oticanja vode, odnosno na oblik retardacione krive hidrograma.

Grafička analiza retardacione krive, može se sprovesti na taj način što se izdvajaju opadajuće grane većeg broja poplavnih talasa, sa odgovarajućim dijelovima hidrograma koji sigurno potiču samo od doprinosa podzemnih voda (periodi bez kiše). Ovako izdvojeni segmenti se nanose na $Q - t$ dijagram (slika 9.20). Počevši sa recesionom krivom koja daje najmanje proticaje, raspoloživi segmenti hidrograma se tako podešavaju, da se dobije kontinualna kriva, koja predstavlja prosječnu retardacionu krivu sliva. Ako se umjesto proticaja Q , na ordinatu nanosi $(\log Q)$, kriva recesije podzemnih voda je predstavljena pravom linijom, što može da olakša rad.



Slika 9.20. Grafička analiza retardacionih krivih hidrograma oticanja

Ponekad se kriva iscrpljenja pravi posebno za vegetacionu, a posebno za zimsku sezonu, zbog različitih uslova u slivu. Bazni proticaj u rijeci potiče od priliva vode u korito rijeke i u korita njenih pritoka od podzemne vode iz priobalja. Sa porastom bezkišnog perioda nad slivom, taj priliv podzemne vode u korito rijeke je sve manji i oblik njegovog hidrograma blizak je eksponencijalnoj krivoj datoj izrazom:

$$Q(t) = Q(t_0) \cdot e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (9.3)$$

gdje je $Q(t)$ proticaj u trenutku (t) , $Q(t_0)$ proticaj u proizvoljnom trenutku t_0 koji prethodi (t) ; α je koeficijent čija je dimenzija $[T^{-1}]$.

Izraz (9.3) za krivu iscrpljenja predložio je još 1905. godine francuski inženjer Maillet, da bi opisao proticaj izvora u periodu kada se ne vrši nikakvo obnavljanje zaliha podzemne vode. Prema [21] vrijednost koeficijenta α zavisi od retenzionih karakteristika podzemnog rezervoara ($\alpha = 0,003$ do $0,03 \text{ s}^{-1}$).

Do jednačine (9.3) može se doći na slijedeći način. Naime, poznato je da jednačina bilansa za riječni sliv glasi (poglavlje 1):

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_u(t) - Q_i(t) \quad (9.4)$$

gdje su $Q_u(t)$ i $Q_i(t)$ ulaz i izlaz sistema (riječnog sliva) a $V(t)$ zapremina akumulisane vode u podzemlju riječnog sliva u funkciji vremena (t).

Ako se pretpostavi da je riječni sliv linearan sistem tada je:

$$Q_i(t) = \alpha \cdot V(t) \quad (9.5)$$

pa je, uz uslov $Q_u(t) = 0$, koji je zadovoljen u predjelu krive iscrpljenja hidrograma oticanja:

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dQ_i(t)}{dt} \quad (9.6)$$

Izjednačavanjem (9.4) i (9.6) dobije se:

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\alpha \cdot Q_i(t) \quad (9.7)$$

što nakon integraljenja uz uvažavanje graničnih uslova daje:

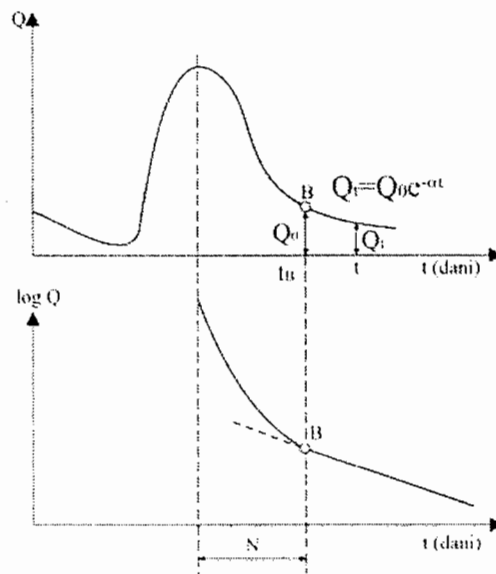
$$Q_i(t) = Q_i(t_0) \cdot e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (9.8)$$

Za $t - t_0 = l$ gornji izraz postaje:

$$Q_i(t) = Q_i(t-l) \cdot e^{-\alpha} \quad (9.9)$$

Upravo jednačina (9.8), kojom se analitički može predstaviti retardaciona grana hidrograma oticanja može poslužiti za određivanje položaja tačke B na slici 9.18-b, odnosno određivanja vremena (t_B) kada prestaje direktno oticanje a nastavlja se samo bazno (podzemno) oticanje.

Naime, ako se retardaciona kriva predstavi u semilogaritamskoj razmjeri, i to tako da se na ordinatu nanesu logaritmi proticaja, a na apcisu vrijeme (t) po jednačini (9.8), onda će retardaciona kriva koja pripada podzemnim vodama biti predstavljena pravom linijom (slika 9.21), a dio retardacione krive koja pripada direktnom oticanju će biti predstavljen krivom linijom. Mjesto, odnosno vrijeme (t_B) gdje retardaciona kriva poprima oblik prave linije daje položaj tačke B . Ako je prethodno izvršena analiza koja je prikazana na slici 9.20, osrednjena retardaciona kriva se koristi za kontrolu rezultata dobijenog po ovom postupku.



Slika 9.21. Grafički način za određivanje vremena kada je prestalo direktno oticanje

U slučaju kada se zakon iscrpljenja podzemnih voda ne mijenja iz godine u godinu, na osnovu (9.8) se može odrediti zapremina podzemnih rezervi u trenutku t_0 , polazeći od proticaja Q_{t_0} (koji odgovara t_0). Trenutak t_0 mora da se nalazi u periodu u kome je prestalo površinsko oticanje.

$$V = \int_0^{\infty} Q(t) dt = \int_0^{\infty} Q(t_0) \cdot e^{-\alpha u} du = \frac{1}{\alpha} Q(t_0); \quad u = t - t_0 \quad (9.10)$$

Zapremina V se može tretirati kao procjena kapaciteta zadržavanja podzemnih voda u slivu.

Hidrogram oticanja

U jednačini (9.10) se ne uzimaju u obzir gubici na evapotranspiraciju, pa se sa te strane pri određivanju (V) unosi greška.

Situacija u jednom prirodnom slivu je daleko komplikovanija nego što je uprošćena šema po kojoj je izveden zakon Maillet-a. U periodu malih voda, jedan recipijent se prihranjuje iz više izdani. U trenutku (t) proticaj u rijeci (u periodu malih voda) predstavljaće sumu:

$$Q = Q_1 e^{-\alpha_1 t} + Q_2 e^{-\alpha_2 t} + \dots + Q_n e^{-\alpha_n t} \quad (9.11)$$

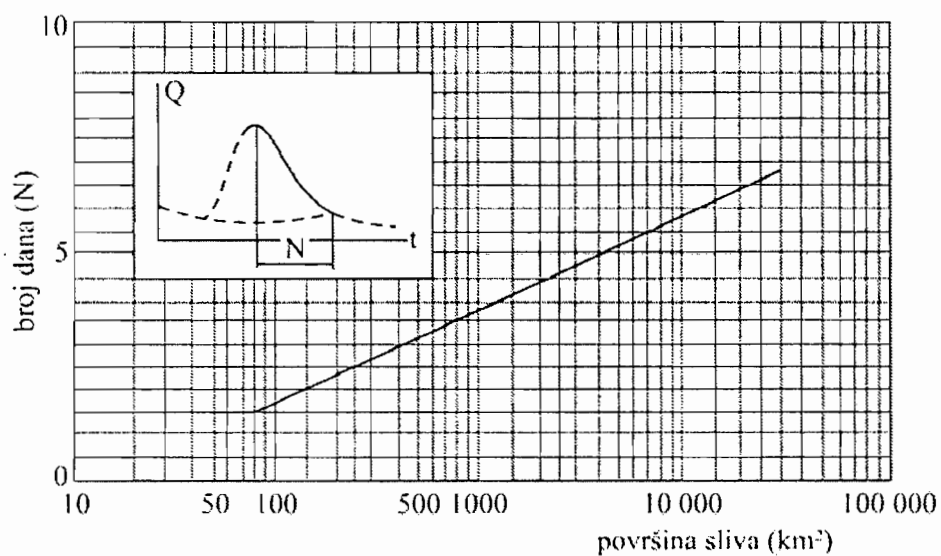
Samo ako je sliv homogen, onda je:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n \quad (9.12)$$

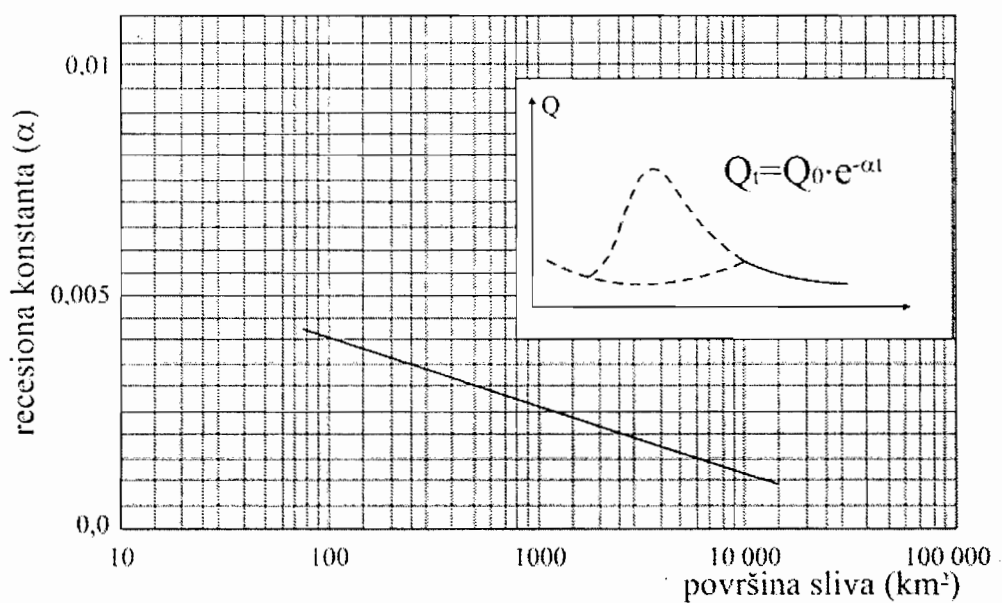
pa je:

$$Q = \left(\sum_i^n Q_i \right) \cdot e^{-\alpha t} \quad (9.13)$$

Kada se vrši odvajanje baznog oticanja, kod hidrograma osmotrenih na vodomjernim stanicama koje nisu opremljene uređajima za kontinualno registrovanje vodostaja, a i u drugim situacijama kada osmatranja proticaja nisu dovoljno pouzdana, korisno je raspolagati orijentacionim vrijednostima za vrijeme (N) i koeficijent recesije α . U tu svrhu se mogu koristiti analize ovih parametara izvršene na drugim slivnim površinama, sličnih fizičko-geografskih i klimatskih karakteristika. Kao primjer, na slikama 9.22 i 9.23 daju se rezultati jedne takve analize izvršene za sliv rijeke Velike Morave, gdje su predstavljene zavisnosti vremena (N) i koeficijenta recesije α u funkciji veličine slivne površine $F/21/$.



Slika 9.22. Zavisnost vremena (N) i veličine površine sliva /21/



Slika 9.23. Zavisnost koeficijenta recesije α i veličine slivne površine /21/

Sličnu zavisnost vremena N (u danima) i veličine slivne površine F , predložio je Linsly /27/:

$$N = 0,83 F^{0,20} \quad (9.14)$$

gdje je F veličina slivne površine u (km^2), a N vrijeme u (danima).

9.5. EFEKTIVNE PADAVINE I KOEFICIJENT DIREKTOG OTICANJA

Količina padavina koja dospije na jedan sliv u vidu kiše ili snijega može napustiti taj sliv kao vodena para, ili pak oteći površinskim i podzemnim putem. Dio padavina koji oteče naziva se *oticanjem* i predstavlja vodu koja se javlja na izlaznom profilu sliva. Sinonimi su: „višak“ *padavina*, *efektivne padavine* ili *neto padavine*.

Razlika između ukupnih (bruto) padavina na jednom slivu i viška (efektivnih) padavina, predstavlja „gubitke“. Gubici su, dakle, preostali dio kiše koji ne doprinosi oticanju. Termin „gubitak“ nije adekvatan, pošto se voda ne gubi u hidrološkom ciklusu. Razlika između pale i otekle vode je gubitak sa gledišta oticanja vode (deficit oticanja).

Sa stanovišta oticanja navedeni nazivi su opravdani, jer se smatra da otiču „efektivne“ (neto) padavine što se može shvatiti kao stvarno izvršeno, dok je ono što ne stigne u oticanje izgubljeno.

Pojam efektivne padavine upotrebljen je ranije u okviru poglavlja 6.1.3, kada su razmatrane hidrološke metode za određivanje infiltracionog kapaciteta, odnosno „gubitaka“ padavina. Tada su efektivne padavine predstavljene kao razlika ukupnih bruto padavina i „gubitaka“ padavina određenih preko infiltracionog kapaciteta, što odgovara prethodnoj definiciji da su „gubici“ padavina razlika između ukupnih (bruto) padavina i viška (efektivnih) padavina, jer obje definicije proizilaze iz jedne bilansne jednačine:

Ukupne (bruto) padavine = Višak (efektivne) padavine + „gubici“ padavina

Kako je to već pokazano u poglavlju 3.2, prosječna količina kišnih padavina na sliv može se predstaviti hijetogramom pale kiše (dijagram intenziteta/visine kiše u funkciji vremena). Gubici, koji su najvećim dijelom posljedica infiltracije vode u zemljište, takođe su funkcija vremena. Preostali dio padavina oteče površinski i, nalazeći svoj put do glavnom recipijenta sliva, postepeno puni riječno korito.

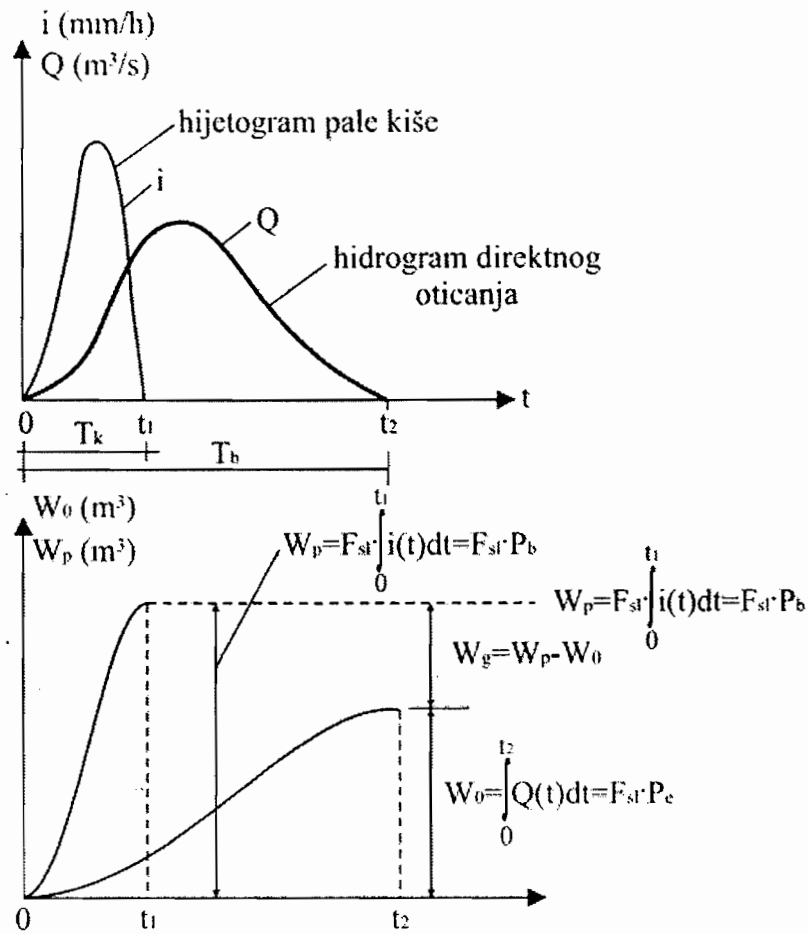
Kada se od hijetograma pale kiše oduzmu gubici, dobija se hijetogram efektivne kiše, kome odgovara (po zapremini otekle vode) hidrogram direktnog (površinskog) oticanja.

Dakle, kada se govori o vezi padavine – oticanje, uvijek se misli na proces tokom koga se određena zapremina (ili sloj) pale kiše redukuje u određenu zapreminu (ili sloj) otekle vode.

Obzirom da se padavine mjere relativno lahko i jednostavno, može se doći do dovoljno pouzdanih podataka na osnovu kojih se mogu ocjeniti prosječne padavine na razmatranoj slivnoj površini. Nasuprot padavinama, oticanje se teže mjeri, mjerenja su manje pouzdana (čak se vrlo često raspolaže sa oskudno izmjerenim podacima, ili ih čak i nema), pa se teško donose zaključci o mogućim proticajima/oticanju. Poznavanje veze padavine-oticanje, utvrđene za jedan kraći period osmatranja, dozvoljava da se sva saznanja o padavinama iskoriste za ocjenjivanje mogućeg oticanja u nekom budućem periodu.

Za ilustraciju gore uvedenih pojmova, na slici 9.24 dat je grafički prikaz upoređenja jedne kiše i njene posljedice u vidu oticanja sa jednog malenog sliva (dovoljno je opažanje kiše u jednoj tački). Prikazani hijetogram dobije se na osnovu ombrografskih osmatranja pale kiše, a hidrogram iz limnigrafskog zapisa vodostaja uz poznavanje veze vodostaj – proticaj, tj. krive proticaja. Potpuno je shvatljivo da je kišom obuhvaćen cio sliv do vodomjerne stanice kroz koju prolazi oticanje sa sliva.

Hidrogram oticanja



Slika 9.24. Ilustracija odnosa padavine - oticanje

Ako se veličine koje se nalaze na slici 9.24 upoređuju, one moraju biti istodimenzionalne. To je i učinjeno na donjem crtežu, gdje one imaju dimenziju zapremine, jer su donje linije integralne od gornjih, odnosno gornje su izvodi donjih, a proizilaze iz samog uvođenja pojmova „intenzitet kiše“ i „proticaj“ (vidi poglavlja 3. i 4.). Padavine pomnožene sa površinom sliva daju zapreminu, odnosno intenzitet kiše pomnožen sa površinom daje zapreminu u jedinici vremena, što ima dimenziju proticaja. Moglo se postupiti i drugačije: na donjem crtežu uzeti za ordinatu bruto padavine, a zapreminu oticanja podijeliti površinom sliva i dobiti „visinu oticanja“ ili efektivne padavine, pa njih upoređivati sa bruto padavinama.

Na osnovu oznaka na slici 9.24, zapremina pale vode, W_p , tokom jedne kišne epizode je:

$$W_p = F_{sl} \cdot P_b \quad (9.15)$$

gdje je F_{sl} veličina slivne površine, a P_b ukupna ili bruto prosječna visina kiše koja je pala na tu slivnu površinu. Ako se analizira hijetogram pale kiše, onda je to prosječni hijetogram za slivnu površinu, pa je zapremina pale kiše:

$$W_p = F_{sl} \cdot \int_0^{t_1=T_k} i(t) \cdot dt \quad (9.16)$$

gdje je $i(t)$ intenzitet pale kiše, a T_k trajanje kiše.

Zapremina otekle vode iznosi:

$$W_o = \int_0^{t_2=T_b} Q(t) \cdot dt = F_{sl} \cdot \int_0^{t_1=T_k} i_e(t) \cdot dt = F_{sl} \cdot P_e \quad (9.17)$$

gdje je $i_e(t)$ efektivni intenzitet pale kiše, P_e ukupna visina efektivne kiše, $Q(t)$ ordinate hidrograma direktnog oticanja na izlaznom profilu sliva i T_b vremenska baza hidrograma direktnog oticanja. Efektivni intenzitet i_e dobije se oduzimanjem intenziteta infiltracije f od intenziteta pale kiše kao (vidjeti metode pokazane u poglavlju 6.1.3):

$$i_e(t) = i(t) - f(t) \quad (9.18)$$

Iz jednačine (9.17) slijedi da je visina sloja otekle vode koju smo nazvali neto ili efektivnom kišom jednaka:

$$P_e = W_o / F_{sl} = \frac{\int_0^{t_2=T_b} Q(t) \cdot dt}{F_{sl}} \quad (9.19)$$

Efektivna ili neto kiša se prema tome određuje osmatranjem oticanja vode na izlaznom profilu sliva, dok se ukupna ili bruto kiša dobije na osnovu mjerenja pale kiše na čitavom slivnom području.

Hidrogram oticanja

Međutim, u hidrološkoj praksi se redovno, hijetogram prikazan na slici 9.24, predstavlja u vidu histograma, kako je to prikazano na slici 9.25. Tada se zapremina pale vode tokom jedne kišne epizode, W_p , računa kao:

$$W_p = F_{sl} \cdot \sum_{j=1}^n i_j \cdot \Delta t = F_{sl} \cdot P_b \quad (9.20)$$

gdje je i_j intenzitet kiše u j-tom segmentu hijetograma i Δt vremenski diskretizacioni interval na koje je podijeljen hijetogram pale kiše. Naravno, mora biti zadovoljeno da je:

$$n \cdot \Delta t = T_k \quad (9.21)$$

gdje je T_k ukupno trajanje kiše.

U ovom slučaju se, za praktične proračune dovoljno tačno, ukupna zapremina otekle vode može sračunati kao:

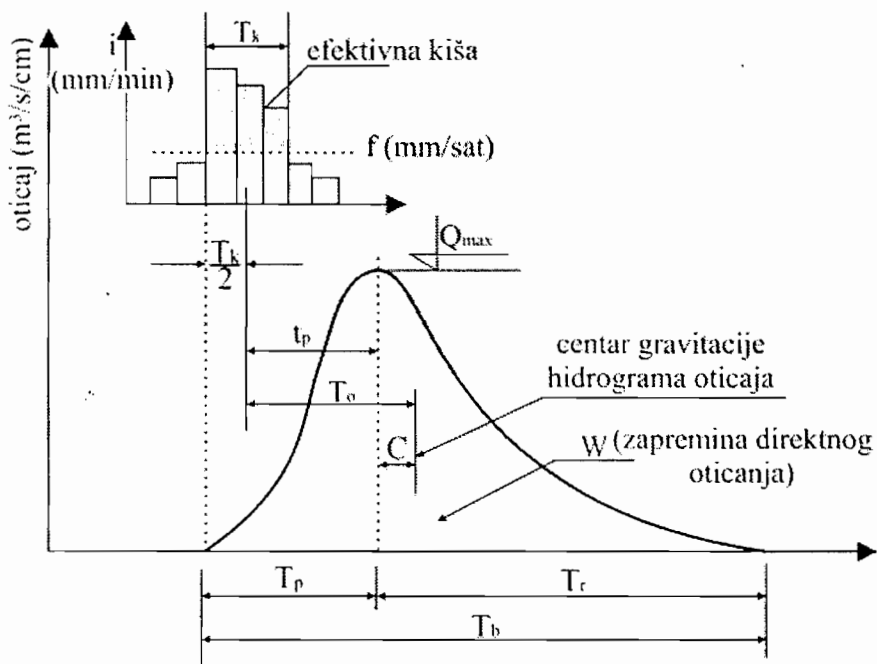
$$W_o = \sum_{i=1}^m Q_i \cdot \Delta t = F_{sl} \cdot P_e \quad (9.22)$$

gdje je Q_i srednja vrijednost proticaja na hidrogramu direktnog oticanja unutar vremenskog intervala Δt , m – broj vremenskih intervala Δt na koji je podijeljena vremenska baza hidrograma direktnog oticanja T_b .

Iz naprijed izloženog, jasno prozilazi da se hidrogram direktnog oticanja i kiša koja ga je izazvala, po pravilu se analiziraju istovremeno. Podatak o ukupnoj visini efektivne kiše dobija se na osnovu registrovanog hidrograma direktnog oticanja. S druge strane, trajanje neto kiše T_k određuje se analizom hijetograma/histograma bruto kiše, poslije njegove dekompozicije na efektivnu (neto) kišu i gubitke.

Kada se govori o hijetogramu, misli se na dijagram intenziteta (bruto ili neto) kiše u vremenu. Intenzitet kiše nije nikada ravnomjeran tokom čitavog trajanja kiše. Pri praktičnim proračunima, vremenska baza hijetograma se dijeli na određen broj

kratkim vremenskim intervalima, unutar kojih se smatra da je intenzitet kiše ravnomjeran (slika 9.25). Širina ovih intervala može biti nekoliko minuta (kod kiša kratkog trajanja) do nekoliko sati, ako se radi o dugotrajnoj kiši. Kiša čije je trajanje reda veličine nekoliko sati, može se smatrati jakom kišom kratkog trajanja, ako je u pitanju veliki sliv. Naprotiv, ako se radi o maloj slivnoj površini, za koju je „mjerodavno“ trajanje kiše daleko manje, isti pljusak se tretira kao kompleksna kiša.



Slika 9.25. Karakteristični parametri hidrograma direktnog oticanja

Značenje karakterističnih parametara hidrograma direktnog oticanja u odnosu na padavine koje su ga izazvale (slika 9.25) je:

Q_{max} - maksimalna ordinata hidrograma direktnog oticanja,

T_p - vrijeme podizanja hidrograma direktnog oticanja,

T_r - vrijeme opadanja (retardacije) hidrograma direktnog oticanja,

T_b - vremenska baza hidrograma direktnog oticanja,

T_k - ukupno trajanje efektivne kiše,

t_p - „vrijeme zakašnjenja“ sliva – vrijeme od centra (težišta) hijetograma efektivne kiše do vremena pojave Q_{max} ,

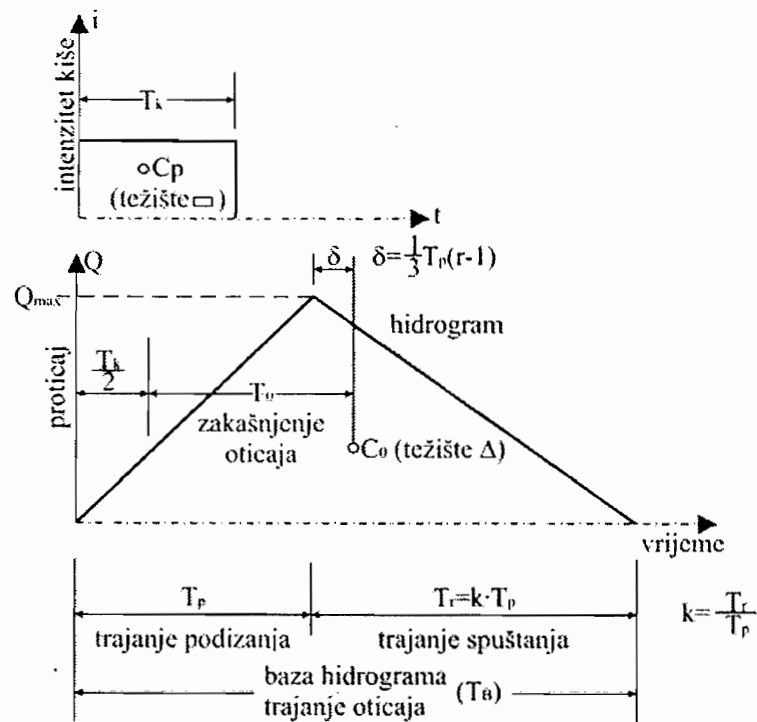
Hidrogram oticanja

T_0 - „vrijeme zakašnjenja“ sliva – vrijeme od centra (težišta) hijetograma efektivne kiše do vremena centra (težišta) hidrograma direktnog oticanja,
 W – zapremina otekle vode (zapremina hidrograma direktnog oticanja),
 i – intenzitet pale kiše,
 f – intenzitet infiltracije.

Aproksimacija realnog hidrograma oticanja trouglom

Kada je za slivnu površinu, za koju se ne raspolože podacima osmatranja, potrebno definirati hidrogram direktnog oticanja od neke kiše koja ga je izazvala, često se očekivani, realni hidrogram oticanja aproksimira trouglom/trapezom. Takva aproksimacija se na primjer, dosta često upotrebljava kod definiranja „sintetičkog jediničnog hidrograma oticanja“, te kod primjene „racionalne teorije“ za proračun hidrograma oticanja sa malih slivnih površina. O navedenim pojmovima biće detaljno riječi u narednim poglavljima, a obzirom da se aproksimacija realnog hidrograma trouglom često koristi u hidrološkoj praksi, u ovom poglavlju se truglasti/trapezni hidrogram prikazuje, ne kao neka opšte važeća preporuka, nego kao pogodan primjer da se dodatno objasne neki već ranije definisani pojmovi vezani za karakteristike hidrograma oticanja, i ukaže na postupke koji prate i sve druge tipove hidrograma oticanja.

U tu svrhu, na slici 9.26 prikazan je hidrogram direktnog oticanja u obliku trougla sa karakterističnim parametrima koji ga opisuju.



Slika 9.26. Aproximacija realnog hidrograma oticanja trouglom

Značenje pojedinih parametara trougaonog hidrograma oticanja identično je parametrima realnog hidrograma, čije značenje je dato uz sliku 9.25. Ovdje je uveden jedan dodatni parametar, označen sa K , koji predstavlja odnos vremena opadanja (retardacije), T_r , i vremena podizanja, T_p , hidrograma oticanja, odnosno:

$$K = T_r / T_p \quad (9.24)$$

Parametar K , je ustvari pokazatelj oblika, svi trougaoni hidrogrami mogu se, po obliku, razlikovati samo različitom vrijednošću za K .

Navedeni parametri koji karakterišu hidrogram oticanja, prikazan na slici 9.26, mogu se dovesti u međusobnu vezu, kako slijedi (što je vidljivo iz same slike):

$$T_p + \frac{1}{3} T_p (K - 1) = \frac{T_k}{2} + T_0, \quad \text{odakle slijedi} \quad (9.25)$$

Hidrogram oticanja

$$T_p = \frac{3}{2+K} \left(\frac{T_k}{2} + T_0 \right), \text{ na osnovu čega slijedi} \quad (9.26)$$

$$T_b = (K+1)T_p = \frac{3(K+1)}{2+K} \left(\frac{T_k}{2} + T_0 \right) \quad (9.27)$$

Jednačinom (9.27) vremenska baza hidrograma (trajanje oticanja) dovedeno je u zavisnost sa trajanjem kiše T_k , vremenom zakašnjenja sliva (oticanja) T_0 i parametra K koji unosi oblik hidrograma.

Jednačina (9.27) znači slijedeće: za trougaoni hidrogram dovoljno je da se zna vrijeme zakašnjenja oticanja i pokazatelj oblika, tj. T_0 i K , pa je uz trajanje kiše poznata i vremenska baza hidrograma T_b . Tada je za poznatu zapreminu otekle vode određen i vrh hidrograma Q_{\max} , pa se cio hidrogram može nacrtati. Razumljivo je da veličine T_0 (koliko će oticanje zakašnjavati) i K (odnos vremena opadanja i podizanja hidrograma) zavise od karakteristika slivne površine (veličina i oblika sliva, visinske razlike u slivu (nagib terena), pošumljenost i niz drugih uticaja). Za jedan određeni sliv ove karakteristike ne mijenjaju se mnogo bez obzira na visinu i trajanje padavina, pa se mogu smatrati konstantama. Do osjetne promjene u njihovim veličinama može doći ako se promjene uslovi oticanja na slivnoj površini.

Koeficijent direktnog oticanja

Nakon gore datih definicija, sada se može uvesti pojam *koeficijenta direktnog oticanja*, koji se definiše kao:

Koeficijent direktnog oticanja $\eta = \text{zapremina otekle vode} / \text{zapremina pale vode}$

što se, kao što će to biti pokazano u nastavku, može iskazati kao „odnos neto padavina prema bruto padavinama“ ili kao „*pokazatelj koliko je kiša efektivna*“.

Na osnovu jednačina (9.15) i (9.17), odnosno (9.20) i (9.22) i imajući u vidu gornju definiciju može se pisati:

$$\eta = \frac{W_o}{W_p} = \frac{F_{sl} \cdot P_e}{F_{sl} \cdot P_b} = \frac{P_e}{P_b} \quad (9.23)$$

Na slici 9.25 treba uočiti dva vremenska pokazatelja: zakašnjenje oticanja u odnosu na padavine (vrijeme T_0) i trajanje oticanja (tzv. „vremenska baza hidrograma“ – označena sa T_B). Ranije objašnjeni koeficijent oticanja i ova dva vremenska pokazatelja daju osnovne karakteristike veze između padavina i oticanja, jer ukazuju na sljedeće: koliko vode otiče, u odnosu na palu, koliko zakašnjava i koliko traje oticanje.

Nije beskorisno naglasiti da se o vremenskim karakteristikama oticanja na jednom slivu može govoriti pouzdano tek poslije dužeg osmatranja padavina i oticanja, uz istovremeno razmatranje njihove veze. Bez toga je nepouzdan korištenje iskustava sa drugih slivova, a pogotovo iz nekih drugih zemalja/područja, što se dosta često ipak radi, uz opravdanje da nema nikakvih podataka za sliv na kome se namjerava nešto graditi, odnosno definirati elemente režima voda.

Za veće slivne površine treba proučavati kiše sa pojedinih dijelova slivne površine i odgovarajuće oticanje, koji posmatrani integralno čine oticanje sa cijelog sliva. To znači da bi osmotrani hidrogram oticanja sa cijele slivne površine trebalo razdvojiti prema dijelovima sliva i odgovarajućim kišama. To nije jednostavno, jer oticanje kod većih slivnih površina traje dugo, pa se uticaji iz više kiša preklapaju, a miješaju se i uticaji iz pojedinih dijelova slivne površine.

Prilikom upoređenja opaženih padavina i odgovarajućeg oticanja, kao prvi pokazatelj te veze, a koji se sam po sebi nameće, je upravo koeficijent direktnog oticanja. U obrnutom zadatku, kada se za neku moguću kišu definiira očekivani hidrogram oticanja prema vremenskim karakteristikama slivne površine, podrazumijeva se poznavanje koeficijenta direktnog oticanja, jer se sa njim iz padavina dobija zapremina oticanja za koju se definiira hidrogram.

Ako se koeficijent oticanja utvrđuje za jednu slivnu površinu, a za svaku kišu posebno, pokazaće se da je veoma promjenljiv, pa treba izučavati sve mjerodavne uticaje koji nameću njegovu vrijednost. On zavisi od toga da li je kiša pala na suho tlo ili iza kiše koja je već ovlažila, ili čak vodom zasitila tlo. Taj „uticaj prethodnih padavina“ (tako se i naziva) može da dovede do toga da oticanja skoro i nema ili da tlo prihvata pretežni dio pale vode. Isparavanje smanjuje oticanje, a i ono je u vezi sa prethodnim padavinama, jer prvu kišu poslije suše ne samo da tlo bolje upija, nego se od nje više i ispari, jer je vazduh nezasićen vlagom. Nadalje, kiša većeg intenziteta, i kraćeg trajanja, daje veće oticanje, jer se brže slije, od dugotrajne kiše iste visine padavina. Ako se mijenjaju uslovi za oticanje usljed uređenja sliva, ili naprotiv, usljed ogoljavanja i štetnog djelovanja erozije, mijenjaće se i koeficijent oticanja. Svi ovi uticaji mogu se razjasniti samo dugotrajnim i istovremenim osmatranjem padavina i odgovarajućeg oticanja kojega su one izazvale.

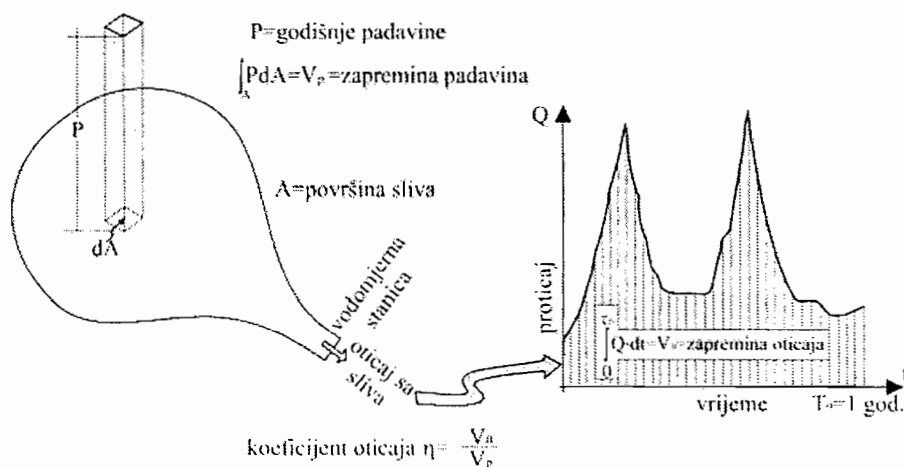
Hidrogram oticanja

Promjenjivost koeficijenta oticanja može se shvatiti kao posljedica toga što se njime obuhvata jako mnogo različitih uticaja, a to je zbog toga što je on ustvari proizašao iz nastojanja da se izostavi izučavanje ostalih elemenata vodnog bilansa, a da se neposredno povežu padavine i odgovarajuće oticanje. To izbjegavanje teškoća da se razjasni i neobuhvaćeno, ispoljava se baš u promjenljivosti koeficijenta oticanja /15/.

Procjena koeficijenta oticanja je olakšana ako se razmatranja ograniče na vezu između izuzetno jakih kiša i njihovih posljedica – velikog oticanja/velikih voda. Procjena proticaja koji se izuzetno javljaju (velike vode) je redovan zadatak hidrološke prakse, jer ih moraju propuštati objekti namijenjeni sprovođenju vode: regulisanje korita, prelivi na branama, propusti ispod saobraćajnica, kišna kanalizacija na ulicama i putevima, mostovski otvori i drugi. Procjena koeficijenta oticanja je ovdje olakšana jer se ovdje uzimaju najveće očekivane vrijednosti tog koeficijenta, jer takvi proticaji mogu naići kada je tlo već zasićeno vodom, kada nema vegetacije, a padavine su velikog intenziteta (jaki pljuskovi).

Koeficijent oticanja ima postojaniju i određeniju vrijednost ako se njime ne određuje odnos oticanja i padavina za jednu, ili nekoliko kiša, nego za cijelu godinu ili za cio višegodišnji period. Ovo je razumljivo, jer u toku jedne godine ima različitih kiša (različitog trajanja i intenziteta), one padaju i na suho i na vlažno tlo, sa i bez vegetacije, u periodu većeg i manjeg isparavanja, pa je godišnji koeficijent oticanja izraz prosječnog stanja za godinu posmatranu kao cjelinu, a ovo se od godine do godine znatno manje mijenja nego od kiše do kiše.

Na slici 9.27 prikazan je jedan primjer veze između padavina i oticanja za slivnu površinu i jednogodišnji vremenski period.



Slika 9.27. Postupak određivanja koeficijenta oticanja za jednogodišnji period

PRIMJER 9.1.

A. Kao posljedica kiše koja je pala na sliv rijeke Bukovice 11.11.1979. godine, na vodomjernoj stanici Podgaj (sa površinom sliva od 60 km^2), registrovan je hidrogram oticanja. Nakon odvajanja baznog oticanja dobiven je hidrogram direktnog oticanja koji je, zajedno sa odgovarajućim hijetogramom kiše, prikazan na slici 1. Sračunati koeficijent direktnog oticanja.

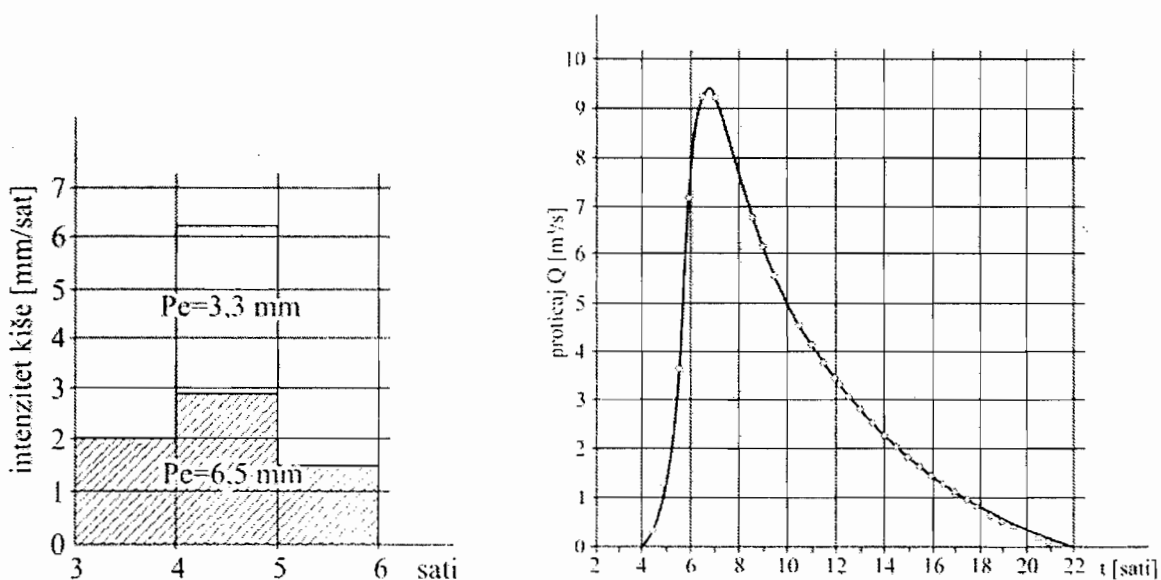
Na osnovu sračunatog hidrograma direktnog oticanja, moguće je sračunati zapreminu otekle vode (izraz 9.22), koja predstavlja površinu ispod hidrograma oticanja, odnosno odgovarajući koeficijent direktnog oticanja (izraz 9.23).

Efektivna kiša:

$$P_e = \frac{W_o}{F_{sl}} = \frac{\sum Q_i \Delta t}{F_{sl}} = \frac{199044 \text{ (m}^3\text{)}}{60 \cdot 10^6 \text{ (m}^2\text{)}} \cong 0,0033 \text{ m} = 3,3 \text{ mm}$$

Koeficijent direktnog oticanja:

$$\eta = \frac{W_o}{W_p} = \frac{P_e}{P_b} = \frac{3,3}{9,8} = 0,336$$



Slika 1. Hidrogram direktnog oticanja i hijetogram kiše koja ga je izazvala za rijeku Bukovicu na V.S. Podgaj (hidrogram registrovan 11.11.1979.) /16/

Hidrogram oticanja

B. Za rijeku Zeleni Jadar na vodomjernoj stanici Milići površine sliva od $F_{sl} = 236 \text{ km}^2$, na osnovu podataka o prosječnim godišnjim proticajima i prosječnim bruto padavinama, sračunati godišnji i višegodišnji koeficijent direktnog oticanja.

| Godina | Prosječni proticaj $Q \text{ (m}^3/\text{s)}$ | Prosječne bruto padavine na slivnoj površini $P_b \text{ (mm)}$ | Neto (efektivne) padavine na slivnoj površini $P_e \text{ (mm)}$ | Koeficijent direktnog oticanja $\eta = P_e / P_b$ |
|------------------|---|---|--|---|
| 1968 | 5,1 | 1189 | 681 | 0,573 |
| 1969 | 6,0 | 1253 | 801 | 0,639 |
| 1970 | 6,2 | 1475 | 827 | 0,560 |
| Prosječno η | | | | 0,590 |

$$P_e = \frac{W_o}{F_{sl}} = \frac{Q \cdot T}{F_{sl}} = \frac{Q \cdot 31,5 \cdot 10^6}{F_{sl} \cdot 10^6} \cdot 10^3 \text{ (mm); } Q = W_o / T \text{ (m}^3/\text{s)}$$

za Q u (m^3/s) a F_{sl} u (km^2). T vrijeme kroz koje se odigrao prosječni godišnji proticaj Q (jedna godina) izraženo u sekundama.



Na osnovu gore izloženog i hidroloških metoda za određivanje infiltracionog kapaciteta (poglavlje 6.1.3), hijetogram efektivne (neto) kiše se, dalje, za poznat hijetogram bruto kiše, može odrediti na jedan od slijedećih načina (slika 9.28):

Slučaj I (slika 9.28 - a). Uzima se da je intenzitet gubitaka konstantan ($i_g = \text{const.}$) tokom čitavog trajanja kiše, pa je intenzitet efektivne kiše jednak razlici intenziteta bruto kiše i inteziteta gubitaka tj. $i_e = i_b - i_g$, za svaki od tri bloka kiše na koji je podijeljena ukupno pala kiša.

Slučaj II (slika 9.28 - b). Pod pretpostavkom da gubici potiču najvećim dijelom od infiltracije vode u zemljište, onda su oni, kao što je poznato, veći na početku a manji na kraju kiše. Ako se uzme da intenzitet infiltracije opada linearno u vremenu, onda je intenzitet gubitaka u vremenu:

$$i_g(t) = f(t) = f_0 - (f_0 - f_c) \frac{t}{T_k} \quad (9.17)$$

Intenzitet gubitaka se računa za vrijeme t , koje odgovara sredini svakog bloka kiše. Pri tome, potrebno je poznavati parametre f_0 i f_c . Kako je dalje:

$$P_b - P_e = \sum i_g \cdot T = P_g \text{ (mm)}, \text{ to je:} \quad (9.18)$$

$$P_g = \frac{(f_0 + f_c)}{2} \cdot T_k \quad (9.20)$$

dobija se odgovarajuća vrijednost za f_0 , pod pretpostavkom da je zavisnost $f = f(t)$ linearna:

$$f_0 = \frac{2P_g}{T_k} - f_c \quad (9.22)$$

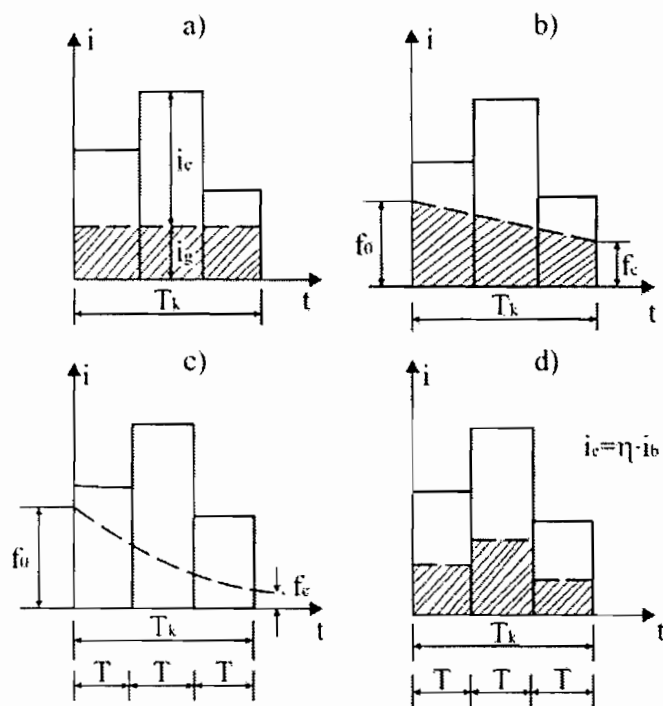
U gornjim izrazima P_b , P_e su visine bruto i efektivnih padavina respektivno, a P_g visina gubitaka za vrijeme trajanja kiše T_k .

Slučaj III (slika 9.28 - c). Za određivanje gubitaka koristi se standardna kriva infiltracije (vidi poglavlje 6).

Slučaj IV (slika 9.28 - d). Uz pretpostavku konstantnog koeficijenta oticanja tokom čitavog trajanja pljuska, vrijednosti efektivnih kiša (u pojedinim blokovima) su proporcionalne bruto kišama, sa koeficijentom proporcionalnosti koji je jednak koeficijentu direktnog oticanja, η , odnosno:

$$i_e = i_b \cdot \eta \quad (9.23)$$

Hidrogram oticanja



Slika 9.28. Ilustracija najčešćih načina određivanja hijetograma efektivne kiše

PRIMJER 9.2.

Na vodotoku slivne površine od 5870 km^2 , u oktobru mjesecu 1998. godine, registrovan je hidrogram oticanja izazvan padavinama, čije vrijednosti su date u donjoj tabeli. Potrebno je odrediti vrijednosti efektivnih padavina, odnosno hijetogram efektivnih padavina uz korištenje metode Φ -indeksa (intenzitet gubitaka konstantan - $i_g = \text{const.}$ tokom čitavog trajanja kiše).

| | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Vrijeme u kome su registrovane padavine (h) | 21-24 | 24-03 | 03-06 | 06-09 | 09-12 | 12-15 | 15-18 |
| Visnina padavina (mm) | 7,76 | 33,72 | 8,16 | 0,00 | 0,00 | 4,26 | 4,94 |

Hidrogram oticanja

| Vrijeme (h) | Proticaj Q (m ³ /s) | Bazni oticaj Q _b (m ³ /s) | Direktni oticaj Q _d (m ³ /s) | Bruto padavine (mm) | Bruto intenzitet padavina (mm/h) | Φ-indeks (mm/h) | Efektivne padavine (mm) |
|-------------|--------------------------------|---|--|---------------------|----------------------------------|-----------------|-------------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 21 | 105 | 105 | 0 | 7,76 | 2,59 | 3,54 | - |
| 24 | 100 | 100 | 0 | | | | |
| 03 | 280 | 102 | 178 | 33,72 | 11,24 | 3,54 | 7,70 |
| 06 | 610 | 105 | 505 | | | | |
| 09 | 1180 | 108 | 1172 | 8,16 | 2,72 | 3,54 | - |
| 12 | 1860 | 110 | 1750 | | | | |
| 15 | 1900 | 112 | 1788 | 0 | 0 | - | - |
| 18 | 1570 | 115 | 1455 | | | | |
| 24 | 970 | 118 | 850 | 0 | 0 | - | - |
| 03 | 780 | 120 | 655 | | | | |
| 06 | 700 | 122 | 575 | 4,26 | 1,42 | 3,54 | - |
| 09 | 600 | 125 | 472 | | | | |
| 12 | 540 | 127 | 410 | 4,94 | 1,65 | 3,54 | - |
| 15 | 480 | 130 | 348 | | | | |
| 18 | 430 | 132 | 295 | | | | |
| 24 | 330 | 135 | 190 | | | | |
| 06 | 260 | 138 | 115 | | | | |
| 12 | 217 | 143 | 67 | | | | |
| 18 | 192 | 145 | 42 | | | | |
| 24 | 170 | 148 | 20 | | | | |
| 06 | 150 | 150 | 0 | | | | |

Prvi korak u proračunu je računanje zapremine hidrograma direktnog oticanja. U tu svrhu prethodno su određene ordinate hidrograma direktnog oticanja (kolona 4. gornje tabele), tako što su od ordinata hidrograma oticanja (kolona 2. gornje tabele) oduzete vrijednosti ordinata baznog oticanja (kolona 3. gornje tabele). Naravno, prethodno je jednom od metoda (vidi poglavlje 9.4.1) izvršeno odvajanje baznog oticanja. Za ovaj primjer prestanak direktnog oticanja utvrđen je petoga dana u šest sati.

Zapremina direktnog oticanja:

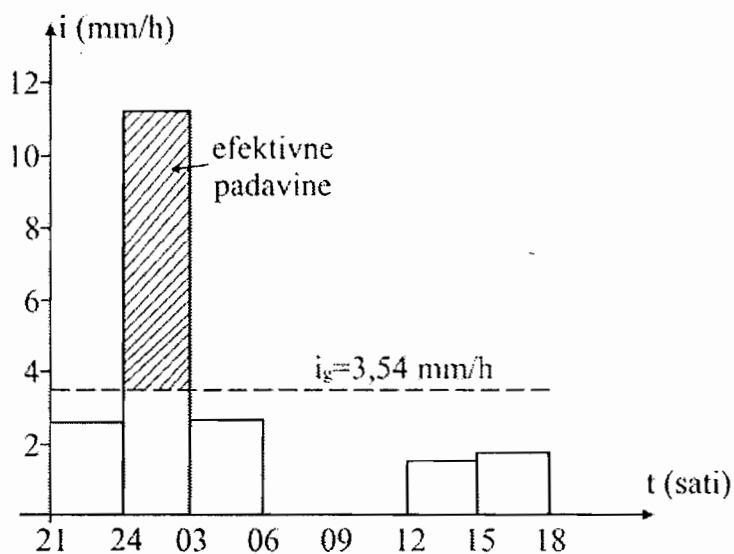
Hidrogram oticanja

$$W_d = \Delta t \cdot \sum_{i=1}^n Q_i^d = 6 \cdot 3600 \cdot (0 + 505 + 1750 + \dots + 67 + 42 + 20 + 0) = \\ = 135,52 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Visina efektivnih padavina:

$$P_e = \frac{W_d}{F_{sl}} = \frac{135,52 \cdot 10^6}{5870 \cdot 10^6} \cdot 10^3 = 23,10 \text{ mm}$$

Za pretpostavljenu vrijednost Φ -indeksa od 3,54 mm/h, visina efektivnih padavina iznosi 7,7 mm/h x 3 h = 23,1 mm, što je jednako vrijednosti efektivnih padavina dobivenoj preko zapremine hidrograma direktnog oticanja.



Slika 1. Hijetogram efektivnih padavina

9.6. GENEZA POVRŠINSKOG OTICANJA

Ukupno vrijeme T_t koje je potrebno da jedna elementarna zapremina vode pređe put od određene tačke u slivu do izlaznog profila sliva (vodomjerna stanica), predstavlja zbir vremena tečenja vode po padini (površinski tok), kroz depresije u terenu, duž rigola i kanala, i konačno duž glavnog vodotoka. Drugim riječima:

$$T_t = \int_0^{l_1} \frac{dl}{v_p} + \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{v_d} + \int_{l_2}^{l_3} \frac{dl}{v_r} + \dots + \int_{l_{n-1}}^{l_n} \frac{dl}{v_v} \quad (9.30)$$

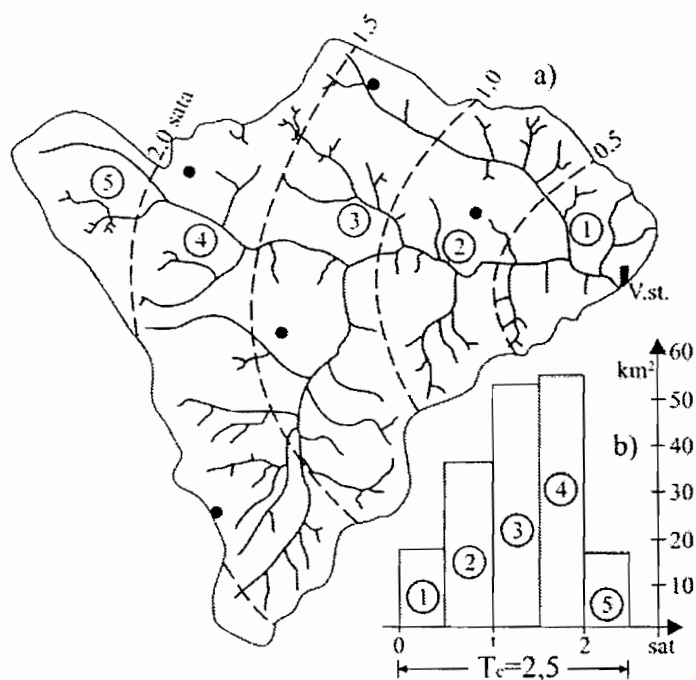
gdje su: $l_1, l_2 - l_1, l_3 - l_2, \dots, l_n - l_{n-1}$ dužina putovanja vode po padini, kroz depresije, duž rigola, ..., u glavnom vodotoku, a $v_p, v_d, v_r, \dots, v_v$ - odgovarajuće brzine tečenja vode.

Kod malog sliva, vrijeme putovanja vode po padinama je relativno veliko (drugim riječima, ne može se zanemariti). Za jedan veliki sliv je mjerodavno vrijeme putovanja vode u hidrografskoj mreži (sistemu vodotoka), dok je vrijeme za koje se voda sliva niz padine relativno malo (može se zanemariti).

Treba napomenuti da se često relativno vrijeme tečenja po padinama i vrijeme tečenja u sistemu vodotoka uzima kao osnova za hidrološku kategorizaciju veličine slivnih površina. Tako, za jednu slivnu površinu kaže se da je mala, ako je kod nje tečenje vode po padinama dominantno (i zbog toga ne može biti zanemareno). Za slivnu površinu kaže se da je velika ako je kod nje tečenje vode u sistemu vodotoka dominantno, odnosno daleko veće od vremena tečenja vode po padinama.

Pretpostavimo da smo ukupnu slivnu površinu podijelili na niz podpovršina veličine ΔF_j , čije granice čine linije koje spajaju tačke u prostoru sa istim vremenima putovanja do posmatranog profila na vodnom toku (vodomjerna stanica). Te linije se nazivaju *izohronama* (slika 9.29-a). Dakle, *izohrone su linije koje spajaju mjesta sa jednakim vremenom putovanja do posmatranog profila na glavnom vodotoku.*

Ako se odrede površine između susjednih izohrona, moguće je konstruisati dijagram: vrijeme-površina (slika 9.29-b).



Slika 9.29. Podjela slivne površine na podpovršine pomoću izohrona

Vrijeme putovanja vode između susjednih izohrona je $t_j - t_{j-1} = \Delta t$. Ukupno vrijeme putovanja, od najudaljenije tačke sliva je $n \cdot \Delta t = T_c$, gdje je (n) broj izohrona.

T_c je dakle vrijeme koje je potrebno da čestica vode pređe rastojanje od najudaljenije tačke u slivu do izlaznog profila (vodomjerne stanice). Ovo vrijeme se naziva *vremenom kocentracije sliva*.

Ako se pretpostavi da je na čitav sliv pala kiša, i da su intenziteti efektivne kiše u blokovima širine Δt : $i_1, i_2, \dots, i_j, \dots, i_n$. Trajanje efektivne kiše je dakle

$$T_k = n \cdot \Delta t = T_c.$$

U prvoj jedinici vremena Δt do izlaznog profila dopijeva voda sa površine f_1 , pa je njena zapremina na kraju vremena Δt :

$$V_1 = f_1 \cdot i_1 \cdot \Delta t \tag{9.29}$$

odnosno, odgovarajući proticaj

$$Q_1 = \frac{V_1}{\Delta t} = f_1 \cdot i_1 \quad (9.30)$$

Na kraju druge jedinice vremena, tj. poslije isteka vremena $2\Delta t$, do izlaznog profila dopijeva voda sa površine f_1 na koju je pala kiša intenziteta i_2 i voda sa površine f_2 , na koju je u prvoj jedinici vremena pala kiša intenziteta i_1 , pa je proticaj:

$$Q_2 = a_1 \cdot i_2 + a_2 \cdot i_1 \quad (9.31)$$

Na isti način, na kraju treće jedinice vremena, biće:

$$Q_3 = a_1 \cdot i_3 + a_2 \cdot i_2 + a_3 \cdot i_1 \quad (9.32)$$

Na kraju k-te jedinice vremena biće:

$$Q_k = \sum_{j=1}^k a_j \cdot i_{k-j+1} \quad (9.33)$$

Izraz (9.33) naziva se *genetičkom formulom oticanja*.

Ako je trajanje kiše $T_k = n\Delta t$, onda u n-toj vremenskoj jedinici u oticanju učestvuje čitav sliv, pa se javlja maksimalni proticaj od date kiše:

$$Q_n = Q_{max} = \sum_{j=1}^n a_j \cdot i_{n-j+1} \quad (9.34)$$

Po prestanku kiše (tj. po isteku vremena T_k), na kraju prve jedinice vremena, tj. u trenutku $T_k + \Delta t$ prestaje oticanje sa površine f_1 , pa je:

$$Q_{k=n+1} = a_2 \cdot i_n + a_3 \cdot i_{n-1} + \dots + a_n \cdot i_2 \quad (9.35)$$

U vremenu $T_k + 2\Delta t$ isključene su površine f_1 i f_2 , pa je proticaj na izlaznom profilu:

Hidrogram oticanja

$$Q_{k=n+2} = a_3 \cdot i_n + a_4 \cdot i_{n-1} + \dots + a_n \cdot i_3 \quad (9.36)$$

Opšti izraz za opadajuću granu hidrograma, odnosno za ordinate sa rednim brojem $k = n + 1, k = n + 2, \dots$ (po isteku vremena $T_k = n\Delta t$) glasi:

$$Q_{k=n+c} = \sum_{j=k+1-n}^n a_j \cdot i_{k-j+1} \quad (9.37)$$

gdje je: $c = 1, 2, 3, \dots, n$.

Opisana metoda za proračun hidrograma površinskog oticanja poznata je pod imenom *metoda izohrona (genetička formula)*. Ona ima svoje prednosti, ali ne postoji način da se pouzdano utvrdi vrijeme koncentracije sliva T_c - osnovne veličine za konstrukciju karte izohrona. Nadalje, obzirom da je metoda bazirana na čistoj translaciji, i ne uzima u obzir efekte zadržavanja vode u slivu (na površini, u depresijama, u riječnoj mreži), hidrogram oticanja dobijen po ovoj metodi ima veće proticaje, a ukupno vrijeme oticanja je kraće nego kod realnog (registrovanog) hidrograma oticanja.

9.7. JEDINIČNI HIDROGRAM

9.7.1. Definicije i principi teorije jediničnog hidrograma

Koncept jediničnog hidrograma je predložio Sherman /21/. Iako je otada proteklo više od 70 godina, ova teorija ni do danas nije izgubila od svoje aktuelnosti. Uvođenjem novih metoda kod analize i sinteze sistema u hidrologiji, šezdesetih godina, metode za proračun i primjenu jediničnog hidrograma su dopunjene i usavršene, ali su osnovni principi Sherman-ove teorije ostali praktično nepromijenjeni.

Sherman je definisao jedinični hidrogram kao hidrogram površinskog oticanja od efektivne kiše visine 1 (jednog) inča čije trajanje je T časova, i koja je ravnomjerno raspoređena u vremenu i prostoru.

Preciznije, T – časovni jedinični hidrogram je hidrogram direktnog (površinskog) oticanja od efektivne kiše visine 1 cm (ili 1 mm), koja je uniformno (ravnomjerno) raspoređena po površini sliva i ujednačenog (konstantnog) je intenziteta tokom

vremena njenog trajanja T . Pod ovim pretpostavkama, hidrogram na slici 9.30 predstavlja jedinični hidrogram trajanja T . Treba uočiti da kada se govori o „trajanju“ (odnosno vremenu) u vezi sa jediničnim hidrogramom, misli se na trajanje efektivne (neto) kiše, a ne na trajanje površinskog oticanja vode (vremenska baza hidrograma T_b - slika 9.30).

Za jedan sliv se u principu može konstruisati jedinični hidrogram bilo kojeg trajanja T , pod uslovom da je $T < T_c$, gdje je T_c vrijeme koncentracije sliva (poglavlje 9.6). Ordinata jediničnog hidrograma koga je izazavala kiša trajanja T , u vremenskom trenutku (t) se označava sa:

$$u = u(T, t).$$

a odgovarajući jedinični hidrogram se naziva T – časovni jedinični hidrogram.

Treba zapaziti (slika 9.30), da je kod T – časovnog jediničnog hidrograma intenzitet efektivne kiše, i_e , konstantan i iznosi:

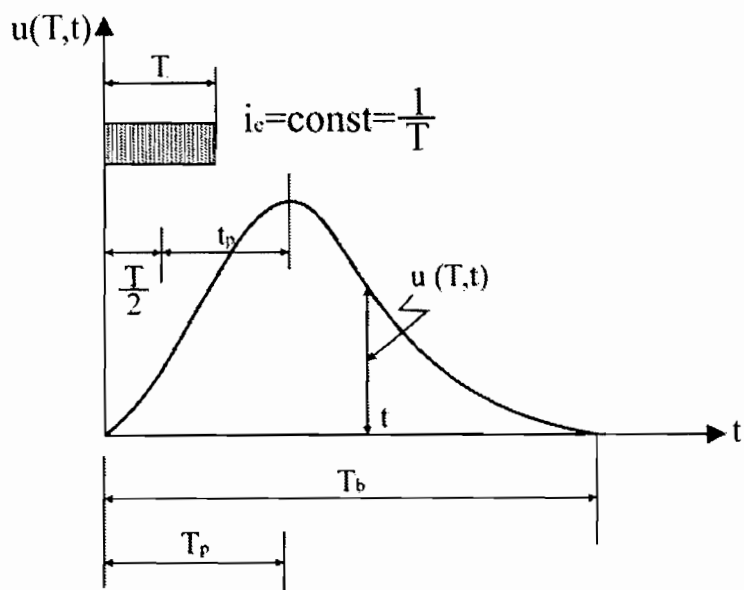
$$i_e = 1/T = const. \quad (9.38)$$

a visina efektivne kiše, P_e , na čitavom slivu iznosi (jednačina 9.19 – poglavlje 9.5):

$$P_e = W / F_{sl} = 1 \text{ mm (ili 1 cm)} \quad (9.39)$$

gdje je W zapremina direktnog oticanja od efektivne kiše visine 1 mm (ili 1 cm), odnosno površina ispod T – časovnog jediničnog hidrograma, a F_{sl} je površina sliva.

U hidrološkoj praksi vrijeme trajanja efektivne kiše, odnosno vrijeme jediničnog hidrograma T , se uobičajeno izražava u satima.

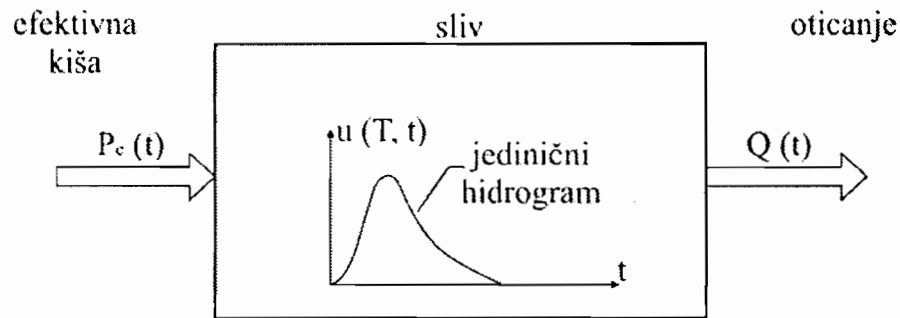


Slika 9.30. Grafička ilustracija T -časovnog jediničnog hidrograma

Kada se sliv tretira kao sistem, kao što je to pokazano u poglavlju 7, funkcionisanje sistema (sliva) se može ispitivati ne vodeći računa o svim komplikovanim odnosima u sistemu, niti zalaziti u fizičke zakone koji pri tome djeluju. Jedan od načina posmatranja, je da se sliv tretira kao sistem sa jednim ulazom (neto kiša), dok je njegov izlaz hidrogram površinskog oticanja (slika 9.31). Model koji se najčešće koristi za definisanje rada sistema (sliva), je upravo jedinični hidrogram. Drugim riječima, identifikacijom nepoznatog funkcionisanja sistema, kada su poznati njegov ulaz (hijetogram) i izlaz (hidrogram oticanja vode), određuje se jedinični hidrogram, o čemu će detaljnije biti govora u nastavku.

Sa aspekta teorije sistema, to je primjer preslikavanja pri analizi ponašanja sliva (sistema) u periodu velikih voda. Ulaz u sistem (sliv) su padavine, registrovane na određenim lokacijama u slivu, jedinični hidrogram je odgovarajuća funkcija preslikavanja, dok se kao izlaz dobija hidrogram velike vode na određenom profilu hidrografske mreže (vidi poglavlje 7).

Ako je ulaz efektivna kiša visine $P_e = I$ i trajanja T , onda je izlaz opisan sa T -časovnim jediničnim hidrogramom $u(T, t)$.



Slika 9.31. Predstava sliva kao hidrološkog sistema sa jediničnim hidrogramom kao funkcijom preslikavanja

Teorija jediničnog hidrograma se bazira na slijedećim principima i pretpostavkama, koje su već pomenute u samoj definiciji jediničnog hidrograma:

1. Efektivna kiša je ravnomjerno raspoređena (u vremenu) tokom svog trajanja,
2. Efektivna kiša je ravnomjerno raspoređena (prostorno) po cijeloj površini sliva,
3. Na datom slivu, kiše istog trajanja proizvode hidrograme oticanja koji imaju približno istu vremensku bazu, nezavisno od intenziteta kiše koja ih je izazvala. To je tzv. princip nepromjenljivosti u vremenu ili *princip stacionarnosti*.
4. Za dati sliv, veličina ordinata hidrograma oticanja je proporcionalna zapreminama direktnog oticanja, odnosno visinama efektivne (neto) kiše, ako su kiše istog trajanja. Ovaj princip poznat je pod različitim imenima kao: *princip linearnosti*, *princip superpozicije* ili *princip proporcionalnosti*, pošto su ordinate hidrograma direktnog oticanja takođe međusobno proporcionalne i zbog toga se mogu zbrajati u proporciji sa veličinom ukupne zapremine direktnog oticanja.
5. Na datom slivu, raspodjela oticanja u vremenu (odnosno oblik hidrograma oticanja) od kiša određenog trajanja, je nezavisna od prethodnih ili budućih kiša.

Teorija jediničnog hidrograma se, dakle, bazira na pretpostavci da se sliv ponaša kao jedan linearan i stacionaran sistem, odnosno da su u važnosti principi proporcionalnosti i superpozicije. To su fundamentalni principi teorije jediničnog hidrograma.

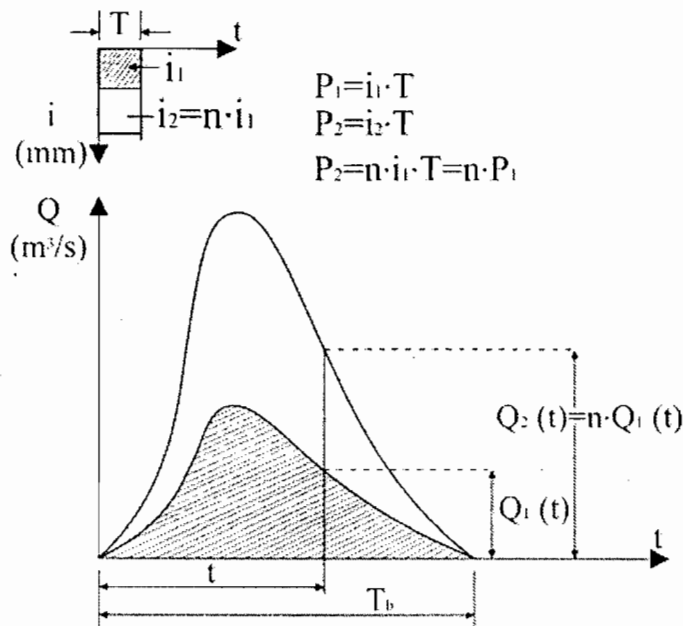
Gornje pretpostavke za jedinične hidrograme, kao hidrograme direktnog oticanja i odgovarajuće kiše koje su ih izazvale, ne mogu biti u potpunosti zadovoljene kod prirodnih slivnih površina. Međutim, kada su podaci koji će se koristiti za određivanje jediničnog hidrograma oticanja pažljivo odabrani, tako da približno zadovolje gornje pretpostavke, rezultati dobiveni korištenjem teorije jediničnog hidrograma su sasvim prihvatljivi za praktičnu upotrebu u hidrološkoj praksi. Iako je teorija jediničnog hidrograma uvedena za velike slivne površine, Brater /14/ je kasnije pokazao da je ona primjenjiva i za male slivne površine, veličine od 15 ha do 25 km². Takođe postoje izuzetni slučajevi kada teorija jediničnog hidrograma nije primjenjiva za male slivne površine, zbog toga što jedna ili više gore navedenih pretpostavki nije zadovoljena. Iz sličnih razloga, Sherman je isključio upotrebu teorije jediničnog hidrograma za hidrograme oticanja čije je porijeklo od topljenja snijega, i uslove kada je vrijeme trajanja efektivne kiše duže od vremena koncentracije sliva (ili vremena podizanja hidrograma oticanja).

Pretpostavka o ravnomjernoj raspoređenosti efektivne kiše tokom njenog trajanja, uslovljava da se za analize odabiraju kiše kratkog trajanja, pošto kod ovakvih kiša ima više vjerovatnoće da će biti ravnomjernog intenziteta i da će one proizvesti hidrograme oticanja sa kratkom vremenskom bazom. Ako je sliv velike površine, kiša po pravilu ne može da bude ravnomjerno raspoređena na čitavom slivu. U takvim slučajevima, sliv treba podijeliti na manje podslivove i za svaki takav podsliv se posebno određuje jedinični hidrogram. Odmah se nameće pitanje: šta se podrazumijeva pod slivom „velike površine“? Neki hidrolozi smatraju da površina sliva ne bi trebalo da bude veća od 5000 km², dok drugi dopuštaju mogućnost da se, u određenim okolnostima, jedinični hidrogram radi i za površine do 10.000 km². Očigledno je, međutim, da se ovdje ne mogu dati precizna uputstva, pošto raspored kiše u prostoru zavisi od mnogo lokalnih faktora, klimatskih i topografskih. Izlazi da je u svakom konkretnom slučaju potrebno ispitati raspodjelu kiše na izučavanoj površini, i na osnovu tih analiza donijeti odgovarajuću odluku /21/.

Pretpostavka da se sliv ponaša kao jedan linearan i stacionaran sistem, takođe nije u potpunosti zadovoljena jer prirodni slivovi u osnovi nisu takvi sistemi. Tako na primjer, stanje sliva u vrijeme (odnosno prije početka) kiše, utiče na brzinu kojom voda teče po površini ili se kreće kroz zemljište. S druge strane, ukoliko je veće oticanje (jaka kiša), utoliko su veće brzine tečenja vode u riječnim koritima. Otuda, za jedinične hidrograme koji su izračunati na osnovu velikih poplavnih talasa, može se očekivati da će imati kraće vrijeme podizanja, nego oni koji su izvedeni od prirodnih hidrograma sa manjim proticajima. Isto tako, razne vrste retenzija (akumulacija) u prirodnom slivu (u dolinama, inundacijama, riječnim koritima), ne pokazuju linearnu vezu između zapremine i proticaja. To utiče tako da oblik jediničnog hidrograma varira, u zavisnosti od uslova u kojima je formiran

odgovarajući poplavni talas. Prema tome, mnoge komponente procesa oticanja vode imaju nelinearan karakter. U stvari, ne može se negirati činjenica da su hidrološki sistemi i nelinearni i nestacionarni. Međutim, u hidrološkoj praksi, koncepcija nelinearnosti i odgovarajuće metode su još uvijek veoma ograničeni za primjenu. S druge strane, kvantitativni efekt nelinearnosti je često kod prirodnih slivova iznenađujuće mali.

Princip proporcionalnosti ilustrovan je grafički na slici 9.32.



Slika 9.32. Ilustracija principa proporcionalnosti kod teorije jediničnog hidrograma

Na slici 9.32 su prikazana dva hidrograma direktnog oticanja od dvije efektivne kiše različitih intenziteta a istog trajanja T . Na osnovu principa proporcionalnosti može se napisati:

$$Q_2(t) : Q_1(t) = P_2 : P_1, \text{ odakle slijedi} \tag{9.40}$$

$$Q_2(t) = Q_1(t) \cdot \frac{P_2}{P_1} = Q_1(t) \cdot \frac{nP_1}{P_1} = nQ_1(t) \tag{9.41}$$

$$Q_1(t) = Q_2(t) \cdot \frac{P_1}{P_2} = Q_2(t) \cdot \frac{P_1}{nP_1} = \frac{1}{n} Q_2(t) \tag{9.42}$$

Hidrogram oticanja

Ako bi jedan od dva hidrograma direktnog oticanja na slici 9.32 bio jedinični hidrogram (on je takođe, hidrogram direktnog oticanja), na primjer hidrogram čije ordinate su označene sa Q_1 , onda se može napisati sljedeći odnos:

$$Q_2(t) : u(T, t) = P_2 : 1, \text{ odakle slijedi} \quad (9.43)$$

$$Q_2(t) = P_2 \cdot u(T, t) \quad (9.44)$$

Na osnovu gornjih jednačina može se napisati generalan izraz koji doovodi u vezu T – časovni jedinični hidrogram $u(T, t)$, hidrogram direktnog oticanja $Q(t)$, i efektivnu kišu P , konstantnog inteziteta u toku trajanja T , koja je uzrokovala taj hidrogram:

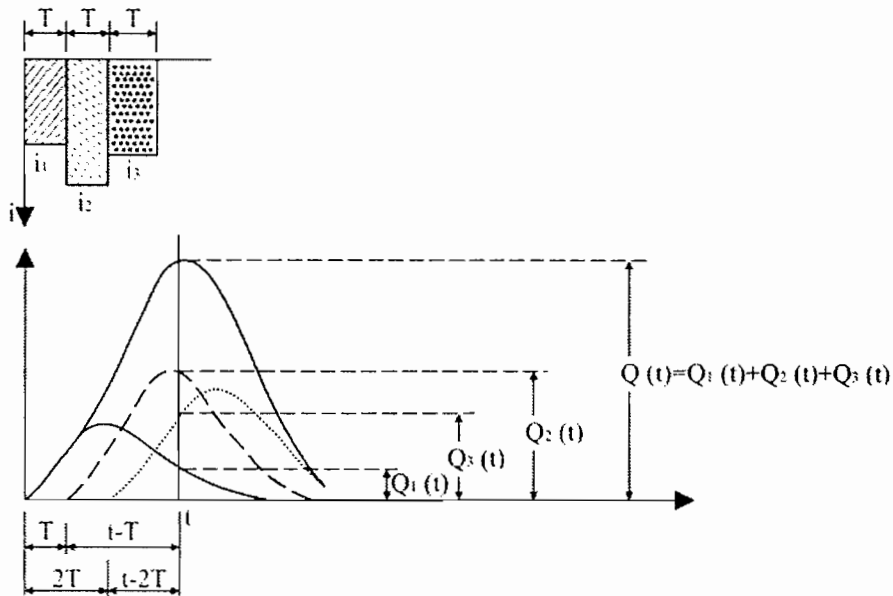
$$Q(t) = P \cdot u(T, t) \quad (9.45)$$

Ilustracija principa superpozicije prikazana je grafički na slici 9.33.

Prema principu superpozicije, hidrogram direktnog oticanja od tzv. kompleksne kiše može se dobiti sumiranjem (superpozicijom) pojedinačnih hidrograma direktnog oticanja od kojih je svaki izazvan pojedinačnom kišom koja čini dio kompleksne kiše.

Tako su za primjer na slici 9.33, ordinate hidrogama čije ordinate su označene sa $Q_1(t)$ rezultat kiše intenziteta i_1 a visine $P_1 = i_1 \cdot T$, hidrogama čije ordinate su označene sa $Q_2(t)$ rezultat kiše intenziteta i_2 a visine $P_2 = i_2 \cdot T$, a hidrogama čije ordinate su označene sa $Q_3(t)$ rezultat kiše intenziteta i_3 a visine $P_3 = i_3 \cdot T$. Ordinata zbirnog hidrograma onda iznosi:

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + Q_3(t) \quad (9.46)$$



Slika 9.33. Ilustracija principa superpozicije kod teorije jediničnog hidrograma

Sa aspekta teorije sistema, kada je riječ o principu linearnosti, odnosno baznoj hipotezi da sliv (sistem) odgovara linearno na efektivne padavine kao ulaz u sistem, to implicira da, ako je ulaz u sistem:

$$x = ax_1 + bx_2 + cx_3, \text{ onda je odgovarajući izlaz} \quad (9.47)$$

$$y = ay_1 + by_2 + cy_3 \quad (9.48)$$

Imajući u vidu princip proporcionalnosti, odnosno jednačinu (9.45), ordinate svakog od tri pojedinačna hidrograma direktnog oticanja $Q_i(t)$, prikazana na slici 9.33, vodeći računa o vremenskom pomaku druge i treće kiše za T , odnosno $2T$ vremena u odnosu na početak prve kiše, mogu se izraziti preko ordinata jediničnog hidrograma, $u(T, t)$ na slijedeći način:

$$Q_1(t) = u(T, t) \cdot P_1 = u(T, t) \cdot i_1 \cdot T \quad (9.49)$$

$$Q_2(t) = u(T, t - T) \cdot P_2 = u(T, t - T) \cdot i_2 \cdot T \quad (9.50)$$

$$Q_3(t) = u(T, t - 2T) \cdot P_3 = u(T, t - 2T) \cdot i_3 \cdot T \quad (9.51)$$

Hidrogram oticanja

Primjenom principa superpozicije, proticaj složenog hidrograma u vremenskom trenutku (t) biće:

$$\begin{aligned} Q(t) &= u(T, t) \cdot P_1 + u(T, t - T) \cdot P_2 + u(T, t - 2T) \cdot P_3 = \\ &= \sum_{j=1}^3 u[T, t - (j-1)T] \cdot P_j \end{aligned} \quad (9.52)$$

Treba zapaziti da jednačinu (9.52) i jednačine (9.47) i (9.48) vežu slijedeći odnosi:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 = x_3 = 1 \text{ cm (ili 1 mm) kiše} \\ a &= P_1; \quad b = P_2; \quad c = P_3 \text{ (cm) kiše} \\ y_1 &= u(T, t); \quad y_2 = u(T, t - T) \quad \text{i} \quad y_3 = u(T, t - 2T) \end{aligned}$$

U opštem slučaju, kada je hijetogram efektivne kiše (podijeljen) diskretizovan u (n) blokova pojedinačnih kiša širine T , može se napisati:

$$Q(t) = \sum_{j=1}^n u[T, t - (j-1)T] \cdot P_j \quad (9.53)$$

Jednostavnija forma izraza (9.53) može se dobiti na slijedeći način. Obzirom da se prema izrazu (9.53) ordinate hidrograma direktnog oticanja izračunavaju u diskretnim vremenskim intervalima (na rastojanju T), to je umjesto $Q(t)$ korektnije napisati $Q(k)$, gdje je (k) redni broj ordinate složenog hidrograma direktnog oticanja. Takođe, visina efektivne kiše u prvom bloku se može označiti sa $P(0)$ (umjesto P_1), u drugom sa $P(1)$ (umjesto P_2) itd. Najzad, simbol (T) označava da se radi o T -časovnom jediničnom hidrogramu (u konkretnom slučaju, poznato je za koje trajanje efektivne kiše T je određen jedinični hidrogram).

Sa gore uvedenim oznakama, jednačina (9.53) se može napisati:

$$Q(k) = \sum_{j=0}^n u(k-j) \cdot P_j \quad (9.54)$$

Kao što se vidi, jedna (9.54) odgovara izrazu (7.15) – poglavlje 7.2, i predstavlja zbir konvolucije koja opisuje rad jednog stacionarnog, lincarnog, determinističkog i diskretnog sistema (sliva) koji funkcioniše pri $k > 0$.

Pošto u hidrološkoj praksi obično prvi blok nosi oznaku (1), drugi oznaku (2) itd., to su alternativne forme modela (9.54):

$$Q(k) = \sum_{j=1}^n u[k - (j - 1)] \cdot P_j, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (n+m-1) \quad (9.55)$$

ili

$$Q_k = \sum_{j=1}^n u_{k-j+1} \cdot P_j, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (n+m-1) \quad (9.56)$$

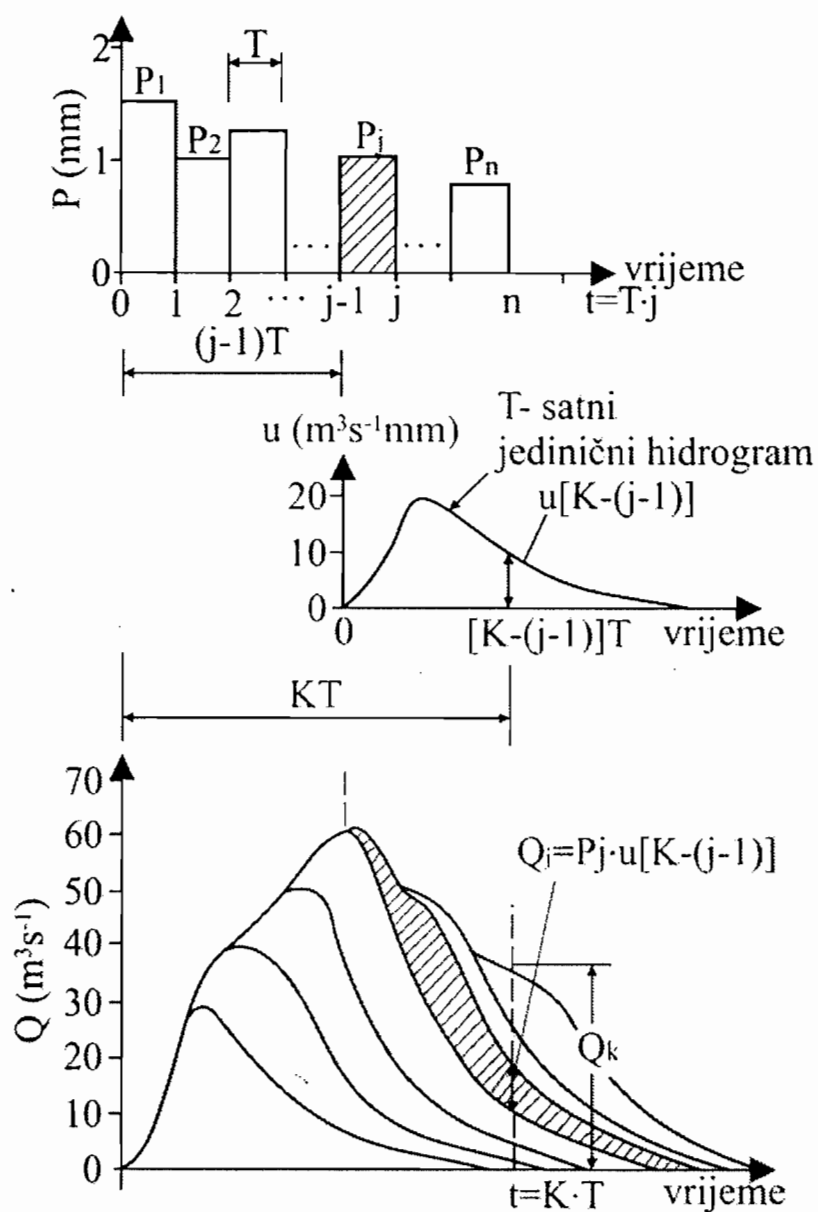
gdje je:

k – redni broj ordinate složenog hidrograma direktnog oticanja,
 n – broj blokova na koji je podijeljen hijetogram efektivne kiše,
 m – broj ordinata (većih od nule) T – časovnog jediničnog hidrograma.

Broj ordinata složenog hidrograma direktnog oticanja koje su veće od nule je $l = n + m - 1$. Vremenska baza složenog hidrograma je $T_b = T \cdot (n + m)$ sati.

Zbir konvolucije predstavljen jednačinom (9.55) grafički se može ilustrovati kao što je to pokazano na slici 9.34.

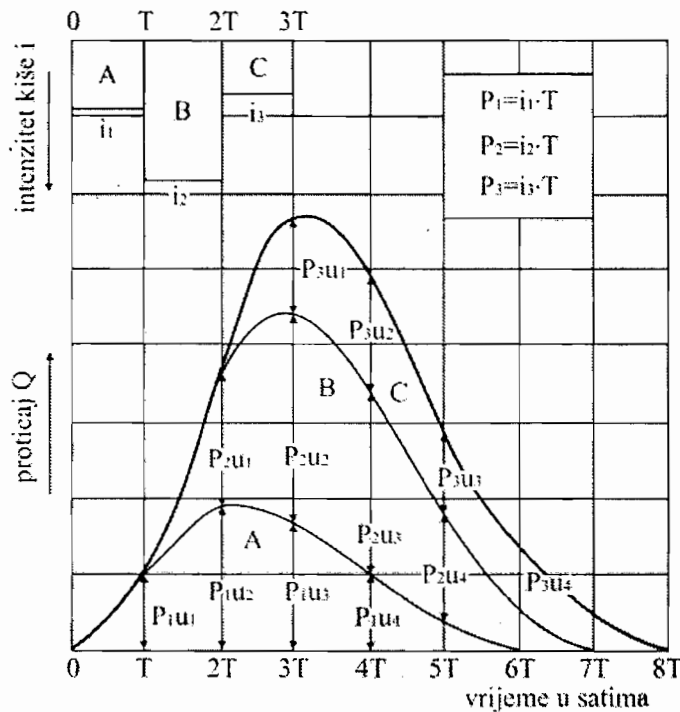
Hidrogram oticanja



Slika 9.34. Ilustracija zbira konvolucije predstavljenog jednačinom (9.55)

Ako se jednačina (9.55), odnosno (9.56), primjeni na primjer dat na slici 9.33 (pod pretpostavkom da je T – časovni jedinični hidrogram za posmatrani sliv zadat sa $m = 5$ ordinata), može se napisati slijedeći sistem jednačina, ilustrovan grafički na slici 9.35. Kako je hijetogram efektivne kiše predstavljen sa tri bloka ($n = 3$), to je onda broj ordinata hidrograma direktnog oticanja (većih od nule) $l = n + m - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$.

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 \cdot u_1 \\
 Q_2 &= P_2 \cdot u_1 + P_1 \cdot u_2 \\
 Q_3 &= P_3 \cdot u_1 + P_2 \cdot u_2 + P_1 \cdot u_3 \\
 Q_4 &= P_3 \cdot u_2 + P_2 \cdot u_3 + P_1 \cdot u_4 \\
 Q_5 &= P_3 \cdot u_3 + P_2 \cdot u_4 + P_1 \cdot u_5 \\
 Q_6 &= P_3 \cdot u_4 + P_2 \cdot u_5 \\
 Q_7 &= P_3 \cdot u_5 \\
 Q_8 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{9.57}$$



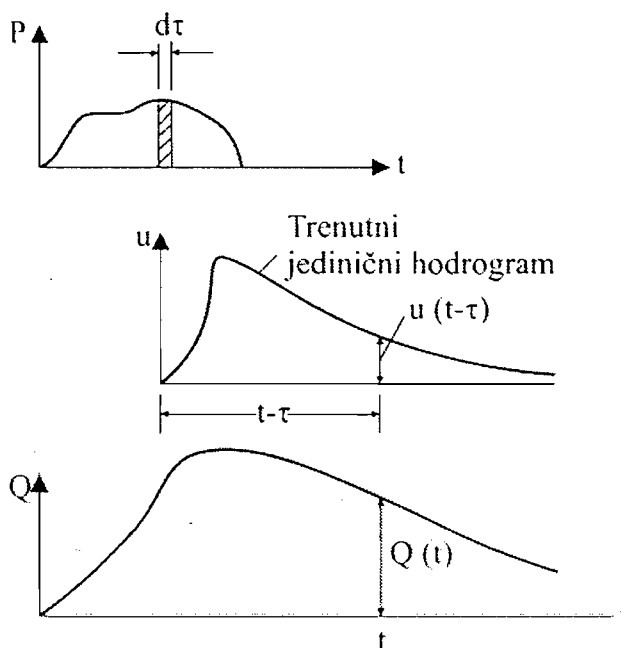
Slika 9.35. Ilustracija zbira konvolucije za primjer sa slike 9.40

Nasuprot zbiru konvolucije, za opis rada jednog kontinualnog linearnog i stacionarnog sistema se primjenjuje integral konvolucije kao što je to pokazano u poglavlju 7.2 (jednačina 7.16). Jednačina (7.16) sa oznakama uvedenim u ovom poglavlju, glasi:

$$Q(t) = \int_0^t u(t - \tau) \cdot P(\tau) \cdot d\tau
 \tag{9.58}$$

Hidrogram oticanja

a njena grafička predstava je ilustrovana na slici 9.36. Treba uočiti da, za razliku od zbira konvolucije, kod integrala konvolucije, jedinični hidrogram koji figurira u jednačini (9.58) predstavlja tzv. „trenutni jedinični hidrogram“, o kome će detaljnije biti govora u nastavku ovog poglavlja.



Slika 9.36. Ilustracija integrala konvolucije predstavljene jednačinom (9.58)

9.7.2. Određivanje jediničnog hidrograma na osnovu podataka osmatranja kiše i oticanja vode

Jedinični hidrogram se u principu može odrediti na osnovu opaženog hidrograma koji je posljedica ili *izolovane kiše*, ili tzv. *kompleksne kiše*. U drugom slučaju, hidrogram oticanja na izlaznom profilu se posmatra kao složeni hidrogram, pri čemu blokovi hijetograma u intervalima širine T proizvode elementarne hidrograme čijom superpozicijom se dobija konačni izlaz sistema (slika 2.73).

Obzirom da, po definiciji, jedinični hidrogram predstavlja hidrogram direktnog oticanja od efektivne kiše, visine 1 cm (ili 1 mm) konstantnog intenziteta tokom vremena njenog trajanja (T) i ravnomjerno raspoređene na slivnoj površini, pri određivanju T – časovnog jediničnog hidrograma na osnovu podataka osmatranja i mjerenja na slivnoj površini, neophodno je da se vodi računa o ovim važnim pretpostavkama metode jediničnog hidrograma (poglavlje 9.7.1).

Dakle, za određivanje T – časovnog jediničnog hidrograma po ovom postupku, neophodno je da se raspolaže sa podacima kontinualnih mjerenja kiše i odgovarajućeg oticanja vode. Kada se u pitanju slivne površine reda veličine do 500 km^2 i manje, kontinualna mjerenja kiša i odgovarajućeg oticanja morala bi biti obavljena putem ombrografa za kiše, odnosno limnigrafa za oticanje. Ako su, međutim, na raspolaganju samo podaci o dnevnim visinama kiša i srednjim dnevnim proticajima vode, onda površina odgovarajućeg sliva ne bi smjela da je manja od 2.500 ili eventualno 3000 km^2 /21/.

Kod određivanja T – časovnog jediničnog hidrograma, između ostalih praktičnih pitanja, postavlja se i problem vremena (T), koje treba poslije odgovarajućih analiza i usvojiti, da bi se izradio T – časovni jedinični hidrogram. Ovaj problem je naročito aktuelan kada se jedinični hidrogram određuje na osnovu opaženog hidrograma koji je posljedica tzv. *kompleksne kiše*, i kada je hijetogram bruto kiše potrebno podijeliti na (n) blokova širine (T).

Problem određivanja vremena T se može formulisati na slijedeći način: da li postoji neko vrijeme T za koje se može smatrati da je reprezentativno (mjerodavno) za dati sliv, sa gledišta učestalosti ovakve pojave i u pogledu zadovoljavanja naprijed pobrojanih uslova o uniformnosti kiše u vremenu i prostoru? Ako takvo T postoji, onda se može izraditi i odgovarajući T – časovni jedinični hidrogram. Pomoću ovog osnovnog hidrograma, teorijski je moguće izvesti (odrediti) beskonačno mnogo drugih jediničnih hidrograma raznog trajanja ($0 < T < T_c$), gdje je T_c vrijeme koncentracije sliva /21/.

Preporuke koje se tiču izbora mjerodavnog vremena T , obično se vezuju za površinu sliva, ili pak za jedno od vremena koje karakteriše granu porasta hidrograma oticanja. Na osnovu dosadašnjih iskustava hidrologa, može se reći slijedeće: (i) za sliv bilo koje površine, mora biti ispunjen uslov da je $T < T_c$, (ii) za slivove sa $F_{sl} > 3000 \text{ km}^2$, $T = 24$ sata (ako su na raspolaganju samo podaci o dnevnim kišama), (iii) za slivove sa površinom između 1000 i 3000 km^2 , $T \leq 12$ sati, (iv) ako je F_{sl} od 500 do 1000 km^2 , $T \leq 6$ sati, (v) za slivove manje od 500 km^2 , $T = t_p / 2$, gdje je t_p vrijeme zakašnjenja sliva; drugi kriterijum za $F_{sl} < 500 \text{ km}^2$ je $T = T_c / 3$, gdje je T_c vrijeme koncentracije sliva. Gornji kriterijumi su u važnosti i kada se vrši procjena da li se registrovani pljusak može posmatrati kao izolovana kiša.

Jedinični hidrogram od izolovane kiše

Kada se govori o izolovanoj kiši, misli se na kratkotrajne padavine, uniformnog intenziteta efektivne kiše, trajanja T . Takođe, treba da je zadovoljen i uslov da trajanje efektivne kiše ne bude značajno veće od „mjerodavnog“ trajanja za dati sliv. Razumije se da se dopušta mogućnost da njeno trajanje bude znatno kraće od T , pod uslovom da je zadovoljen i važan uslov o ravnomjernosti takve kiše u prostoru /21/. Pošto je neophodno da se analizira nekoliko pljuskova i odgovarajućih hidrograma oticanja, teško je pretpostaviti da će sve te kiše imati isto trajanje. U takvim situacijama, neznatna odstupanja u trajanju neto kiše (do desetak, pa i više procenata) neće imati bitnog uticaja na oblik hidrograma.

Iz naprijed iznijetog, proizilazi da za određivanje jediničnog hidrograma treba birati izolovane poplavne talase (hidrograme oticanja) koje su izazvale jače kiše kratkog trajanja. Ako je T vrlo kratko, dobijeni jedinični hidrogram se neće mnogo razlikovati od trenutnog jediničnog hidrograma (o trenutnom jediničnom hidrogramu vidi poglavlje 9.7.4). Uslov da kiša „kratko traje“ treba shvatiti uslovno. Naime, na jednom malom slivu reda veličine 10 km^2 ili manjem, može se javiti kiša kratkog trajanja i jakog intenziteta koja će proizvesti oticanje. Na prostoru velikog sliva, kratka a jaka kiša ne može da obuhvati čitavu površinu; ovdje se dakle može očekivati značajno oticanje samo od kiše dužeg trajanja /24/.

Ako se raspolože registrovanim hidrogramom direktnog oticanja koji je proizvela izolovana efektivna kiša trajanja T časova, T – časovni jedinični hidrogram se određuje neposredno iz opaženog hidrograma, pomoću ranije izvedene jednačine (9.45) – poglavlje 9.7.1.

$$Q(t) = P \cdot u(T, t), \text{ odakle slijedi}$$

$$u(T, t) = Q(t) / P \quad (9.59)$$

Pri ovim analizama, procedura je slijedeća:

1. Na osnovu procedure pokazane u poglavlju (9.4), na osnovu registrovanog hidrograma oticanja, konstruiše se hidrogram direktnog oticanja,
2. Na osnovu određenog hidrograma direktnog oticanja, određuje se zapremina direktnog oticanja W , i izračunava visina efektivne kiše P , koja je izazvala to oticanje $P = W / F_{sl}$ (vidjeti proceduru opisanu u poglavlju 9.5),

3. Korištenjem jednačine (9.59) izračunavaju se ordinate T – časovnog jediničnog hidrograma, gdje vrijeme T predstavlja trajanje efektivne kiše koja je izazvala hidrogram direktnog oticanja određen u tački 1.

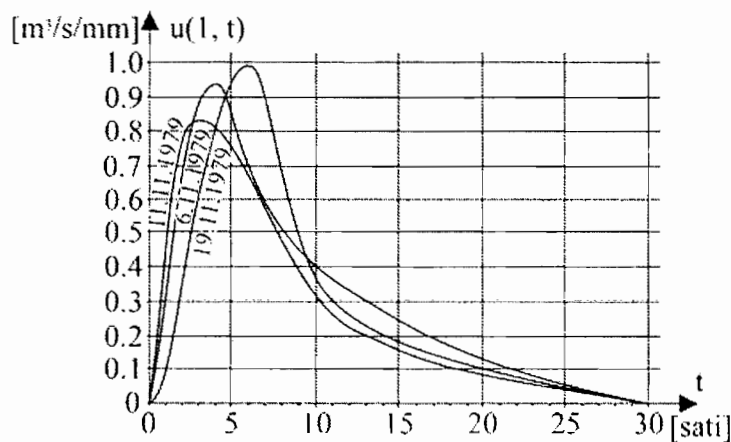
Kao vid kontrole tačnosti određenih ordinata jediničnog hidrograma, treba da je zadovoljen uslov da je površina ispod jediničnog hidrograma jednaka oticanju efektivne kiše visine l cm sa sliva površine F_{sl} , odnosno $W_{jh} = F_{sl} \cdot 10^6 \cdot l \cdot 10^{-2} (m^3)$, ako se površina sliva uvrsti u (km^2) a visina efektivne kiše u (cm) , te ako su ordinate jediničnog hidrograma izražene u $(m^3/s/cm)$.

Kada je za isti sliv, određeno nekoliko jediničnih hidrograma približno istog trajanja T , (slika 9.37), treba odrediti prosječni T – časovni jedinični hidrogram. Ako su $T_{p1}, T_{p2}, \dots, T_{pn}$, vremena podizanja jediničnog hidrograma od $u = 0$ do $u = u_m$, a $u_{m1}, u_{m2}, \dots, u_{mn}$ maksimalne ordinate n – jediničnih hidrograma, onda je prosječno vrijeme podizanja:

$$T_p = \frac{l}{n} (T_{p1} + T_{p2} + \dots + T_{pn}) \quad (9.60)$$

i prosječni maksimalni proticaj:

$$u_m = \frac{l}{n} (u_{m1} + u_{m2} + \dots + u_{mn}) \quad (9.61)$$



Slika 9.37 Ilustracija tri jednosatna jedinična hidrograma $u(l, t)$ za sliv r. Brijesnice na V.S. Rosulje /16/

Hidrogram oticanja

Postupak određivanja jediničnog hidrograma od izolovane kiše je specijalni slučaj konvolucije jediničnog hidrograma koji opisuje sistem jednačina (9.55), odnosno (9.56):

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 u_1 \\ Q_2 &= P_2 u_1 + P_1 u_2 \\ &\dots \\ Q_l &= 0 + 0 + \dots + P_n u_m \end{aligned} \quad (9.62)$$

gdje je (n) broj blokova hijetograma neto kiše, (m) broj ordinata jediničnog hidrograma, a l ($l = n+m-1$) broj ordinata hidrograma direktnog oticanja. Ako postoji samo jedan ulaz $P_l = P$, gornji sistem se svodi na:

$$\begin{aligned} Q_1 &= P u_1 \\ Q_2 &= P u_2 \\ &\dots \\ Q_m &= P u_m \end{aligned} \quad (9.63)$$

pa problem određivanja ordinata jediničnog hidrograma postaje veoma jednostavan i naravno, odgovara određivanju istih ordinata preko jednačine (9.59):

$$\begin{aligned} u_1 &= Q_1 / P \\ u_2 &= Q_2 / P \\ &\dots \\ u_m &= Q_m / P \end{aligned} \quad (9.64)$$

PRIMJER 9.3.

Kao posljedica kiše koja je pala na sliv rijeke Bukovice, 11.11.1979. godine, na vodomjernoj stanici Podgaj, registrovani su hidrogram oticanja i hijetogram kiše koja ga je izazvala (kolone 2. i 3. tabele 1). Površina sliva do vodomjerne stanice iznosi $F_{sl} = 60 \text{ km}^2$. Visine kiša u koloni (2) tabele 1. predstavljaju ukupnu (bruto) visinu kiše na slivu na kraju odgovarajućeg sata (od 3 do 6 sati ukupno je palo 9,8 mm kiše). Potrebo je odrediti ordinate jednosatnog jediničnog hidrograma $u(l, t)$.

Shodno prethodno opisanoj proceduri, odgovarajući proračuni određivanja jednosatnog jediničnog hidrograma provedeni su u tabeli 1.

Tabela 1.

| Vrijeme (sati) | Bruto kiša (mm) | Ukupno oticanje (m ³ /s) | Bazno oticanje (m ³ /s) | Direktno oticanje (m ³ /s) | u (1, t) (m ³ /s/mm) |
|----------------|-----------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
| 2 | | 0,25 | 0,25 | 0,00 | |
| 3 | 0 | 0,24 | 0,24 | 0,00 | |
| 4 | 2 | 0,23 | 0,23 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 8,2 | 1,51 | 0,22 | 1,29 | 0,39 |
| 6 | 9,8 | 7,34 | 0,21 | 7,13 | 2,16 |
| 7 | | 9,41 | 0,20 | 9,21 | 2,79 |
| 8 | | 7,74 | 0,22 | 7,52 | 2,28 |
| 9 | | 6,38 | 0,24 | 6,14 | 1,86 |
| 10 | | 5,31 | 0,26 | 5,05 | 1,53 |
| 11 | | 4,44 | 0,28 | 4,16 | 1,26 |
| 12 | | 3,70 | 0,30 | 3,40 | 1,03 |
| 13 | | 3,13 | 0,32 | 2,81 | 0,85 |
| 14 | | 2,62 | 0,34 | 2,28 | 0,69 |
| 15 | | 2,21 | 0,36 | 1,85 | 0,56 |
| 16 | | 1,83 | 0,38 | 1,45 | 0,44 |
| 17 | | 1,52 | 0,40 | 1,12 | 0,34 |
| 18 | | 1,21 | 0,42 | 0,79 | 0,24 |
| 19 | | 1,00 | 0,44 | 0,56 | 0,17 |
| 20 | | 0,82 | 0,46 | 0,36 | 0,11 |
| 21 | | 0,65 | 0,48 | 0,17 | 0,05 |
| 22 | | 0,50 | 0,50 | 0,00 | 0,00 |
| 23 | | 0,45 | 0,45 | | |
| 24 | | 0,40 | 0,40 | | |
| Σ | | | | 55,19 | 16,75 |

Prvi korak u proračunu je odvajanje baznog oticanja jednom od metoda (metoda I) prikazanih u poglavlju 9.4.1. Za ovaj primjer prestanak direktnog oticanja određen je u 22 sata.

Drugi korak je određivanje ordinata hidrograma direktnog oticanja (kolona 5. tabele 1), tako što su od ordinata hidrograma oticanja (kolona 3. tabele 1) oduzete vrijednosti ordinata baznog oticanja (kolona 4. tabele 1).

Hidrogram oticanja

Zapremina direktnog oticanja:

$$W = \sum_{t=4}^{t=22} Q(t) \cdot \Delta t = 55,19 \cdot 3600 = 198684 \text{ m}^3$$

Zapremina oticanja jediničnog hidrograma:

$$\begin{aligned} W_{jh} &= \sum_{t=4}^{t=22} u(t) \cdot \Delta t = 16,75 \cdot 3600 \cong 60.000,00 \text{ m}^3 = \\ &= F_{sl} (\text{km}^2) \cdot 1 (\text{mm}) = 60 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 60.000,00 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

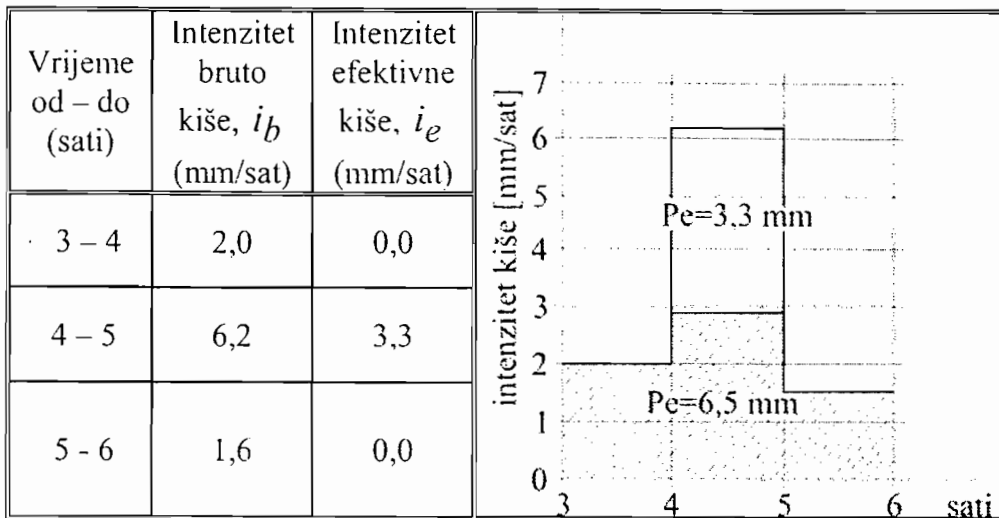
Ukupna visina efektivne kiše:

$$P = \frac{W}{F_{sl}} = \frac{198684 \text{ m}^3}{60 \cdot 10^6 \text{ m}^2} \cong 0,0033 \text{ m} = 3,3 \text{ mm}$$

Hijetogram efektivne kiše određen je pod pretpostavkom da su gubici na infiltraciju konstantni u vremenu. U tom slučaju visina efektivne kiše dobija se probanjem (vidi poglavlje 9.5 – primjer 9.2), pri čemu mora biti zadovoljen uslov:

$$\sum_{j=1}^n i_e \cdot \Delta t = \sum_{j=1}^3 i_e \cdot 1 = 3,3 \text{ mm}$$

gdje je $n = 3$ broj blokova kiše, i_e intenziteti efektivne kiše i $\Delta t = 1$ sat.



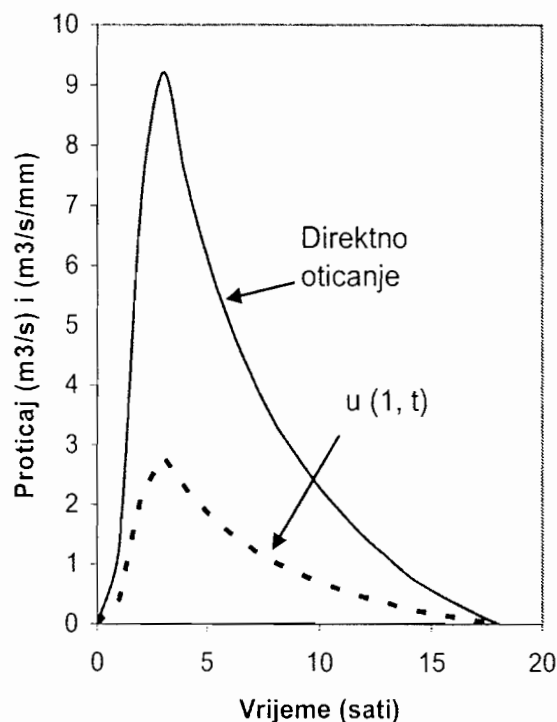
Slika 1. Hijetogrami bruto i neto kiše

Obzirom da ukupna visine efektivne kiše iznosi 3,3 mm, iz slike 2. proizilazi da je samo kiša iz drugog sata učestvovala u formiranju direktnog oticanja. Iz konstatovanog proizilazi, da je onda hidrogram direktnog oticanja uzrokovala izolovana efektivna kiša trajanja jedan sat, a visine 3,3 mm, na osnovu koje je onda moguće odrediti jednočasovni jedinični hidrogram $u(l,t)$, na osnovu jednačine (9.59), odnosno (9.64):

$$u(l,t) = Q(t) / P_e$$

To je i učinjeno u koloni (6) tabele (1) tako što su vrijednosti direktnog oticanja koji se nalaze u koloni (5) tabele (1) podjeljene sa visinom efektivne kiše $P_e = 3,3 \text{ mm}$. Određeni jednočasovni jedinični hidrogram $u(l,t)$ i hidrogram direktnog oticanja na osnovu koga je on izveden, ilustrirani su na slici 2.

Hidrogram oticanja



Slika 2. Hidrogram direktnog oticanja i odgovarajući jednosatni jedinični hidrogram

Jedinični hidrogram od kompleksne kiše

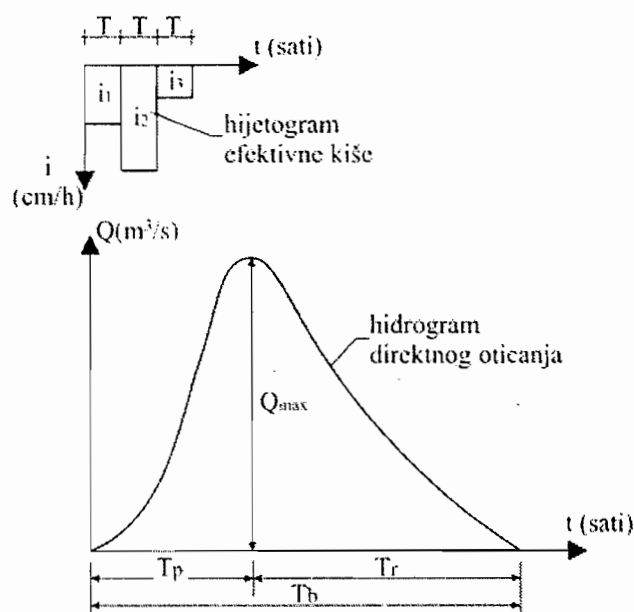
Prethodno opisani, jednostavan i neposredan način da se odredi jedinični hidrogram, može se primijeniti ako su u periodu osmatranja registrovane izolovane kiše koje su proizvele hidrograme oticanja značajnije zapremine. Često se takvim podacima ne raspolaže, pa je potrebno da se jedinični hidrogram odredi na osnovu hidrograma oticanja izazvanog tzv. kompleksnom kišom, tj. kišom koja dugo traje i čiji intenzitet značajno varira u vremenu.

Primjer jednog takvog hidrograma direktnog oticanja, izazvanog efektivnom kišom neravnomjernog intenziteta tokom njenog ukupnog trajanja $3T$ sati, prikazan je na slici 9.38. Hidrogram direktnog oticanja prikazan na slici 9.34, takođe predstavlja uopšteni primjer hidrograma izazvanog efektivnom kišom neravnomjernog intenziteta tokom njenog trajanja.

Za ove proračune, vremenska baza hijetograma efektivne kiše, određenog analizom hijetograma bruto kiše, poslije njegove dekompozicije na efektivnu kišu i gubitke, dijeli se na određen broj kratkih intervala unutar kojih se smatra da je intenzitet

kiše ravnomjeran. Širina ovih intervala može biti nekoliko minuta (kod kiša kratkog trajanja) do nekoliko sati, ako se radi o kiši dugog trajanja.

Kiša čije je trajanje reda nekoliko časova, može se smatrati jakom kišom kratkog trajanja, ako je u pitanju velika slivna površina. Na protiv, ako se radi o maloj slivnoj površini, za koju je „mjerodavno trajanje“ T daleko manje, ista kiša se tretira kao kompleksna kiša.



Slika 9.38. Ilustracija hidrograma direktnog oticanja izazvanog tzv. kompleksnom kišom

Procedura određivanja T – časovnog jediničnog hidrograma za ove slučajeve, odnosno generalno slučaj određivanja T – časovnog jediničnog hidrograma na osnovu registrovanog hidrograma direktnog oticanja izazvanog tzv. kompleksnom kišom, provodi se pod pretpostavkom da se prethodno pretpostavi da je poznat traženi T – časovni jedinični hidrogram, a traži se odgovarajući hidrogram direktnog oticanja. U tom slučaju, problem se svodi na ranije opisani problem rješavanja zbira konvolucije predstavljenog jednačinom (9.56), odnosno:

$$Q_k = \sum_{j=1}^n u_{k-j+1} \cdot P_j, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (n+m-1) \quad (9.65)$$

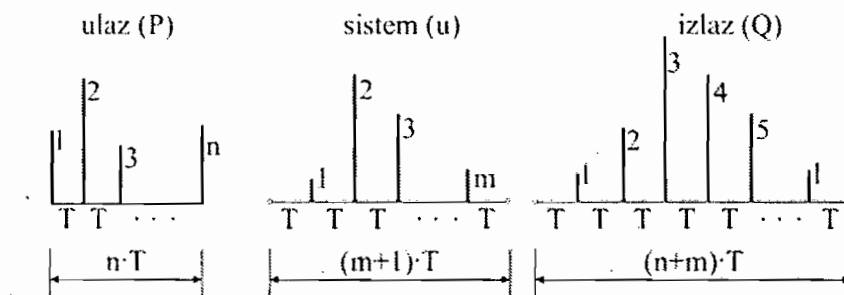
gdje je:

Hidrogram oticanja

k – redni broj ordinate složenog hidrograma direktnog oticanja,
 n – broj blokova na koji je podijeljen hijetogram efektivne kiše,
 m – broj ordinata (većih od nule) T – časovnog jediničnog hidrograma.

Broj ordinata složenog hidrograma direktnog oticanja koje su veće od nule je $l = n + m - 1$. Vremenska baza složenog hidrograma je $T_b = T \cdot (n + m)$ časova.

Diskretan prikaz efektivne kiše, jediničnog hidrograma i hidrograma direktnog oticanja sa naprijed uvedenim oznakama, dat je na slici 9.39.



Slika 9.39.

Kao što je to pokazano u poglavlju 7.2 (jednačina 7.20), proces diskretne konvolucije efektivne kiše sa T – časovnim jediničnim hidrogramom može biti predstavljen kao proizvod matrice i vektora:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & P_j & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_n & P_{n-1} & P_{n-2} & \dots & 0 \\ 0 & P_n & P_{n-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & P_n & \dots & P_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_k \\ \vdots \\ Q_l \end{bmatrix} \quad (9.66)$$

Matrica $[P]$ ima (l) ($l = m + n - 1$) vrsta i (m) kolona, matrica $[U]$ (m) vrsta i jednu kolonu i matrica $[Q]$ (l) vrsta i jednu kolonu.

Na primjer, za hidrogram direktnog oticanja predstavljen na slici 9.38, čija ilustracija kao zbir konvolucije je data na slici 9.35, matrična jednačina (9.66) ima slijedeći oblik:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & P_2 & P_1 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 & P_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \quad (9.67)$$

Matrica $[P]$ ima $l = 7$ vrsta i $m = 5$ kolona, zato što se hijetogram efektivne kiše sastoji od tri bloka ($n = 3$) sa visinama P_1, P_2 i P_3 ($P_i = i_i \cdot T$), a hidrogram direktnog oticanja sa $l = 7$ ordinata većih od nule, odakle slijedi $m = l - n + 1 = 7 - 3 + 1 = 5$, odnosno T – časovni jedinični hidrogram predstavljen je sa $m = 5$ ordinata (većih od nule): u_1, u_2, \dots, u_5 .

Množenjem gornjih jednačina dobiće se ranije definisani sistem jednačina (jednačina 9.57):

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 \cdot u_1 \\ Q_2 &= P_2 \cdot u_1 + P_1 \cdot u_2 \\ Q_3 &= P_3 \cdot u_1 + P_2 \cdot u_2 + P_1 \cdot u_3 \\ Q_4 &= P_3 \cdot u_2 + P_2 \cdot u_3 + P_1 \cdot u_4 \\ Q_5 &= P_3 \cdot u_3 + P_2 \cdot u_4 + P_1 \cdot u_5 \\ Q_6 &= P_3 \cdot u_4 + P_2 \cdot u_5 \\ Q_7 &= P_3 \cdot u_5 \end{aligned} \quad (9.68)$$

Hidrogram oticanja

U gornjem sistemu jednačina, nepoznate su samo ordinate traženog T – časovnog jediničnog hidrograma u_j . One se uobičajeno određuju na slijedeći način.

Ako se sistem jednačina (9.68) ponovo napiše u slijedećoj matričnoj formi:

$$[P] \cdot [U] = [Q] \quad (9.69)$$

Onda je u toj jednačini nepoznata matrica $[U]$.

Kako u sistemu jednačina (9.68), odnosno (9.69) praktično postoji više jednačina nego nepoznatih (ordinata jediničnog hidrograma), to taj sistem nije saglasan. Kako dakle sistem nije saglasan, uzima se ono što je sigurno opravdano da između pravih vrijednosti \hat{Q} (proticaji sračunati preko jediničnog hidrograma) i onih osmotrenih proticaja Q , postoje neke razlike:

$$[\hat{Q}] - [Q] = [\varepsilon], \text{ odnosno } [\hat{Q}] = [Q] + [\varepsilon] \quad (9.70)$$

Dakle, sistem (9.69) prelazi u sistem

$$[P][U] = [Q] + [\varepsilon], \text{ odnosno } [P][U] - [Q] = [\varepsilon] \quad (9.71)$$

Može se pokazati da će ispunjenje uslova $\sum \varepsilon^2 = \text{MINIMUM}$ biti zadovoljeno ako je /26/:

$$[\varepsilon]^T [\varepsilon] = \text{MINIMUM} \quad (9.72)$$

te da je konačno rješenje problema dato jednačinom /26/:

$$[P]^T [P][U] = [P]^T [Q], \text{ odnosno } [R][U] = [P]^T [Q]. \quad (9.73)$$

gdje je matrica $[R] = [P]^T [P]$ kvadratna matrica.

Množenjem jednačine (9.73) sa $[R]^{-1}$ dobije se:

$$[U] = [R]^{-1} [P]^T [Q]. \quad (9.74)$$

Vrijednosti nepoznate matrice $[U]$ određene na ovaj način zadovoljavaju uslov da je suma kvadrata odstupanja između vrijednosti proticaja \hat{Q} određenih preko jediničnog hidrograma i osmotrenih vrijednosti proticaja Q , najmanja /26/, tj:

$$\sum_{k=1}^l (Q - \hat{Q})^2 = \min \quad (9.75)$$

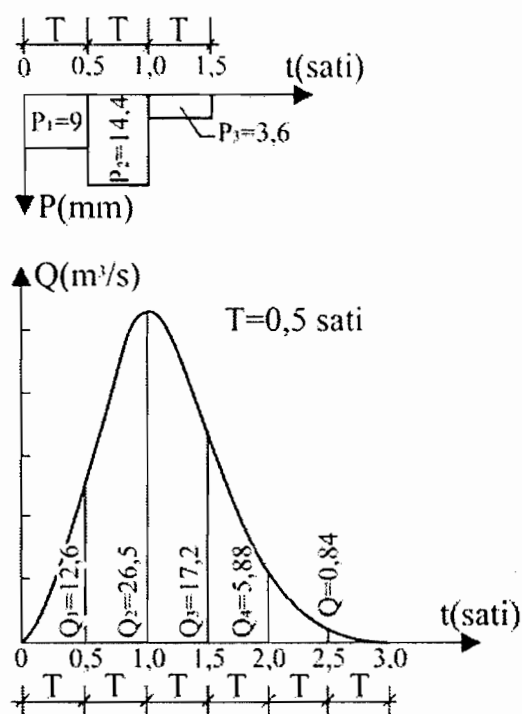
PRIMJER 9.4.

Na osnovu hidrograma direktnog oticanja sa slivne površine veličine $F_{sl} = 4,2 \text{ km}^2$ i odgovarajućeg hijetograma efektivne kiše koja ga je izazvala, potrebno je odrediti polusatni jedinični hidrogram u $u(0,5;t)$. Osmotreni hidrogram direktnog oticanja i odgovarajući hijetogram efektivne kiše ilustrovani su grafički na slici 1.

Ovdje je potrebno napomenuti da je zadatak koncipiran tako da se može lahko i jednostavno riješiti samo korištenjem papira i olovke. On predstavlja određeno pojednostavljenje realnog problema a koje se odnosi samo na vremensku diskretizaciju trajanja hidrograma oticanja i odgovarajućeg jediničnog hidrograma, odnosno malog broja ordinata preko kojih su oni predstavljeni. To se nikako ne odražava na primjenu izloženog metoda i procedure proračuna.

Na osnovu podataka ilustrovanih na slici 1., vidi se da je hidrogram direktnog oticanja predstavljen sa $l = 5$ ordinata (većih od nule) a hijetogram efektivne kiše sa tri bloka kiše ($n = 3$). Na osnovu jednačine (9.65), odnosno uslova preciziranih uz tu jednačinu, slijedi da će broj ordinata (većih od nule) traženog polusatnog jediničnog hidrograma biti $m = l - n + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$.

Hidrogram oticanja



Slika 1. Registrovani hidrogram direktnog oticanja i hijetogram efektivne kiše koja ga je izazvala

Problem se svodi na ranije opisani problem rješavanja zbira konvolucije predstavljenog jednačinom (9.65), koja daje slijedeći sistem jednačina:

$$Q_1 = P_1 \cdot u_1$$

$$Q_2 = P_2 \cdot u_1 + P_1 \cdot u_2$$

$$Q_3 = P_3 \cdot u_1 + P_2 \cdot u_2 + P_1 \cdot u_3$$

$$Q_4 = P_3 \cdot u_2 + P_2 \cdot u_3$$

$$Q_5 = P_3 \cdot u_3$$

ili matičnom jednačinom (9.69):

$$[P] \cdot [U] = [Q]$$

gdje matrice $[P]$, $[Q]$ i $[U]$ imaju slijedeću formu:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 \\ 0 & P_3 & P_2 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}$$

$$[P] = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 14,4 & 9 & 0 \\ 3,6 & 14,4 & 9 \\ 0 & 3,6 & 14,4 \\ 0 & 0 & 3,6 \end{bmatrix}; \quad [Q] = \begin{bmatrix} 12,6 \\ 26,5 \\ 17,2 \\ 5,88 \\ 0,84 \end{bmatrix}$$

Matrica $[P]$ ima 5 vrsta ($l = 5$) i tri kolone ($m = 3$), a matrica $[Q]$ tri vrste i jednu kolonu, odakle slijedi da matrica $[U]$ ima tri vrste i jednu kolonu, jer je $m = l - n + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$.

Rješenje jednačine $[P] \cdot [U] = [Q]$ slijedi iz jednačine (9.74), odnosno:

$$[U] = \{[P]^T [P]\}^{-1} [P]^T [Q] = [R]^{-1} [P]^T [Q]$$

$$[P]^T [P] = [R] = \begin{bmatrix} 301,32 & 181,44 & 32,4 \\ 181,44 & 301,32 & 181,44 \\ 32,4 & 181,44 & 301,32 \end{bmatrix}$$

$$[R]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0062 & -0,0052 & 0,0025 \\ -0,0052 & 0,0096 & -0,0052 \\ 0,0025 & -0,0052 & 0,0062 \end{bmatrix}; \quad [P]^T [Q] = \begin{bmatrix} 556,92 \\ 507,348 \\ 242,490 \end{bmatrix}$$

Hidrogram oticanja

$$[U] = [R]^{-1} \{ [P]^T \cdot [Q] \} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,402 \\ 0,699 \\ 0,233 \end{bmatrix}$$

Zapremina oticanja jediničnog hidrograma:

$$\begin{aligned} W_{jh} &= \sum_{t=0,5}^{t=2,5} u(t) \cdot \Delta t = 2,334 \cdot 1800 \cong 4200 \text{ m}^3 = \\ &= F_{sl} (\text{km}^2) \cdot l (\text{mm}) = 4,2 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 4200 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Kod proračuna T – časovnih jediničnih hidrograma, po ovoj metodi broj ordinata realnih hidrograma direktnog oticanja je uobičajeno daleko veći, a time i broj ordinata jediničnog hidrograma, što ovaj matični proračun usložnjava, te se rješavanje datih sistema matičnih jednačina mora obavljati kompjuterski.



Sistem jednačina (9.66) može se riješiti približno na slijedeći način. Na primjer, taj sistem jednačina za primjer 9.4, glasi:

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 \cdot u_1 \\ Q_2 &= P_2 \cdot u_1 + P_1 \cdot u_2 \\ Q_3 &= P_3 \cdot u_1 + P_2 \cdot u_2 + P_1 \cdot u_3 \\ Q_4 &= P_3 \cdot u_2 + P_2 \cdot u_3 \\ Q_5 &= P_3 \cdot u_3 \end{aligned} \tag{9.76}$$

Iz pretodnog sistema jednačina slijedi:

$$u_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{12,6}{9,0} = 1,4$$

$$u_2 = (Q_2 - P_2 \cdot u_1) \cdot \frac{1}{P_1} = (26,5 - 14,4 \cdot 1,4) \cdot \frac{1}{9,0} = 0,70$$

$$u_3 = (Q_3 - P_2 \cdot u_2 - P_3 \cdot u_1) \cdot \frac{1}{P_1} = (17,2 - 14,4 \cdot 0,70 - 3,6 \cdot 1,4) \cdot \frac{1}{9,0} = 0,231$$

Generalno uzcvši može se napisati:

$$u_k = \left(Q_k - \sum_{j=2}^n P_j \cdot u_{k-j+1} \right) \cdot \frac{1}{P_1}, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Treba uočiti da su rezultati dobijeni po ovom, približnom postupku, identični sa rezultatima iz prethodnog matričnog proračuna, što nije uobičajeno.

9.7.3. Promjena trajanja jediničnog hidrograma

Često se ukazuje potreba da se na osnovu T – časovnog jediničnog hidrograma, koji je dobijen analizom izolovanih pljuskova približno istog trajanja T , ili iz serija kompleksnih kiša (sa intervalom diskretizacije T) odredi jedinični hidrogram za neko drugo trajanje efektivne kiše. Za ovu analizu se mogu koristiti dva pristupa/metoda:

- Metoda superpozicije,
- Metoda S – krive.

Metoda superpozicije

Metoda je primjenljiva u slučaju da se raspoláže T – časovnim jediničnim hidrogramom, odnosno jediničnim hidrogramom koji je izazvala efektivna kiša trajanja T časova, a na osnovu njega se želi odrediti novi T_1 - časovni jedinični hidrogram pri čemu mora biti zadovoljen odnos:

$$T_1 = n \cdot T, \quad \text{za } n = 2, 3, \dots \quad (9.77)$$

Metoda je bazirana na korištenju prethodno objašnjenog principa superpozicije, kao jednog od principa na kojima se zasniva teorija jediničnog hidrograma. Dakle, kao osnova za proračun služi ranije data jednačina (9.53):

Hidrogram oticanja

$$Q(t) = \sum_{j=1}^n u[T, t - (j-1)T] \cdot P_j \quad (9.78)$$

gdje su sada sve vrijednosti efektivnih padavina $P_j = 1$, jer je hijetogram efektivnih padavina sastavljen od (n) blokova efektivnih kiša trajanja T –časoava a efektivne visine 1 mm (ili 1cm). Na taj način, jednačina (9.78), za $P_j = 1$, prelazi u slijedeću jednačinu:

$$Q(t) = u(T, t) + u(T, t - T) + u(T, t - 2T) + \dots + u(T, t - (n-1)T) \quad (9.79)$$

Dobiveni zbirni hidrogram ne predstavlja jedinični hidrogram jer je on rezultat efektivne kiše intenziteta $i = 1/T$ časova, a visine $P = n \cdot (i \cdot T) = n$ (mm ili cm). Da bi ovaj zbirni hidrogram predstavljao nT – časovni ili T_1 - časovni jedinični hidrogram ($T_1 = n \cdot T$), prema principu proporcionalnosti, njegove ordinate bi trebale biti n –puta manje od ordinata zbirnog hidrograma čije ordinate su označene sa $Q(t)$, jer visina efektivne kiše koja je izazvala zbirni hidrogram iznosi n (mm) a visina efektivne kiše koja izaziva nT –časovni jedinični hidrogram iznosi 1 (jedan) (mm), pa se može pisati:

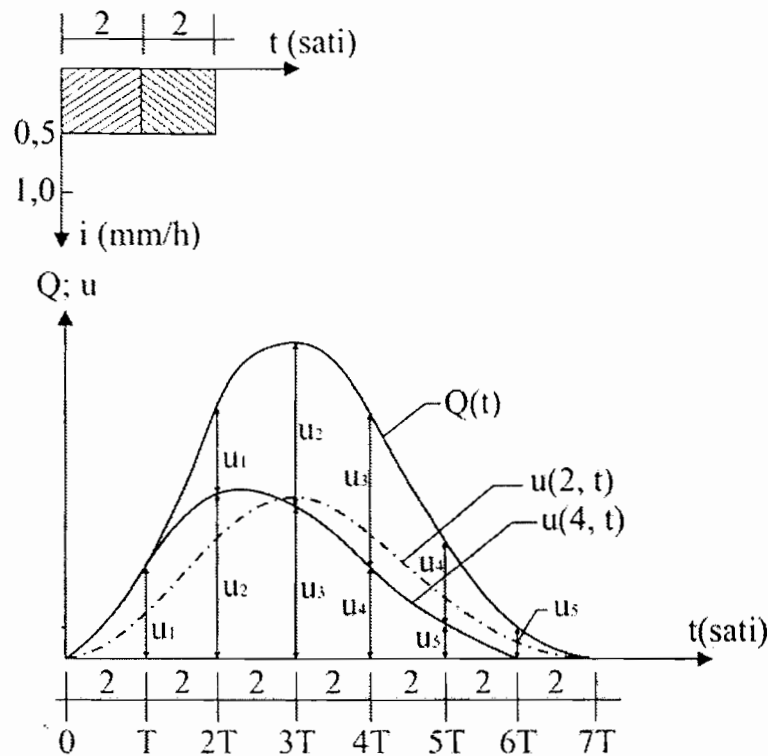
$$Q(t) : u(nT, t) = n : 1, \text{ odakle slijedi} \quad (9.80)$$

$$u(nT, t) = \frac{Q(t)}{n} \quad (9.81)$$

$$u(nT, t) = \frac{1}{n} [u(T, t) + u(T, t - T) + u(T, t - 2T) + \dots + u(T, t - (n-1)T)]$$

$$u(nT, t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u[T, t - (k-1)T] \quad (9.82)$$

Za ilustraciju metode na slici 9.40 prikazana je konstrukcija četverosatnog jediničnog hidrograma $u(4, t)$, na osnovu poznatog dvosatnog jediničnog hidrograma $u(2, t)$.



Slika 9.40. Ilustracija određivanja $u(4, t)$ na osnovu poznatog $u(2, t)$

Shodno jednačini (9.79), prvo su određene ordinate sumarnog hidrograma koji je rezultat zbira (superpozicije) dva jedinična hidrograma od kojih je drugi pomjeren za vrijeme T , obzirom da je druga kiša koja je uzrokovala taj hidrogram počela T časova nakon prve kiše.

$$\begin{aligned}
 Q(t = T) &= u(2, t) = u_1 \\
 Q(t = 2T) &= u(2, t) + u(2, t - T) = u_2 + u_1 \\
 &\vdots \\
 Q(t = 6T) &= u(2, t) + u(2, t - T) = u_6 + u_5 = 0 + u_5 = u_5 \\
 Q(t = 7T) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{9.83}$$

Kako su dvočasovni jedinični hidrogrami rezultat kiše intenziteta $i = 0,5 \text{ mm/h}$ a ukupne visine $P = i \cdot T = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ mm}$, to je onda zbirni hidrogram rezultat kiše istog intenziteta ali visine $P = 0,5 \cdot 4 = 2 \text{ mm}$, obzirom da je njeno trajanje 4 sata.

Shodno principu proporcionalnosti, ordinate četvoročasovnog jediničnog hidrograma bi trebale biti 2 –puta manje od ordinata zbirnog hidrograma, jer visina

Hidrogram oticanja

efektivne kiše koja je izazvala zbirni hidrogram iznosi 2 (mm) a visina efektivne kiše koja izaziva 4 –časovni jedinični hidrogram iznosi 1 (jedan) (mm), pa se može pisati:

$$Q(t) : u(4,t) = 2 : 1, \text{ odakle slijedi } u(4,t) = \frac{1}{2}Q(t) \quad (9.84)$$

PRIMJER 9.5.

Na osnovu registrovanog hidrograma oticanja i odgovarajućeg hijetograma kiše koja ga je izazvala, za rijeku Ričinu na vodomjernoj stanici Tribistovo ($F_{sl} = 21 \text{ km}^2$), određen je 30 – minutni jedinični hidrogram, čije vrijednosti ordinata $u(0,5,t)$, su date u donjoj tabeli (kolona 2). Potrebno je odrediti ordinate jednočasovnog jediničnog hidrograma $u(1,t)$.

| t (sati) | $u(0,5,t)$ ($\text{m}^3/\text{s}/\text{cm}$) | $u(0,5,t-0,5)$ ($\text{m}^3/\text{s}/\text{cm}$) | $Q(t)$ ($\text{m}^3/\text{s}/\text{cm}$) | $u(1,t)$ ($\text{m}^3/\text{s}/\text{cm}$) |
|-------------|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
| 0 | 0,00 | | 0 | 0 |
| 0,5 | 1,80 | 0,00 | 1.8 | 0.9 |
| 1,0 | 5,57 | 1,80 | 7.37 | 3.685 |
| 1,5 | 14,45 | 5,57 | 20.02 | 10.01 |
| 2,0 | 16,73 | 14,45 | 31.18 | 15.59 |
| 2,5 | 16,55 | 16,73 | 33.28 | 16.64 |
| 3,0 | 12,62 | 16,55 | 29.17 | 14.585 |
| 3,5 | 10,18 | 12,62 | 22.8 | 11.4 |
| 4,0 | 8,10 | 10,18 | 18.28 | 9.14 |
| 4,5 | 6,54 | 8,10 | 14.64 | 7.32 |
| 5,0 | 5,39 | 6,54 | 11.93 | 5.965 |
| 5,5 | 4,38 | 5,39 | 9.77 | 4.885 |
| 6,0 | 3,63 | 4,38 | 8.01 | 4.005 |
| 6,5 | 2,92 | 3,63 | 6.55 | 3.275 |
| 7,0 | 1,81 | 2,92 | 4.73 | 2.365 |
| 7,5 | 1,33 | 1,81 | 3.14 | 1.57 |
| 8,0 | 0,91 | 1,33 | 2.24 | 1.12 |
| 9,0 | 0,56 | 0,91 | 1.47 | 0.735 |
| 9,5 | 0,28 | 0,56 | 0.84 | 0.42 |
| 10,0 | 0,00 | 0,28 | 0.28 | 0.14 |
| 10,5 | | 0,00 | 0 | 0 |

$$Q(t) = u(T, t) + u(T, t - T)$$

$$Q(t) = u(0,5, t) + u(0,5, t - 0,5) = \text{kolona}(2) + \text{kolona}(3)$$

$$u(nT, t) = \frac{1}{n} Q(t)$$

$$u(1, t) = \frac{1}{2} Q(t) = \frac{1}{2} [u(0,5, t) + u(0,5, t - 0,5)] = \frac{1}{2} \cdot [\text{kolona}(4)]$$

$n = 2$, zato što shodno principu proporcionalnosti ordinate jednočasovnog jediničnog hidrograma su 2 – puta manje od ordinata polusatnog jediničnog hidrograma, jer visina efektivne kiše koja je izazvala zbirni hidrogram iznosi 2 (cm) a visina efektivne kiše koja izaziva jednočasovni jedinični hidrogram iznosi 1 (cm), pa se može pisati (takođe, vrijeme novog jediničnog hidrograma $T_I = nT = 1 \text{ sat}$, dva puta je veće od vremena poznatog jediničnog hidrograma $T = 0,5 \text{ sati}$):

$$Q(t) : u(1, t) = 2 : 1, \text{ odakle slijedi } u(1, t) = \frac{1}{2} Q(t)$$

Metoda S – krive

Kao što je to naprijed pokazano, na osnovu T – časovnog jediničnog hidrograma, primjenom principa superpozicije, lahko se određuje jedinični hidrogram za efektivnu kišu trajanja (nT). Međutim, iz izloženog, lahko je zapaziti da metodu superpozicije nije moguće primijeniti za određivanje novog jediničnog hidrograma oticanja čije je trajanje efektivne kiše manje od (T) ili ako (n) nije cijeli broj.

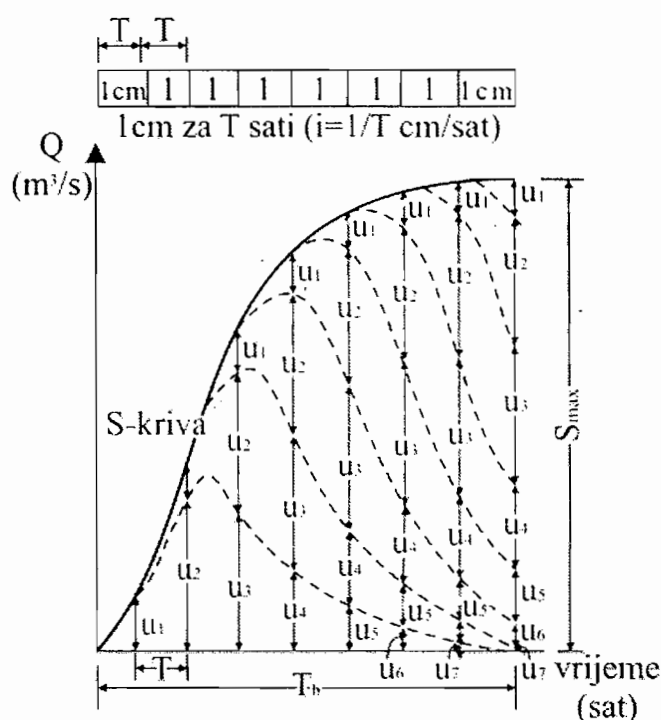
U tim slučajevima, odnosno za određivanje jediničnog hidrograma bili kog trajanja, može se koristiti jedna generalna metoda koja je poznata kao metoda S – krive ili S – hidrograma.

Serijski blokovi efektivne kiše trajanja T , koja je ekvivalentna kontinualnoj kiši intenziteta $i = I/T$ (mm/h) ili (cm/h), proizvodi seriju T – časovnih jediničnih hidrograma, koji su pomjereni za vrijeme T . Suma ordinata ovih hidrograma daje hidrogram direktnog oticanja koji je poznat pod nazivom S – hidrogram ili S – kriva (slika 9.41).

Hidrogram oticanja

Teorijski, S – kriva je hidrogram direktnog oticanja koji je posljedica kontinualne i ravnomjerne kiše intenziteta $i = 1/T$, beskonačnog trajanja.

Slično jedničnom hidrogramu, gdje je ordinata jediničnog hidrograma u vremenskom trenutku (t) označena sa $u = u(T, t)$, ordinatu S – krive označimo sa $S(T, t)$, gdje T znači da je ta S – kriva posljedica kontinualne i ravnomjerne kiše intenziteta $i = 1/T$. Za razliku od jediničnog hidrograma koji je bio posljedica kiše intenziteta $i = 1/T$ i konačnog trajanja T, S – kriva je posljedica kiše intenziteta $i = 1/T$, ali, teorijski, beskonačnog trajanja.



Slika 9.41. Ilustracija određivanja S – krive na osnovu poznatog $u(T, t)$ jediničnog hidrograma

Na osnovu slike 9.41 može se pisati:

$$S(T, t = T) = u(T, t) = S_1 = u_1 \quad (9.85)$$

$$S(T, t = 2T) = u(T, t) + u(T, t - T) = S_2 = u_2 + u_1 \quad (9.86)$$

$$S(T, t = 3T) = u(T, t) + u(T, t - T) + u(T, t - 2T) = S_3 = u_3 + u_2 + u_1 \quad (9.87)$$

⋮

$$S(T, t = nT) = u(T, t) + u(T, t - T) + \dots + u(T, (n - 1)T) = S_n = \sum_{i=0}^n u_i \quad (9.88)$$

Generalno, može se pisati:

$$S(T, t = nT) = \sum_{i=0}^n u(T, t - iT), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.89)$$

Kako je u gornjim jednačinama $S_1 = u_1$, onda je:

$$\begin{aligned} S_2 &= u_2 + u_1 = u_2 + S_1 \\ S_3 &= u_3 + u_2 + u_1 = u_3 + S_2 \\ &\vdots \\ S_n &= u_n + S_{n-1} \end{aligned} \quad (9.90)$$

Generalno, može se pisati:

$$S(T, t) = u(T, t) + S(T, t - T) \quad (9.91)$$

Ako je vremenska baza jediničnog hidrograma na osnovu koga je konstruisana S – kriva, T_b , tada, usljed kontinualne kiše koja traje dovoljno dugo, do konstantnog oticanja sa sliva $Q = S(T, t)_{max}$ dolazi poslije T_b časova (slika 9.41). Potrebno je dakle superponirati (T_b / T) ordinata T – časovnih jediničnih hidrograma da bi se dostiglo oticanje $Q = S(T, t)_{max}$ i dobila kompletna S – kriva.

Vrijednost konstantnog oticanja, odnosno maksimalna vrijednost S –krive iznosi:

$$\begin{aligned} Q = S(T, t)_{max} &= \frac{1 \text{ cm} \cdot F_{sl} (\text{km}^2)}{T (\text{sati})} = \frac{1 \cdot 10^{-2} (\text{m}) \cdot F_{sl} \cdot 10^6 (\text{m}^2)}{T \cdot 3600 (\text{sec})} = \\ &= \frac{2,78 \cdot F_{sl}}{T} (\text{m}^3 / \text{s}) \end{aligned} \quad (9.92)$$

ako se u gornju jednačinu površina sliva F_{sl} uvrštava u (km^2), a trajanje efektivne kiše koja je izazvala jedinični hidrogram T , u (satima).

Hidrogram oticanja

U hidrološkoj praksi se ponekad, ukoliko je $T \neq 1$, S – kriva $S(T, t)$ svodi na vremensku bazu $T = 1$ sat, odnosno S – kriva se konstruiše za intenzitet kiše $i = 1 \text{ cm} / 1 \text{ sat}$.

Da bi se dobila S – kriva za intenzitet kiše $i = 1 \text{ cm} / 1 \text{ sat}$, ordinate S – krive za intenzitet kiše $i = 1/T$ sati, treba podijeliti sa intenzitetom $1/T$, ili pomnožiti sa vremenom T izraženom u satima, odnosno:

$$S(1, t) = T \cdot S(T, t) \quad (9.93)$$

Jednačina (9.93) slijedi iz principa proporcionalnosti, koji važi za dva hidrograma direktnog oticanja (obje S – krive su hidrogrami direktnog oticanja), a koji kaže da su ordinate hidrograma direktnih oticanja proporcionalne visinama efektivnih kiša koje su ih izazvale. Obzirom da su obje kiše istog trajanja (teoretski beskonačnog), onda su ordinate proporcionalne intenzitetima kiša, odnosno:

$$S(1, t) : S(T, t) = (1 \text{ cm} / 1 \text{ sat}) : (1 \text{ cm} / T \text{ sati}), \text{ odakle slijedi} \quad (9.94)$$

$$S(1, t) = T \cdot S(T, t) \quad (9.95)$$

Na osnovu konstruisane krive $S(1, t)$, odnosno poznatog $u(T, t)$ jediničnog hidrograma, novi jedinični hidrogram $u(T_1, t)$ se konstruiše na slijedeći način.

Konstruisanu krivu $S(1, t)$ pomjerimo za T_1 časova unaprijed (desno), čime se dobiva hidrogram direktnog oticanja od kiše intenziteta $i = 1 \text{ cm} / 1 \text{ čas}$, koja je počela da pada T_1 časova kasnije, odnosno ista kriva $S(1, t)$ čije ordinate su pomjerene za T_1 časova, pa se ona može označiti sa $S(1, t - T_1)$ - slika 9.42.

Do razlike u položaju ove dvije S – krive dolazi zbog efektivne kiše koja se javila u vremenu od nula do T_1 . Zapremina otekle vode u tom periodu iznosi $1 \cdot T_1$ jedinica zapremine. Isto tako, razlika ordinata dvije S – krive (dva hidrograma direktnog oticanja) predstavljaće hidrogram direktnog oticanja čija zapremina će biti za T_1 puta veća od jedinične. Imajući u vidu princip proporcionalnosti, ordinate ovog hidrograma i ordinate traženog $u(T_1, t)$ jediničnog hidrograma odnosiće se kao:

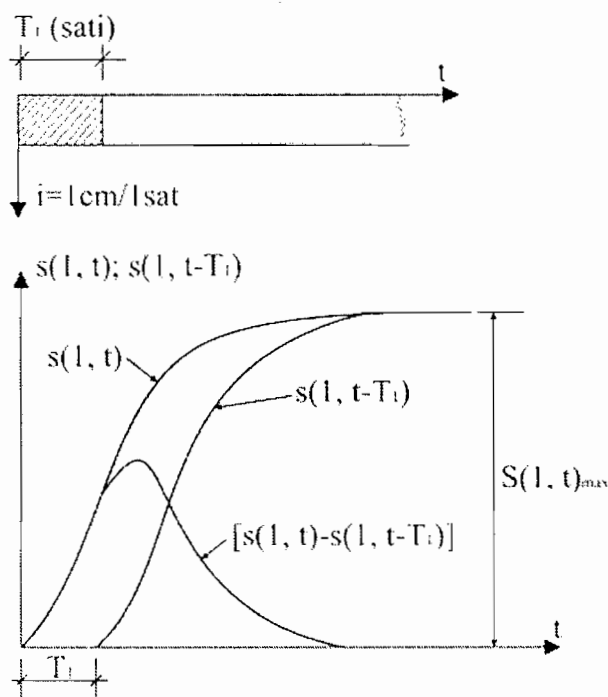
$$[S(1, t) - S(1, t - T_1)] : u(T_1, t) = (1 \cdot T_1) : 1, \text{ odakle slijedi} \quad (9.96)$$

$$u(T_1, t) = \frac{l}{T_1} \cdot [S(l, t) - S(l, t - T_1)] \quad (9.97)$$

Ako bi se kriva $S(l, T)$ pomjerila udesno za vrijeme T , jasno je da bi se na osnovu (9.97) ponovo dobio $u(T, t)$ jedinični hidrogram na osnovu kojeg je i konstruisana kriva $S(l, T)$.

Nadalje, na osnovu jednačina (9.93) i (9.97) slijedi da se ordinate $u(T_1, t)$ jediničnog hidrograma, na osnovu poznatog $u(T, t)$ jediničnog hidrograma mogu dobiti bez prethodnog svodenja krive $S(T, t)$ na krivu $S(l, t)$, kao:

$$u(T_1, t) = \frac{T}{T_1} \cdot [S(T, t) - S(T, t - T_1)] \quad (9.98)$$



Slika 9.42. Ilustracija određivanja $u(T_1, t)$ jediničnog hidrograma na osnovu poznatog $u(T, t)$ jediničnog hidrograma metodom S - krive

PRIMJER 9.6.

Na osnovu jednosatnog jediničnog hidrograma $u(1,t)$ rijeke Ričine na vodomjernoj stanici Tribistovo, određenog u primjeru 9.5, odrediti 30 – minutni $u(0,5,t)$ i dvosatni $u(2,t)$ jedinični hidrogram korištenjem metode S – krive.

| t (sati) | u (1,t) (m ³ /s/cm) | S (1,t) (m ³ /s/cm) | S (1,t-0,5) (m ³ /s/cm) | u (0,5,t) (m ³ /s/cm) | S (1,t-2) (m ³ /s/cm) | u (2,t) (m ³ /s/cm) |
|-------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 |
| 0,5 | 0.9 | 0.9 | 0 | 1.8 | | 0.45 |
| 1,0 | 3.685 | 3.685 | 0.9 | 5.57 | | 1.8425 |
| 1,5 | 10.01 | 10.91 | 3.685 | 14.45 | | 5.455 |
| 2,0 | 15.59 | 19.275 | 10.91 | 16.73 | 0 | 9.6375 |
| 2,5 | 16.64 | 27.55 | 19.275 | 16.55 | 0.9 | 13.325 |
| 3,0 | 14.585 | 33.86 | 27.55 | 12.62 | 3.685 | 15.0875 |
| 3,5 | 11.4 | 38.95 | 33.86 | 10.18 | 10.91 | 14.02 |
| 4,0 | 9.14 | 43 | 38.95 | 8.1 | 19.275 | 11.8625 |
| 4,5 | 7.32 | 46.27 | 43 | 6.54 | 27.55 | 9.36 |
| 5,0 | 5.965 | 48.965 | 46.27 | 5.39 | 33.86 | 7.5525 |
| 5,5 | 4.885 | 51.155 | 48.965 | 4.38 | 38.95 | 6.1025 |
| 6,0 | 4.005 | 52.97 | 51.155 | 3.63 | 43 | 4.985 |
| 6,5 | 3.275 | 54.43 | 52.97 | 2.92 | 46.27 | 4.08 |
| 7,0 | 2.365 | 55.335 | 54.43 | 1.81 | 48.965 | 3.185 |
| 7,5 | 1.57 | 56 | 55.335 | 1.33 | 51.155 | 2.4225 |
| 8,0 | 1.12 | 56.455 | 56 | 0.91 | 52.97 | 1.7425 |
| 8,5 | 0.735 | 56.735 | 56.455 | 0.56 | 54.43 | 1.1525 |
| 9,0 | 0.42 | 56.875 | 56.735 | 0.28 | 55.335 | 0.77 |
| 9,5 | 0.14 | 56.875 | 56.875 | 0 | 56 | 0.4375 |
| 10,0 | 0 | 56.875 | 56.875 | | 56.455 | 0.21 |
| 10,5 | | 56.875 | 56.875 | | 56.735 | 0.07 |
| 11,0 | | 56.875 | 56.875 | | 56.875 | 0 |

S – kriva:

Prema jednačini (9.91):

$$S(T,t) = S(I,t) = u(T,t) + S(T,t-T) = u(I,t) + S(I,t-I)$$

Primjer: $S(1;1,5) = u(1;1,5) + S(1;0,5) = 10,01 + 0,9 = 10,91$

Polučasovni jedinični hidrogram u (0,5; t):

Prema jednačini (9.97) - $T_1 = 0,5$ sati:

$$u(T_1, t) = u(0,5; t) = \frac{I}{T_1} [S(1, t) - S(1, t - T_1)] = \frac{I}{0,5} [S(1, t) - S(1, t - 0,5)]$$

Primjer: $u(0,5;1,5) = 2 \cdot [S(1;1,5) - S(1;1)] = 2 \cdot (10,91 - 3,685) = 14,45$

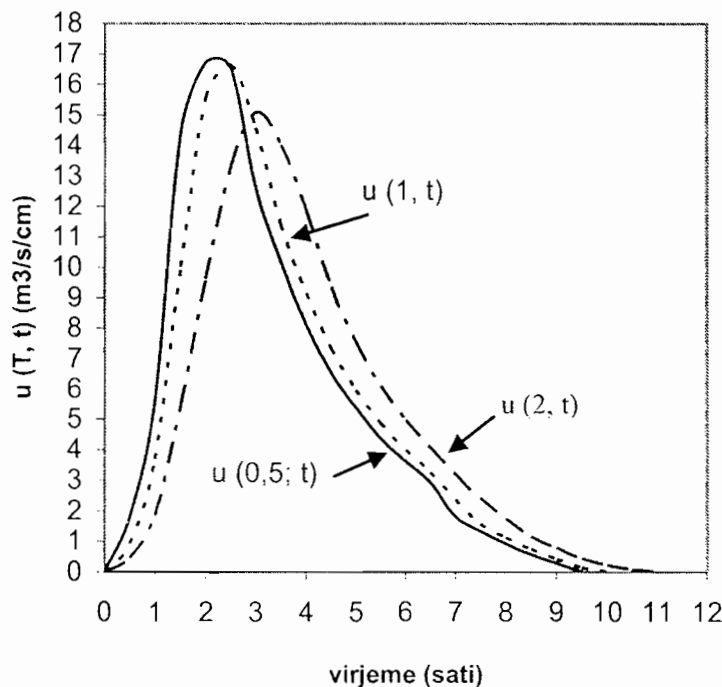
Dvočasovni jedinični hidrogram u (2, t):

Prema jednačini (9.97) - $T_1 = 2$ sata:

$$u(T_1, t) = u(2, t) = \frac{I}{T_1} [S(1, t) - S(1, t - T_1)] = \frac{I}{2} [S(1, t) - S(1, t - 2)] -$$

Primjer: $u(2;2,5) = \frac{I}{2} \cdot [S(1;2,5) - S(1;0,5)] = \frac{I}{2} \cdot (27,55 - 0,90) = 13,325$

Početni $u(1, t)$, i određeni $u(0,5; t)$ i $u(2, t)$ jedinični hidrogrami ilustrirani su grafički na slici 1.



Slika 1. Uporedba sračunatih jediničnih hidrograma metodom S – krive



Korisno je zapaziti međusobni odnos sračunatih jediničnih hidrograma u prethodnom primjeru. Naime, kada se trajanje efektivne kiše koja uzrokuje određeni jedinični hidrogram smanji, njen intenzitet se mora povećati, pošto ukupno oticanje kod svih jediničnih hidrograma mora iznasti jedan centimetar kiše (jedan centimetar oticanja na čitavom slivu – slika 9.30). Efekat smanjenja vremena T (trajanje kiše koja izaziva određeni jedinični hidrogram), na karakteristike jediničnih hidrograma $u(T, t)$, ogleđa se onda u tome što se vrh T – časovnog jediničnog hidrograma javlja ranije i on je viši (slika 1). Tako je vrh polusatnog jediničnog hidrograma viši od vrha jednosatnog, a ovaj od vrha dvosatnog jediničnog hidrograma. Nadalje, vrh polusatnog jediničnog hidrograma javlja se ranije u odnosu na vrh jednosatnog, a ovaj ranije u odnosu na vrh dvosatnog jediničnog hidrograma.

9.7.4. Trenutni jedinični hidrogram

Trenutni jedinični hidrogram je hidrogram direktnog oticanja od 1 cm (ili 1 mm) efektivne (neto) kiše čije je trajanje veoma kratko ($T \rightarrow 0$), pa intenzitet te kiše $i \rightarrow \infty$. Zbog toga, ordinate trenutnog jediničnog hidrograma se uobičajeno označavaju sa $u(0, t)$.

Pojam trenutnog jediničnog hidrograma prvi puta se pojavio u poglavlju 7., kada su razmatrani kontinualni deterministički sistemi sa jednim ulazom i jednim izlazom. Tada je takav sistem izučavan preko integrala konvolucije – jednačina (7.22):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (9.99)$$

koji predstavlja neparametarski model sistema (sliva).

U jednačini (9.99) $x(t)$ predstavlja ulaz (efektivne padavine), $y(t)$ predstavlja izlaz (oticanje), dok je $u(t)$ impulsna funkcija odziva ili reakcija sistema na jedinični impulsni ulaz $\delta(t)$, odnosno *trenutni jedinični hidrogram*.

Metode za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma, kao i jedničnog hidrograma, svode se na problem identifikacije nepoznatog funkcionisanja sistema (sliva) kada su poznati njegov ulaz (hijetogram) i izlaz (hidrogram oticanja vode). Postoji niz metoda za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma (TJH), na

osnovu poznatog hijetograma efektivne kiše i odgovarajućeg hidrograma direktnog oticanja, od kojih se izdvajaju slijedeće metode:

1. Definiranje TJH na osnovu prethodno definisane S-krive,
2. Definiranje TJH pomoću konceptualnih modela,
3. Definiranje TJH prilagođavanjem harmonijskih serija na hidrogram direktnog oticanja, hijetogram efektivne kiše koja ga je izazvala i trenutni jedinični hidrogram,
4. Definiranje TJH korištenjem Laplasove transformacione funkcije.

Pri tome, treba konstatovati da su u hidrološkoj praksi, zbog jednostavnije procedure određivanja, u širokoj upotrebi prve dvije metode.

Definiranje trenutnog jediničnog hidrograma na osnovu prethodno definisane S - krive

Preduslov za primjenu ove metode je poznavanje T – časovnog jediničnog hidrograma, odnosno odgovarajuće S - krive, koji se određuju na osnovu istovremenog osmatranja hidrograma direktnog oticanja i efektivnih kiša koje su ga izazvale, korištenjem integrala, odnosno zbira konvolucije. Procedura je pokazana u poglavlju 9.7.3, gdje je i ustanovljen generalni izraz za određivanje S – krive na osnovu poznatog T – časovnog jediničnog hidrograma u obliku – jednačina (9.89):

$$S(T, t = nT) = \sum_{i=0}^n u(T, t - iT), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.100)$$

gdje je $S(t)$ ordinata S – krive u vremenu (t) , a $u(T, t)$ ordinata T – časovnog jediničnog hidrograma u vremenu (t) . Iz jednačine (9.100) se vidi da se ordinate S – krive dobijaju na vremenskim intervalima $\Delta t = T$ (tj. u vremenu $t = 0, T, 2T, \dots$).

Kada $T \rightarrow 0$ biće:

$$S(t) = \int_0^t u(0, t) \cdot dt \quad (9.101)$$

gdje su $u(0, t)$, ordinate trenutnog jediničnog hidrograma.

Na osnovu jednačine (9.101) slijedi da je ordinata trenutnog jediničnog hidrograma $u(0, t)$:

Hidrogram oticanja

$$u(0, t) = \frac{dS(t)}{dt} \quad (9.102)$$

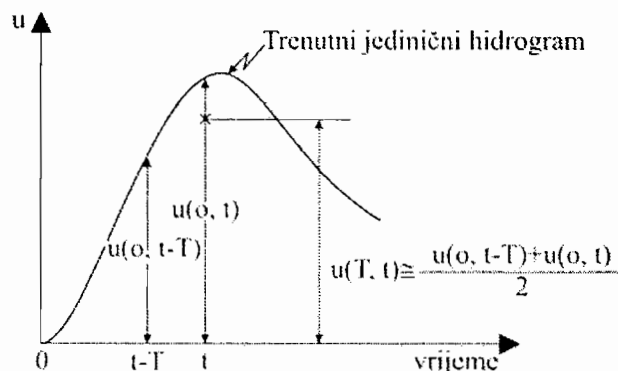
gdje je $S(t)$ ordinata S – krive za intenzitet efektivne kiše 1 cm (ili 1 mm) na jedan sat. Iz jednačine (9.102) proizilazi da ordinata trenutnog jediničnog hidrograma u vremenskom trenutku (t) odgovara nagibu tangente na S – krivu u tački koja odgovara vremenu (t). Ovo bi ujedno bio jedan način za dobijanje ordinata $u(0, t)$, čiji su nedostaci očigledni (tačnost u grafičkoj interpretaciji S – krive, ocjena nagiba itd.).

Praktičan način da se odrede ordinate $u(0, t)$ se sastoji u korištenju integrala (9.101). Na osnovu tog integrala može se izračunati jedinični hidrogram trajanja T sati, kao:

$$u(T, t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t u(0, t) dt \quad (9.103)$$

Iz gornjeg izraza se vidi da se za malo T , ordinate T – satnog jediničnog hidrograma približno, mogu dobiti kao aritmetička sredina ordinata trenutnog jediničnog hidrograma na rastojanju T , odnosno:

$$u(T, t) \cong \frac{u(0, t-T) + u(0, t)}{2} \quad (9.104)$$



Slika 9.43. Ilustracija veze između T – satnog i trenutnog jediničnog hidrograma

Pošto se ordinate uobičajeno uzimaju u diskretnim vremenskim intervalima ($\Delta t = T$), uvođenjem oznake u_i za i – tu ordinatu, jednačina (9.104) se može napisati:

$$u_i = \frac{u_{i-1}^t + u_i^t}{2} \quad (9.105)$$

gdje je sa u_i označena ordinate T – satnog jediničnog hidrograma, a sa u^t ordinate trenutnog jediničnog hidrograma.

Na osnovu (9.105) se može uspostaviti slijedeća iterativna relacija:

$$u_i^t = 2u_i - u_{i-1}^t \quad (9.106)$$

Pošto su početne ordinate $u_0 = u_0^t = 0$, to je vrijednost prve ordinate u_1^t (na kraju prvog vremenskog intervala širine T):

$$u_1^t = 2u_1 \quad (9.107)$$

dok se svaka slijedeća ordinate u_i^t računa na osnovu prethodno određene ordinate u_{i-1}^t , kao:

$$u_2^t = 2u_2 - u_1^t \quad (9.108)$$

$$u_3^t = 2u_3 - u_2^t \quad (9.109)$$

...

PRIMJER 9.7.

Na osnovu jednosatnog jediničnog hidrograma $u(1,t)$ rijeke Ričine na vodomjernoj stanici Tribistovo, određenog u primjeru 9.5, prethodno prikazanom približnom metodom, odrediti ordinate trenutnog jediničnog hidrograma $u(0,t)$.

Procedura proračuna trenutnog jediničnog hidrograma $u(0,t)$, uz korištenje jednačina (9.107) do (9.109), provedena je u donjoj tabeli, te je nije potrebno dodatno pojašnjavati.

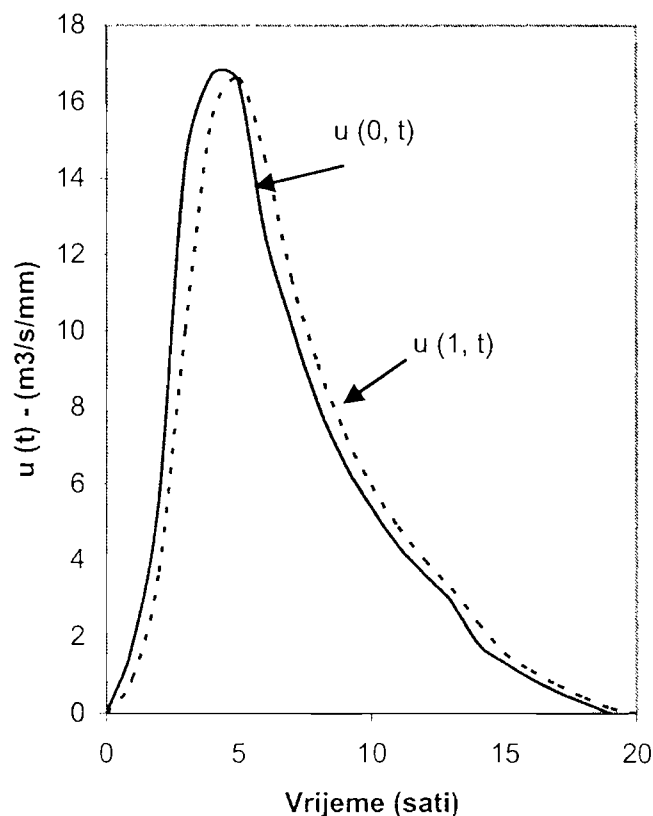
Tabela 1.

| i | t (sati) | $u(1,t)$ (m ³ /s/mm) | $2 \cdot u(1,t)$ | $u(0,t)$ (m ³ /s/mm) |
|----|-------------|------------------------------------|------------------|------------------------------------|
| 0 | 0,0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,5 | 0.9 | 1.8 | 1.8 |
| 2 | 1,0 | 3.685 | 7.37 | 5.57 |
| 3 | 1,5 | 10.01 | 20.02 | 14.45 |
| 4 | 2,0 | 15.59 | 31.18 | 16.73 |
| 5 | 2,5 | 16.64 | 33.28 | 16.55 |
| 6 | 3,0 | 14.585 | 29.17 | 12.62 |
| 7 | 3,5 | 11.4 | 22.8 | 10.18 |
| 8 | 4,0 | 9.14 | 18.28 | 8.1 |
| 9 | 4,5 | 7.32 | 14.64 | 6.54 |
| 10 | 5,0 | 5.965 | 11.93 | 5.39 |
| 11 | 5,5 | 4.885 | 9.77 | 4.38 |
| 12 | 6,0 | 4.005 | 8.01 | 3.63 |
| 13 | 6,5 | 3.275 | 6.55 | 2.92 |
| 14 | 7,0 | 2.365 | 4.73 | 1.81 |
| 15 | 7,5 | 1.57 | 3.14 | 1.33 |
| 16 | 8,0 | 1.12 | 2.24 | 0.91 |
| 17 | 8,5 | 0.735 | 1.47 | 0.56 |
| 18 | 9,0 | 0.42 | 0.84 | 0.28 |
| 19 | 9,5 | 0.14 | 0.28 | 0 |
| 20 | 10,0 | 0 | 0 | |

Primjer:

$$u_4^t = 2u_4 - u_3^t = 2 \cdot 15,59 - 14,45 = 31,18 - 14,45 = 16,73$$

Početni $u(1,t)$ i sračunati trenutni jedinični hidrogram $u(0,t)$, prikazani su na slici 1.



Slika 1.

Definiranje trenutnog jediničnog hidrograma pomoću konceptualnih modela

Konceptualni prilaz predstavlja jedan od često korištenih načina za modeliranje procesa oticanja vode sa sliva. Korištenje konceptualnih modela podrazumijeva matematički model koji je komponovan od relativno malog broja jednostavnih elemenata. Svaki od ovih elemenata simulira određenu fazu procesa u slivu, odnosno određenu fazu procesa transformacije bruto ili efektivne kiše u odgovarajući hidrogram oticanja. Tako, na primjer, model za izolovani poplavni talas može biti predstavljen nekom komponentom koja simulira translaciju vode u slivu, i jednog rezervoara kojim se simulira efekat retenzije sliva. Njihovo korištenje u hidrologiji za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma počelo je kada je Zoch /8/ predložio postupak koji proces transformacije padavina u

Hidrogram oticanja

odgovarajuće oticanje simulira linearnim kanalima u seriji sa linearnim rezervoarima.

Razmatranje svih raspoloživih modela za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma prevazilazi cilj ove knjige, međutim kao najtipičniji predstavnici ove grupe modela mogu se izdvojiti široko korišteni i dobro poznati Clark-ov model i Nash-ov model.

Linearni i nelinearni rezervoar.

Kao konceptualni elementi hidroloških matematičkih modela se najčešće koriste linearni ili nelinearni rezervoari, linearni kanal i drugi elementi.

Kada je u pitanju jedan nelinearni i vremenski promjenljiv sistem, rad sistema se može opisati dvjema jednačinama:

a. jednačinom rezervoara:

$$V(t) = K(t) \cdot Q^n \quad (9.110)$$

b. jednačinom kontinuiteta:

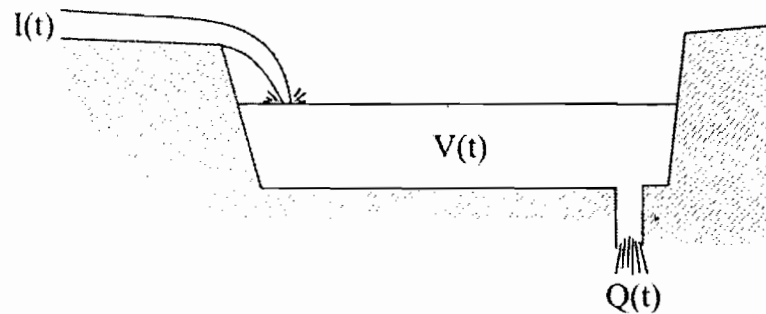
$$\frac{dV(t)}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (9.111)$$

gdje je (V) zapremina rezervoara, (Q) je izlaz, (I) je ulaz, (t) je vrijeme i (K) je karakteristika rezervoara, zavisna ili nezavisna od vremena.

Za $n = 1$ i $K(t) = K = \text{const.}$ dobija se jednačina linearnog rezervoara:

$$V(t) = K \cdot Q(t) \quad (9.112)$$

odnosno, zapremina rezervoara je proporcionalna ulaznom proticaju (i obrnuto) u svim vremenima.



Slika 9.44. Ilustracija konceptualnog rezervoara /5/

Jednačina kontinuiteta za rezervoar prikazan na slici 9.50 se može pisati u diferencijalnoj formi kao:

$$I(t) - Q(t) = \frac{dV}{dt}, \text{ što za } V(t) = KQ(t) \text{ daje:} \quad (9.113)$$

$$I(t) - Q(t) = K \frac{dQ(t)}{dt}, \text{ ili} \quad (9.114)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{K} = \frac{I(t)}{K} \quad (9.115)$$

Za konstantan (I), rješenje gornje linearne, obične diferencijalne jednačine je /5/:

$$Q(t) = C \cdot e^{-t/K} + I$$

Početni uslov $Q_0 = 0$ daje $C = -I$, tako da je izlaz iz linearnog rezervoara uz konstantan ulaz (I) /3/:

$$Q(t) = I \left(1 - e^{-t/K} \right) \quad (9.116)$$

Pretpostavimo sada da ulaz (I) prestaje u vremenu t_0 . Tada se na osnovu jednačina (9.112) i (9.113) može pisati:

Hidrogram oticanja

$$Q(t) = -K \frac{dQ(t)}{dt}, \text{ sa } Q = Q_0 \text{ za } t = t_0 \quad (9.117)$$

Integriranjem jednačine (9.117) dobije se:

$$t - t_0 = \tau = -K \ln Q + C', \text{ ili} \quad (9.118)$$

$$Q = C e^{-\tau / K} \quad (9.119)$$

Kako je za $Q = Q_0$, $t = t_0$ ($\tau = 0$) to slijedi:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\tau / K} \quad (9.120)$$

gdje je $\tau = t - t_0$, za vremenski period nakon što je prestao ulaz (nakon tačke infleksije na recesionoj grani hidrograma oticanja).

Jednačina (9.120) daje vrijednost izlaznog proticaja nakon što je prestao ulaz (I). Da bi se dobio trenutni jedinični hidrogram linearnog rezervoara, treba se podsjetiti definicije da je trenutni jedinični hidrogram odgovor sistema (sliva) na jedinični impulsni ulaz.

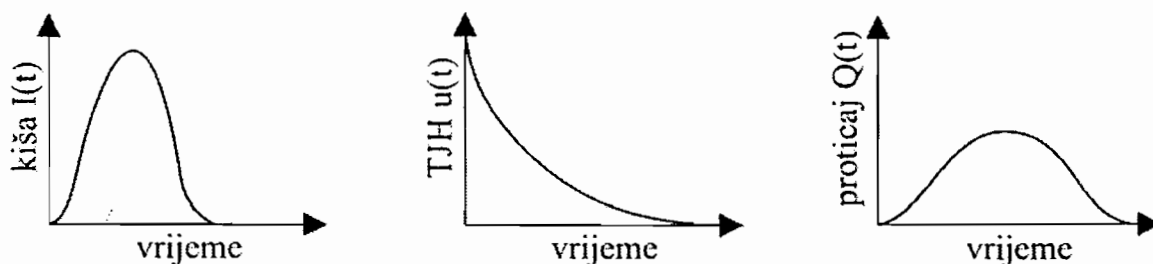
Kako se početna zapremina S_0 može izraziti kao:

$$V_0 = KQ_0, \text{ ili } Q_0 = \frac{V_0}{K} \quad (9.121)$$

odatle slijedi da je impulsna jedinična zapremina $S_0 = I$, i odmah prestaje nakon ostvarenja, pa se može upotrijebiti jednačina (9.120), odnosno pisati:

$$u(t) = Q(t) = Q_0 \cdot e^{-t / K} = \frac{V_0}{K} \cdot e^{-t / K} = \frac{I}{K} \cdot e^{-t / K} \quad (9.122)$$

Konvolucija bilo kog ulaza u sistem (sliv) sa odgovorom sistema datog jednačinom (9.122) će rezultirati u odgovarajućem hidrogramu direktnog oticanja /3/. Procedura je šematski predstavljena na slici 9.45.

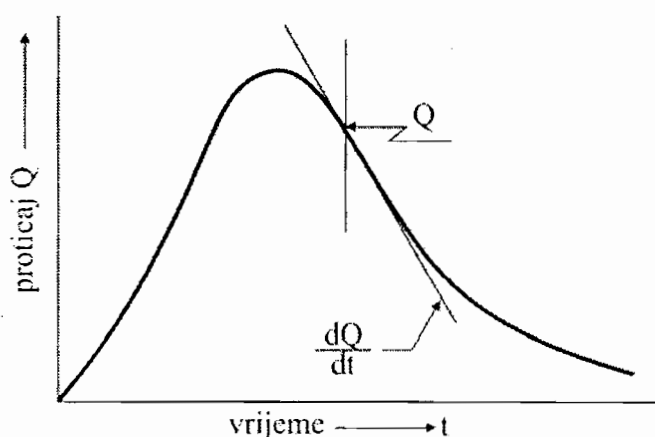


Slika 9.45. Proticaj $Q(t)$ kao rezultat konvolucije ulaza $I(t)$ i funkcije odgovora sistema $u(t)$ /5/

Uz pretpostavku $I=0$, jednačina (9.114) se onda svodi na:

$$K = -Q / (dQ / dt) \quad (9.123)$$

Pretpostavka $I=0$, implicira da je ulazni proticaj u dionicu toka prestao. Ovo je na hidrogramu direktnog oticanja upravo prisutno u tački infleksije na recesionoj grani hidrograma, sve dok se pretpostavlja da je nakon ove tačke dostignut proticaj koji se u potpunosti pripisuje oticanju iz akumulirane zapremine u toj dionici toka. U stvari, K tako predstavlja mjeru isticanja vode iz akumulacije formirane u dionici riječnog toka, nakon što je sav doticaj u tu dionicu prestao. Bez obzira kako se akumulacija puni, vrijednost K će reflektirati fizičke osobine riječnog toka. Zbog toga je vrijednost K nezavisna od varijacije padavina u vremenu.



Slika 9.46. Definiranje tačke prestanka ulaznog proticaja - dotoka

Clark-ov model

Za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma za slivne površine, na kojima ne postoje sistematska osmatranja oticanja i odgovarajućih padavina, kao jedan od modela, koristi se u Clark-ov model. Međutim, za primjenu modela neophodno je da se za razmatranu slivnu površinu raspoláže sa najmanje jednim osmotrenim hidrogramom oticanja i hijetogramom kiše koja ga je izazvala. Oni su potrebni za određivanje parametara Clark-ovog modela: vremena translacije T_l i koeficijenta (K) o kojima će biti govora u nastavku.

U ovom modelu slivna površina se razmatra kao niz podpovršina (međusobno odvojenih izohronama), od kojih je svaka od njih izložena trenutnom pljusk (kiši) i koja daje oticanje u mreži vodnih tokova datog sliva, a koje takođe posjeduju određenu akumulacionu sposobnost. Ta akumulaciona sposobnost u modelu se predstavlja jednim fiktivnim rezervoarom (akumulacijom) na izlaznom profilu sliva.

Trenutni jedinični hidrogram je zbog toga predstavljen preko oticanja izazvanog trenutnom kišom i postepenog isticanja iz akumulacionog prostora riječne mreže (sliva). Linija koja dijeli ova dva fenomena je praktično u tački infleksije na recesionoj grani hidrograma oticanja (slika 9.17).

Drugim riječima, ako se na dijagram „vrijeme – površina“ (pojam razmatran u poglavlju 9.6) primjeni trenutna efektivna kiša visine 1 mm (ili 1 cm), i to uzme kao ulaz linearnog rezervoara, kao izlaz se dobijaju ordinate u_j trenutnog jediničnog hidrograma. Pri tome, rezervoar (akumulacija) na izlazu iz sliva ima slijedeću karakteristiku:

$$V(t) = K \cdot Q(t) \quad (9.124)$$

koja predstavlja ranije datu jednačinu linearnog rezervoara (jednačina 9.112), i u kojoj su V – zapremina rezervoara i Q – izlazni proticaj iz rezervoara.

Metoda polazi od jednačine kontinuiteta za rezervoar (akumulaciju) na izlazu sliva, koja se može napisati kao:

$$I(t) - Q(t) = \frac{dV}{dt} \quad (9.125)$$

Ako se ulazi i izlazi posmatraju u sukcesivnim vremenskim intervalima Δt , diferencijalna jednačina (9.125) se može predstaviti u diferentnoj formi:

$$\bar{I} - \bar{Q} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (9.126)$$

gdje su \bar{I} i \bar{Q} prosječni proticaji u intervalu $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ a ΔV promjena zapremine akumulacije u tom intervalu.

Ako se članovi jednačinu (9.126) predstave preko prosječnih vrijednosti proticaja u vremenskim intervalima Δt , jednačina (9.126) postaje:

$$\frac{I_j + I_{j-1}}{2} \Delta t - \frac{Q_j + Q_{j-1}}{2} \Delta t = V_j - V_{j-1} \quad (9.127)$$

Kako je na osnovu jednačine (9.124) $V_j = KQ_j$ i $V_{j-1} = KQ_{j-1}$, jednačina (9.127) se može napisati kao:

$$0,5x(I_j + I_{j-1})\Delta t - 0,5(Q_j + Q_{j-1})\Delta t = K(Q_j - Q_{j-1}) \quad (9.128)$$

gdje je Δt vrijeme putovanja vode od kraja jedne do druge izohrone, Q_j i Q_{j-1} su izlazni proticaji na početku i kraju vremenskog intervala Δt , I_j i I_{j-1} su ulazni proticaji na početku i kraju vremenskog intervala Δt i K koeficijent zapremine (konstanta linearnog rezervoara).

Iz jednačine (9.128) određuje se Q_j , kao:

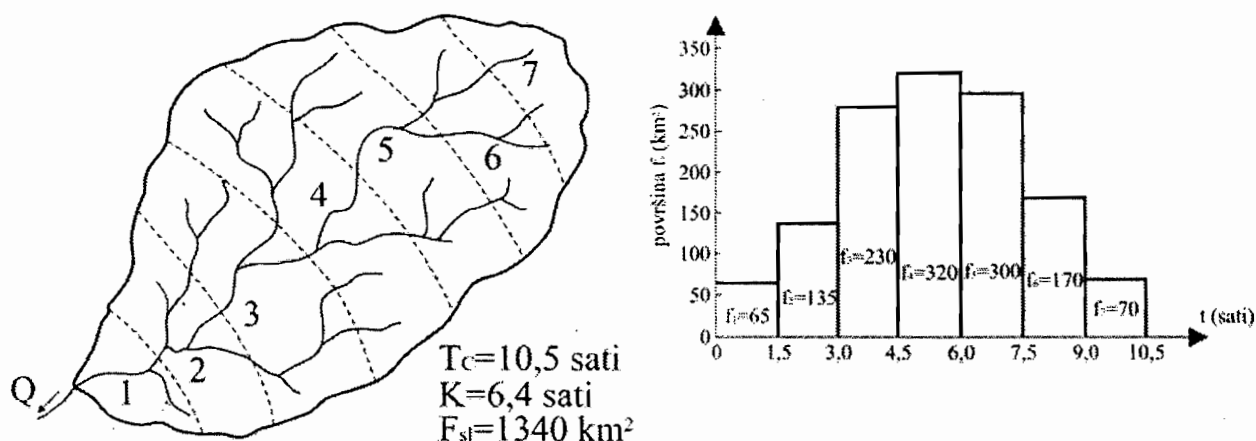
$$Q_j = C_0 I_j + C_1 I_{j-1} + C_2 Q_{j-1} \quad (9.129)$$

gdje su:

$$C_0 = \frac{0,5\Delta t}{K + 0,5\Delta t}; \quad C_1 = \frac{0,5\Delta t}{K + 0,5\Delta t}; \quad i \quad C_2 = \frac{K - 0,5\Delta t}{K + 0,5\Delta t} \quad (9.130)$$

Hidrogram oticanja

Ulazni proticaji I_j predstavljaju proticaje nastale u vremenskom intervalu Δt , od kiše koja je trenutno pala na jednu od podpovršina na koje je izohronama podijeljena cjelokupna razmatrana slivna površina (slika 9.47). Izlazni proticaji Q_j , iz rezervoara smještenog na izlaznom profilu sliva, predstavljaju ordinate trenutnog jediničnog hidrograma.



Slika 9.47. Primjer slivne površine sa ucrtanim izohronama i odgovarajući dijagram „vrijeme – površina“

Za praktične potrebe možemo pretpostaviti da je $Q_j = Q_{j-1}$ za bilo koji vremenski period propagacije (na primjer $\Delta t = 1$ sat), pa jednačina (9.129) prelazi u slijedeću jednačinu:

$$Q_j = C_3 \cdot I_j + C_2 \cdot Q_{j-1}; \quad (9.131)$$

gdje su:

$$C_3 = \frac{\Delta t}{K + 0,5\Delta t}; \quad C_2 = \frac{K - 0,5\Delta t}{K + 0,5\Delta t} \quad (9.132)$$

U jednačini (9.129) mora biti zadovoljen uslov ($C_0 + C_1 + C_2 = 1$) a u jednačini (9.131) uslov ($C_3 + C_2 = 1$).

U gornjoj jednačini, Q_j predstavlja j - tu ordinatu trenutnog jediničnog hidrograma u_j , a ulaz I_j zapreminu vode od kiše visine 1 mm (ili 1cm), pale između dvije izohrone ($1 \text{ mm} \cdot f_j$), tako da jednačina (9.131) kojom se određuju ordinate trenutnog jediničnog hidrograma glasi:

$$u_j = C_3 \cdot f_j + C_2 \cdot u_{j-1} \quad (9.133)$$

Analogno, jednačina (9.129) kojom se određuju ordinate trenutnog jediničnog hidrograma (preko tri koeficijenta) glasi:

$$u_j = C_0 \cdot f_j + C_1 \cdot f_{j-1} + C_2 \cdot u_{j-1} \quad (9.134)$$

Da bi se zapremina vode od kiše visine 1 mm, koja padne na površinu između dvije izohrone (f_j), u vremenu diskretizacije Δt (vremensko rastojanje između izohrona), pretvorila u dio ulaznog proticaja sa dimenzijom ($\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$), potrebno je prvi član desne strane jednačine (9.133) i prva dva člana jednačine (9.134) pomnožiti sa slijedećom konstantom:

$$\delta = \frac{1(\text{mm}) \cdot 10^{-3} \cdot f_j (\text{km}^2) \cdot 10^6}{3600 \cdot \Delta t} = \frac{0,278 \cdot f_j}{\Delta t} \quad (9.135)$$

ako se površine između dvije izohrone f_j uvrštavaju u (km^2), a vrijeme diskretizacije Δt u satima.

Definiranje koeficijenta K

Logaritmiranjem jednačine (9.120) koja predstavlja recesionu granu hidrograma oticanja nakon tačke infleksije $Q_t = Q_{t_0} \cdot e^{(t-t_0)/K}$, dobija se:

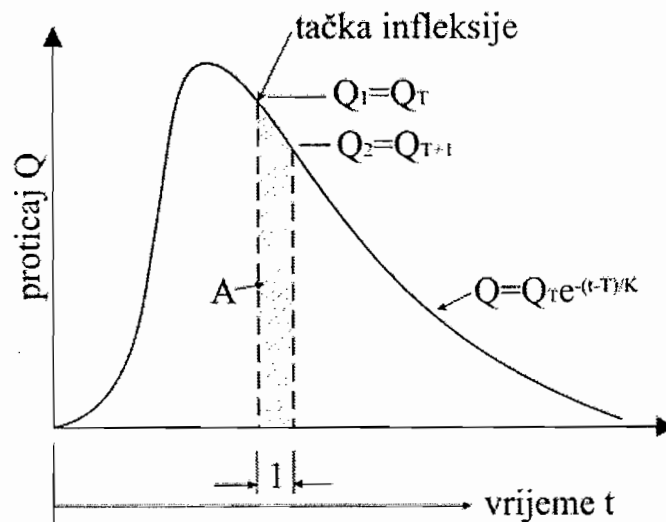
$$\ln(Q_t) = \ln(Q_{t_0}) - (t - t_0) / K, \text{ odakle slijedi} \quad (9.136)$$

Hidrogram oticanja

$$K = \frac{(t - t_0)}{\ln(Q_{t_0} / Q_t)} \quad (9.137)$$

Dakle, da bi se odredio koeficijent K potrebno je na hidrogramu direktnog oticanja odabrati dvije tačke uz tačku infleksije (sa vrijednostima proticaja Q_t i Q_{t_0}), od kojih jedna može da bude tačka infleksije a druga nakon kratkog vremena od momenta u kome se javlja tačka infleksije. Uvrštavanjem odabranih vrijednosti za Q_t i Q_{t_0} , u jednačinu (9.137), određena je vrijednost koeficijenta K .

Određivanje vrijednosti koeficijenta K moguće je i na osnovu osmotrenog (registrovanog) hidrograma oticanja, kao što je to ilustrovano na slici 9.48.



Slika 9.48. Ilustracija određivanja koeficijenta (K) u Clark - ovom modelu

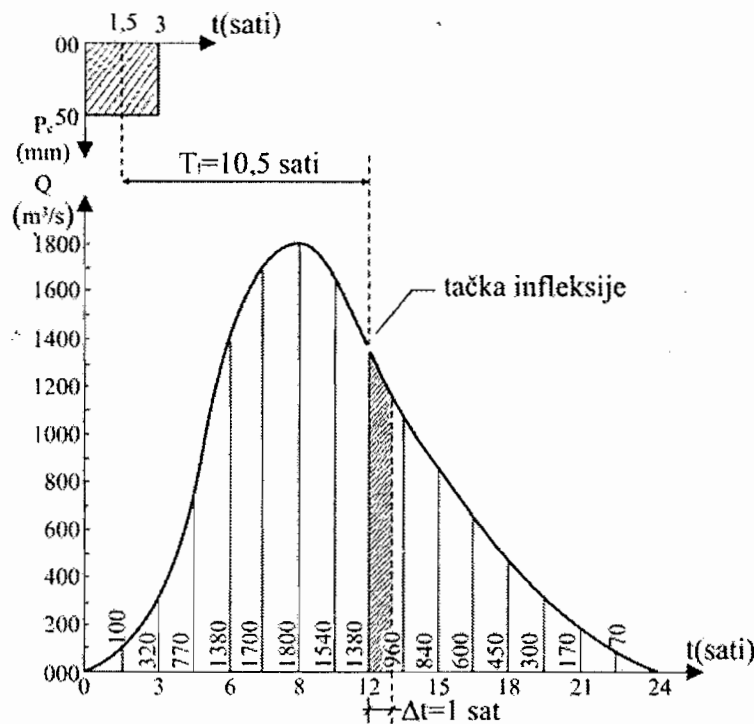
Ako se uzmu dvije vrijednosti proticaja na malom (kratkom) vremenskom intervalu, odmah uz tačku infleksije, može se napisati (slika 9.48):

$$\begin{aligned} A &= \int_{t=T}^{t=T+1} Q_T \cdot e^{-(t-T)/K} = \left[-K Q_T \cdot e^{-(t-T)/K} \right]_T^{T+1} = \\ &= \left[K \cdot Q_T - Q_T \cdot e^{-1/K} \right] = K \cdot (Q_T - Q_{T+1}), \text{ odakle slijedi} \end{aligned} \quad (9.138)$$

$$K = A / (Q_T - Q_{T+1}) \quad (9.139)$$

PRIMJER 9.8.

Za slivnu površinu veličine 1340 km² (koja je pokazana na slici 9.47), osmotreni su hidrogram oticanja i odgovarajući hijetogram padavina, na osnovu kojih su određeni hidrogram direktnog oticanja i hijetogram efektivne kiše prikazani na slici 1.



Slika 1. Osmotreni hidrogram direktnog oticanja i odgovarajući hijetogram efektivne kiše

Podjela slivne površine izohronama na sedam podpovršina i odgovarajući dijagram „vrijeme – površina“ dati su na slici 9.47.

Na osnovu hidrograma direktnog oticanja, i odgovarajućeg hijetograma efektivne kiše (slika 1), određeni su: (i) vrijeme translacije sliva – na slici 1 označeno sa T_l ($T_l = 10,5$ sati) i (ii) položaj tačke infleksije na opadajućoj grani hidrograma oticanja (12 sati nakon početka direktnog oticanja). Ukupno vrijeme translacije T_l određeno je kao razlika vremena pojave infleksione tačke na krivoj recesije

Hidrogram oticanja

hidrograma direktnog oticanja i težišta hijetograma efektivnih padavina, odnosno $T_l = 12,0 - 1,5 = 10,5$ sati.

Na osnovu vremena translacije sliva $T_l = 10,5$ sati, ukupna površina sliva podijeljena je izohronama na sedam podpovršina, tako da vrijeme oticanja od jedne do druge izohrone iznosi 1,5 sat. Ovdje treba uočiti, da obzirom da vrijeme oticanja sa krajnje tačke sliva iznosi $T_l = 10,5$ sati, ono ujedno predstavlja i vrijeme koncentracije sliva. Vrijednosti podpovršina sliva između susjednih izohrona određene su planimetrisanjem i date su na dijagramu „vrijeme – površina“ (slika 9.47).

Slijedeći korak u proceduri određivanja trenutnog jediničnog hidrograma je određivanje vrijednosti koeficijenta (K). Ovdje će biti prikazana oba, naprijed izložena metoda njegovog određivanja.

1. Na osnovu jednačine (9.136):

$$K = \frac{(t - t_0)}{\ln(Q_{t_0} / Q_t)}$$

Za dvije tačke sa recesione grane hidrograma direktnog oticanja (slika 1), nakon tačke infleksije: $Q_{t_0} = 1380 \text{ m}^3 / \text{s}$ za $t_0 = 12$ sati (tačka infleksije) i $Q_t = 1180 \text{ m}^3 / \text{s}$ za $t = 13$ sati, slijedi:

$$K = \frac{1}{\ln(1380 / 1180)} = 6,4 \text{ sati}$$

2. Na osnovu jednačine (9.138):

$$K = A / (Q_T - Q_{T+1})$$

Na osnovu vrijednosti parametara koji figuriraju u gornjoj jednačini a prikazani su na slici 1, slijedi:

$$K = \frac{(1380 + 1180) / 2 \cdot 1,0 \cdot 3600}{1380 - 1180} = \frac{4608000}{200} = 23040 \text{ s} \cong 6,4 \text{ sati}$$

Za $\Delta t = 1,5 \text{ sat}$ i $K = 6,4 \text{ sati}$, vrijednosti koeficijenata C_0 , C_1 i C_2 iznose (jednačina 9.130):

$$C_0 = C_1 = \frac{0,5\Delta t}{(K + 0,5\Delta t)} = \frac{(0,5 \cdot 1,5)}{(6,4 + 0,5 \cdot 1,5)} = 0,105$$

$$C_2 = \frac{(K - 0,5\Delta t)}{(K + 0,5\Delta t)} = \frac{(6,4 - 0,5 \cdot 1,5)}{(6,4 + 0,5 \cdot 1,5)} = 0,790$$

Provjera: $C_0 + C_1 + C_2 = 0,105 + 0,105 + 0,790 = 1,00$

Svaka od podpovršina, omeđenih izohronama, za visinu efektivne kiše od $P_e = I$ (mm), proizvodi zapreminu vode jednaku $P_e \cdot 10^{-3} \cdot f_j \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{)}$, za podpovršinu izraženu u (km²) i efektivne padavine izražene u (mm).

Odnosno, ulazni proticaj u model za vremenski interval $\Delta t = 1,5 \text{ sat}$, jednak je:

$$I = \frac{P_e \cdot 10^{-3} \cdot f_j \cdot 10^6}{3600 \cdot \Delta t} = 0,278 \cdot \frac{f_j}{\Delta t} \text{ (m}^3 / \text{s)}$$

a izlazni proticaj iz modela, odnosno ordinate trenutnog jediničnog hidrograma u_j su onda:

$$Q_j = C_0 I_j + C_1 I_{j-1} + C_2 Q_j = 0,105 \cdot I_j + 0,105 \cdot I_{j-1} + 0,790 \cdot Q_{j-1},$$

odnosno:

$$u_j = C_0 I_j + C_1 I_{j-1} + C_2 u_{j-1} =$$

Hidrogram oticanja

$$= C_0 \left(0,278 \frac{f_j}{\Delta t} \right) + C_1 \left(0,278 \frac{f_{j-1}}{\Delta t} \right) + C_2 \cdot u_{j-1}$$

Proračun ordinata trenutnog jediničnog hidrograma, korištenjem gornje jednačine prikazan je u donjoj tabeli.

| j | Vrijeme (h) | Površina (km ²) | I (m ³ /s) | $0,105I_j$ (m ³ /s) | $0,105I_{j-1}$ (m ³ /s) | $0,790u_{j-1}$ (m ³ /s) | u_j (m ³ /s/mm) |
|-----|-------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|
| 0 | 0,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1,5 | 65 | 12,047 | 1,265 | 0 | 0 | 1.265 |
| 2 | 3,0 | 135 | 25,020 | 2,627 | 1,265 | 0,999 | 4.891 |
| 3 | 4,5 | 280 | 51,893 | 5,448 | 2,627 | 3,864 | 11.939 |
| 4 | 6,0 | 320 | 59,306 | 6,227 | 5,448 | 9,432 | 21.107 |
| 5 | 7,5 | 300 | 55,600 | 5,838 | 6,227 | 16,674 | 28.739 |
| 6 | 9,0 | 170 | 31,507 | 3,308 | 5,838 | 22,704 | 31.850 |
| 7 | 10,5 | 70 | 12,973 | 1,362 | 3,308 | 25,161 | 29.831 |
| 8 | 12,0 | 0 | 0 | 0 | 1,362 | 23,566 | 24.928 |
| 9 | 13,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 19,693 | 19.693 |
| 10 | 15,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15,557 | 15.557 |
| 11 | 16,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 12,290 | 12.290 |
| 12 | 18,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9,709 | 9.709 |
| 13 | 19,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7,670 | 7.670 |
| 14 | 21,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6,059 | 6.059 |
| 15 | 22,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4,787 | 4.787 |
| 16 | 24,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,782 | 3.782 |
| 17 | 25,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,987 | 2.987 |
| 18 | 27,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,360 | 2.360 |
| 19 | 28,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,864 | 1.864 |
| 20 | 30,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,473 | 1.473 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Primjer:

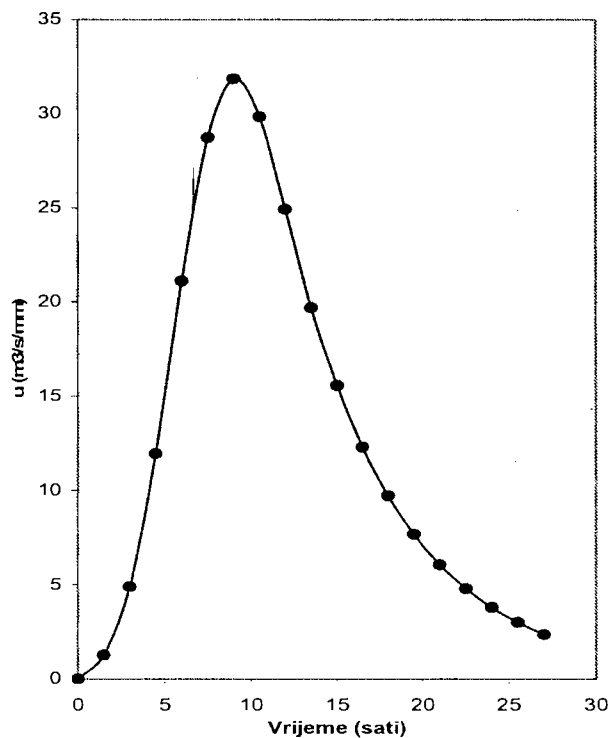
$$u_4 = C_0 I_4 + C_1 I_3 + C_2 u_3 =$$

$$= 0,105 \cdot 59,306 + 0,105 \cdot 51,893 + 0,79 \cdot 11,939 = 21,107$$

$$I_3 = 0,278 \frac{f_3}{\Delta t} = 0,278 \frac{280}{1,5} = 51,893$$

$$I_4 = 0,278 \frac{f_4}{\Delta t} = 0,278 \frac{320}{1,5} = 59,306$$

Sračunati trenutni jedinični hidrogram prikazan je na slici 2.



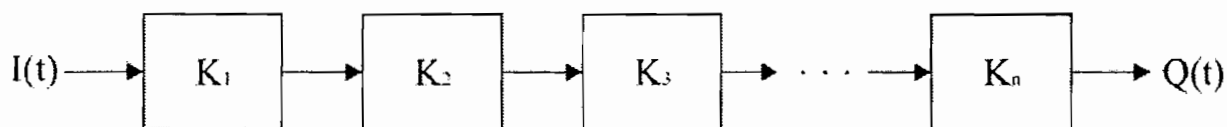
Slika 2. Trenutni jedinični hidrogram određen Clark – ovim modelom

Nash-ov model

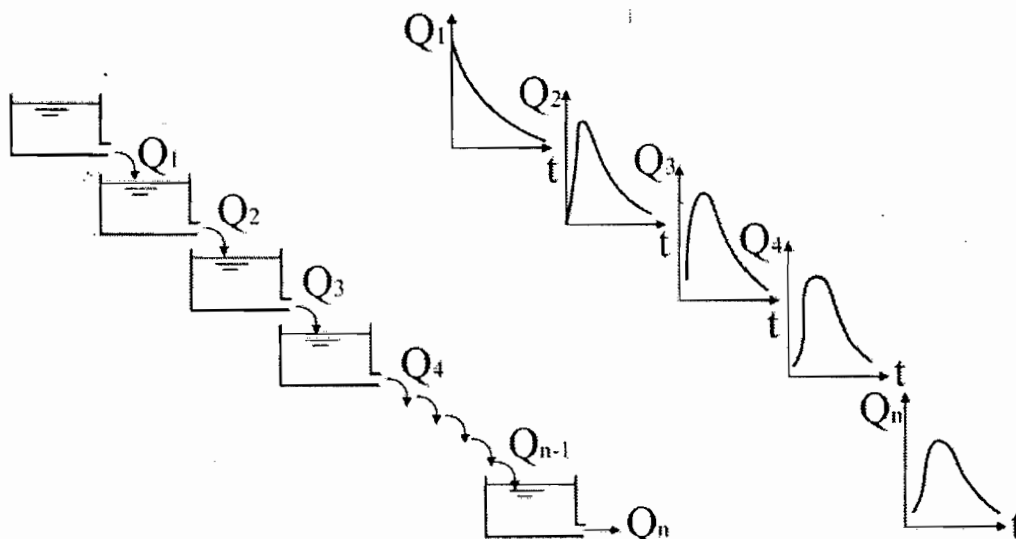
Nash /5/ je za određivanje trenutnog jediničnog hidrograma predložio model koji se sastoji od niza linearnih rezervoara (akumulacija) jednake zapremine (veličine). Svi rezervoari pri tome imaju istu vrijednost konstante rezervoara K (slika 9.49). Broj identičnih rezervoara u modelu se računa na osnovu barem jednog osmotrenog hidrograma direktnog oticanja i odgovarajućih efektivnih padavina koje su ga izazvale. Model je globalni i vremenski nepromjenljiv. Kao ulaz u prvi rezervoar primjenjuje se efektivna kiša visine 1 cm (1 mm) pala na dati sliv. Transformisani izlaz iz prvog rezervoara postaje onda ulaz u drugi rezervoar u

Hidrogram oticanja

seriji, a izlaz iz drugog rezervoara ulaz u treći rezervoar, i tako dalje (slika 9.50). Izlaz iz zadnjeg (n-tog) rezervoara je izlaz iz sistema/sliva koga predstavlja trenutni jedinični hidrogram. Niz od (n) identičnih linearnih rezervoara, uz oblik izlaznih hidrograma, šematski je prikazan na slici 9.50.



Slika 9.49. Linearni rezervoari u seriji ($K_1 = K_2 = K_3 = \dots = K_n = K$)



Slika 9.50. Propagacija trenutačnog ulaza kroz seriju (n) linearnih identičnih rezervoara (Nash-ov model)

Kada je prethodno razmatran pojam linearnog rezervoara, izvedena je jednačina (9.122) koja predstavlja izlaz iz jednog linearnog rezervoara za trenutni jedinični ulaz, odnosno jediničnu impulsnu zapreminu $V_0 = 1$, kao:

$$Q(t) = Q_1 = Q_0 \cdot e^{-t/K} = \frac{V_0}{K} \cdot e^{-t/K} = \frac{1}{K} \cdot e^{-t/K} \quad (9.139)$$

Obzirom na niz od (n) rezervoara u seriji, u nastavku uz izlazni proticaj iz rezervoara Q dodajmo i indeks (i) koji označava broj rezervoara u seriji. Tako će izlazni proticaj iz prvog rezervoara predstavljen jednačinom (9.139) imati oznaku Q_1 .

Drugi linearni rezervoar

Shodno Nash-ovom modelu, izlaz iz prvog linearnog rezervoara je ulaz u drugi linearni rezervoar. Jednačina kontinuiteta za drugi linearni rezervoar se može napisati kao:

$$I_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt}, \text{ gdje je } I_2 = Q_1 = \left(\frac{1}{K}\right)e^{-t/K} \quad (9.140)$$

Kako je $V_2 = KQ_2$, to jednačina (9.140) prelazi u slijedeću jednačinu /29/:

$$\frac{dQ_2}{dt} + \frac{Q_2}{K} = \frac{I_2}{K} = \frac{1}{K^2}e^{-t/K}, \text{ ili } dQ_2 = \frac{1}{K^2} \cdot e^{-t/K} \cdot dt \quad (9.141)$$

Rješenje ove jednačine se dobije integracijom, kao:

$$\begin{aligned} Q_2 \cdot e^{t/K} &= \int \left(\frac{1}{K^2}\right) \cdot e^{-t/K} \cdot e^{-t/K} dt + C = \int \left(\frac{1}{K^2}\right) dt + C = \\ &= t/K^2 + C \end{aligned} \quad (9.142)$$

Za $t=0$, izlaz iz drugog rezervoara $Q_2 = 0$, zbog čega je $C=0$.

$$\begin{aligned} \text{Tako je } Q_2 &= \left(\frac{1}{e^{t/K}}\right) \left(\frac{t}{K^2}\right) = \left(\frac{t}{K^2}\right) \cdot e^{-t/K}, \text{ ili} \\ Q_2 &= \left(\frac{t}{K^2}\right) \cdot e^{-t/K} \end{aligned} \quad (9.143)$$

Treći linearni rezervoar

Ulaz u ovaj rezervoar je izlaz iz drugog linearnog rezervoara, tako da je:

Hidrogram oticanja

$$I_3 = Q_2 = \left(\frac{t}{K^2} \right) \cdot e^{-t/K} \quad (9.144)$$

Identičnim rezonovanjem kao za drugi rezervoar, jednačina (9.141) za drugi rezervoar, za treći rezervoar ima oblik:

$$\frac{dQ_3}{dt} + \frac{Q_3}{K} = \frac{I_3}{K} = \frac{1}{K} \cdot \frac{t}{K^2} e^{-t/K} = \frac{t}{K^3} e^{-t/K} \quad (9.145)$$

Integrisanjem jednačine (9.145) dobije se:

$$Q_3 e^{t/K} = \int \left(\frac{t}{K^3} \right) e^{-t/K} \cdot e^{t/K} \cdot dt = \int \left(\frac{t}{K^3} \right) dt = \frac{t^2}{2K^3}, \text{ ili} \quad (9.146)$$

$$Q_3 = \left(\frac{t^2}{2K^3} \right) \cdot e^{-t/K} = \left(\frac{1}{2 \cdot 1} \right) \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{t}{K} \right)^2 e^{-t/K} \quad (9.147)$$

Koristeći istu proceduru, za n-ti linearni rezervoar može se napisati slijedeća jednačina:

$$u(0,t) = Q_n = \frac{1}{(n-1)!} \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K} \right)^{n-1} e^{-t/K} = \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K} \right)^{n-1} \frac{1}{\Gamma(\cdot)} e^{-t/K} \quad (9.148)$$

gdje je $\Gamma(\cdot)$ gama funkcija [$\Gamma(n) = (n-1)!$ za n cio broj]

što predstavlja ordinate trenutnog jediničnog hidrograma $u(0,t)$ ili $u(t)$ po Nash-ovom modelu. U matematskom smislu, gornja jednačina predstavlja funkciju Gama raspodjele.

Dakle, ordinate trenutnog jediničnog hidrograma računaju se preko jednačine (9.148), uz prethodno određene vrijednosti parametara modela (n) i (K).

Određivanje parametara (n) i (K) Nash-ovog modela

Vrijednosti parametara (n) i (K) Nash-ovog modela obično se računaju metodom statističkih momenata. Može se pokazati da se prvi i drugi statistički momenti

trenutnog jediničnog hidrograma oko koordinatnog početka, tj. za vrijeme $t = 0$, mogu izraziti kao /5/:

$$m_1 = nK \quad (9.149)$$

$$m_2 = n(n + 1)K^2 \quad (9.150)$$

Prvi momenat predstavlja "vrijeme zakašnjenja" težišta trenutnog jediničnog hidrograma. Drugim riječima, razlika vremena između položaja težišta hidrograma direktnog oticanja i težišta hijetograma efektivne kiše, jednaka je prvom momentu m_1 .

To znači, da ako su m_{hdo}^1 i m_{hek}^1 prvi momenti hidrograma direktnog oticanja i hijetograma efektivne kiše respektivno, onda važi slijedeća jednačina /29/:

$$m_{hdo}^1 - m_{hek}^1 = nK \quad (9.151)$$

Nadalje, može se pokazati da ako su m_{hdo}^2 i m_{hek}^2 drugi momenti hidrograma direktnog oticanja i hijetograma efektivne kiše respektivno, onda važi slijedeća jednačina:

$$m_{hdo}^2 - m_{hek}^2 = n(n + 1)K^2 + 2nK \cdot m_{hek}^1 \quad (9.152)$$

Prvi i drugi momenti hidrograma direktnog oticanja i odgovarajućeg hijetograma efektivne kiše, mogu se sračunati na osnovu osmotrenog hidrograma oticanja i hijetograma kiše koja ga je izazvala.

Rješenjem jednačina (9.151) i (9.152) dobiju se vrijednosti nepoznatih parametara Nash-ovog modela (n) i (K).

Prikazani Nash-ov model spada u kategoriju linearnih modela obzirom da je koeficijent rezervoara (K) konstantan.

PRIMJER 9.9.

Za slivnu površinu veličine 900 km^2 , osmotreni su hidrogram oticanja i odgovarajući hijetogram padavina, na osnovu kojih su određeni hidrogram direktnog oticanja i hijetogram efektivne kiše čiji podaci su prikazani u tabelama 1 i 2.

Tabela 1. Ordinate hidrograma direktnog oticanja

| | | | | | | | | | |
|---|---|-----|-----|------|------|------|-----|-----|----|
| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Vrijeme, t (h) | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |
| Proticaj, Q (m^3/s) | 0 | 100 | 700 | 1100 | 1700 | 1500 | 900 | 300 | 0 |

Tabela 2. Podaci o visinama efektivnih kiša koje su izazvale hidrogram direktnog oticanja

| | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|
| i | 1 | 2 | 3 |
| Vrijeme, t (h) | 0 - 3 | 3 - 6 | 6 - 9 |
| Intezitet kiše, i (mm/h) | 7,73 | 13,73 | 3,73 |

Određivanje parametara (n) i (K)

Prema izrazu (9.151) vrijednost (nK) se može odrediti kao:

$$m_{hdo}^1 - m_{hek}^1 = nK,$$

gdje je m_{hdo}^1 prvi momenat hidrograma direktnog oticanja u odnosu na vrijeme $t=0$, a m_{hek}^1 prvi momenat hijetograma efektivne kiše u odnosu na vrijeme $t=0$.

Ako je t_i vrijeme od težišta blokova kiša (sredine) do vremena $t=0$, tada je:

$$m_{hek}^1 = \frac{\sum i_i \cdot t_i}{\sum i_i} = \frac{(i_1 \cdot t_1 + i_2 \cdot t_2 + i_3 \cdot t_3)}{(i_1 + i_2 + i_3)} = \frac{(7,73 \cdot 1,5 + 13,73 \cdot 4,5 + 3,73 \cdot 7,5)}{(7,73 + 13,73 + 3,73)} =$$

$$= \frac{101,35}{25,20} = 4,024 \text{ (h)}$$

$$\begin{aligned}
 m_{hdo}^1 &= \frac{\sum Q_i \cdot t_i}{\sum Q_i} = \frac{(Q_1 \cdot t_1 + Q_2 \cdot t_2 + \dots + Q_7 \cdot t_7)}{(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_7)} = \\
 &= \frac{(100 \cdot 3 + 700 \cdot 6 + 1100 \cdot 9 + 1700 \cdot 12 + 1500 \cdot 15 + 900 \cdot 18 + 300 \cdot 21)}{(100 + 700 + 1100 + 1700 + 1500 + 900 + 300)} = \\
 &= \frac{79800}{6300} = 12,67 \text{ (h)}
 \end{aligned}$$

Na osnovu jednačine (9.151) slijedi:

$$m_{hdo}^1 - m_{hek}^1 = nK = 12,67 - 4,024 = 8,646$$

Ako se sada sračunaju drugi statistički momenti, to će omogućiti određivanje parametra modela (n) i (K).

$$\begin{aligned}
 m_{hdo}^2 &= \frac{(Q_1 \cdot t_1^2 + Q_2 \cdot t_2^2 + \dots + Q_7 \cdot t_7^2)}{(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_7)} = \\
 &= \frac{(100 \cdot 3^2 + 700 \cdot 6^2 + 1100 \cdot 9^2 + 1700 \cdot 12^2 + 1500 \cdot 15^2 + 900 \cdot 18^2 + 300 \cdot 21^2)}{(100 + 700 + 1100 + 1500 + 900 + 300)} = \\
 &= \frac{1121400}{6300} = 178 \text{ (h}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{hek}^2 &= \frac{(i_1 \cdot t_1^2 + i_2 \cdot t_2^2 + i_3 \cdot t_3^2)}{(i_1 + i_2 + i_3)} = \frac{(7,73 \cdot 1,5^2 + 13,73 \cdot 4,5^2 + 3,73 \cdot 7,5^2)}{(7,73 + 13,73 + 3,73)} = \\
 &= \frac{505,237}{25,20} = 20,06 \text{ (h}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

Prema jednačini (9.152) razlika gornja dva momenta iznosi:

$$m_{hdo}^2 - m_{hek}^2 = n(n+1)K^2 + 2nK \cdot m_{hek}^1$$

Uvrštavajući gore dobivene vrijednosti momenata, slijedi:

Hidrogram oticanja

$$178 - 20,06 = n^2 K^2 + nK \cdot K + 2nK \cdot m_{hek}^I, \text{ ili}$$

$$157,94 = (8,646)^2 + 8,646 \cdot K + 2 \cdot 8,646 \cdot 4,024, \text{ ili}$$

$$K = \frac{13,604}{8,646} = 1,573 \text{ (h)}$$

Kako je $nK = 8,646 \Rightarrow n = 8,646 / K = 5,50$ (usvojimo $n = 5$), pa je:

$$K = 8,646/5 = 1,73 \text{ (h)}$$

Sada se ordinate trenutnog jediničnog hidrograma sa 5 identičnih inernih rezervoara mogu sračunati kao:

$$u(0,t) = \frac{1}{(n-1)!} \cdot \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} e^{-t/K} = \frac{1}{(5-1)!} \cdot \frac{1}{1,73} \left(\frac{t}{1,73}\right)^4 e^{-t/1,73}$$

Da bi se definirale ordinate $u(0, t)$ hidrograma u uobičajenim dimenzijama ($\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$), proizvod kolona (3) i (4), odnosno $\left[\left(t/K\right)^{n-1} \cdot e^{-t/K}\right]$ treba pomnožiti sa dva faktora: R_1 i R_2 .

Prvi faktor R_1 , predstavlja vrijednost preostalog dijela jednačine (9.148) tj.

$\left[\frac{1}{(n-1)!} \cdot \frac{1}{K}\right]$ u kome je parametar (K) potrebno uvrstiti u sekundama obzirom na zahtjevanu dimenziju ordinata $u(0, t)$ hidrograma, pa je:

$$R_1 = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{1,73 \cdot 3600} = 6,69 \cdot 10^{-6}$$

Tabela 1 Proračun $u(0,t)$ prema Nash-ovom modelu za $n=5$ i $K=1,73$ (h)

| Vrijeme t (h) | t/K | $(t/K)^{n-1}$ | $e^{-t/K}$ | $u(0,t)$ ($m^3 / s / mm$) |
|--------------------|--------|---------------|------------|--------------------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (6) |
| 0 | 0,000 | 0,000 | 1,000 | 0 |
| 1,0 | 0,678 | 0,111 | 0,561 | 0,4 |
| 2,0 | 1,156 | 1,786 | 0,3147 | 3,4 |
| 3,0 | 1,734 | 9,043 | 0,1766 | 9,6 |
| 4,0 | 2,312 | 28,579 | 0,0991 | 17,1 |
| 5,0 | 2,890 | 69,770 | 0,0556 | 23,4 |
| 6,0 | 3,468 | 144,70 | 0,0312 | 27,2 |
| 7,0 | 4,046 | 268,05 | 0,0175 | 28,2 |
| 8,0 | 4,624 | 457,27 | 0,0098 | 27,0 |
| 9,0 | 5,202 | 732,46 | 0,0055 | 24,3 |
| 10,0 | 5,780 | 1116,39 | 0,00309 | 20,8 |
| 12,0 | 6,936 | 2315,0 | 0,000971 | 13,6 |
| 15,0 | 8,670 | 5652,0 | 0,000171 | 5,8 |
| 18,0 | 10,404 | 11719,0 | 0,000030 | 2,1 |
| 21,0 | 12,138 | 21712,0 | 0,000005 | 0,7 |
| 24,0 | 13,872 | 37039,0 | 0,000000 | 0,2 |
| 27,0 | 14,451 | 43609,0 | 0,000000 | 0,1 |

Drugi faktor predstavlja zadovoljenje uslova da zapremina oticanja jediničnog hidrograma mora iznositi:

$$W_{jh} = F_{sl} \cdot l \text{ (mm)} = 900 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 9 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{)}$$

pa je $R_2 = 9 \cdot 10^5$ jer bi zapremina jediničnog hidrograma bez množenja ovim faktorom bila jedinična. Prema tome, ordinate trenutnog jediničnog hidrograma dobijaju se kao:

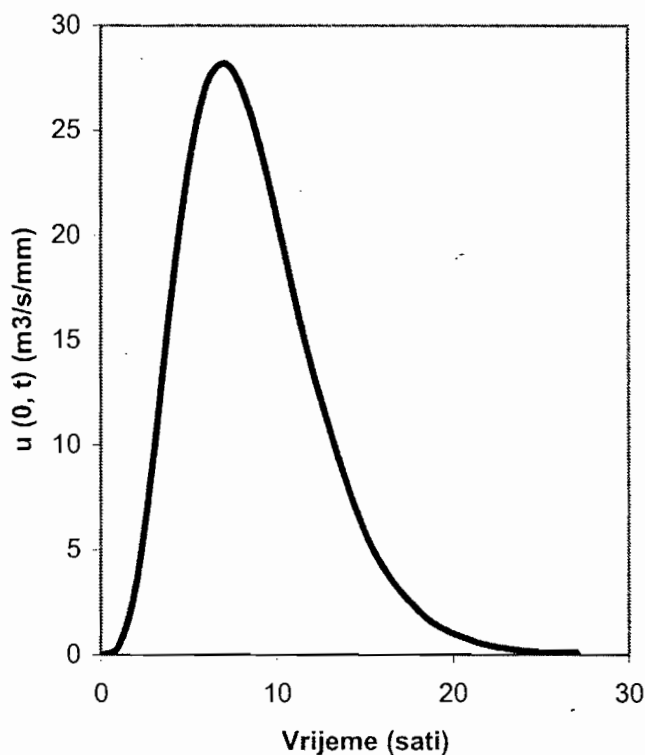
Hidrogram oticanja

$$u(0,t) = \frac{1}{(n-1)!} \cdot \frac{1}{K} \cdot \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \cdot e^{-t/K}, \quad (1/h), \text{ za } K \text{ u } (h), \text{ odnosno}$$

$$u(0,t) = R_1 \cdot \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \cdot e^{-t/K} \cdot R_2, \quad (m^3/s/mm), \text{ za } K \text{ u } (sec), \text{ odnosno}$$

$$u(0,t) = R_1 \cdot col.(3) \cdot col.(4) \cdot R_2, \quad (m^3/s/mm)$$

Sračunati trenutni jedinični hidrogram prikazan je na slici 1.



Slika 1. Trenutni jedinični hidrogram određen Nash-ovom metodom



Veliki broj istraživača je analizirao vezu između parametara (n) i (K) Nash-ovog trenutnog jediničnog hidrograma i fizičkih karakteristika urbanih i prirodnih slivova. Neki od tih rezultata su slijedeći /24/. Ignar i Szymczak /20/ su na bazi registrovanja padavina i oticanja vode (14 kišnih epizoda) sa sliva pod

poljoprivrednim kulturama ($F_{sl} = 66,7 \text{ km}^2$) utvrdili da vrijednosti parametara Nash-ovog modela variraju u granicama $n = 1,5 \text{ do } 4,7$ i $K = 3,5 \text{ do } 14,9$ sati. Caroni i Rosso /4/ su za jedan mali alpski eksperimentalni sliv, za 12 kišnih epizoda, dobili $n = 1,4 \text{ do } 9,2$ i $K = 16 \text{ do } 104$ minuta. Oni su parametre (n) i (K) doveli u vezu sa geomorfološkim faktorima (Horton-ovi odnosi).

9.7.5. Sintetički jedinični hidrogram

Kao što se moglo zapaziti iz izlaganja u prethodnim poglavljima, određivanje jediničnog hidrograma za određenu slivnu površinu zavisni od raspoloživosti ulaznih podataka za model kojim se određuje jedinični hidrogram. Za slivne površine na kojima ti podaci nisu dostupni, hidrolozi su razvili postupke kojima dovode u zavisnost karakteristike jediničnog hidrograma i fizičke karakteristike slivne površine. Od najvećeg interesa su slijedeće karakteristike jediničnog hidrograma: maksimalna ordinata, vrijeme podizanja hidrograma, trajanje efektivnih padavina koje su izazvale hidrogram i vremenska baza jediničnog hidrograma.

Brojni istraživači su ispitivali veze između fizičkih karakteristika slivne površine i nekih parametara kojima se može definisati oblik jediničnog hidrograma, ali mora se konstatovati, uspjeh u pogledu univerzalnosti i pouzdanosti dobijenih empirijskih zavisnosti, ipak je skroman /21/.

U okviru ovog poglavlja izložene su neke klasične metode koje se u hidrološkoj praksi najčešće koriste za proračun sintetičkog jediničnog hidrograma.

Metoda izohrona

Princip ove metode je pokazan u poglavlju 9.6. Za proračun hidrograma oticanja koriste se jednačine (9.33), (9.34) i (9.37).

Sistem jednačina (9.33) do (9.37) se može predstaviti kao proizvod matrice i vektora:

Hidrogram oticanja

$$\begin{bmatrix} i_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ i_2 & i_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_n & i_{n-1} & i_{n-2} & \dots & 0 \\ 0 & i_n & i_{n-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & i_n & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & i_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_j \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_k \\ \dots \\ Q_{(m+n-1)} \end{bmatrix} \quad (9.153)$$

gdje su i_j intenziteti neto kiše, a_j površine između izohrona, a Q_k ordinate (elementarnog) hidrograma direktnog oticanja. Dimenzije matrice intenziteta su (n) kolona i (m + n - 1) vrsta. Jednačina (9.153) je u važnosti ako je kiša obuhvatila čitav sliv, i za slučaj da je trajanje kiše jednako vremenu koncentracije sliva ($t_k = T_c$), odnosno kada je $m=n$, gdje je (m) broj blokova neto kiše a (n) broj izohrona. Ako je $t_k < T_c$ ($m < n$), u matricnoj jednačini (9.153) se odgovarajući intenziteti zamjenjuju nulama. Ako je kiša obuhvatila samo dio sliva ograničenog određenim izohronama, odgovarajuće površine u vektoru $|a_j|$ se zamjenjuju nulama. Za slučaj da je $t_k > T_c$ ($m > n$), intenziteti i_{n+1}, \dots, i_m se dopisuju u kolonama matrice, tako da je broj vrsta u matrici intenziteta i dalje (m + n - 1).

Na primjer, za slivnu površinu koja je izohronama podijeljena na tri podpovršine i hijetogram efektivne kiše sastavljen od tri bloka kiše, tako da trajanje kiša u svakom od blokova Δt , odgovara vremenu putovanja vode između susjednih izohrona $t_j - t_{j-1} = \Delta t$, odgovarajući sistem jednačina kojima se definira oticanje izgleda:

$$\begin{bmatrix} i_1 & 0 & 0 \\ i_2 & i_1 & 0 \\ i_3 & i_2 & i_1 \\ 0 & i_3 & i_2 \\ 0 & 0 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} \quad (9.154)$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= a_1 \cdot i_1 \\
 Q_2 &= a_1 \cdot i_2 + a_2 \cdot i_1 \\
 Q_3 &= a_1 \cdot i_3 + a_2 \cdot i_2 + a_3 \cdot i_1 = Q_{max} \\
 Q_4 &= a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot i_3 + a_3 \cdot i_2 \\
 Q_5 &= a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot 0 + a_3 \cdot i_3
 \end{aligned}
 \tag{9.155}$$

Ako se u matricnu jednačinu (9.153) unese efektivna visine kiše $i = 1$ mm (ili 1 cm), trajanja $t_k = T$ ($t_k < T_c$), odnosno efektivnog intenziteta $i = 1/T$ (mm/sat) ili (cm/sat), i ako je pri tome računski korak izohrona $\Delta t = T$ (sati) onda se po metodi izohrona dobija sintetički T – časovni jedinični hidrogram za dati sliv.

PRIMJER 9.10.

Za slivnu površinu iz zadatka 9.8, odrediti ordinate 90 – minutnog jediničnog hidrograma?

Za ovaj problem matricna jednačina (9.153) izgleda:

$$\begin{bmatrix}
 i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
 Q_1 \\
 Q_2 \\
 Q_3 \\
 Q_4 \\
 Q_5 \\
 Q_6 \\
 Q_7
 \end{bmatrix}$$

Iz gornje jednačine slijedi:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= i \cdot a_1 \\
 Q_2 &= i \cdot a_2 \\
 Q_j &= i \cdot a_j
 \end{aligned}$$

Hidrogram oticanja

...

$$Q_j = i \cdot a_j$$

Kako se traži T - časovni jedinični hidrogram ($\Delta t = T = 1,5$ sati) to je intezitet efektivne kiše (i), $i = 1/T = 1/1,5$ (mm/sat).

Da bi proticaji određeni u gornjem setu jednačina predstavljali ordinate 1,5 - časovnog (90 minutnog) jediničnog hidrograma izraženog u ($m^3/s/mm$), ako se u jednačinama intezitet efektivne kiše uvrštava u (mm/sat) a veličina slivne površine u (km^2), potrebno ih je pomnožiti sa slijedećim konverzionim faktorom R (vrši se konverzija [$km^2 \cdot mm \cdot sat^{-1}$] u [$m^3/s/mm$]):

$$R = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{3600} \cdot 10^6 = 0,278$$

Dakle, j-ta ordinata 90 – minutnog jediničnog hidrograma izražena u ($m^3/s/mm$) se računa kao:

$$u_j = 0,278 \cdot i \cdot a_j \quad (m^3/s/mm), \text{ za } (i) \text{ u } (mm/h) \text{ i } (a) \text{ u } (km^2)$$

Odgovarajući proračun urađen je u donjoj tabeli a grafički prikaz sračunatog 1,5 – satnog jediničnog hidrograma dat je na slici 1.

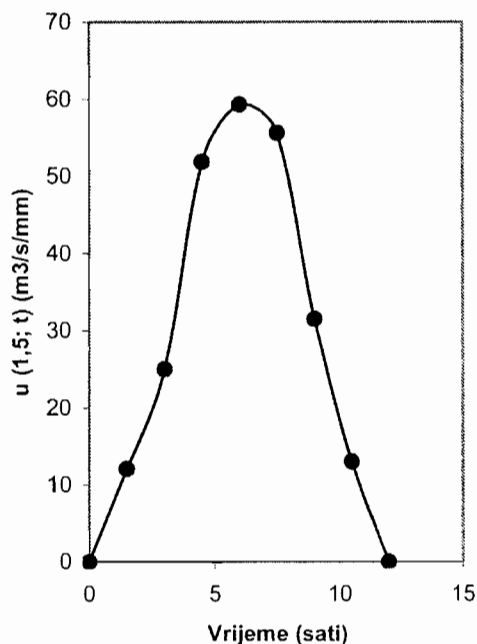
| t (sati) | a_j (km^2) | $Q_j = \frac{1}{1,5} \cdot a_j$ ($km^2 \cdot mm \cdot h^{-1}$) | $u_j = 0,278 \cdot Q_j$ ($m^3 / s / mm$) |
|-------------|---------------------|---|---|
| 0 | | 0,000 | 0,00 |
| 1,5 | 65 | 43,333 | 12,04 |
| 3,0 | 135 | 90,000 | 25,02 |
| 4,5 | 280 | 186,666 | 51,89 |
| 6,0 | 320 | 213,333 | 59,31 |
| 7,5 | 300 | 200,000 | 55,60 |
| 9,0 | 170 | 113,333 | 31,50 |
| 10,5 | 70 | 46,666 | 12,97 |
| 12,0 | | 0,000 | 0,00 |
| Σ | | | 248,15 |

Zapremina oticanja jediničnog hidrograma:

$$W_{jh} = \sum_{t=1,5}^{t=10,5} u(t) \cdot \Delta t = 248,15 \cdot 1,5 \cdot 3600 \cong 1340000 \text{ m}^3 =$$

$$= F_{sl} (\text{km}^2) \cdot 1 (\text{mm}) = 1340 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1340000 \text{ m}^3$$

Sa slike 1. moguće je uočiti da je oblik dobivenog jediničnog hidrograma nešto različit od jediničnih hidrograma u drugim primjerima. Razlog treba tražiti u tome što koncepcija metode izohrona, gdje dijagram vrijeme-površina predstavlja jedan element konceptulanog modela, je bazirana na čistoj translaciji vode u slivu. Ovom metodom nisu, dakle, obuhvaćeni efekti zadržavanja (retenziranja) vode u slivu (na površini zemljišta, u depresijama terena, u riječnoj mreži, u inundacijama itd.).



Slika 1. 1,5 – satni jedinični hidrogram

Racionalna teorija

U svrhu objašnjenja racionalne teorije, neka se posmatra oticanje vode sa jedne male pravougaone površine, uniformnog pada (slika 9.51) /19/. Jedinične površine između uzastopnih izohrona su jednake veličine, tj. $a_1 = a_2 = \dots = a_6$. Ako je

Hidrogram oticanja

intenzitet efektivne kiše ravnomjeran (konstantan) i iznosi $i = I / \Delta t$ sa trajanjem $t_k = 6 \Delta t = T_c$, onda je veličina oticanja prema jednačini (9.33):

$$Q_k = i \sum_{j=1}^k a_j \quad (9.156)$$

Ako je trajanje efektivne kiše $t_k = 6 \Delta t = T_c$, u tom će slučaju po isteku vremena T_c , u formiranju hidrograma oticanja učestvovati čitava slivna površina, odnosno formirati će se maksimalno oticanje jednako:

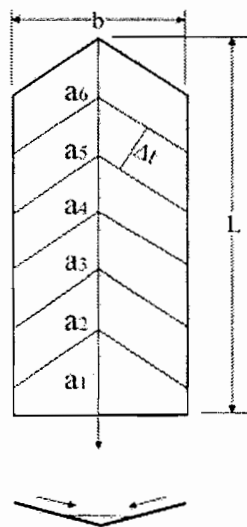
$$Q_{max} = Q_6 = i \sum_{j=1}^6 a_j = i \cdot A \quad (9.157)$$

gdje je A ukupna površina posmatranog sliva.

Ako je efektivna kiša prestala po isteku vremena $t_k = T_c$, onda je proticaj na opadajućoj grani hidrograma oticanja prema jednačini (9.37):

$$Q_{k=n+c} = i \sum_{j=k+1-n}^n a_j \quad (9.158)$$

gdje je za ovaj primjer $n = 6$ i $c = 1, 2, \dots, 6$.



Slika 9.51.

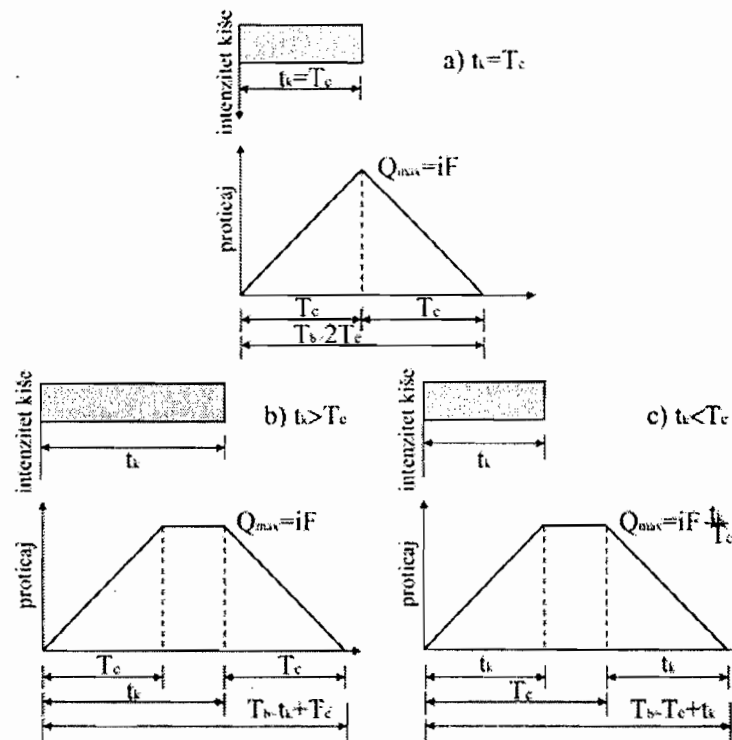
Koristeći se jednačinama (9.156) do (9.158) može se pisati:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= a_1 \cdot i \\
 Q_2 &= a_1 \cdot i + a_2 \cdot i = i \cdot (a_1 + a_2) \\
 Q_3 &= a_1 \cdot i + a_2 \cdot i + a_3 \cdot i = i \cdot (a_1 + a_2 + a_3) \\
 &\vdots \\
 Q_6 &= i \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = Q_{max} \\
 Q_7 &= i \cdot (a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) \\
 &\vdots \\
 Q_{11} &= i \cdot a_6 \\
 Q_{12} &= 0
 \end{aligned} \tag{9.159}$$

Iz gornjeg seta jednačina proizilazi, da površinsko oticanje prestaje nakon vremena od $12\Delta t$ vremenskih jedinica ili $2T_c$ vremena, pošto je do izlaznog profila dospjela i posljednja količina vode sa najudaljenije jedinične površine sliva a_6 .

Na osnovu jednačina (9.156), (9.157) i (9.158) proizilazi da hidrogram oticanja sa pravilne površine i za efektivnu kišu konstantnog intenziteta i trajanja $t_k = T_c$ ima oblik ravnokrakog trougla sa maksimalnim proticajem $Q_{max} = i \cdot A$ i vremenskom bazom $T_b = 2T_c = 2t_k$.

Hidrogram oticanja



Slika 9.52. Izgled hidrograma oticanja po Racionalnoj teoriji za različita trajanja kiše

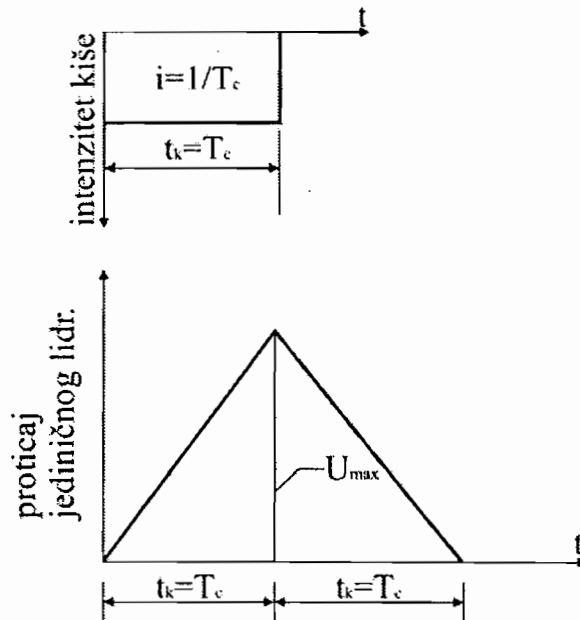
Kako kod jediničnog hidrograma visina efektivne kiše u vremenu $t_k = T_c$ iznosi jedan (mm) ili jedan (cm), onda je intenzitet efektivne kiše $i = 1/T_c$ (mm/sat) ili (cm/sat), pa je prema (9.157) maksimalna ordinate jediničnog hidrograma trajanja $T = T_c$:

$$u_{max} = \frac{1}{T_c} \cdot A \left(\frac{\text{mm}}{\text{sati}} \cdot \text{km}^2 \right) \quad (9.160)$$

odnosno, u uobičajenoj dimenziji za ordinate jediničnog hidrograma ($\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$):

$$u_{max} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{T_c \cdot 3600} \cdot A \cdot 10^6 = 0,278 \cdot \frac{A}{T_c} \quad (\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}) \quad (9.161)$$

za A u (km²) a T_c u (satima). Jedinični hidrogram izgleda kako je to pokazano na slici 9.53. Dakle, jedinični hidrogram je u obliku ravnokrakog trougla sa vremenskom bazom $T_b = 2t_k = 2T_c$, pošto je ovdje po definiciji $t_k = T_c$.



Slika 9.53. Izgled sintetičkog jediničnog hidrograma po Racionalnoj teoriji

Opisana metoda je poznata pod imenom *racionalna teorija* ili *racionalna formula*. Ona se koristi za proračun hidrograma oticanja sa malih slivnih površina, pravilnog oblika i kada su gubici približno konstantni u vremenu (aerodromske piste, gradski trgovi i ulice, kao i urbanizovana područja).

Obzirom na korištenje ove teorije u narednim poglavljima, korisno je još jedanput osvrnuti se na sliku 9.52. Naime, na slici 9.52-b, pokazan je izgled hidrograma oticanja ako je trajanje efektivne kiše duže od vremena koncentracije sliva. Tada za svako $k > n \cdot \Delta t = T_c$ očigledno neće dolaziti do daljnjeg povećanja proticaja. Drugim riječima, biće $Q_{n+1} = Q_{n+2} = \dots = Q_{max}$. Za slučaj da je trajanje kiše manje od vremena koncentracije sliva, tj. kada je $t_k < T_c$, hidrogram oticanja ima oblik kao na slici 9.52-c. Kao što se vidi, ukupno vrijeme oticanja je kao i u slučaju hidrograma na slici 9.52-b, dok je maksimalni proticaj hidrograma manji za onoliko koliko je trajanje kiše manje od vremena koncentracije sliva.

Slike 9.52 i 9.53 ukazuju na ravnomjerno priraštanje proticaja i istu ravnomjernost pri opadanju, što znači ravnomjerno povećavanje, odnosno ravnomjerno

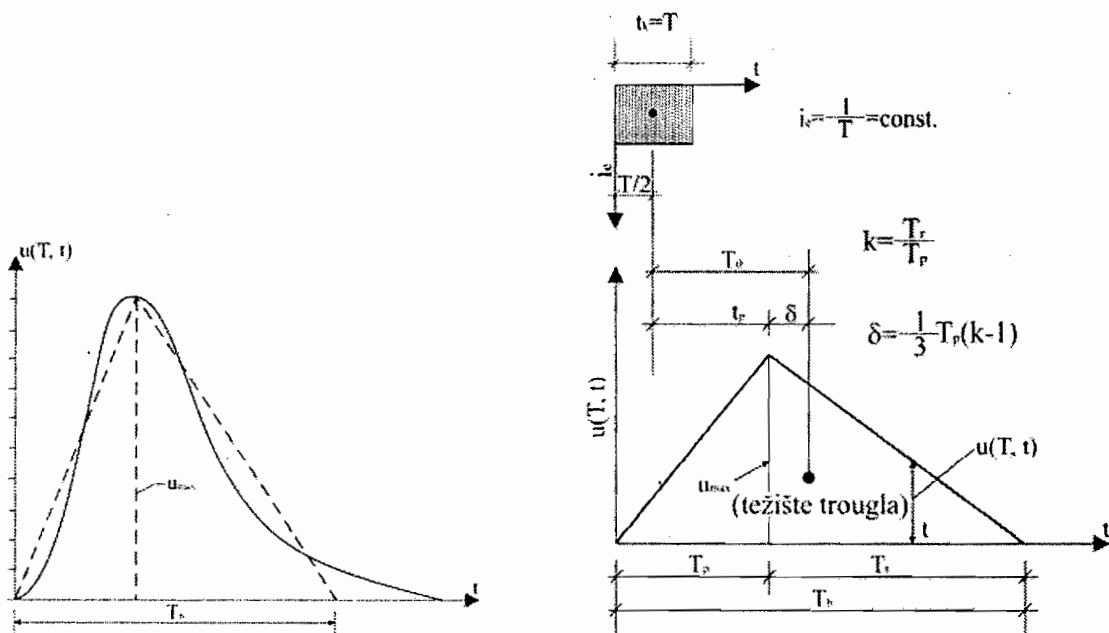
Hidrogram oticanja

smanjivanje “aktivne slivne površine” (površine na koju pala voda protiče u datom trenutku kroz mjesto gdje se određuje proticaj). Ovo se može pravdati samo ako je sliv tako “pravilan” da se može izdijeliti na (n) jednakih dijelova, a da se slijevanje sa najbližeg dijela obavi u vremenu od trenutka nula do trenutka Δt , a sa slijedećeg dijela od Δt do $2 \Delta t$, sa narednog od $2 \Delta t$ do $3 \Delta t$ itd. Ovo je moguće ako su pad i trenje za slivanje vode ujednačeni, a širina sliva približno konstantna. Kod naselja sa ulicama, za piste, autoputeve i slično, to je približno tako, i zbog toga je i ova metoda, kako je to već istaknuto, namijenjena za manje urbanizovane slivove.

Sintetički hidrogram u obliku trougla

Kako je to već rečeno u uvodu ovog poglavlja, hidrolozi su razvili postupke kojima dovode u zavisnost karakteristike jediničnog hidrograma i fizičke karakteristike slivne površine, pri čemu su najčešće istraživane veze karakteristika slivne površine i maksimalne ordinate jediničnog hidrograma, vremena podizanja jediničnog hidrograma, trajanja efektivnih padavina koje su izazvale hidrogram i vremenske baze jediničnog hidrograma.

Kada su poznate gore pobrojane karakteristike jediničnog hidrograma, može se konstruisati funkcija jediničnog hidrograma sa jediničnom zapreminom kao pogodna aproksimacija željene (stvarne) funkcije. U hidrološkoj praksi ovakav jedinični hidrogram najčešće se predstavlja u formi (obliku) trougla (slika 9.54).



Slika 9.54 Grafička ilustracija T -satnog jediničnog hidrograma u obliku trougla

Sa slike 9.54 jasno je uočljivo da je jedinični hidrogram u obliku torugla lahko definisati ako su mu poznate najmanje dvije karakteristične veličine, kao na primjer maksimalna ordinata u_{max} i vremenska baza T_b . Vrlo često se na osnovu empirijskih formula određuju vrijeme podizanja T_p i maksimalna ordinata u_{max} . U tom slučaju, treća veličina za konstrukciju trougla određuje se iz uslova da zapremina oticanja jediničnog hidrograma mora iznositi ($F_{sl} \cdot 1mm$ kiše). Naravno, ovaj uslov mora biti zadovoljen i kod prvog slučaja, kada je poznato u_{max} i T_b .

Treba napomenuti, da se pri tome vrijeme T_p najčešće određuje preko vremena zakašnjenja sliva t_p ili vremena zakašnjenja sliva T_0 , a što će biti pokazano u nastavku.

Značenje karakterističnih parametara jediničnog hidrograma na slici 9.54, kao hidrograma direktnog oticanja, dato je na slici 9.25, te se ovdje neće ponavljati.

Određivanje "vremena zakašnjenja sliva" t_p i T_0

Za određivanje parametra t_p i T_0 , u hidrološkoj literaturi dostupno je niz empirijskih izraza (formula) od kojih će se u nastavku navesti one najčešće korištene:

$$t_p = C(L \cdot L_c)^{0,3} \quad /5/ \quad (9.162)$$

gdje je:

t_p - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima)

L – dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice) mjereno duž glavnog toka u (miljama),

L_c - odstojanje od vodomjerne stanice do tačke na vodnom toku najbliže težištu slivne površine, mjereno duž glavnog toka (u miljama),

C – faktor koji reprezentuje varijacije u padu sliva i akumulaciji sliva i obično varira između 1,8 do 2,2 (za Engleske mjerne jedinice).

Hidrogram oticanja

$$t_p = C \left(\frac{L \cdot L_c}{\sqrt{J_s}} \right)^{0.38} \quad /21/ \quad (9.163)$$

gdje je:

t_p - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima)

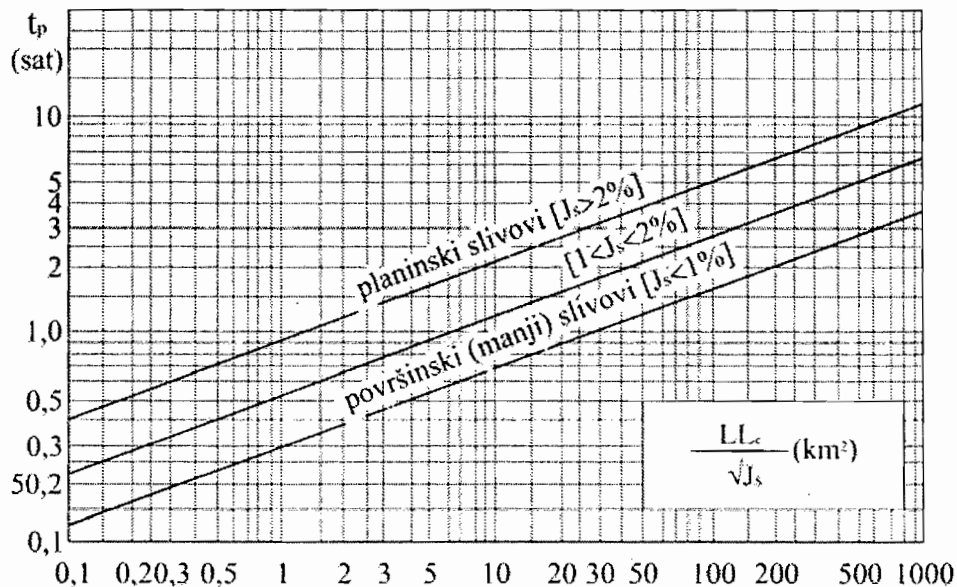
L – dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice) mjereno duž glavnog toka u (km),

L_c - odstojanje od vodomjerne stanice do tačke na vodnom toku najbliže težištu slivne površine , mjereno duž glavnog toka (u km),

C – factor čija vrijednost zavisi od veličine i karaktera sliva (planinski, ravničarski). Za sliv rijeke Kolubare (Srbija) Janković /21/ je dobio vrijednost $C = 0,75$.

J_s - uravnati pad toka u (%) – poglavlje 5.3.

Gornja formula izvedena je na osnovu osmotrenih hidrograma oticanja za oko 20 slivova u Sjevernoj Americi, sa površinama od 10 do 1700 km². Ona se u hidrološkoj literaturi najčešće prikazuje u grafičkom obliku, kao što je to pokazano na slici 9.55.



Slika 9.55. Zavisnost vremena zakašnjenja sliva t_p i karakteristika sliva prema formuli 9.163 /21/

$$t_p = \frac{0,27 \cdot L^{0,8} (d + 25,4)^{0,7}}{1900 \cdot J_s^{0,5}} \quad /24/ \quad (9.164)$$

t_p - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima)

L – dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice), mjereno duž glavnog toka u (m),

J_s - uravnati pad toka u (%) –poglavlje 5.3.

d – potencijalni (maksimalni) deficit vlažnosti zemljišta (mm) – jednačina 6.27.

$$t_p = a \cdot t_k + t_0 \quad /24/ \quad (9.165)$$

Parametar (a) ne varira u širokim granicama i za slivove površine do 30 km² se može uzeti $a = 0,3$.

Dakle, u jednačini (9.165) vrijeme zakašnjenja sliva t_p zavisi od trajanja efektivne kiše t_k i da je ta zavisnost linearna. Vrijeme t_0 smatra se vremenom zakašnjenja trenutnog jediničnog hidrograma. Zavisi od topografskih karakteristika sliva i najčešće se određuje preko slijedećeg izraza:

$$t_0 = 0,4 \cdot L_c^{0,67} \left(\frac{L \cdot L_c}{\sqrt{J_s}} \right)^{0,086} \quad (9.166)$$

L – dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice) mjereno duž glavnog toka u (km),

L_c - odstojanje od vodomjerne stanice do tačke na vodnom toku najbliže težištu slivne površine , mjereno duž glavnog toka (u km),

J_s - uravnati pad toka u (%) –poglavlje 5.3.

$$T_0 = 1,864 \cdot F_{sl}^{0,39} \cdot J_p^{-0,31} \quad /21/ \quad (9.167)$$

Hidrogram oticanja

$$T_0 = 2,30 \cdot \left(\frac{L}{\sqrt{J_s^*}} \right)^{0,66} \quad /21/ \quad (9.168)$$

gdje je:

T_0 - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima),

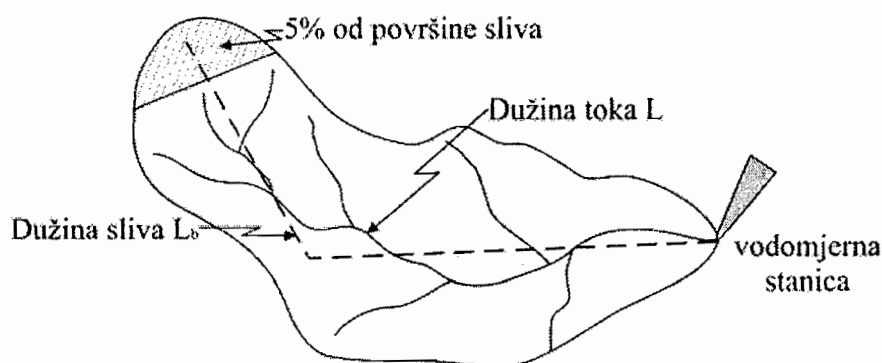
F_{sl} - površina sliva do posmatranog profila u (km²),

L - dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice) mjereno duž glavnog toka u (km),

J_s^* - pad toka čija definicija je data na slici 5.7 – poglavlje 5.3.

J_p - prosječni pad sliva u (‰) – poglavlje 5.3. i slika 9.56,

Prema slici 9.64 prosječni pad sliva se definiše kao odnos razlike u nadmorskoj visini između posmatranog profila i najuzvodnije tačke u kojoj tok siječe liniju L_b na mjestu koje odgovara 5 % površine od ukupne površine sliva, i dužine sliva L_b .



Slika 9.56. Ilustracija prosječnog pada sliva

$$T_0 = 0,73 \cdot m \cdot F_{sl}^{0,33} \quad /24/ \quad (9.169)$$

gdje je:

T_0 - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima),

F_{sl} - površina sliva do posmatranog profila u (km^2),

m – faktor koji zavisi od vrste biljnog pokrivača u slivu ($m = 2,05$ – šuma, $m = 1,50$ – pašnjak, $m = 1,15$ – obradivo zemljište i $m = 0,60$ – golet).

Maksimalna ordinate jediničnog hidrograma u_{max}

Kako zapremina otekle vode jediničnog hidrograma mora biti jednaka zapremini vode od efektivne kiše visine 1 (mm), ravnomjerno raspoređene po čitavoj slivnoj površini F_{sl} , to se može uspostaviti slijedeća jednakost:

$$F_{sl} \cdot 1 = \frac{u_{max} \cdot T_b}{2}, \text{ odakle slijedi } u_{max} = \frac{2F_{sl} \cdot 1}{T_b} \quad (9.170)$$

gdje je T_b vremenska baza jediničnog hidrograma.

Kako se u hidrološkoj praksi ordinate jediničnog hidrograma izražavaju u ($\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$), površina sliva u (km^2) a vrijeme u satima, to jednakost (9.170) treba pomnožiti sa faktorom:

$$u_{max} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{3600} \cdot \frac{F_{sl}}{T_b} \cong 0,56 \cdot \frac{F_{sl}}{T_b} \text{ (m}^3/\text{s}/\text{mm}), \quad (9.171)$$

za F_{sl} u (km^2) i T_b u (satima)

Neki od empirijskih izraza za određivanje u_{max} su:

$$u_{max} = 640 \cdot \frac{C \cdot F_{sl}}{t_p} \quad /5/ \quad (9.172)$$

gdje je:

u_{max} - maksimalna ordinate jediničnog hidrograma u (cft/s),

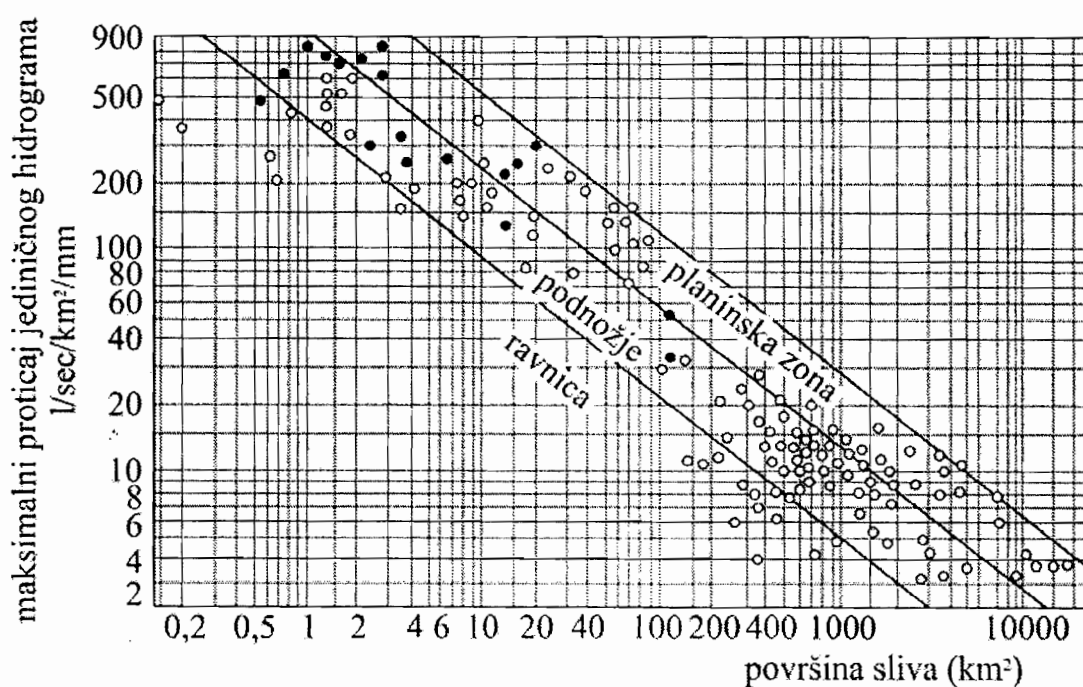
F_{sl} - površina sliva do posmatranog profila u (mile^2),

C – koeficijent koji reprezentuje retencione karakteristike sliva i varira između 0,4 i 0,8,

Hidrogram oticanja

t_p - vrijeme zakašnjenja sliva koje se računa po formuli (9.162),

Drugi često korišten način za određivanje u_{max} je utvrđivanje zavisnosti tzv. specifičnog maksimalnog oticanja, odnosno $u_{max}^{sp} = u_{max} / F_{sl}$ u funkciji veličine slivne površine (slika 9.57).



Slika 9.57. Zavisnost specifičnog maksimalnog proticaja jediničnog hidrograma i veličine slivne površine

Parametri vremenske baze jediničnog hidrograma T_p i T_r

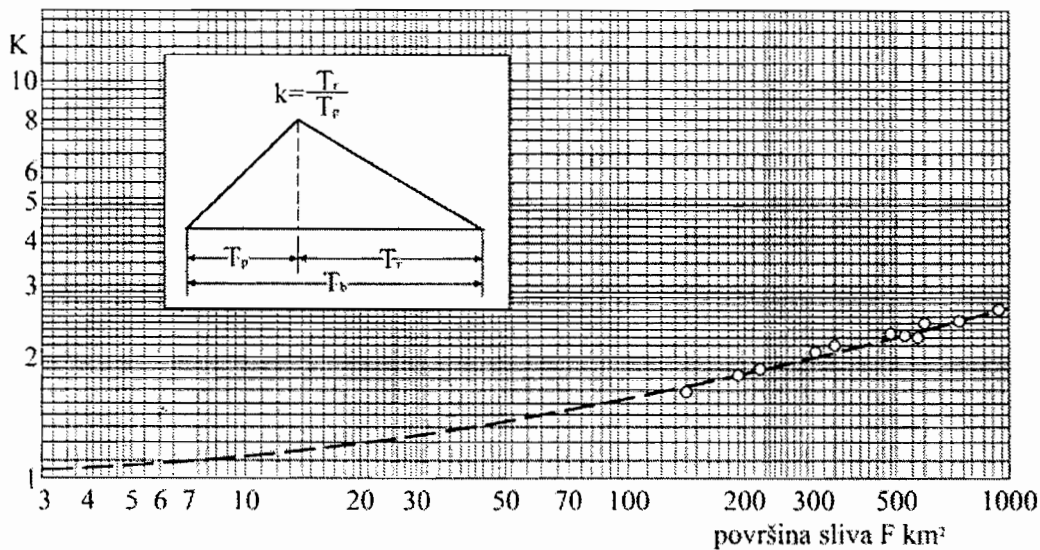
Vrijeme podizanja određeno je poznavanjem vremena zakašnjenja t_p ili T_0 , kao (slika 9.54):

$$T_p = t_k / 2 + t_p = T / 2 + t_p \quad (9.173)$$

Za određivanje vremena opadanja T_r , često se koristi zavisnost parametra ($K = T_r / T_p$) i površine sliva (slika 9.58).

Kada je poznat parametar (K) vrijeme podizanja se može odrediti i preko vremena zakašnjenja T_0 , kao (slika 9.26):

$$T_p = T / 2 + T_0 - \delta = T / 2 + T_0 - \frac{T_p}{3} \cdot (K - 1) = \left(\frac{T}{2} + T_0 \right) \cdot \frac{3}{2 + K} \quad (9.174)$$



Slika 9.58. Zavisnost parametra (K) i veličine slivne površine /21/

Slabost opisanih modela je u tome što se parametri oblika hidrograma oticanja najčešće daju u funkciji samo nekoliko geometrijskih parametara sliva. Razlozi za ovo su praktične prirode (dovoljno je raspolagati topografskom kartom sliva), ali zbog uvedenih pojednostavljenja, modeli mogu biti dovoljno pouzdani samo za slivove koji imaju ostale (modelom obuhvaćene) karakteristike, iste kao slivovi za koje se zavisnosti izvedene /21/.

PRIMJER 9.11.

Za sliv rijeke Oskove površine 61 km^2 , čije karakteristične fizičko-geografske karakteristike slivne površine su: $L = 7,2 \text{ km}$, $L_c = 19,7 \text{ km}$, $J_s = 2,3 \%$, odrediti sintetički jednočasovni jedinični hidrogram koristeći se empirijskom formulom (9.163) i (9.171).

Hidrogram oticanja

$$t_p = C \left(\frac{L \cdot L_c}{\sqrt{J_s}} \right)^{0.38} = 0,75 \cdot \left(\frac{7,2 \cdot 19,7}{\sqrt{2,3}} \right)^{0,38} = 4,2 \text{ sati}$$

$T = 1$ sat (obzirom da se određuje jednosatni jedinični hidrogram)

$$T_p = T / 2 + t_p = 0,5 + 4,2 = 4,7 \text{ sati}$$

$$K = \frac{T_r}{T_p} = 1,4 \Rightarrow T_r = K \cdot T_p = 6,6 \text{ sati}$$

$$T_b = T_p + T_r = 4,7 + 6,6 = 11,3 \text{ sati}$$

$$u_{max} = 0,56 \cdot \frac{F_{sl}}{T_b} = 0,56 \cdot \frac{61}{11,3} \cong 3 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{mm}$$

Određivanje "vremena koncentracije sliva", T_c

Kao što je to ranije konstatovano, vrijeme koncentracije sliva T_c je, po definiciji, vrijeme koje je potrebno da voda koja otiče površinski, sa najudaljenije tačke sliva dospije do "izlaznog profila sliva". Uprkos tome što se gornja definicija može smatrati dovoljno preciznom, pojam "vrijeme koncentracije" se od raznih autora interpretira na sasvim različite načine. Razlog ovome je što se ovo vrijeme ne može da odredi neposredno iz podataka osmatranja /21/. To se naročito odnosi na manje slivove, gdje se oticanje kontroliše na jednom (izlaznom) hidrometrijskom profilu/vodomjernoj stanici. Kod većih slivova, gdje je mjerodavno vrijeme putovanja vode u riječnoj mreži, i gdje postoji veći broj vodomjernih stanica, vrijeme koncentracije se može, relativno pouzdano, odrediti analizom propagacije poplavnih talasa (poglavlje 13).

Jedna od najpoznatijih formula za određivanje vremena koncentracije T_c , pomoću geometrijskih karakteristika sliva, potiče od Ramser-a i Kirpich-a i ima slijedeću formu:

$$T_c = 0,000323 \cdot L^{0,77} \cdot J^{-0,385} \text{ (sati)} \quad (9.175)$$

gdje je:

L – dužina toka u (m) a J - bruto pad sliva (m/m).

Analizom originalnih podataka koji su poslužili za izvođenje formule (9.175), izlazi da se pod izrazom “vrijeme koncentracije” podrazumijeva prosječno vrijeme podizanja hidrograma T_p . Ovakva definicija se suštinski ne može prihvatiti, pošto, kao što je to ranije pokazano, vrijeme T_p između ostalog, zavidi i od trajanja kiše /21/.

Osim formule Ramsera-a i Kirpich-a, za određivanje vremena koncentracije predložen je veći broj formula u kojima uglavnom figuriše pad sliva ili toka i ostale geometrijske karakteristike sliva, ali rijetko koja vodi računa o činjenici da brzina putovanja vode zavisi i od stepena ispunjenosti riječnog korita, odnosno zapremine i oblika poplavnog talasa (nestacionarni efekti).

Druge dvije, često korištene metode za određivanje vremena koncentracije, to vrijeme određuju preko brzine putovanja vode duž glavnog toka, kao:

$$T_c = L / v \quad (9.176)$$

Pri tome se brzina putovanja (v) određuje kao:

$$v = (1,6 + 1,1 \cdot \log T) \cdot \sqrt[4]{J_b} \quad (\text{m/s}) \quad (9.177)$$

gdje je T povratni period vala velike vode u godinama, a J_b bruto pad glavnog toka u dimenziji (m/m).

Empirijsku formulu (9.177) predložio je Herheulidze, a bazira se na pretpostavci Sribnoga /21/ da je koeficijent hrapavosti u prirodnom koritu funkcija četvrtog korjena iz pada, a da drugi računski parametra – hidraulički radijus, zavisi od veličine proticaja. Time što u formuli (9.177) figuriše povratni period, implicitno se uvodi uticaj veličine talasa na brzinu (za veće T , veći val, a većem valu odgovara veća brzina putovanja vode).

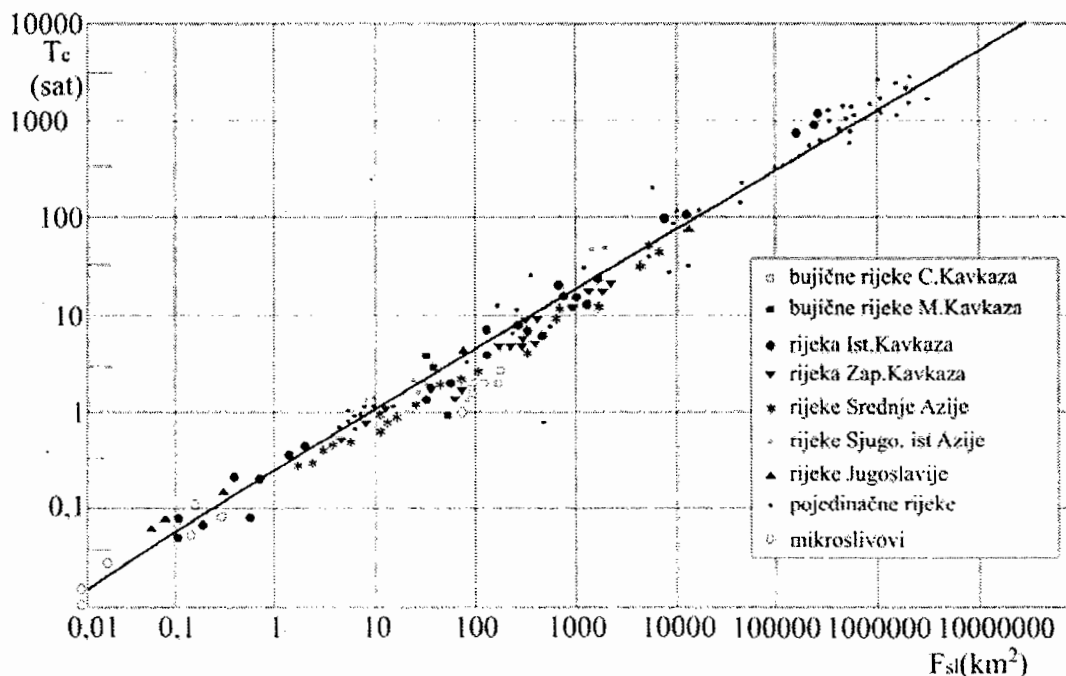
Da bi pokazao univerzalnost formule (9.177) za male i velike slivove, Herheulidze je analizirao zavisnost vremena T_c od površine sliva F_{sl} (slika 9.59). Tačke na prikazanoj zavisnosti odgovaraju izračunatim vrijednostima za T_c , prema jednačini (9.177) i povratni period $T = 100$ godina. Puna linija na istoj slici je osrednjena zavisnost $T_c = f(F_{sl})$. Analizom opaženih poplavnih talasa povratnog perioda $T \cong 100$ godina, na odgovarajućim tokovima, Herheulidze dolazi do zaključka da se računate i opažene vrijednosti za T_c ne razlikuju mnogo.

Hidrogram oticanja

Drugi način računanja brzine putovanja vode duž glavnog toka, je korištenje preporuka grupe hidrologa bivšeg Sovjerskog saveza, koje su sistematizovane u tabeli 1.

Tabela 1. Brzine putovanja vode u zavisnosti od karaktera rijeke

| Karakter rijeke | Male rijeke (dubine pri Q_{max} manje od 1 m) | Ostale rijeke |
|-----------------------|---|------------------|
| | BRZINA v (m/s) | |
| Tokovi u močvarama | 0,3 – 0,5 | 0,4 – 0,8 |
| Ravničarske rijeke | 0,8 – 1,2 | 1,0 – 1,5 |
| Brdske rijeke | 1,5 – 2,5 | 2,0 – 2,5 |
| Planinske rijeke | 2,5 – 3,5 | 2,0 – 4,0 |



Slika 9.59. Zavisnost vremena koncentracije sliva i veličine slivne površine za poplavne valove 100 – godišnjeg povratnog perioda po Herheulidze-u /21/

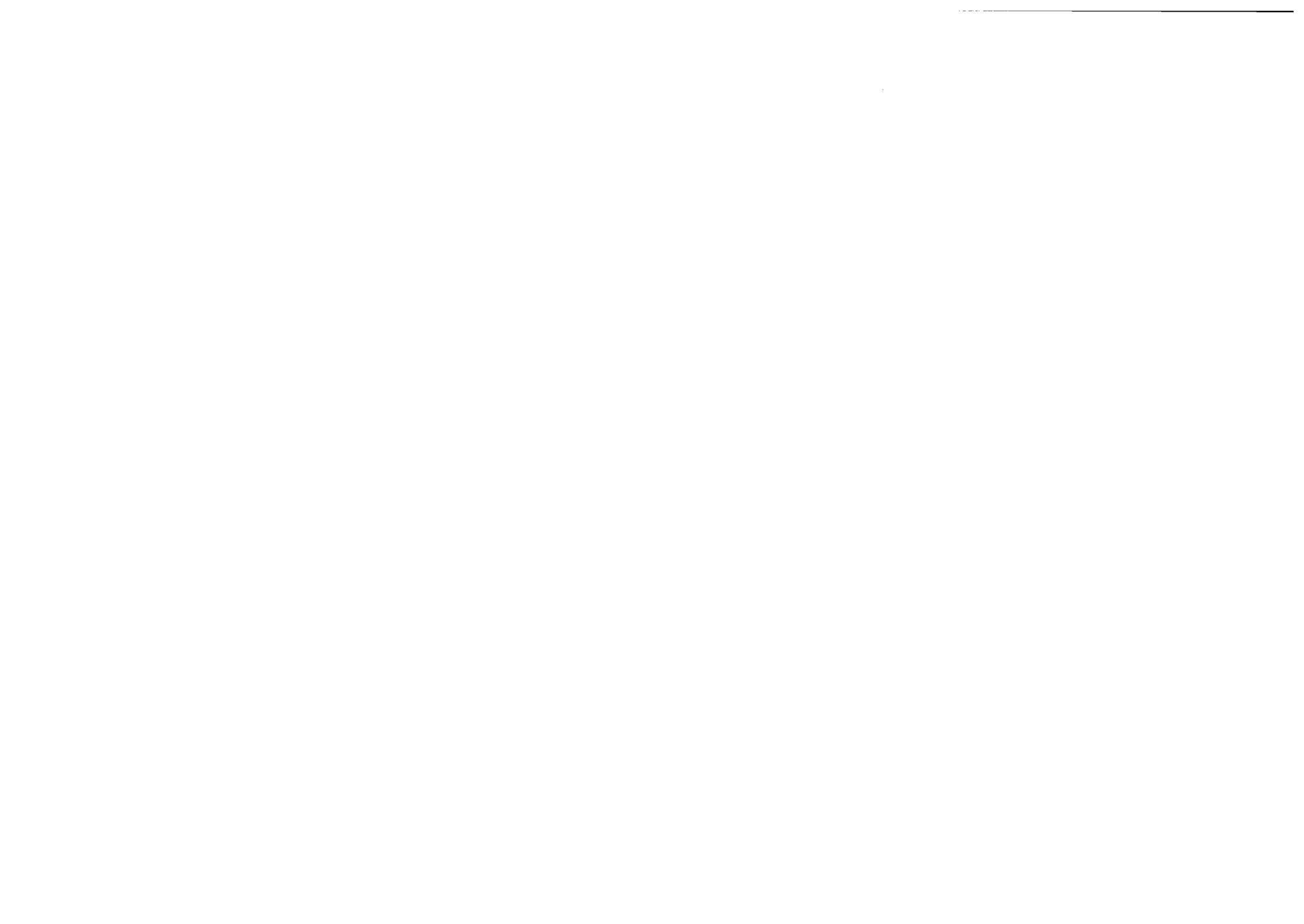
Slabosti naprijed opisanih empirijskih formula za određivanje elemenata sintetičkog jediničnog hidrograma, “vremena zakašnjenja sliva” i “vremena koncentracije sliva” je u tome što se njihove vrijednosti najčešće daju u funkciji samo nekoliko geometrijskih parametara sliva. Razlozi za ovo su praktične prirode (dovoljno je raspolagati topografskom kartom sliva), ali zbog uvedenih pojednostavljenja modeli mogu biti dovoljno pouzdani samo za slivove koji imaju ostale (modelom ne obuhvaćene) karakteristike, iste kao slivovi za koje su zavisnosti izvedene /21/.

9.8. LITERATURA

1. Anđelić, M., 1973. *Analysis of two methods of Δt -unit hydrograph and its application in practice*, VII-th Conference of the Danube Countries on hydrological forecasting, Varna.
2. Anđelić, M., Bonacci, O., Đorđević, N., Hrelja, H., i drugi, 1986. *Maksimalno vjerovatne velike vode*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
3. Bonacci, O., Roglić, S., 1981. *Određivanje velikih voda na neizučnim slivovima genetskom metodom*, Savjetovanje „Velike vode i poplave“, Jugoslavensko društvo za hidrologiju, Priština.
4. Brajković, M., Jovanović, S., 1979. *Analysis of unit hydrograph lag time*, International Symposium on specific aspects of hydrological computations for water projects, Leningrad.
5. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
6. Caroni, E., Rosso, R., 1986. *A comparasion between direct and indirect estimation of the Nash model of catchment responce*, Int. Conference: Hydrological Processes in the Catchment, Cracow
7. Mc Carthy, G. T., 1938. *The unit hydrograph and flood routing*, Conference of US Army Corps of Engeneers.
8. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
9. Clarke, C. O., 1945. *Storage and unit hydrograph*, Trans., ASCE, 110.
10. Dooge, J., 1973. *Linear Theory of Hydrologic System*, Technical Bulletin, No. 1468, U.S. Dept. of Agriculture, Washington.
11. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
12. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
13. Gray, D. M., 1961. *Computer simulation techniques in Hydrology*, Elsevier, New York.

14. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
15. Hajdin, G., 1976. *Osnovi hidrotehnike – I dio*, Građevinski fakultet Beograd.
16. Hrelja, H., 1980. *Kvantitativno-kvalitativne karakteristike voda u slivu rijeke Spreče za potrebe izgradnje malih akumulacija*, Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta, Sarajevo.
17. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
18. Hrelja, H., 1996. *Vodoprivredni sistemi*, "Svjetlost", Sarajevo.
19. Hromadka, T., 1983, *Computer Methods in Urban Hydrology-Rational Methods and Unit Hydrograph Methods*, Lighthouse Publications, USA.
20. Ignar, A., Ignar, S., Szymczak, T., 1986. *Comparasion of two methods for Nash model parameters determination*, Int. Conference: Hydrological processes in the catchment, Cracow.
21. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
22. Jovanović, S., 1974. *Metode za simuliranje i prognozu oticaja vode u slivu Velike Morave*, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd.
23. Jovanović, S., 1986. *Hydrologic Approaches in Urban Drainage System Modelling*, UDM '86., Dubrovnik, Pergamon Press, Oxford.
24. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
25. Kennedy, R., Watt, W., 1967. *The relationship between lag time and the physical characteristics of drainage basin in Southern Ontario*, Symposium on Floods and their Computation, Leningrad.
26. Kuester, J. L., Mize, J. H., 1973, *Optimization Techniques With Fortran*, McGraw-Hill Book Company, New York.
27. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1949. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
28. Nash, J. E., 1960. *A unit hydrograph study with particular reference to British catchments*, Proc. Inst. Civ. Engeners, Vol.1.
29. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
30. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
31. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
32. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.

33. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.



„Voda će vjerovatno postati jedan od ograničavajućih resursa 21. stoljeća, sa naraslim potrebama i korišćenjem u uslovima suprotstavljenih interesa“

(OUN – Komisija za održivi razvoj)

10

PROSJEČNE VODE

10.1. OPŠTA RAZMATRANJA

Dugoročno planiranje i racionalan razvoj vodoprivrede, u cilju njenog stavljanja u funkciju opšteg privrednog razvoja, kao i optimalno upravljanje vodoprivrednim sistemima, mogu se efikasno ostvariti tek na osnovu sveobuhvatne valorizacije vodnog bogatstva i sagledavanja njegovih ekonomskih potencijala.

Pojava i rasprostranjenost vode na nekom području, odnosno njegov hidrološki režim, uzrokovan je nizom prirodnih faktora i procesa. Neki od njih su stalnog karaktera (morfološki i hidrogeološki činioci). Druga grupa faktora nosi obilježja determinističko-stohastičkih procesa (klimatski faktori: temperature, padavine, isparavanje i sl.). Drugim riječima, ovi procesi se, generalno gledano, ponašaju periodično u vremenu, pri čemu njihov tok može pokazivati i veoma značajna odstupanja u odnosu na očekivane periodske karakteristike. Sa druge strane, svi determinirajući faktori se mijenjaju u prostoru, pri čemu se može očekivati izraženi heterogenost ukoliko se posmatra veći prostor.

Prosječne vode

Hidrološki režim posmatranog područja može se utvrditi na osnovu rezultata dugogodišnjih mjerenja proticaja vode na mreži (osnovnih) hidroloških stanica. Dakle, pod pojmom hidrološki režim se, u najširem smislu, podrazumijevaju sve karakteristike oticanja vode sa prirodnog sliva, kao što su: prosječni godišnji proticaj na izlaznom profilu sliva, prostorna raspodjela oticanja na slivu, raspodjela oticanja unutar godine, prosječno trajanje proticaja, stohastičke karakteristike serija godišnjih proticaja (cikličnost, autokorelacione i spektralne osobine), raspodjela vjerovatnoće mjesečnih i godišnjih proticaja, zatim vjerovatnoća pojave maksimalnih i minimalnih proticaja. Ove i druge karakteristike hidrološkog režima (uz karakteristike atmosferskih procesa), se obrađuju u hidrološkoj studiji koja predstavlja glavnu podlogu pri izradi vodoprivredne osnove sliva, ili za projektovanje nekog vodoprivrednog objekta ili sistema. U drugom slučaju se u hidrološkoj studiji stavlja akcenat na one elemente koji su od interesa za konkretan objekat (na primjer, kod projektovanja riječnog pristaništa na plovnoj rijeci, to je linija trajanja vodostaja i vjerovatnoća pojave ekstremnih vodostaja, zatim pojave leda, ako se predviđa ispuštanje otpadnih voda (iz naselja, industrije) od primarne važnosti je analiza minimalnih proticaja, kod projektovanja male (protočne) hidroelektrane, osnovna hidrološka podloga je (prosječna) linija trajanja proticaja itd.). Dakle, prosječne vode su osnova za sagledavanje ključnih elemenata pri izboru objekata za uređenje vodnog režima, kao i objekata i mjera za korištenje i upotrebu voda, zaštitu voda i zaštitu od voda /12/.

Ako se za primjer uzme područje Bosne i Hercegovine, onda se može konstatovati da se njen vodni režim nalazi pod uticajem veoma složenog sklopa uzročnih faktora, tako da je i njegovo ponašanje odraz vremenske neravnomjernosti i prostorne heterogenosti relevantnih činilaca. Kao prvo, Bosna i Hercegovina se nalazi u relativno kompleksnoj kontinentalno-mediteranskoj padavinskoj zoni. Naime, ovo područje karakterizira dominacija osnovnih klimatskih tipova: mediteranskog i kontinentalnog tipa, sa izrazito različitim padavinskim režimom, a pored toga, zastupljeni su i svi njihovi prelazni oblici. U hidrografskom smislu, bosanskohercegovački riječni tokovi pripadaju slivovima Crnog i Jadranskog mora. Generalno govoreći, jadranski sliv u Bosni i Hercegovini je znatno bogatiji padavinama od savskog odnosno crnomorskog. Na oticanje u Bosni i Hercegovini zatim, značajno utiče i postojanje širokih oblasti karsta i to upravo na području gdje su pod uticajem mediteranskih strujanja i padavine najintenzivnije.

Tako, u prosjeku od oborinskih voda sa teritorije Bosne i Hercegovine površinski otiče oko 60 %. Odnosno, ne računajući tranzitne proticaje duž graničnih vodotoka, sa područja Bosne i Hercegovine otiče u višegodišnjem prosjeku oko 1150 m³/s vode (oko 22,5 l/s/km² ili oko 0,25 l/s/stanovniku).

Međutim, navedene višegodišnje prosječne veličine iskazane za čitav prostor Bosne i Hercegovine, predstavljaju samo aproksimativnu i globalnu sliku vodnog bogatstva. Međutim, realna valorizacija veličine i ekonomskih potencijala vodnih resursa, zahtijeva potpunije analize koje se odnose na vremensku i prostornu distribuciju, ne samo vodnih količina nego i uzročnih faktora. Pored toga, potpuna slika se može dobiti tek na osnovu sagledavanja antropogenih uticaja, odnosno demografskih i razvojnih faktora, koji omogućavaju da se sagleda kompatibilnost resursa sa potrebama vode.

Režim riječnog oticanja unutar godine, predstavlja veoma važan faktor pri projektovanju i izgradnji većih hidrotehničkih objekata, a takođe ima ogroman značaj pri analizi kompleksnog korištenja raspoloživih vodnih resursa. U većini slučajeva višegodišnjeg izravnjanja voda karakterom unutar godišnjeg režima, definišu se osnovni parametri vodoprivrednih proračuna, kao što su: garantovana količina vode, veličina zapremine akumulacionog prostora neophodne za smještaj garantovane količine vode i sl.

Pri projektovanju krupnih hidrotehničkih objekata na većim i srednjim dobro izučanim rijekama, vodoprivredni proračuni mogu se vršiti na osnovu raspoloživih serija osmatranja proticaja, pri čemu se u dovoljnoj mjeri mogu obuhvatiti sve varijacije unutar godišnjeg režima riječnog oticanja. Međutim, u slučaju projektovanja većih hidrotehničkih objekata na malim rijekama, gdje je, uglavnom, raspoloživi materijal osmatranja veoma skučen, svi vodoprivredni proračuni se uglavnom rade na osnovu unutar godišnje raspodjele jedne konkretne, po vodnosti karakteristične godine (na primjer: sušne, srednje ili vlažne). Za neizučene slivove ovi proračuni se sprovode analogno, s tim što se karakteristična godina određuje na bazi podataka osmatranja sa istog ili susjednog slivnog područja.

Usvajanjem unutar godišnje raspodjele konkretne godine, koja po vrijednosti srednje godišnjeg proticaja odgovara teorijskoj vrijednosti slučajne promjenljive određenog povratnog perioda, dobija se kriva slika opšteg karaktera promjenljivosti režima oticanja unutar godine. Naime, u statističkom smislu, režim oticanja u konkretnoj godini, odnosno raspodjela oticanja u njoj, predstavlja jedan slučajni proces. Logično je očekivati da neki događaj, koji je u suštini slučajan, ne može biti istovremeno i mjerodavan za bilo kakve studioznije vodoprivredne proračune.

U ovom poglavlju razmatraće se analiza prosječnih voda, odnosno prosječni godišnji proticaj na izlaznom profilu sliva, prostorna raspodjela oticanja na slivu, raspodjela oticanja unutar godine, prosječno trajanje proticaja, raspodjela vjerovatnoće mjesečnih i godišnjih proticaja, te prostorna raspodjela i regionalna analiza prosječnog oticanja vode.

Kada postoje pouzdani podaci dovoljno dugačkog perioda, prosječna vrijednost se dobija obradom neposrednih osmatranja kao aritmetička sredina perioda. Ako nema dovoljno osmatranja, prosječna vrijednost se može odrediti samo sa većom ili manjom greškom. Za određivanje pouzdane prosječne vrijednosti treba najmanje period od 10 do 20 godina (u zavisnosti od koeficijenta varijacije c_v , i postavljenog zahtjeva za tačnost prosjeka).

Prosječni mjesečni i godišnji proticaji neke rijeke određuju se kao aritmetička sredina dnevnih vrijednosti. Osnovu za određivanje predstavljaju tzv. „hidrološki godišnjaci“ o kojima je detaljno bilo riječi u poglavlju 4.10.

Srednji mjesečni proticaj za mjesec $j = 1, 2, 3, \dots, 12$, računa se po obrascu:

$$\bar{Q}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} Q_{i,j} \quad (10.1)$$

gdje je $Q_{i,j}$ proticaj i -tog dana za mjesec (j) ($i = 1, 2, \dots, n_j$), a n_j broj dana u posmatranom mjesecu (j).

Prosječna godišnja vrijednost, \bar{Q} , može se sračunati na dva načina:

$$\bar{Q} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{n_j} \sum_{j=1}^{12} \sum_{i=1}^{n_j} Q_{i,j}, \quad \text{ili} \quad (10.2)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} \bar{Q}_j \quad (10.3)$$

Proračun po obrascu (10.3) podrazumijeva da svi mjeseci imaju isti broj dana (premda to nije tačno). Međutim, za praktične potrebe, ovako sračunata srednja vrijednost je dovoljno tačna.

Prosječna višegodišnja vrijednost godišnjih proticaja, \bar{Q}_{vg} se onda računa po obrascu:

$$\bar{Q}_{vg} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{Q} \quad (10.4)$$

gdje je N broj godina osmatranja proticaja.

Na isti način računaju se prosječne višegodišnje vrijednosti srednjih mjesečnih proticaja, kao:

$$\bar{Q}_{vg}^j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_j \quad (10.5)$$

gdje je N broj godina osmatranja proticaja, a \bar{Q}_{vg}^j prosječna višegodišnja vrijednost proticaja za mjesec (j).

Prosječni proticaj za višegodišnji period može se izraziti na više načina:

- Kao sloj vode koji oteče u određenom vremenskom intervalu sa slivne površine izražen u (mm). Ovaj način pogodan je za upotrebu pri upoređenju oticanja sa padavinama i isparavanjem, koji se izražavaju visinom po površini u (mm) vodenog stuba,
- Kao modul oticanja (specifična izdašnost, prosječna izdašnost, ili normalni modul oticanja) koji se obično izražava u ($\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$) ili ($\text{l}/\text{s}/\text{km}^2$),
- Kao prosječni ukupni godišnji proticaj koji se izražava u (m^3/godinu) ili češće u ($10^6 \times \text{m}^3/\text{godinu}$), zavisno od veličine proticaja,
- Kao prosječni sekundni proticaj koji se izražava u (m^3/s).

Za ilustraciju, u tabeli 10.1 date su vrijednosti oticanja, izražene na prethodno specificirane načine, za karakteristične vodotoke u Bosni i Hercegovini.

Tabela 10.1. Vrijednosti oticanja za karakteristične vodne tokove u Bosni i Hercegovini izražene u različitim dimenzijama

| Vodotok | Vodomjerna stanica | Površina sliva (km ²) | Prosječni proticaj (m ³ /s) | Specifični proticaj (l/s/km ²) | Prosječno oticanje (mm) | Prosječno oticanje (m ³ x10 ⁶) | Koeficijent varijacije Cv |
|-----------|--------------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------|---|---------------------------|
| Una | Martin Brod | 1459 | 52,3 | 35,8 | 1130 | 1649 | 0,191 |
| Una | Bosanski Novi | 8201 | 221 | 26,9 | 850 | 6969 | 0,192 |
| Una | Kostajnica | 8876 | 234 | 26,3 | 831 | 7379 | 0,186 |
| Unac | Rmanj Manastir | 639 | 28,8 | 45,1 | 1421 | 908 | 0,199 |
| Sana | Ključ | 1276 | 35,5 | 27,8 | 877 | 1120 | 0,171 |
| Sana | Prijedor | 3815 | 81,3 | 21,3 | 672 | 2564 | 0,213 |
| Vrbas | Han Skela | 1345 | 25,1 | 18,7 | 589 | 792 | 0,216 |
| Vrabas | Delibašino Selo | 5218 | 114 | 21,8 | 689 | 3595 | 0,175 |
| Pliva | Volari | 1350 | 35,0 | 25,9 | 818 | 1104 | 0,120 |
| Bosna | Reljevo | 1185 | 26,8 | 22,6 | 713 | 845 | 0,271 |
| Bosna | Zenica | 4124 | 78,7 | 19,1 | 602 | 2482 | 0,264 |
| Bosna | Doboj | 9709 | 171 | 17,6 | 555 | 5393 | 0,255 |
| Miljacka | Sarajevo | 307 | 5,81 | 18,9 | 597 | 183 | 0,266 |
| Krivaja | Zavidovići | 1410 | 24,9 | 17,7 | 557 | 785 | 0,230 |
| Spreča | Stanić Rijeka | 1942 | 24,3 | 12,5 | 395 | 766 | 0,344 |
| Drina | Goražde | 6083 | 221 | 36,3 | 1146 | 6969 | 0,187 |
| Drina | Zvornik | 17886 | 387 | 21,6 | 682 | 12204 | 0,209 |
| Lim | Strmica | 5755 | 113 | 19,6 | 619 | 3564 | 0,133 |
| Neretva | Konjic | 1288 | 60,0 | 46,6 | 1469 | 1892 | 0,200 |
| Neretva | Žitomislići | 5782 | 238 | 41,2 | 1298 | 7506 | 0,181 |
| Bregava | Do | 378 | 18,4 | 48,7 | 1535 | 580 | 0,207 |
| Tihaljina | Klobuk | 461 | 27,4 | 59,4 | 1874 | 864 | 0,270 |
| Trebižat | Humac | 907 | 39,8 | 43,9 | 1384 | 1255 | 0,239 |
| Sturba | Guber | 140 | 3,35 | 23,9 | 755 | 106 | 0,161 |

Dodatne analize podataka na osnovu kojih je proistekla gornja tabela, ukazuju da na teritoriju Bosne i Hercegovine godišnje padne oko 1250 mm padavina, što obzirom na površinu države koja iznosi 51129 km², daje ukupnu zapreminu oborinskih voda od 64x10⁶ m³ vode, odnosno 2030 m³/s. Sa teritorije Bosne i Hercegovine (bez tranzitnih međudržavnih proticaja), otiče 1155 m³/s ili u prosjeku 57 % od ukupno pale količine vode. Međutim, te količine vode nisu ravnomjerno ni prostorno ni vremenski raspoređene.

Oticanje voda u Bosni i Hercegovini vrši se u pravcu crnomorskog sliva sa oko 76 % površine države i u pravcu sliva Jadranskog mora sa oko 24 % površine. Od ukupne količine vode koja otiče sa teritorije Bosne i Hercegovine, 722 m³/s ili 62,5 % otiče rijekom Savom, a 433 m³/s ili 37 % prema Jadranskom moru.

Prostorna neravnomjernost proticaja postaje još izraženija ukoliko se analiziraju uža slivna područja. U tabeli 10.3. je dat pregled prosječnih specifičnih oticanja, sa naznakom prosječnog specifičnog oticanja po stanovniku.

Tabela 10.2. Specifična oticanja prosječnih voda u BiH

| Sliv | Površina sliva (km ²) | Broj stanovnika | Prosječno oticanje | | |
|------------|-----------------------------------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------|
| | | | m ³ /s | l/s/km ² | l/s/stan. |
| Crnomorski | 38 719 | 4 012 266 | 722 | 18 | 0,18 |
| Jadranski | 12 410 | 515 366 | 433 | 35 | 0,84 |
| BiH | 51 129 | 4 527 626 | 1155 | 23 | 0,25 |

Tabela 10.3. Specifična prosječna oticanja za slivne površine glavnih vodotoka u BiH

| Sliv | Površina (km ²) | Broj stanovnika | Prosječno oticanje | |
|-------------|-----------------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| | | | l/s/km ² | l/s/stan. |
| Vrbaš | 6386 | 514 038 | 20 | 0,26 |
| Bosna | 10457 | 1 820 080 | 16 | 0,09 |
| Drina | 7240 | 422 422 | 17 | 0,29 |
| Neretva | 7390 | 436 271 | 40 | 0,90 |
| Trebišnjica | 2720 | | 38 | |

Na osnovu tabele 10.3. uočava se da su najvodniji slivovi rijeka Neretve i Trebišnjice, dok je sliv rijeke Bosne najmanje vodan. Analizirajući raspoložive količine voda u odnosu na broj stanovnika, situacija je najkritičnija u slivu rijeke Bosne. Naime, sliv rijeke Bosne zauzima 20,4 % teritorije države na kome živi 40,2 % od ukupnog broja stanovnika, dok sa tog područja otiče svega 14,1 % od ukupne količine voda. Potpuno drugačiji zaključak se može izvesti za područje slivova rijeka Neretve i Trebišnjice gdje sa 19,8 % teritorije države na kojoj živi 9,6 % od ukupnog broja stanovnika, otiče čak 34,8 % ukupne količine vode.

Za sagledavanje vodnosti Bosne i Hercegovine interesantne su i količine vode koje u ovu državu dotiču iz drugih država. Tako rijekom Savom na teritoriju Bosne i Hercegovine dotiče u prosjeku oko 650 m³/s, a rijekom Drinom oko 290 m³/s.

10.2. HOMOGENOST I CIKLIČNOST GODIŠNJIH PROTICAJA

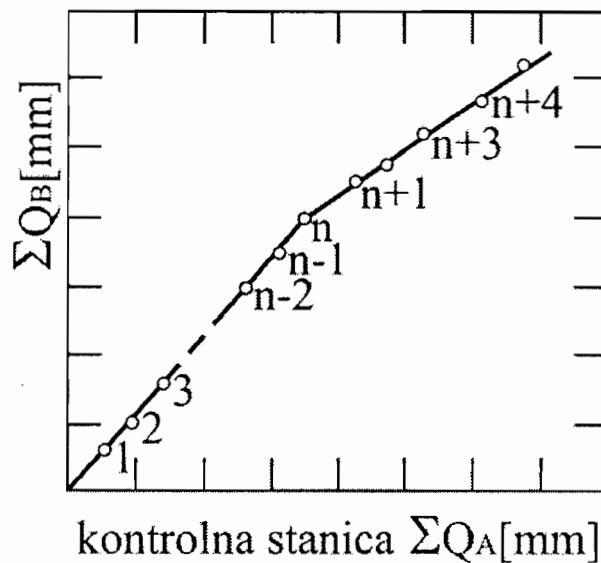
Ako postoje vještačke intervencije u slivu, na vodomjernoj stanici se registruju proticaji koji su modificirani u odnosu na prirodno stanje, što dovodi do tzv. nehomogenosti serija mjesečnih i godišnjih proticaja vode. Do nehomogenosti (inkonsistencije) hidroloških podataka dolazi zbog čestih promjena u prirodi, koje mogu biti vještačke, kao što su izgradnja hidrotehničkih objekata, sječa šuma, isušivanje močvara, isključivanje inundacija i sl., ili prirodne kao što su topljenje glečera, klimatske promjene, šumski požari, naglo odronjavanje zemljišta i dr., ali i kao posljedica sistematskih grešaka prilikom hidroloških mjerenja ili obrade podataka mjerenja. Zbog toga, prije nego što se pristupi određivanju prosječne vrijednosti i ostalih statistika hidroloških serija, neophodno je da se ispita njihova homogenost. Testovi homogenosti omogućuju da se utvrdi da li u ispitivanom uzorku ima statistički značajnih promjena, zbog prirodnih ili vještačkih uzroka /12/.

U principu, ocjena homogenosti vremenskih serija prosječnih voda, sastoji se od analize geneze formiranja riječnog oticanja i otkrivanja promjena do kojih je došlo u prirodi, a koje su prouzrokovale nehomogenost serije. Koriste se statistički kriterijumi homogenosti srednje vrijednosti, disperzije i funkcije raspodjele, sa i bez uključivanja autokorelacionih i kroskorelacionih zavisnosti.

Kada se utvrde razlozi koji su prouzrokovali ili su mogli prouzrokovati promjenu u režimu voda, kao i vrijeme nastanka promjene, raspoloživa serija dijeli se na dvije podserije, i to, prva (obima N_1) do nastanka i druga (obima N_2) poslije nastanka promjene. Testovi homogenosti treba da pokažu da li su promjene u prirodi prouzrokovale da se dvije serije statistički značajno razlikuju, ili je razlika statistički beznačajna, tako da se ustvari radi o jednoj seriji sa istim parametrima i istim funkcijama raspodjele vjerovatnoće. Homogenost raspoložive serije provjerava se, dakle, testiranjem statističke značajnosti razlika srednjih vrijednosti, standardnih devijacija i funkcija raspodjele vjerovatnoće dva uzorka. Pri tome se za testiranje srednje vrijednosti najčešće koriste Studentov t – test i normalizovani z – test, za testiranje standardne devijacije uzorka Fišerov test, dok se za testiranje homogenosti funkcija raspodjele vjerovatnoće dva uzorka koristi test saglasnosti Kolmogorova. Neki od pomenutih testova obrađeni su u okviru poglavlja 8., dok se primjena drugih testova može naći u obimnoj statističkoj literaturi /12/.

Jedna od često korištenih metoda za prethodnu ocjenu homogenosti serije mjesečnih ili godišnjih proticaja vode je metoda dvostruke sumarne linije. Ova metoda se sastoji u poređenju godišnjih (mjesečnih) proticaja vode na analiziranoj stanici (B), sa proticajima u korespondentnim godinama (mjesecima) na jednoj (A)

ili više hidroloških stanica u istoj oblasti. Ako se na dvostrukoj sumarnoj liniji javi prijelom u n -toj godini (mjesecu), to ukazuje da je do promjena koje su uzrok nehomogenosti došlo u n -toj godini (mjesecu) (slika 10.1). Ista metoda se može primijeniti za analizu homogenosti serija godišnjih (mjesečnih) padavina na jednoj kišomjernoj stanici. Statistička analiza omogućuje da se eventualna nehomogenost podataka osmatranja izrazi kvantitativno /12/.



Slika 10.1. Dvostruka sumarna linija godišnjih proticaja vode

Prilikom testiranja homogenosti hidrometeoroloških serija, zatim kod određivanja perioda koji je mjerodavan za proračun prosječnog višegodišnjeg proticaja, korisno je da se izvrši analiza cikličnosti serije godišnjih proticaja vode. Pod terminom «cikličnost» se podrazumijeva zakonomjernost smjenjivanja vlažnih i sušnih godina, pri čemu jedan puni ciklus obuhvata jedan vlažni i jedan sušni period. Za ispitivanje cikličnosti se obično koriste /12/:

1. tehnika pokretnih sredina (prosjeaka), i
2. metoda integralne linije standardizovane promjenljive godišnjeg proticaja.

Pored gornja dva načina, može se izvršiti autokorelaciona i spektralna analiza hronološke serije godišnjih proticaja.

Tehnika pokretnih sredina predstavlja klasičan način za otkrivanje trenda i periodičnosti hronoloških serija. Serija se «gladi» na taj način što se osrednjava (m) prethodnih i (m) narednih vrijednosti u seriji, odnosno ukupno ($2m$) ili ($2m+1$)

Prosječne vode

sukcesivnih članova serije. Tako na primjer, za $m=1$ ($2m+1=3$), i za prva tri člana serije (x_1, x_2, x_3) , srednja vrijednost je

$$x_s = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_i \quad (10.6)$$

pri čemu se x_s nanosi na poziciju (vremensku osu) vrijednosti x_2 . Isto tako, za $m=2$ ($2m+1=5$), biće

$$x_s = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i \quad (10.7)$$

gdje se x_s nanosi na poziciju vrijednosti $x_{2m-1} = x_3$. Daljnjim proračunom sa $m=2$ osrednjavaju se vrijednosti x_i , $i = \overline{(2,6)}$, a x_s se nanosi na poziciju x_4 itd. Na taj način se dobija tzv. prosta šema pokretnih sredina za jednu nezavisnu stohastičku seriju koja omogućuje da se, vizuelno, ocjeni periodičnost, odnosno trend izučavanog niza.

Na slici 10.2/a su pokazane fluktuacije pokretnih sredina godišnjih proticaja rijeke Crnice kod Paraćina (Srbija) za $m=3$ i $m=5$ za period od 1926. do 1977. godine. Na ovoj slici se mogu uočiti ciklusi dužine 18 do 19 godina.

Ako se godišnji proticaji Q standardizuju:

$$z_i = (Q_i - \bar{Q}) / S_Q \quad (10.8)$$

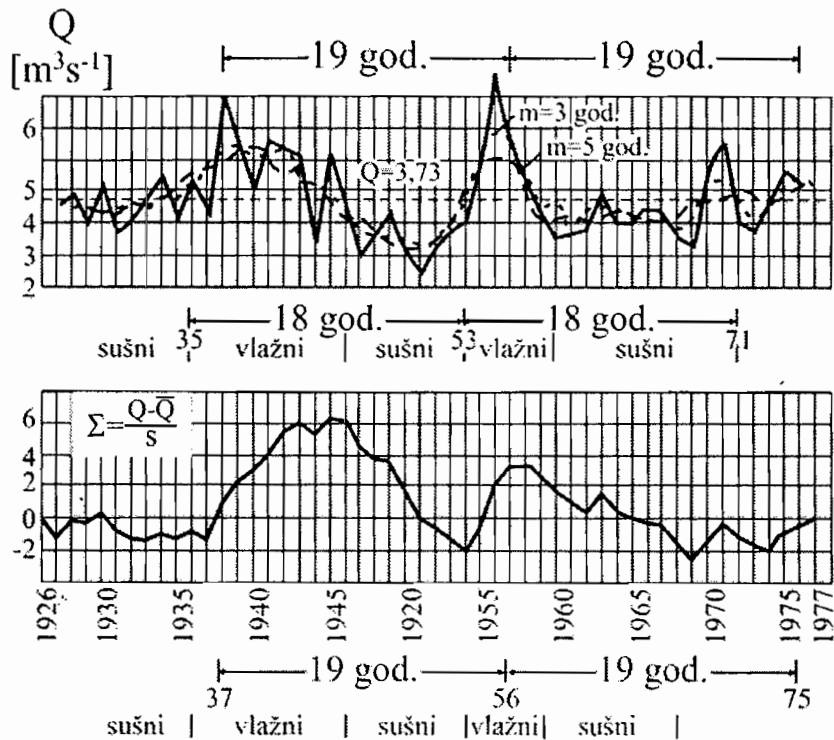
pri čemu je:

$E(z) = 0$; $Var(z) \cong 1$, može se odrediti funkcija

$$\tau(z) = \sum_i z_i \quad (10.9)$$

koja, ako se predstavi grafički, ukazuje na smjenu vlažnih i sušnih godina. Pozitivan prirast funkcije $\tau(z)$ karakteriše vlažni, a negativni prirast sušni period

sa gledišta oticanja vode. Rezultati proračuna pokazani na slici 10.2/b, dovode do sličnih zaključaka kao kod prethodno izvršene analize pomoću tehnike poretnih sredina.



Slika 10.2. Analiza cikličnosti serije godišnjih proticaja vode (r. Crnica-V.S. Paraćin, Srbija), a) Godišnji proticaji i pokretne sredine za $m = 3$ i $m = 5$ godina, b) Integralna linija standardizovane promjenljive godišnjih proticaja /12/

10.3. ANALIZA VJEROVATNOĆE JAVLJANJA GODIŠNJIH I MJESEČNIH PROTICAJA

Za proračun vjerovatnoće pojave mjesečnih i godišnjih vrijednosti proticaja koriste se klasične statističke procedure (vidjeti poglavlje 8). Prvo se ispita homogenost serija. Pod pretpostavkom da je serija homogena, testira se zavisnost članova serije. Za ispitivanje zavisnosti članova serije mogu se koristiti neki od uobičajenih statističkih testova.

Pri statističkoj analizi prosječnih godišnjih i mjesečnih proticaja, analizira se serija prosječnih godišnjih proticaja sračunatih prema jednačini (10.2) ili (10.3) ili serija prosječnih mjesečnih proticaja sračunatih prema jednačini (10.1) (jedan podatak godišnje) tokom višegodišnjeg perioda osmatranja. Uređivanjem ovih podataka po

Prosječne vode

veličini (vidi poglavlje 8) obrazuje se statistički niz realizacija prosječnih godišnjih/mjesečnih proticaja – statistički uzorak, kao:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \dots, \bar{Q}_{i-1}, \bar{Q}_i, \bar{Q}_{i+1}, \dots, \bar{Q}_N \\ \bar{Q}_1 \leq \bar{Q}_2 \leq \dots, \bar{Q}_{i-1} \leq \bar{Q}_i \leq \bar{Q}_{i+1} \leq \dots \leq \bar{Q}_N \end{aligned} \quad (10.10)$$

Cilj analize je da se odredi vjerovatnoća pojave, odnosno funkcija raspodjele vjerovatnoće prosječnih godišnjih proticaja.

To se, kako je to objašnjeno u poglavlju 8., postiže nalaženjem funkcije raspodjele vjerovatnoće:

$$F(Q) = P[Q \leq \bar{Q}], \text{ odnosno funkcije } \Phi(Q) = P[Q \geq \bar{Q}] \quad (10.11)$$

jer je funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$ potpuna karakteristika raspodjele. To znači da se svi rezultati o slučajnoj promjenljivoj (Q) mogu dobiti iz funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$.

Vrijednosti prosječnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja (T) određuju se iz jednačine (detaljnije u poglavlju 8):

$$Q_T = 1 / F(Q) \quad (10.12)$$

Analiza sračunatih prosječnih godišnjih proticaja, za svaku od N godina osmatranja, sastoji se iz slijedećih koraka (svi niže navedeni koraci prikazani su detaljno u poglavlju 8):

- Formiranje statističkog niza i uređenog niza,
- Određuje se empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive – statističkog niza prosječnih godišnjih proticaja (srednja vrijednost, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti itd.),
- Određuju se parametri i vrijednosti izabranih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Statističkim testovima saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće obavlja se konačan izbor teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće,

- Pomoću konačno odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće proračunavaju se vrijednosti prosječnih godišnjih proticaja za karakteristične vjerovatnoće pojave, odnosno povratne periode javljanja,
- Određuju se intervali povjerenja za vrijednosti prosječnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja.

PRIMJER 10.1.

Definirati prosječne godišnje proticaje, uobičajenih povratnih perioda javljanja, rijeke Miljacke na vodomjernoj stanici Sarajevo, za raspoloživi niz podataka o proticajima za period od 1947. do 1976. godine (n = 30 godina), te na dijagramu vjerovatnoće predstaviti empirijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće i odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće.

1. Formiranje statističkog niza. Na osnovu raspoloživog uzorka dnevnih vrijednosti proticaja (koji, zbog obimnosti, ovdje nije priložen) određen je uzorak srednjih godišnjih proticaja (po jedna vrijednost za jednu godinu), koji je predstavljen u tabeli 1.
2. Određuje se empirijska raspodjela vjerovatnoće. Vrijednosti empirijske raspodjele određeni su u koloni 2 tabele 5, za prethodno uređen uzorak slučajne promjenljive predstavljen u koloni 1 tabele 5. Određivanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće detaljno je obrazloženo u poglavlju 8. U istoj tabeli date su i uporedne vrijednosti vjerovatnoća za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće, koje služe za proračun najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće
$$D_n = \max |F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|$$
3. Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive (statistički parametri uzorka) – statističkog niza prosječnih godišnjih proticaja, prema izrazima datim i detaljno obrazloženim u poglavlju 8. Tako sračunate vrijednosti statističkih parametara uzorka, date su u tabeli 2.
4. Određivanje vrijednosti prosječnih godišnjih proticaja za razne vrijednosti vjerovatnoća i povratnih perioda javljanja za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Rezultati su dati u tabeli 3.
5. Izbor konačne teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Kao što je to detaljno obrazloženo u poglavlju 8., za izbor konačne funkcije raspodjele koriste se uobičajeno dva testa saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. U ovom primjeru korišten je samo test Kolmogorova. Test

Prosječne vode

Kolmogorova urađen je tako što je na osnovu prethodno sračunatih najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće $D_n = \max|F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|$, sračunata vrijednost funkcije

$$F(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left[D_n \leq \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \right].$$

Ona funkcija koja ima manju vrijednost $F(\lambda)$,

odnosno veću vrijednost $[1 - F(\lambda)]$, ima bolje prilagođavanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće teorijskoj raspodjeli. Vrijednosti $[1 - F(\lambda)]$ za računatu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće, date su u tabeli 4. Obzirom da je vrijednost $[1 - F(\lambda)]$ najveća za Pearson 3 teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće, to je ona i odabrana kao konačna.

6. Konačno, odabrana teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće (Pearson 3) i odgovarajuća empirijska funkcija, prikazani su grafički na slici 1.
7. Za konačno odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće (Pearson 3), određen je 95 % interval povjerenja funkcije raspodjele vjerovatnoće, odnosno donja i gornja granica 95 % intervala povjerenja prikazane u tabeli 6. Pomenute granice, takođe su i grafički prikazane na slici 1.

*Tabela 1. Uzorak prosječnih godišnjih proticaja
Rijeke Miljacke na V.S. Sarajevo*

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Godina | 1947 | 1948 | 1949 | 1950 | 1951 | 1952 | 1953 | 1954 | 1955 | 1956 |
| \bar{Q} (m ³ /s) | 3,59 | 4,78 | 4,75 | 3,98 | 4,42 | 6,17 | 3,99 | 5,36 | 8,68 | 5,79 |
| Godina | 1957 | 1958 | 1959 | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 |
| \bar{Q} (m ³ /s) | 4,92 | 5,71 | 7,48 | 4,48 | 3,97 | 6,26 | 5,81 | 6,45 | 6,68 | 6,44 |
| Godina | 1967 | 1968 | 1969 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 |
| \bar{Q} (m ³ /s) | 5,70 | 6,96 | 6,96 | 7,90 | 4,90 | 3,64 | 3,42 | 4,95 | 4,09 | 5,24 |

Tabela 2. Statistički parametri uzorka

| Parametar | Originalni uzorak | Logaritamski uzorak |
|------------------------------|-------------------|---------------------|
| Broj članova uzorka N | 30 | 30 |
| Srednja vrijednost \bar{Q} | 5,45 | 0,723 |
| Standardna devijacija S_Q | 1,35 | 0,107 |
| Koeficijent varijacije c_v | 0,248 | 0,148 |
| Koeficijent asimetrije c_s | 0,488 | 0,034 |

Tabela 3.

| Povratni period javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \leq \bar{Q}]$ (%) | Vrijednost proticaja \bar{Q} u (m ³ /s) po teorijskoj funkciji vjerovatnoće | | | | |
|--|--------------------------------------|--|--------|---------|-------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| 1000 | 0,1 | 1,26 | 2,46 | 2,17 | 2,49 | 2,80 |
| 100 | 1,0 | 2,30 | 2,97 | 2,79 | 2,99 | 3,23 |
| 20 | 5,0 | 3,22 | 3,52 | 3,42 | 3,53 | 3,68 |
| 10 | 10,0 | 3,71 | 3,85 | 3,80 | 3,86 | 3,96 |
| 5 | 20,0 | 4,31 | 4,30 | 4,29 | 4,29 | 4,34 |
| 2 | 50,0 | 5,45 | 5,29 | 5,34 | 5,28 | 5,23 |
| 1,25 | 80,0 | 6,59 | 6,52 | 6,54 | 6,51 | 6,42 |
| 1,11 | 90,0 | 7,18 | 7,26 | 7,24 | 7,27 | 7,22 |
| 1,05 | 95,0 | 7,68 | 7,95 | 7,85 | 7,97 | 7,98 |
| 1,04 | 96,0 | 7,82 | 8,16 | 8,03 | 8,18 | 8,22 |
| 1,02 | 98,0 | 8,23 | 8,79 | 8,57 | 8,83 | 8,96 |
| 1,01 | 99,0 | 8,60 | 9,41 | 9,08 | 9,47 | 9,70 |
| 1,00 | 99,5 | 8,94 | 10,01 | 9,56 | 10,09 | 10,43 |
| 1,00 | 99,8 | 9,35 | 10,79 | 10,16 | 10,90 | 11,40 |
| 1,00 | 99,9 | 9,63 | 11,37 | 10,60 | 11,50 | 12,14 |
| 1,00 | 99,98 | 10,24 | 12,71 | 11,57 | 12,91 | 13,84 |
| 1,00 | 99,99 | 10,48 | 13,28 | 11,98 | 13,52 | 14,57 |

Tabela 4.

| Teorijska funkcija raspodjele | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
|-------------------------------|-------|--------|---------|-------------|--------|
| $[1 - F(\lambda)]$ | 94,35 | 99,55 | 99,84 | 99,55 | 94,97 |

Tabela 5.

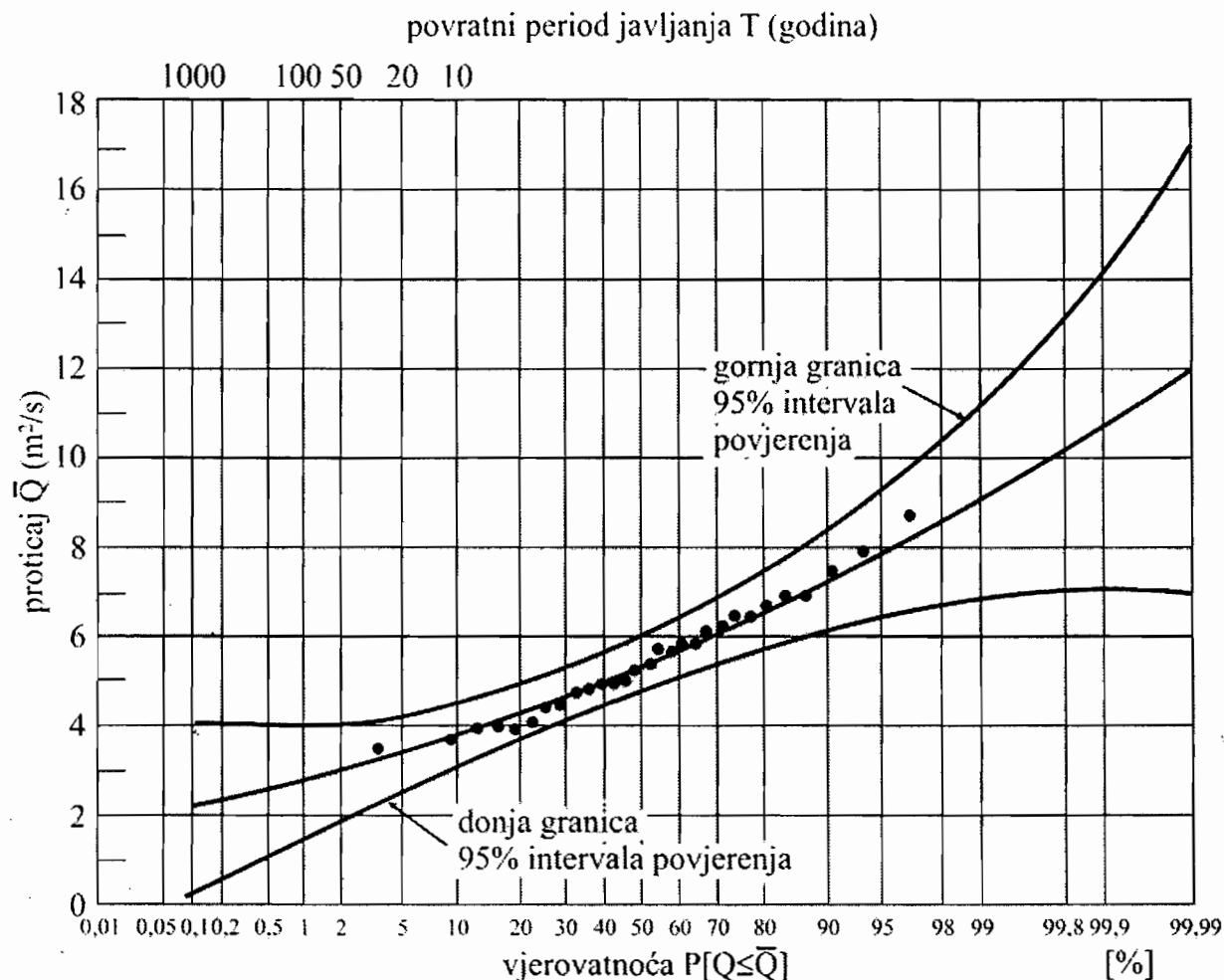
| Proticaj \bar{Q} (m ³ /s) ↑ | Empirijska vjerovatnoća $F_e = P[Q \leq \bar{Q}] =$ $= \frac{m}{N+1} \cdot 100$ (%) | Vjerovatnoća po teorijskoj funkciji raspodjele (%) | | | | |
|---|---|--|--------|---------|-------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 3,42 | 3,23 | 6,72 | 3,80 | 4,90 | 3,70 | 2,16 |
| 3,59 | 6,45 | 8,58 | 5,84 | 6,95 | 5,74 | 3,82 |
| 3,64 | 9,68 | 9,19 | 6,56 | 7,64 | 6,46 | 4,44 |
| 3,97 | 12,90 | 13,87 | 12,45 | 13,16 | 12,41 | 10,25 |
| 3,98 | 16,13 | 14,03 | 12,66 | 13,35 | 12,62 | 10,47 |
| 3,99 | 19,35 | 14,19 | 12,86 | 13,54 | 12,83 | 10,69 |
| 4,09 | 22,58 | 15,86 | 15,03 | 15,54 | 15,02 | 13,09 |
| 4,42 | 25,81 | 22,25 | 23,24 | 23,10 | 23,32 | 22,59 |
| 4,48 | 29,03 | 23,56 | 24,91 | 24,63 | 25,01 | 24,52 |
| 4,75 | 32,26 | 30,08 | 33,01 | 32,17 | 33,18 | 33,67 |
| 4,78 | 35,48 | 30,87 | 33,96 | 33,06 | 34,14 | 34,71 |
| 4,90 | 38,71 | 34,13 | 37,82 | 36,70 | 38,02 | 38,89 |
| 4,92 | 41,94 | 34,68 | 38,47 | 37,32 | 38,67 | 39,58 |
| 4,95 | 45,16 | 35,53 | 39,44 | 38,24 | 39,65 | 40,62 |
| 5,24 | 48,39 | 44,05 | 48,76 | 47,28 | 48,99 | 50,43 |
| 5,36 | 51,61 | 47,66 | 51,82 | 50,30 | 47,89 | 54,28 |
| 5,70 | 54,84 | 57,21 | 61,86 | 60,37 | 57,43 | 64,22 |
| 5,71 | 58,06 | 57,51 | 62,14 | 60,66 | 57,73 | 64,49 |
| 5,79 | 61,29 | 59,89 | 64,32 | 62,91 | 60,10 | 66,59 |
| 5,81 | 64,52 | 60,48 | 64,86 | 63,46 | 60,69 | 67,10 |
| 6,17 | 67,74 | 70,49 | 73,49 | 72,52 | 70,63 | 75,29 |
| 6,26 | 70,97 | 72,74 | 75,35 | 74,51 | 72,87 | 77,06 |
| 6,44 | 74,19 | 76,93 | 78,75 | 78,15 | 77,01 | 80,27 |

Nastavak tebele 5.

| | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 6,45 | 77,42 | 77,15 | 78,92 | 78,34 | 77,22 | 80,44 |
| 6,68 | 80,65 | 81,82 | 82,66 | 82,36 | 81,85 | 83,94 |
| 6,96 | 83,87 | 86,64 | 86,48 | 86,49 | 86,61 | 87,43 |
| 6,96 | 87,10 | 86,64 | 86,48 | 86,49 | 86,61 | 87,43 |
| 7,48 | 90,32 | 93,30 | 91,84 | 92,28 | 93,20 | 92,12 |
| 7,90 | 93,55 | 96,59 | 94,79 | 95,38 | 96,49 | 94,63 |
| 8,68 | 96,77 | 99,14 | 97,83 | 98,34 | 99,09 | 97,40 |

Tabela 6.

| Povratni peroid javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \leq \bar{Q}]$ (%) | Vrijednost proticaja \bar{Q} u (m ³ /s) za 95 % granice intervala povjerenja i teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće | | | | | |
|---|--|--|-------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| | | Pearson | | Log-Pearson | | Galton | |
| | | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 1000 | 0,1 | 0,28 | 4,06 | 2,02 | 2,96 | 1,91 | 3,17 |
| 100 | 1,0 | 1,62 | 3,95 | 2,64 | 3,35 | 2,43 | 3,64 |
| 20 | 5,0 | 2,68 | 4,17 | 3,26 | 3,80 | 3,00 | 4,14 |
| 10 | 10,0 | 3,16 | 4,44 | 3,62 | 4,09 | 3,34 | 4,44 |
| 5 | 20,0 | 3,69 | 4,89 | 4,07 | 4,52 | 3,80 | 4,85 |
| 2 | 50,0 | 4,70 | 5,98 | 5,02 | 5,54 | 4,76 | 5,88 |
| 1,25 | 80,0 | 5,78 | 7,31 | 6,16 | 6,86 | 5,77 | 7,36 |
| 1,11 | 90,0 | 6,26 | 8,22 | 6,81 | 7,73 | 6,30 | 8,37 |
| 1,05 | 95,0 | 6,58 | 9,12 | 7,34 | 8,59 | 6,76 | 9,34 |
| 1,04 | 96,0 | 6,66 | 9,40 | 7,50 | 8,87 | 6,90 | 9,65 |
| 1,02 | 98,0 | 6,84 | 10,30 | 7,93 | 9,74 | 7,31 | 10,59 |
| 1,01 | 99,0 | 6,96 | 11,19 | 8,30 | 10,63 | 7,68 | 11,52 |
| 1,00 | 99,5 | 7,04 | 12,08 | 8,63 | 11,55 | 8,04 | 12,45 |
| 1,00 | 99,8 | 7,08 | 13,25 | 8,99 | 12,80 | 8,50 | 13,69 |
| 1,00 | 99,9 | 7,08 | 14,13 | 9,22 | 13,79 | 8,83 | 14,63 |
| 1,00 | 99,98 | 6,99 | 16,16 | 9,63 | 16,20 | 9,57 | 16,87 |
| 1,00 | 99,99 | 6,92 | 17,04 | 9,75 | 17,29 | 9,88 | 17,85 |



Slika 1. Grafički prikaz Pearson 3 funkcije raspodjele vjerovatnoće i odgovarajućeg 95% intervala povjerenja, za prosječne godišnje proticaje rijeke Miljacke na V.S. Sarajevo (1947-1976 godina)

10.4. RASPODJELA OTICANJA UNUTAR GODINE

Kada se posmatra smjena velikih i malih voda u toku godine za niz osmatranih godina, uočava se izvjesna opšta pravilnost u pojavi voda u pojedinim sezonama i jaka promjenljivost pojave najviših voda u toku sezona. Ako se značajan procenat padavina događa u vidu snijega, jasno su istaknute proljetne velike vode od topljenja snijega i od kiša, a kada padaju samo kiše, u toj sezoni se javlja više talasa velikih voda jedan za drugim.

Moglo bi se konstatovati da se najosnovnije karakteristike režima oticanja mogu sagledati iz grafičkog prikaza raspodjele mjesečnih proticaja. Grafički pokazatelji

unutar godišnjeg režima voda prikazuje se uglavnom u vidu histograma prosječnih višegodišnjih vrijednosti srednjih mjesečnih proticaja ili preko odgovarajućih vrijednosti modulnih koeficijenata:

$$K_i = \bar{Q}_i / \bar{Q}_{vg} \quad (10.13)$$

gdje je \bar{Q}_i prosječni višegodišnji proticaj i – tog mjeseca, a \bar{Q}_{vg} prosječni višegodišnji proticaj.

Na osnovu tih prikaza, donosi se odgovarajući sud o karakteristikama unutar godišnjeg režima pojedinih vodnih tokova, i vrši njihovo razvrstavanje u određene tipove, odnosno međukategorije, o čemu će biti riječi u nastavku ovog poglavlja.

Međutim, treba napomenuti da histogrami srednjih mjesečnih proticaja, ili odgovarajući modulni koeficijenti, zapravo ne predstavljaju najpogodniju formu za klasifikaciju unutar godišnjeg režima proticaja vode, pošto samo oni ne pokazuju varijabilnost mjesečnih proticaja u pojedinim godinama. Ovo se naročito odnosi na slivove koji su pod uticajem kontinentalnog režima padavina, gdje jesenji maksimum može biti veoma izražen, ali može i potpuno da izostane. U tu svrhu, koriste se druge procedure određivanja karaktera unutar godišnjeg režima proticaja koje vode računa o stohastičkom karakteru serija srednjih mjesečnih proticaja. Naime, razmatrana procedura poštuje i odslikava različite karaktere raspodjele voda višegodišnjeg perioda pojavljivanja vlažnih i sušnih godina. Detaljnije o pomenutim procedurama može se vidjeti u odgovarajućoj hidrološkoj literaturi.

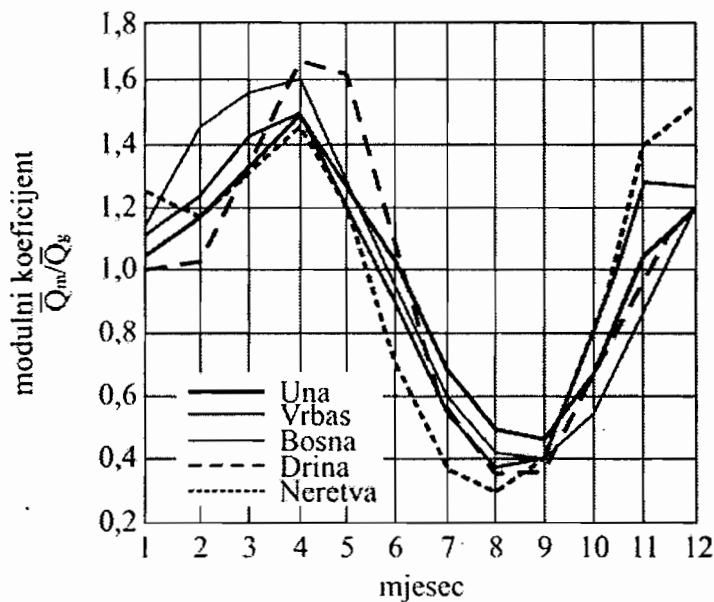
U svrhu ilustracije, u tabeli 10.4 pokazane su vrijednosti prosječnih godišnjih i mjesečnih proticaja sa odgovarajućim modulima K , za neke odabrane vodotoke u Bosni i Hercegovini.

Tabela 10.4. Prosječni mjesečni i godišnji proticaji vode (m^3/s) za neke odabrane stanice u Bosni i Hercegovini

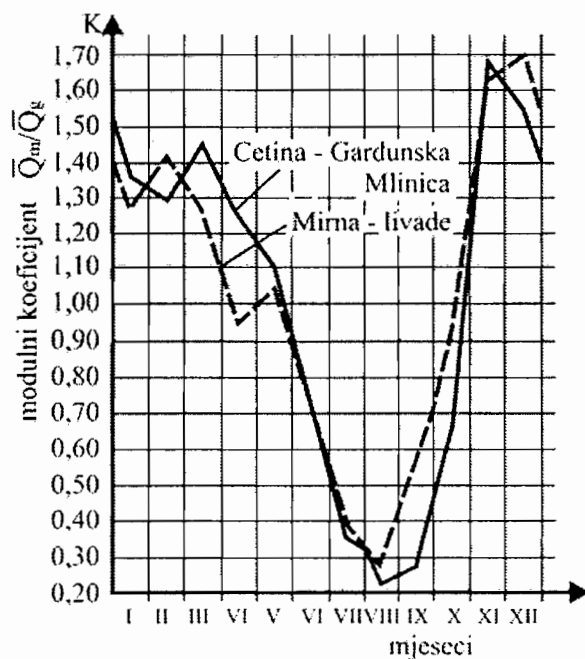
| Rijeka-stanica | | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | God. |
|----------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Una-Kostajnica | Q | 261 | 290 | 335 | 351 | 277 | 209 | 128 | 88,1 | 95,4 | 176 | 305 | 300 | 234 |
| | K | 1,11 | 1,24 | 1,43 | 1,50 | 1,18 | 08,9 | 0,55 | 0,37 | 0,40 | 0,75 | 1,30 | 1,28 | |
| Sana-Prijedor | Q | 87,1 | 103 | 122 | 131 | 99,3 | 71,9 | 40,1 | 27,4 | 28,6 | 60,2 | 103 | 102 | 81,3 |
| | K | 1,07 | 1,26 | 1,50 | 1,62 | 1,22 | 0,88 | 0,49 | 0,34 | 0,35 | 0,74 | 1,27 | 1,26 | |
| Vrba-Delibašino Selo | Q | 125 | 135 | 159 | 178 | 151 | 121 | 81,0 | 58,0 | 55,0 | 82,0 | 124 | 139 | 117 |
| | K | 1,06 | 1,15 | 1,36 | 1,52 | 1,29 | 1,03 | 0,69 | 0,49 | 0,47 | 0,70 | 1,06 | 1,19 | |
| Ukrina-Derventa | Q | 22,3 | 30,0 | 29,2 | 24,2 | 16,0 | 15,6 | 8,52 | 6,70 | 5,53 | 12,3 | 19,0 | 20,6 | 17,4 |
| | K | 1,28 | 1,72 | 1,68 | 1,39 | 0,92 | 0,89 | 0,49 | 0,38 | 0,32 | 0,71 | 1,09 | 1,18 | |
| Bosna-Modriča | Q | 202 | 262 | 280 | 287 | 230 | 168 | 108 | 73,5 | 71,7 | 97,1 | 152 | 212 | 178 |
| | K | 1,13 | 1,47 | 1,57 | 1,61 | 1,29 | 0,94 | 0,61 | 0,41 | 0,40 | 0,54 | 0,85 | 1,19 | |
| Drina-Zvornik | Q | 387 | 398 | 518 | 651 | 631 | 376 | 215 | 135 | 139 | 255 | 467 | 472 | 387 |
| | K | 1,00 | 1,03 | 1,34 | 1,68 | 1,63 | 0,97 | 0,56 | 0,35 | 0,36 | 0,66 | 1,21 | 1,22 | |
| Neratva-Žitomislići | Q | 299 | 280 | 304 | 350 | 307 | 171 | 90 | 68,6 | 92,6 | 186 | 339 | 368 | 238 |
| | K | 1,25 | 1,17 | 1,28 | 1,47 | 1,29 | 0,72 | 0,38 | 0,29 | 0,39 | 0,78 | 1,42 | 1,54 | |
| Trebižat-Humac | Q | 70,0 | 64,5 | 38,6 | 45,6 | 33,7 | 21,1 | 11,6 | 8,07 | 10,0 | 23,7 | 57,8 | 73,7 | 39,8 |
| | K | 1,76 | 1,62 | 1,47 | 1,14 | 0,85 | 0,53 | 0,29 | 0,20 | 0,25 | 0,59 | 1,45 | 1,85 | |
| Sturba-Gubcr | Q | 7,14 | 6,84 | 6,92 | 7,11 | 5,35 | 3,23 | 2,57 | 1,84 | 2,11 | 4,02 | 7,12 | 9,37 | 5,35 |
| | K | 1,33 | 1,28 | 1,29 | 1,33 | 1,00 | 0,71 | 0,48 | 0,34 | 0,39 | 0,75 | 1,33 | 1,75 | |

Na slici 10.3 su pokazani histogrami modulnih koeficijenata proticaja za nekoliko vodotoka u Bosni i Hercegovini. Kako klimom naše zemlje uglavnom dominiraju dva tipa padavina i temperatura, a osim toga su prisutni i planinski regioni na kojima se u zimskoj sezoni snjegovi naizmjenično akumuliraju i tope, a sve je to praćeno kišnim padavinama, naročito u nižim dijelovima sliva, u Bosni i Hercegovini se uglavnom sreću režimi snježno-kišnog tipa (rijeke planinskih masiva) do kišno-snježnog tipa (ravničarske rijeke). O tipovima režima voda u nastavku ovog poglavlja. Jadranski priobalni pojas pripada maritimnom režimu padavina, gdje se najveće padavine javljaju u zimskom periodu godine (novembar-januar). Rijeke u tome pojasu imaju maksimalne proticaje u decembru a minimalne u avgustu (slika 10.4). Rijeka Sava ima uglavnom snježno-kišni režim sa obilnim vodama u proljeće usljed topljenja snjegova i od proljetnih kiša, sa izraženim

minimumom u augustu i septembru, i jako neujednačenim (po vremenu pojave i po veličini) jesenjim maksimumom.



Slika 10.3 Histogrami modulnih koeficijenta proticaja za nekoliko karakterističnih vodotoka u Bosni i Hercegovini



Slika 10.4 Histogram modulnih koeficijenata proticaja za dva vodotoka iz sliva Jadranskog mora

Prosječne vode

Treba napomenuti, da histogrami prosječnih mjesečnih proticaja ne predstavljaju najpogodniju podlogu za klasifikaciju režima vode, zbog toga što prosječni proticaji ne daju ideju o varijabilnosti mjesečnih proticaja u pojedinim godinama /10/. Ovo se naročito odnosi na jesenje proticaje slivova koji su pod uticajem kontinentalnog režima padavina, gdje jesenji maksimum može biti veoma izražen, ali može i da potpuno izostane. Iz tabele 10.5 se vidi da koeficijent varijacije mjesečnih proticaja u jesenjim mjesecima imaju veće vrijednosti nego u mjesecima preostalog dijela godine.

Tabela 10.5. Pregled koeficijenata varijacije mjesečnih proticaja za nekoliko vodotoka sa prostora bivše Jugoslavije /12/

| Rijeka – V. stanica Površina sliva (km ²) | Period obrade | Koeficijent varijacije Cv | | | | | | | | | | | | God. |
|--|------------------|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| Lim – Brodarevo 2762 | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1978 | 0,59 | 0,57 | 0,32 | 0,31 | 0,31 | 0,30 | 0,36 | 0,43 | 0,66 | 0,99 | 0,56 | 0,53 | 0,19 |
| Drina – Zvornik 17375 | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1978 | 0,57 | 0,53 | 0,34 | 0,32 | 0,34 | 0,30 | 0,36 | 0,48 | 0,58 | 0,86 | 0,54 | 0,50 | 0,21 |
| V. Morava -Lj.Most 37320 | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1978 | 0,60 | 0,62 | 0,44 | 0,53 | 0,55 | 0,52 | 0,49 | 0,74 | 0,61 | 1,02 | 0,81 | 0,75 | 0,29 |
| J. Morava – Mojsinje 15390 | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1978 | 0,80 | 0,71 | 0,58 | 0,58 | 0,60 | 0,72 | 0,52 | 0,63 | 0,69 | 1,16 | 0,84 | 0,84 | 0,33 |
| Z. Morava – Jasika 14720 | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1978 | 0,55 | 0,56 | 0,40 | 0,52 | 0,59 | 0,51 | 0,59 | 0,99 | 0,82 | 1,06 | 0,86 | 0,73 | 0,33 |
| Cetina – G. Mlinica | 1946 | | | | | | | | | | | | | |
| | – 1982 | 0,46 | 0,41 | 0,44 | 0,42 | 0,50 | 0,44 | 0,47 | 0,47 | 0,53 | 0,61 | 0,43 | 0,53 | 0,49 |

Svođenjem hidrograma na modulne koeficijente $K_i = Q_i / \bar{Q}$ ili na specifične izdašnosti sliva $q = Q / F_{sl}$ (l/s/km²), mogu se upoređivati vode različitih tokova, ili vode iste rijeke na raznim mjestima. Osnovna osobina hidrograma je da se nikad ne ponavljaju u istom obliku. Praktično se ne sreću dvije godine koje imaju isti ili približno isti hidrogram. Velike razlike se javljaju kako u srednjim vrijednostima tako i u ekstremima. Iz ovog razloga mogu osmatrane vrijednosti kraćeg perioda znatno odstupati od prosječnih vrijednosti iz dužeg perioda osmatranja.

Za prosječno oticanje je karakteristična i vremenska neravnomjernost koja se može izraziti preko koeficijenta varijacije godišnjih oticanja (odnos standardne devijacije i višegodišnjeg prosjeka).

Tako na primjer, analize koeficijenta varijacije godišnjih oticanja za karakteristične vodotoke na teritoriju Bosne i Hercegovine (tabela 10.6), su pokazale da je koeficijent varijacije manje-više konstantan i iznosi oko 20 %, a varira u relativno uskim granicama od 0,173 za vodotoke u slivu rijeke Vrbas i 0,186 za vodotoke u području krša do 0,238 za vodotoke u slivu rijeke Bosne. Ovo praktično znači da će prosječni proticaj u vodotocima Bosne i Hercegovine spasti ispod 60 % od očekivanog proticaja u prosjeku jednom u 40 godina, a čak iznosi 40 % od očekivanog proticaja u prosjeku jednom u 200 godina. Ovaj odnos na pojedinim vodotocima (u slivu rijeke Bosne i drugim) može biti još nepovoljniji.

Tabela 10.6. Vrijednosti koeficijenta varijacije godišnjih oticanja za karakteristične tokove u Bosni i Hercegovini

| Vodotok | Koeficijent varijacije Cv |
|---------------------------|---------------------------|
| Una | 0,190 |
| Vrbas | 0,173 |
| Bosna | 0,238 |
| Drina | 0,192 |
| Vodotoci na Području krša | 0,186 |
| Bosna i Hercegovina | 0,197 |

Uobičajeno je da se vrši klasifikacija rijeka u tipove prema sezonskim fluktuacijama voda. Jedan od prvih istraživača koji je sistematski ispitivao sezonske fluktuacije proticaja rijeka je francuski hidrolog Parde /10/. On je klasifikovao rijeke obzirom na raspodjelu oticanja tokom godine, vodeći pri tome računa o klimatskim faktorima koji utiču na oticanje. Parde sve režime rijeka svrstava u tri tipa /10/:

1. jednostavni tipovi,
2. složeni tipovi prvog reda,
3. složeni tipovi drugog reda.

Jednostavni režim imaju rijeke kod kojih postoje samo dvije izražene sezone: sezona bogata i sezona siromašna vodom. Ovdje na oticanje utiče jedan od dva dominantna klimatska faktora: temperature ili kišne padavine. U prvom slučaju se

Prosječne vode

javljaju lednički, snježni planinski i snježni ravničarski tip, a u drugom kišni tropski, kišni okeanski i kišni mediteranski (primorski) režim oticanja.

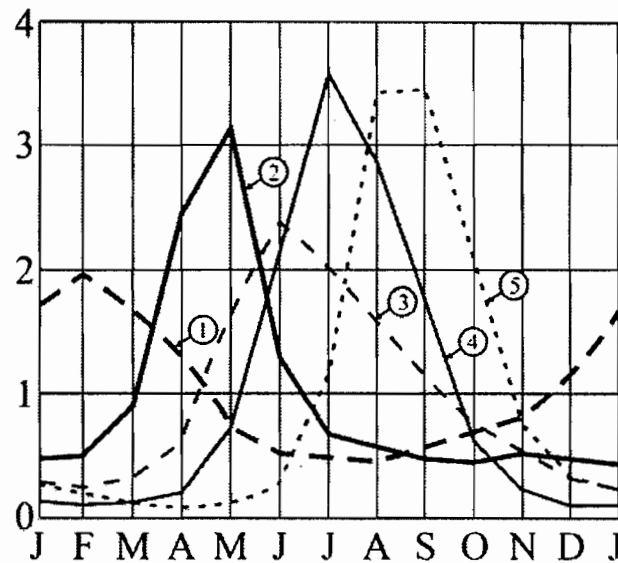
Složene tipove predstavljaju rijeke kod kojih su režimi voda posljedica kombinovanog dejstva dva ili više načina hranjenja vodom (na primjer jesenjske kiše i proljetnje topljenje snijega), i najčešće se sastoje od najmanje četiri ili rijeđe šest hidroloških sezona (2 do 3 maksimuma i toliko minimuma).

U složene tipove prvog reda spadaju prelazni snježni tip, snježno kišni tip, kišni režim sa dvije sezone velikih voda. Tu ulaze uglavnom rijeke kraće dužine, kod kojih je složeni režim posljedica klimatskih prilika koje se na cijelom slivu jednako javljaju.

U složene tipove drugoga reda Parde ubraja duže rijeke koje u uzvodnom dijelu imaju prostije režime voda ili složene tipove prvog reda, pa kako se ide nizvodno i povećava sliv, razni uticaji mijenjaju režim, često sa potpunom inverzijom najvećih i najmanjih proticaja. Složene tipove drugog reda uglavnom čine rijeke sa raznim klimatskim uticajima: na primjer, kod rijeke Dunav se duž toka mijenja režim voda, počev od uzvodnog, pretežno ledničkog uticaja, pa do ispod ušća velikih rijeka (Drava, Tisa, Sava, Morava) koje u znatnoj mjeri mijenjaju režim Dunava (slika 10.6).

Za diskusiju je da li hidrogram prosječnih mjesečnih proticaja može biti pouzdana podloga za klasifikaciju režima voda i tipova rijeka, upravo radi ublažavanja prosječnih proticaja usljed neredovne pojave većih i manjih mjesečnih proticaja iz godine u godinu.

Jednostavni tipovi. Od izrazitih tipova ovdje ulaze: lednički, kišni okeanski (ili kišni mediteranski, odnosno primorski), kišni tropski, snježno planinski i snježni ravničarski (slika 10.5). Svi oni imaju maksimum voda koji se javlja obično od januara do juna, i jedan minimum koji pada, najčešće od augusta do februara, već prema osnovnim klimatskim karakteristikama sliva.



Slika 10.5 . Jednostavni režimi voda: (1) Kišni okeanski (Sena-Pariz), (2) Snježno ravničarski (Dnjepar-Kamenka), (3) Snježno planinski (Rajna-Felsberg), (4) Lednički (Rona-Gleč) i (5) Kišno-tropski (Plavi Nil-Kartum) /10/

Osnovne karakteristike ledničkog režima su: male vode padaju u zimu; najveće vode u ljeto (juli ili august); jako izražene razlike velikih i malih voda; velika pravilnost u pojavi velikih i malih voda iz godine u godinu.

Kišni okeanski ili kišni primorski režim ima suprotne karakteristike od prethodnog režima. Male vode javljaju se ljeti (august-septembar), a velike vode zimi (februar-mart).

Snježno planinski režim ima velike vode u toploj sezoni (maj-juni), a male vode zimi. Minimalne vode su manje izražene zbog ranijeg početka topljenja snjegova u poređenju sa kasnijim topljenjem ledenika.

Snježno ravničarski režim ima izraziti maksimum u proljeće, usljed topljenja snjegova i leda na zaleđenim ravničarskim rijekama malog pada. Voda dolazi naglo, jer se snijeg odjednom topi zbog malih visinskih razlika u slivu, za razliku od planinskog režima gdje se snijeg obično topi po visinskim zonama. Najveće vode bivaju od aprila do juna, što zavisi uglavnom od geografske širine na kojoj se nalazi sliv.

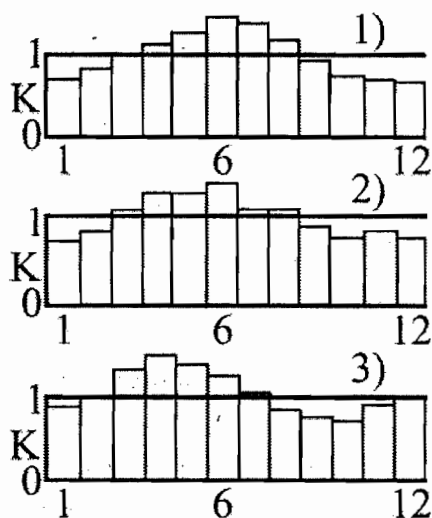
U Bosni i Hercegovini nema izrazitih jednostavnih režima.

Složeni tipovi. U složene režime prvog reda Parde ubraja: prelazni snježni tip, snježno-kišni tip, kišno-snježni tip, kišni režim sa dvije sezone velikih voda, režimi voda sa više od dva maksimuma. Veći ili manji uticaj snijega, ili veći ili manji uticaj režima kiša omogućavaju da se klasificiraju režimi u gornje tipove pomoću modulnih koeficijenata prosječnih mjesečnih proticaja. U Bosni i Hercegovini

Prosječne vode

preovladavaju uglavnom režimi od snježno-kišnog tipa (najveći dio rijeka) do kišno-snježnog tipa. To je uglavnom rezultat klime Bosne i Hercegovine u kojoj dominiraju dva tipa padavina i temperatura, primorski i kontinentalni, a osim toga postoji i uticaj dosta visokih i brojnih planina sa snjegovima, koji uslovljavaju gornje režime. Na slici 10.3 dati su za više rijeka u Bosni i Hercegovini hidrogrami prosječnih mjesečnih proticaja u modulnim koeficijentima iz kojih se uočava vrlo velika sličnost režima voda.

Složene tipove drugog reda čine rijeke sa raznim klimatskim uticajima kao kod rijeke Dunav (slika 10.6), kod koga se duž toka mijenja režim voda, počev od uzvodnog pretežno ledničkog uticaja, pa do ispod ušća velikih rijeka kao što su Drava, Tisa, Sava i Morava, koje mu u znatnoj mjeri mijenjaju režim. Kako su svi varijeteti mogući, to je vrlo nesigurna kategorizacija rijeka složenog režima, jer postoje mnogi prelazni vidovi.



Slika 10.6. Raspodjela oticanja vode tokom godine duž toka Dunava (na ordinatu su nanijeti modulni koeficijenti mjesečnih proticaja): 1) Linc, 2) Bogojevo i 3) Pančevo

10.5. PROSJEČNA LINIJA TRAJANJA DNEVNIH PROTICAJA

Jednu od važnih osobina režima voda predstavlja učestalost i trajanje proticaja u toku godine. Što je linija trajanja ravnomjernija (odnosno, što su manje razlike između visokih i niskih proticaja), to su povoljniji uslovi za korišćenje vode posmatrane rijeke (bilo da je u pitanju neposredno zahvatanje protočnih voda, bilo da se radi o izravnavanju voda u sezonskoj akumulaciji).

Konstrukcija linije trajanja detaljno je razmatrana u poglavlju 4.10.

Prilikom grafičke predstave linije trajanja, na ordinatu se, umjesto proticaja, mogu nanositi i modulni koeficijenti K ($K_i = Q_i / \bar{Q}$). Ako se dalje, kumulativna frekvencija (%) modulnih koeficijenata (ili apsolutnih vrijednosti proticaja) nanosi na papir log-normalne vjerovatnoće, dobija se grafik koji je pogodniji za analize od grafikona sa aritmetičkim podjelama na ordinati i apcisi (vidi sliku 10.7). Ako je na papiru logaritmi-vjerovatnoća kriva trajanja predstavljena približno pravom linijom, u pitanju je normalna raspodjela vjerovatnoće. U tom slučaju se kao parametar linije trajanja koristi indeks varijabiliteta I_v koji karakteriše nagib ove linije. Indeks I_v se izračunava na slijedeći način /12/:

$$I_v = \log K_1 - \log K_2 \quad (10.14)$$

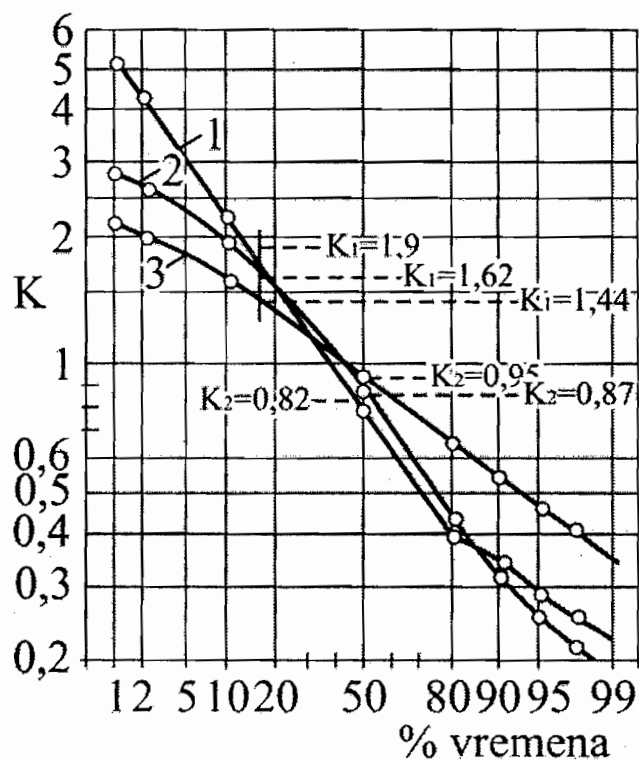
gdje je K_1 vrijednost modulnog koeficijenta koja odgovara trajanju (vjerovatnoći) od 15,87 % (odnosno vrijednosti standardizovane promjenljive $z=-1$) a K_2 vrijednost za K koja odgovara trajanju od 50 % ($z=0$) (medijana). Opisana procedura je primjenjiva za prosječne linije trajanja mnogih rijeka.

Za profil rijeke na kome nema mjerenja ili je broj godina osmatranja nedovoljan da se pouzdano utvrdi prosječna linija trajanja protoka, do ove krive se može doći metodama hidrološke analogije. Ako se profil (A) na kome nisu vršena osmatranja nalazi na toku na kome (uzvodno ili nizvodno) postoji hidrološka stanica (B) za koju je na osnovu dugogodišnjeg osmatranja izrađena (pouzdana) linija trajanja, polazi se od pretpostavke da je karakter ove krive na obje stanice isti (odnosno da linije trajanja modulnih koeficijenata K_i na stanicama A i B imaju isti oblik). Ako je na neki način na stanici A određen prosječni višegodišnji proticaj \bar{Q}_A , ordinate linije trajanja proticaja za ovu stanicu (Q_{Ai}) se određuju kao proizvod $K_{Bi} \cdot \bar{Q}_A = Q_{Ai}$, gdje ordinata K_{Bi} odgovara vremenu t_i .

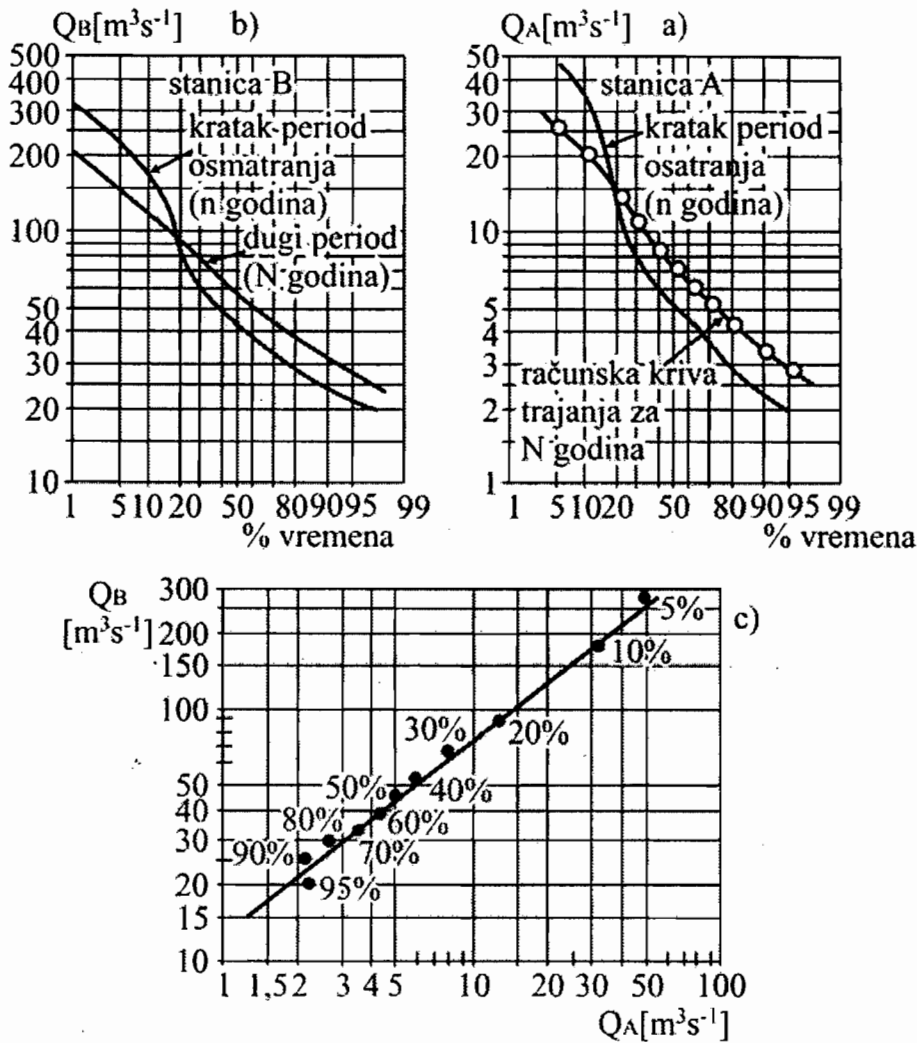
Ako su na profilu stanice A vršena sistematska osmatranja proticaja tokom nekoliko godina ($n = 3 - 4$ godine), onda je moguće izraditi prosječnu liniju trajanja za taj period od (n) godina (slika 10.8-a). Za stanicu B koja se nalazi na obližnjem vodotoku i na kojoj postoje dugogodišnja osmatranja (N godina; $N > n$), treba uraditi prosječnu liniju trajanja proticaja za period rada stanice A (za n godina) (slika 10.8-b). Dalje se sa ove dvije krive očitavaju parovi vrijednosti Q_A i Q_B , za trajanja 5, 10, ..., 95 %, i nanose na sistem sa logaritamskom podjelom na

Prosječne vode

apcisi i ordinati. Ako se slivovi A i B nalaze u hidrološki (i meteorološki) homogenom regionu, moguće je uspostaviti empirijsku vezu $Q_A = f(Q_B)$. Ovo je ilustrovano na slici 10.8-c gdje je na uzetom sistemu ova veza pravolinijska. Pod pretpostavkom da je zavisnot na slici 10.8-c u važnosti i za dugi period od N godina osmatranja, prosječna linija trajanja proticaja za period osmatranja od N godina za stanicu A se dobija na slijedeći način /12/: (i) sa krive trajanja za N godina za stanicu B , uzimaju se proticaji Q_{Bi} trajanja t_i (%), (ii) sa zavisnosti na slici 10.8-c očitavaju odgovarajući proticaji Q_{Ai} , (iii) proticaji Q_{Ai} se, u funkciji vremena t_i , nanose na dijagram na slici 10.8-a, (iv) interpolacijom kroz nanijete tačke se dobija prosječna linija trajanja proticaja za hidrološku stanicu A (koja odgovara periodu od N godina osmatranja na stanici B).



Slika 10.7. Linije trajanja modulnih vrijednosti dnevnih proticaja /12/



Slika 10.8. Određivanje prosječne linije trajanja proticaja za dugogodišnji period od N godina, za stanicu A sa kratkim periodom osmatranja (n godina), na bazi dugogodišnjeg osmatranja (N godina) na stanici B /12/

Dodatni uvid u unutar godišnju varijabilnost oticanja može dati i linija trajanja proticaja. Kao ilustrativan primjer može poslužiti uspostavljeni veoma pouzdan odnos višegodišnjeg prosječnog oticanja i proticaja trajanja 50 % (odnosno 365/2 dana u godini), po osnovnim slivnim područjima u Bosni i Hercegovini (tabela 10.7). Na osnovu ove ilustracije može se zaključiti da preko 50 % vremena tokom godine u vodotocima teku proticaji niži od 75 % prosječnog proticaja, što praktično znači da velike vode na vodotocima u Bosni i Hercegovini, odnosno periodi velikih voda imaju relativno kratko trajanje, ali zato velike intenzitete. Naravno, i u ovom slučaju se mogu uočiti razlike između pojedinih slivova. Tako se praktično može reći da gledajući u ovom svjetlu, najvarijabilniji unutar godišnji režim imaju vodotoci u slivu rijeke Bosne i područje krša, dok se najmanje varijacije proticaja unutar godine mogu očekivati na vodotocima u slivu rijeke Vrbas.

Tabela 10.7. Odnos višegodišnjeg prosječnog oticanja i proticaja trajanja 50% za osnovna slivna područja u Bosni i Hercegovini

| Vodotok | $Q_{50\%} / \bar{Q}$ |
|---------------------------|----------------------|
| Una | 0,800 |
| Vrbas | 0,839 |
| Bosna | 0,733 |
| Drina | 0,805 |
| Vodotoci na području krša | 0,767 |
| Bosna i Hercegovina | 0,780 |

10.6. PROSTORNA RASPODJELA OTICANJA VODE

Ako se analizira prosječno oticanje duž toka, onda idući uzvodno, apsolutna vrijednost proticaja \bar{Q} (m^3/s) se smanjuje a vrijednost specifičnog oticanja \bar{q} ($l/s/km^2$) se po pravilu povećava. Ovo je posljedica okolnosti da su gornji dijelovi sliva na većim nadmorskim visinama i zbog toga dobijaju veću količinu padavina a imaju manji deficit oticanja, što uz povećane padove terena, rezultira u većoj izdašnosti u odnosu na ravničarske dijelove sliva.

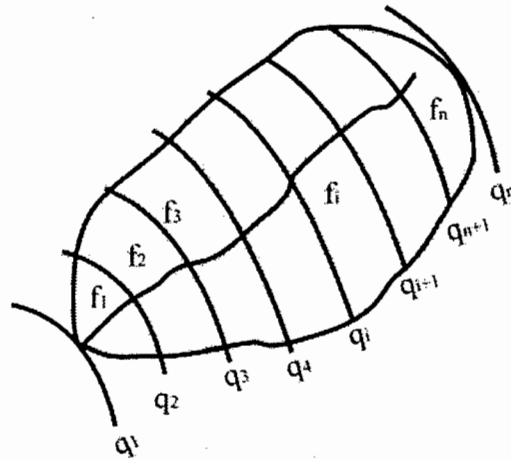
Izdašnost sliva, odnosno «produkcija» vode na jedinicu površine, zavisi od meteoroloških faktora i fizičkih karakteristika sliva. Radi izučavanja ovog fenomena, prosječno oticanje na hidrološkoj stanici (\bar{Q}) se izražava kao specifično oticanje \bar{q} ($l/s/km^2$) ili kao sloj oticanja \bar{P}_e (mm) (tabela 10.1). Pošto se to oticanje odnosi na sliv, njegova vrijednost odgovara težištu sliva iznad hidrološke stanice.

Radi izrade karti izolinija specifičnog oticanja za širi region, u težište slivova koji odgovaraju hidrološkim stanicama na glavnom toku i pritokama, nanose se vrijednosti za \bar{q} na osnovu kojih se konstruišu linije sa istim specifičnim oticanjem. Procedura rada je ovdje slična kao prilikom konstrukcije izohijeta – linija istih visina padavina. Kod slivova sa slabo izraženim reljefom, izolinije se povlače kroz cjelobrojne vrijednosti \bar{q} koje se određuju pomoću linearne interpolacije. U planinskim regionima se u obzir uzima reljef kao i izohijetska karta toga dijela sliva. Pošto su konstruisane linije za \bar{q} , vrši se kontrola na taj način što za svaku hidrološku stanicu mora da bude zadovoljen uslov /12/:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \cdot f_i \quad (10.15)$$

gdje je: \bar{Q} proticaj na hidrološkoj stanici, \bar{q}_i srednja vrijednost specifičnog oticanja između susjednih izolinija i f_i površina između tih izolinija. Korekcija pozicije izolinija (pomjeranjem naviše ili naniže) se vrši dotle dok se ne zadovolji gornji uslov.

Karta izolinija \bar{q} daje dobar uvid o prostornoj raspodjeli izdašnosti, odnosno vodnom potencijalu posmatranog regiona. Može se koristiti za orjentacionu ocjenu oticanja vode za profile na manjim tokovima na kojima nisu vršena mjerenja. Na slici 10.9 je pokazana šematska karta izolinija \bar{q} za jedan hipotetički sliv/slivnu površinu.



Slika 10.9 Šematski prikaz karte izolinija specifičnog oticanja

10.7. REGIONALNA ANALIZA PROSJEČNOG OTICANJA VODE

Analiza zavisnosti prosječnog oticanja od klimatskih i fizičko-geografskih karakteristika sliva, je prvenstveno od značaja pri rješavanju problema primijenjene hidrologije. Ove analize pružaju mogućnost da se otkriju greške pri određivanju prosječnog oticanja, koje su posljedica grešaka mjerenja i osmatranja, kao i da se približno odredi prosječno oticanje na lokacijama na kojima nisu vršena mjerenja [12].

Prosječne vode

Srebrenović /17/, je na bazi podataka o padavinama i oticanju na 90 profila u slivu rijeke Save, Drave i nekoliko tokova u slivu Jadranskog mora, dobio slijedeću linearnu vezu između prosječnog oticanja i padavina:

$$\bar{Q} = 0,895 \cdot \bar{P} - 405 \quad (10.16)$$

gdje je \bar{Q} prosječno oticanje u (mm), a \bar{P} prosječne padavine na slivu u (mm).

Obzirom da je samo za 9 od 90 analiziranih slivova, prosječna visina padavina bila manja od 1000 mm, nije teško zaključiti da gornja jednačina nije u važnosti za većinu slivova u sjevernim dijelovima naše zemlje. Ispitivanjem zavisnosti $\bar{Q} = f(\bar{P})$ za slivove na teritoriji Srbije, Ocokoljić /12/ je pokazao da se za ovaj region ne može uspostaviti jedinstvena zavisnost. On je za ovu teritoriju izdvojio devet hidrološki homogenih regiona i za svaki region je konstruisao (grafičku) vezu $\bar{Q} = f(\bar{P})$.

Za uvid u generalan odnos prosječnog oticanja i padavina na teritoriji Bosne i Hercegovine, mogu poslužiti rezultati uspostavljanja korelativne veze ove dvije promjenljive, dati u primjeru 8.30. Naime, tamo je na osnovu proračuna prosječnog oticanja i odgovarajućih bruto padavina na 30 slivnih površina sa cijelog teritorija Bosne i Hercegovine (tabela 10.8), utvrđen slijedeći odnos:

$$\bar{Q} = 1,015 \cdot \bar{P} - 547 \quad (10.17)$$

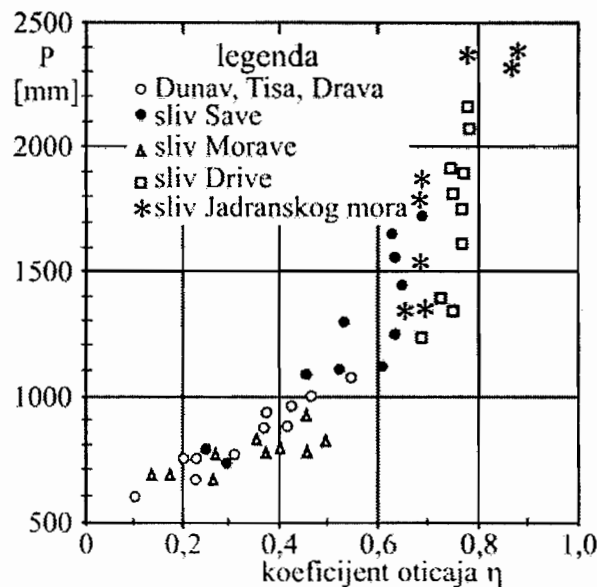
gdje je \bar{Q} prosječno oticanje u (mm) a \bar{P} prosječne padavine na slivu u (mm).

Na bazi prethodne jednačine mogu se izvući slijedeći zaključci:

1. Ako je oticanje, odnosno $\bar{Q} = 0$, proizilazi da je $\bar{P} = 547 / 1.015 = 538$ mm. Ovo ukazuje da se sa stanovišta ukupnog oticanja, na razmatranim slivovima u prosjeku gubi 538 mm padavina,
2. Ako se dobivena zavisnost, odnosno jednačina podijeli sa \bar{P} dobije se $\frac{\bar{Q}}{\bar{P}} = \bar{\eta} = 1.015 - \frac{547}{1402} = 0.625$, prosječni godišnji koeficijent oticanja koji govori da sa teritorije Bosne i Hercegovine u prosjeku otiče 62,5 % od ukupno palih voda.

Sa porastom nadmorske visine, mijenjaju se klimatski faktori koji uslovljavaju oticanje. Visina padavina se (praktično) linearno povećava, a pošto temperatura vazduha opada, smanjuje se isparavanje. Sve ovo utiče da se sa porastom nadmorske visine, povećava specifično oticanje vode. Iz navedenih razloga se za brdovita i planinska područja, u hidrološki homogenim regionima, mogu definisati dosta pouzdane zavisnosti specifičnog oticanja \bar{q} od srednje nadmorske visine sliva H . Ova analiza kombinovana sa naprijed pomenutim analizama $\bar{Q} = f(\bar{P})$ ili $\bar{\eta} = f(\bar{P})$ (gdje je $\bar{\eta}$ prosječni koeficijent oticanja), zatim $H = f(\bar{P})$ i $\bar{\eta} = f(H)$, mogu doprinijeti pouzdanijem određivanju oticanja za slivove na kojima nisu vršena mjerenja, ili je period osmatranja kratak /12/.

Ako se, kako za male, tako i za veoma velike slivove nanesu vrijednosti za koeficijente oticanja $\bar{\eta}$ u funkciji prosječnih visina padavina na slivu \bar{P} , uočava se jedna tendencija zavisnosti $\bar{\eta} = f(\bar{P})$. Ovo je pokazano na slici 10.10. Neizbježna odstupanja od neke srednje krive su posljedica različitih fizičko-geografskih uslova oticanja ali i neujednačenog perioda obrade.



Slika 10.10. Tendencija veze: prosječne padavine na slivu – prosječni koeficijent oticanja /12/

Tabela 10.8. Padavine, oticanje i koeficijenti oticanja za odabrane riječne tokove u Bosni i Hercegovini.

| No | Vodotok | Vodomjerna stanica | F (km ²) | Q (m ³ /s) | \bar{P} (mm) | \bar{Q} (mm) | Pros. koef. oticanja $\bar{\eta}$ |
|----|-------------|--------------------|----------------------|-----------------------|----------------|----------------|-----------------------------------|
| 1 | Drina | Zvornik | 17730 | 383 | 1240 | 681 | 0,55 |
| 2 | Drina | Bajina Bašta | 15190 | 357 | 1290 | 740 | 0,57 |
| 3 | Drina | Višegrad | 13610 | 339 | 1350 | 785 | 0,58 |
| 4 | Drina | Foča | 4290 | 190 | 1890 | 1397 | 0,74 |
| 5 | Drina | Bastasi | 3310 | 159 | 1980 | 1512 | 0,76 |
| 6 | Bosna | Doboj | 9620 | 152 | 1040 | 498 | 0,48 |
| 7 | Bosna | Usora | 7600 | 127 | 1070 | 527 | 0,49 |
| 8 | Bosna | Zenica | 4150 | 71 | 1125 | 539 | 0,48 |
| 9 | Bosna | Reljevo | 1120 | 26 | 1250 | 731 | 0,58 |
| 10 | Ukrina | Derventa | 1380 | 15 | 900 | 344 | 0,38 |
| 11 | Vrbas | Delibašino Selo | 5090 | 112 | 1240 | 693 | 0,56 |
| 12 | Vrbas | Banja Luka | 4220 | 95 | 1260 | 710 | 0,56 |
| 13 | Vrbas | Kozluk | 2630 | 56 | 1220 | 672 | 0,55 |
| 14 | Vrbas | Han Skela | 1350 | 23 | 1120 | 542 | 0,48 |
| 15 | Una | Bos. Dubica | 9230 | 216 | 1250 | 739 | 0,59 |
| 16 | Una | B. Kostajnica | 8880 | 231 | 1275 | 820 | 0,64 |
| 17 | Una | Bosanski Novi | 8190 | 213 | 1285 | 820 | 0,64 |
| 18 | Una | Bihac | 3160 | 95 | 1460 | 950 | 0,65 |
| 19 | Una | Martin Brod | 1410 | 48 | 1550 | 1068 | 0,69 |
| 20 | Lim | Prijepolje | 3030 | 80 | 1380 | 832 | 0,60 |
| 21 | Prača | Mesići | 580 | 8 | 975 | 435 | 0,45 |
| 22 | Spreča | Stanić Rijeka | 1960 | 24 | 920 | 386 | 0,42 |
| 23 | Krivaja | Zavidovići | 1390 | 18 | 950 | 408 | 0,43 |
| 24 | Pliva | Volari | 1150 | 35 | 1350 | 960 | 0,71 |
| 25 | Sana | Ključ | 1130 | 36 | 1400 | 993 | 0,71 |
| 26 | Trebišnjica | Arslanagića M. | 1580 | 94 | 2390 | 1865 | 0,78 |
| 27 | Trebišnjica | Grančarevo | 1370 | 81 | 2380 | 1870 | 0,79 |
| 28 | Neretva | Jablanica | 2930 | 115 | 1800 | 1241 | 0,69 |
| 29 | Neretva | Konjic | 1310 | 54 | 1860 | 1286 | 0,69 |
| 30 | Neretva | Ulog | 250 | 10 | 1870 | 1261 | 0,67 |

Izbor početka godine utiče na odnos između padavina i proticaja. Kalendarska godina počinje 1. januara i završava se 31. decembra. U najvećem dijelu Evrope dobar dio padavina iz perioda oktobar-decembar prenosi se u vidu snijega u slijedeću godinu, pa se topi tek na proljeće. Usljed ovoga, stvaraju se teškoće za proučavanje odnosa oticanje-padavine. Jesenske kiše imaju na većim slivovima znatan uticaj na zimske male vode. Podzemne izdani se u toku ljeta jako snize, pa su za njihovo popunjavanje od odlučujuće važnosti jesenske kiše. Što su prostranstva podzemnih voda veća, to je i uticaj jesenjskih kiša na zimske vode jači. Tako se padavine prethodne godine, u jednom dijelu, bilo kao snijeg bilo kao podzemne vode, prenose u iduću godinu /10/.

Ako se izabere početak godine koji najbolje odgovara osobinama režima voda, onda se takva godina naziva hidrološkom godinom. Kako je režim voda različit kod raznih rijeka, to se hidrološka godina ne bi mogla usvojiti sa istim početkom za sve rijeke. Za početak hidrološke godine treba uzeti vrijeme koje odgovara individualnim osobinama slivanja kod svake rijeke. Najbolji kraj godine, odnosno početak iduće godine, predstavlja period stalnih, uvijek ponavljanih najnižih voda, ako se on ciklički javlja svake godine u isto ili približno isto vrijeme. Dok prvi januar može ostati kao početak i hidrološke godine u alpskom i ledničkom režimu oticanja, jer kod ovih rijeka zimske male vode predstavljaju stalnu pojavu, to nije pogodno kod kišno-snježnog ili snježno-kišnog tipa rijeka najvećeg dijela Bosne i Hercegovine.

Hidrološka godina trebala bi da počinje onda kada su najniži vodostaji u izdanima podzemnih voda, jer se tada prenošenje vode u iduću godinu svodi na najmanju mjeru. Za područje Bosne i Hercegovine najbolje je za početak hidrološke godine izabrati kraj ljetnjeg perioda malih voda, odnosno period prije jesenjskih kiša, što bi odgovaralo vremenskom periodu između 1. septembra i 1. oktobra. Obzirom da su 1. oktobra još male vode na najvećem broju rijeka u Bosni i Hercegovini, a septembarske kiše nemaju zbog vremenskog razmaka i isparavanja, značajan uticaj na male zimske vode iduće godine, to se u Bosni i Hercegovini za početak hidrološke godine uobičajeno uzima 1. oktobar.

10.8. LITERATURA

1. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
2. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
3. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.

4. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
5. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
6. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
7. Hrelja, H., 1993/94. *Uređenje vodnog režima Bosne i Hercegovine*, Časopis „Naša vodoprivreda“, br. 25-26, Sarajevo.
8. Hrelja, H., 1999. *Prilog opredjeljenju daljnjeg vodnogospodarskog razvoja Bosne i Hercegovine*, Časopis „Hrvatske vode“, br. 7, Zagreb.
9. Hrelja, H., 2000. *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
10. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija-I deo*, Hidrotehnički institut „Jaroslav Černi“, Beograd.
11. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
12. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
13. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1949. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
14. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
15. Prohaska, S., Simonović, S., Petković, T., 1976. *Unutar godišnja raspodjela oticanja*, Zbornik radova sa savjetovanja o hidrologiji malih slivova, Vrnjačka Banja.
16. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
17. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
18. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
19. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.

«Ma šta značio održivi razvoj, takav razvoj mora biti zasnovan na odgovarajućem razumjevanju okoliša – okoliša u kom je poznavanje vode osnova za sva ljudska nastojanja»

(Svjetska meteorološka organizacija)

11

MALE VODE

11.1. OPŠTA RAZMATRANJA

Period u kome se javlja deficit padavina (u odnosu na neku očekivanu vrijednost) naziva se sušom. Kako beskišni period, odnosno nedostatak padavina na posmatranom slivu utiče na smanjivanje proticaja u riječnom toku i na opadanje nivoa (i zaliha) podzemne vode, ovdje se može govoriti o hidrološkoj suši, pri čemu se misli na duži vremenski period sa niskim proticajima u rijeci koji su znatno manji od prosječnog proticaja vode (malovodni period). Tokom tog vremena, riječni tokovi se prihranjuju iz podzemnih rezervora (akvifera) uzrokujući proticaje koji su manji od nekih uobičajenih ili očekivanih vrijednosti. Drugim riječima, dugi vremenski period bez padavina (meteorološka suša), uzrokuje hidrološku sušu ili male vode /13/.

Pojava suša postaje sve češća u cijelom svijetu. Za razliku od većine drugih prirodnih nesreća kao što su poplave, zemljotresi itd., suša se pojavljuje polagano, traje dugo, te može zahvatiti vrlo velika prostranstva. Zbog toga što se pojavljuje polahko, rijetko izaziva brze i dramatične gubitke ljudskih života. Međutim, zbog pojave gladi uzrokovane sušom, gubici ljudske i životinjske populacije u nekim su

krajevima drastičniji od bilo koje druge prirodne nesreće. Postoje neke naznake da se gotovo cijelo područje Balkana već zadnjih dvadesetak godina nalazi u sušnom razdoblju. Posebno značajne posljedice izazvale su suše koje su se javile u ljeto 2000. i 2007. godine. Uprkos tome što je od strane pojedinih stručnjaka upozoravano na njeno prisustvo i posljedice, u suštini nisu poduzete nikakve ozbiljnije organizovane mjere za njeno ublažavanje.

Ustvari, suše su opštiji pojam od pojma malih voda na rijekama, jer definicija suše se odnosi na njenu prirodu, a ova opet može da se odnosi, na primjer, na proticaj rijeke, padavine ili na vlažnost zemljišta. U hidrološkoj literaturi zasad nema sveopšte i jedinstvene definicije malih voda ili suša. Ovo je posljedica činjenice, da sveobuhvatno posmatrajući, definicija suše zavisi od cilja željene analize.

Suše, kao hidrološki proces, mogu da budu vezane za lokalitet, na primjer za neku meteorološku stanicu ili za neku vodomjernu stanicu na rijeci, zatim za neki manji region ili pak za cio kontinent.

Mogućnost nekog vodotoka da snabdijeva vodom naselja i industriju, kao i da primi otpadne vode, da eventualno obezbijedi vodu i za potrebe navodnjavanja i da omogući povoljne uslove za razvoj i opstanak faune i flore, obično se ocjenjuje i određuje analizom režima njegovih malih voda.

Posmatrano iz jednog šireg ugla, može se reći da postoji više definicija suše, jer taj pojam postoji u nekoliko naučnih disciplina (mada su razne definicije suše ipak na neki način povezane). Tako na primjer, u oblasti hidrologije površinskih voda, pod sušama (ili hidrološkim sušama) često se podrazumijevaju male vode na rijekama i izrazito niski vodostaji u akumulacijama koji dugo traju; u meteorologiji se pod sušama podrazumijevaju periodi čije su ukupne padavine znatno ispod prosječnih (normalnih); u poljoprivredi se pod sušama podrazumijevaju periodi u toku kojih je vlažnost zemljišta znatno ispod prosječne i nedovoljna za razvoj poljoprivrednih kultura; u ekonomiji se opet pod sušama nazivaju oni periodi izrazito niskih mogućnosti vodosnabdijevanja koji ostavljaju značajne negativne posljedice na privredu i aktivnost društva.

U skladu sa prethodno rečenim, neke od definicija suše bazirane su na padavinama, neke na malim vodama, neke opet na padavinama i temperaturi, ili na nekim drugim faktorima. Tako na primjer, Biro za vrijeme SAD definisao je sušu kao „nedostatak kiše tako veliki i dugotrajan da šteteno djeluje na biljke i životinje okoline, te ozbiljno smanjuje vode za domaću upotrebu i rad hidroelektrana, naročito u onim regionima gdje su padavine normalno dovoljne za takve potrebe“. Svjetska meteorološka organizacija sušu je definisala kao „produženo odsustvo,

izražen deficit ili loša raspodjela padavina“. UNESCO – ov međunarodni hidrološki rječnik sušu je definisao kao „*period abnormalno suhog vremena dovoljno produžen da nedostatak padavina ozbiljno remeti hidrološku ravnotežu*“ /19/.

U malovodnim periodima dolazi do teškoća u snabdijevanju vodom industrije i domaćinstava u gradovima, zatim poljoprivrede (sistemi za navodnjavanje), kako zbog deficita riječne vode u odnosu na očekivanu količinu, tako i zbog toga što suša, često združena sa povišenim temperaturama, utiče na povećanje potrošnje (u odnosu na planirane potrebe).

Karakteristike režima malih voda su od posebnog značaja za očuvanje i zaštitu kvaliteta riječnih voda, u smislu da se ne degradira ni hemijski ni biološki kvalitet tih voda do kritične mjere, kada se više ne bi mogle koristiti od strane raznih sektora društva. Sa gledišta zaštite kvaliteta riječnih voda, male vode su od posebne važnosti zbog toga što u malovodnim periodima recipijent ima najmanju sposobnost da razloži i razblaži organske i druge otpadne materije, pa se, po pravilu, kvalitet riječne vode izrazito pogoršava u ovim periodima godine. Visoke temperature vode umanjuje sposobnost reaeracije, tj. smanjuje se procenat maksimalnog mogućeg rastvorenog kiseonika. Organska razgradnja u riječnim tokovima je veliki potrošak kiseonika, što može stvoriti anaerobne uslove u riječnom koritu, u nekim dijelovima toka ili čak cijelom toku, sa razornim uticajem na akvatične forme života. Estetske značajke okoline vodotoka takođe mogu biti pod uticajem, naročito u urbanim zonama. Ovo je samo mali broj nepovoljnih uticaja koji se odnose na male dubine i brzine voda. Hidrološkom analizom režima malih voda, određuje se mjerodavna mala voda datog vodotoka, za koju se utvrđuju normativni pokazatelji dopuštenih koncentracija pojedinih indikatora zagađivanja riječne vode.

Iz prethodno iznešenog, jasno proizilazi da su karakteristike malih voda vrlo važne u upravljanju vodnim resursima. Poznavanje režima i karakteristika malih voda riječnih tokova je veoma važno za projektovanje, građenje, održavanje i upravljanje raznim vodoprivrednim sistemima i objektima. Iz tog razloga, očigledno je da se moraju ustanoviti neki kriteriji za male vode. Taj proticaj bi se morao održavati u vodnom toku tokom sušnog perioda, sa namjerom harmonizacije potreba za vodom sa raspoloživim količinama i zahtjevanim kvalitetom. To se može postići mjerama regulisanja proticaja. U slučaju kada to nije moguće, za potrebe korisnika se moraju ustanoviti novi uslovi režima malih voda. To je način da se zadovolje minimalne potrebe korisnika vode, da se očuva kvalitet vode i svi ekosistemi ovisni o toj vodi.

Male vode

Racionalno korištenje voda i efikasna zaštita kvaliteta voda su pod velikim uticajem režima malih voda riječnih tokova. Hidrološki režim primarno je uslovljen režimom padavina, koji se generalno može opisati kao tipični prekidni stohastički proces sa nezavisnim veličinama. Transformacija padavinskog režima u režim oticanja, zavisi od mnogo faktora koji karakterišu osobine slivne površine (topografski faktori, hidrogeološki parametri, vegetacija itd.) koji su takođe vrlo promjenljivi u vremenu i prostoru. U sušnom periodu (kada nema padavina ili su one zanemarljive), režim oticanja okarakteriziran je krivom iscrpljena sliva (recesionom krivom hidrograma oticanja). Izvorna pretpostavka je da se kriva iscrpljenja može predstaviti jednom eksponencijalnom funkcijom sa konstantnim parametrom (poglavlje 9). Međutim, istraživanje hidrograma oticanja na riječnim tokovima ukazuje da je ta pretpostavka rijetko zadovoljena, obzirom na promjenljive karakteristike slivne površine tokom dugačkih sušnih perioda.

Karakteristike sušnih perioda (suša) je zbog toga teško opisati pomoću determinističkih metoda. To implicira da na osmotrene dugačke vremenske serije dnevnih proticaja za ocjenu suša kod korištenja voda, zaštite kvaliteta voda i druge hidroekološke projekte, treba primijeniti probablističke metode.

Male vode mogu biti posljedica ili prirodnih uslova u slivnom području vodotoka ili rezultat poželjnih ili nepoželjnih aktivnosti čovjeka. Prirodni režim malih voda je rezultat brojnih meteoroloških, hidroloških, hidrogeoloških i mnogih drugih faktora. Promjene u prirodnom režimu malih voda se mogu javiti kao rezultat iznenadnih događaja, kao što su požari, zemljotresi, vulkanske aktivnosti i dr.

Uticaj čovjeka je najintenzivniji u gusto naseljenim područjima i mjestima gdje se voda zahvata za različite potrebe društva. Gruba sistematizacija antropogenih faktora koji utiču na male vode je data u nastavku (znak „+“ predstavlja poboljšanje a znak „-“, pogoršanje raspoloživih malih voda) /20/:

1. izgradnja brana sa vještačkim akumulacijama,
 - izravnane vode (+)
 - transfer vode između slivova (-),
 - korištenje vode (-),
2. zahvatanje podzemnih voda,
 - korištenje vode za različite potrebe (-),
 - transfer vode između različitih slivova (-),
3. ispuštanje komunalnih i industrijskih otpadnih voda (+),
4. usporavanje voda objektima za regulaciju tokova (+, -),

5. poljoprivredne aktivnosti,
 - navodnjavanje (-),
 - način obrade zemljišta (+, -),
 - promjene u strukturi vegetacije (+, -),
6. urbanizacija (+, -),
7. regulacija proticaja (+, -),
8. izgradnja objekata za zahvatanje voda (-).

Uticaj čovjeka na male vode može se javiti u formi ili naglih ili postepenih promjena. Postepene promjene su rezultat urbanizacije, melioracije itd. Nagle promjene se javljaju na početku rada velikih akumulacija, zahvata voda ili završetka radova na regulisanju vodnih tokova.

Potreba za uspostavljanjem kriterija za male vode je pomenuta ranije, sa namjerom da se definiše proticaj koji ima ključnu ulogu u uspostavljanju uslova za korištenje voda, i odnos čovjeka prema vodnim resursima tokom perioda malih voda. Veliki broj zemalja koje imaju nedostatak vodnih resursa, i po količini i po kvalitetu, uvode neku vrstu „projektovane male vode“ /20/:

- U nekim državama unutar USA, projektovana mala voda predstavlja najmanji proticaj tokom 7 uzastopnih dana, 10 – godišnjeg povratnog perioda javljanja; za procjenu kvaliteta vode u vodnim tokovima u koji se upuštaju otpadne vode, razmatra se minimalni srednji 7 – dnevni proticaj povratnog perioda javljanja 10 godina; neke od agencija za vode, za projektovanu malu vodu predlažu minimalni prosječni 10 – dnevni proticaj 25 – godišnjeg povratnog perioda javljanja.
- U Velikoj Britaniji, za projektovanu malu vodu u opticaju su dva kriterija: prosječni godišnji 7 – dnevni minimalni proticaj i proticaj koji na krivoj trajanja dnevnih proticaja ima trajanje od 95 %.
- U bivšoj Jugoslaviji, projektovana mala voda je minimalni prosječni mjesečni proticaj 95 % vjerovatnoće javljanja ili garantovani proticaj nizvodno od vještačkih akumulacija.
- Pregledom stručne literature, može se zaključiti da se projektovana mala voda određuje na osnovu vremenskog perioda od 7 do 30 dana, sa povratnim periodom koji varira između 10 i 25 godina.

Analiza podataka o malim vodama za procjenu projektovane male vode

Podaci o malim vodama zahtijevani su od strane institucija koje se bave upravljanjem vodama, agencija za zaštitu okoline, kompanija za snabdijevanje

Male vode

vodom, kompanija za proizvodnju hidroenergije, kompanija koje se bave vodnim transportom itd.

Koje karakteristike malih voda su potrebne zavisi od problema koji se rješava. Istraživači su suočeni sa slijedećim zadacima:

- definicija problema koji treba riješiti,
- izbor konačnih parametara malih voda,
- izbor podataka i metoda njihove obrade,
- odluka o željenoj tačnosti koju treba postići u analizi.

Statistička analiza malih voda zahtijeva serije minimalnih godišnjih proticaja trajanja (t) dana (t = 1, 10, 20, 30, ... dana). Druga osnova za analizu može biti trenutni hidrogram oticanja na odabranom vodotoku.

U regionalnoj statističkoj analizi takođe se uz podatke o proticajima koriste i karakteristike slivnih površina. Veliki broj topografskih, meteoroloških, klimatoloških, pedoloških i drugih karakteristika sliva se mora obezbijediti. Najčešće korištene karakteristike sliva za analizu malih voda u hidrološkoj literaturi su:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| - površina sliva | - obim sliva |
| - srednja nadmorska visina sliva | - prosječna geografska širina sliva |
| - dužina glavnog toka | - faktor oblika sliva |
| - prosječne godišnje padavine | - prosječni deficit zemljišne vlage |
| - potencijal tla za upijanje kiše | - nagib glavnog toka |
| - dio sliva pod jezerima | - urbanizovani dio sliva |
| - indeksi koji karakterišu geološke karakteristike sliva | - prosječno godišnje oticanje |

Za neke inženjerske primjene, zahtijevaju se i dodatni podaci: stabilnost riječnog korita, indeksi biloških karakteristika vodotoka, razvoj vegetacije i druge karakteristike sistema koji gravitiraju vodnom toku, koje su u nekom odnosu sa tečenjem. Ti podaci se mogu koristiti za analizu, procjenu, prognozu, projektovanje, planiranje i upravljanje u različitim aktivnostima čovjeka.

Na osnovu raspoloživih hidroloških podataka, mogu se obezbijediti odgovarajuće karakteristike malih voda, kao što su:

- minimalni vodostaji/proticaji,
- krive trajanja vodostaja/proticaja,
- funkcije raspodjele vjerovatnoće prosječnih malih voda trajanja (t) dana,

- specifični proticaji zadanog trajanja i vjerovatnoće prevazilaženja.

Posebna pažnja analizi režima malih voda i takozvanog kritičnog sušnog perioda, daje se pri projektovanju akumulacija za vodosnabdijevanje, kao i za potrebe plovidbe, hidroenergetike i dr. Pojava ekstremnih suša, ima, ne samo značajne ekonomske, već ponekad i društveno-političke posljedice. Kod nekih hidrotehničkih objekata, kao što su na primjer akumulacije za vodosnabdijevanje, postrojenja za prečišćavanje otpadnih voda i drugi, za projektovanje se određuje tzv. „projektna mala voda“, odnosno mala voda mjerodavna za projektovanje.

Od svih glavnih problema u hidrologiji, vjerovatno najmanje izučena pojava je pojava malih voda u vodotocima. U mnogim zemljama svijeta, pa čak i onim razvijenim, postoji priličan vakum po pitanju obrade i opisa kompletnog režima malih voda većine vodotoka od interesa za praksu i privredu. Analogno je stanje i po pitanju formiranja izbora najbolje i najkvalitetnije metode kao standarda i normativa za kompletnu i uspješnu analizu malih voda /19/.

Kada postoje pouzdani podaci dovoljno dugačkog vremenskog perioda, minimalna vrijednost se dobija obradom neposrednih mjerenja. Osnovu za određivanje predstavljaju tzv. „hidrološki godišnjaci“, o kojima je detaljno bilo riječi u poglavlju 4.10.

Za minimalne mjesečne vrijednosti proticaja, proglašavaju se minimumi iz niza od m dnevnih minimuma odgovarajućeg mjeseca, i to:

$$\text{za minimalni mjesečni proticaj } Q_{min}^m = \min \{ Q_{min,i}^d \}. \quad (11.1)$$

Kao minimalni godišnji proticaji uzimaju se minimumi iz mjesečnih vrijednosti, i to:

$$\text{minimalni godišnji proticaj } Q_{min}^g = \min \{ Q_{min,i}^m \} = \min \{ Q_{min,i}^d \} \quad (11.2)$$

Minimalni proticaj uobičajeno se izražava na dva načina:

- Kao sekundni proticaj koji se izražava u (m^3/s),
- Kao modul oticanja (specifična minimalna izdašnost) koji se obično izražava u ($m^3/s/km^2$) ili ($l/s/km^2$).

Male vode

Za ilustraciju u tabelama 11.2. i 11.3. date su vrijednosti minimalnih oticanja, izražene na prethodno specificirane načine, za karakteristična slivna područja i za karakteristične vodotoke u Bosni i Hercegovini.

Tabela 11.1. Specifična oticanja minimalnih voda u BiH

| Sliv | Površina sliva (km ²) | Broj stanovnika | Minimalno oticanje | | |
|------------|-----------------------------------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------|
| | | | m ³ /s | l/s/km ² | l/s/stan. |
| Crnomorski | 38 719 | 4 012 266 | 118 | 3 | 0,03 |
| Jadranski | 12 410 | 515 366 | 58 | 4,7 | 0,11 |
| BiH | 51 129 | 4 527 626 | 176 | 3,5 | 0,04 |

Tabela 11.2. Specifična minimalna oticanja za slivne površine glavnih vodotoka u BiH

| Sliv | Površina (km ²) | Broj stanovnika | Minimalno oticanje | | |
|-------------|-----------------------------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------|
| | | | m ³ /s | l/s/km ² | l/s/stan. |
| Vrbas | 6386 | 514 038 | 25,5 | 4 | 0,05 |
| Bosna | 10457 | 1 820 080 | 20,9 | 2 | 0,01 |
| Drina | 7240 | 422 422 | 21,7 | 3 | 0,06 |
| Neretva | 7390 | 436 271 | 51,7 | 7 | 0,13 |
| Trebišnjica | 2720 | | 5,4 | 2 | |

Na osnovu tabele 11.2. uočava se da je, po pitanju minimalnih oticanja, najvodniji sliv rijeke Neretve, dok je sliv rijeke Bosne najmanje vodan. Analizirajući raspoložive količine voda u odnosu na broj stanovnika, situacija je najkritičnija u slivu rijeke Bosne.

Da bi se izučile karakteristike malih voda, u praksi se vrše:

- Statistička analiza malih voda (analiza serija minimalnih godišnjih proticaja trajanja 1, 10, 20, 30, ... dana);
- Regionalne i druge analize malih voda,
- Analiza retardacione grane hidrograma oticanja,
- Analiza linije trajanja proticaja,
- Analiza malovodnih perioda.

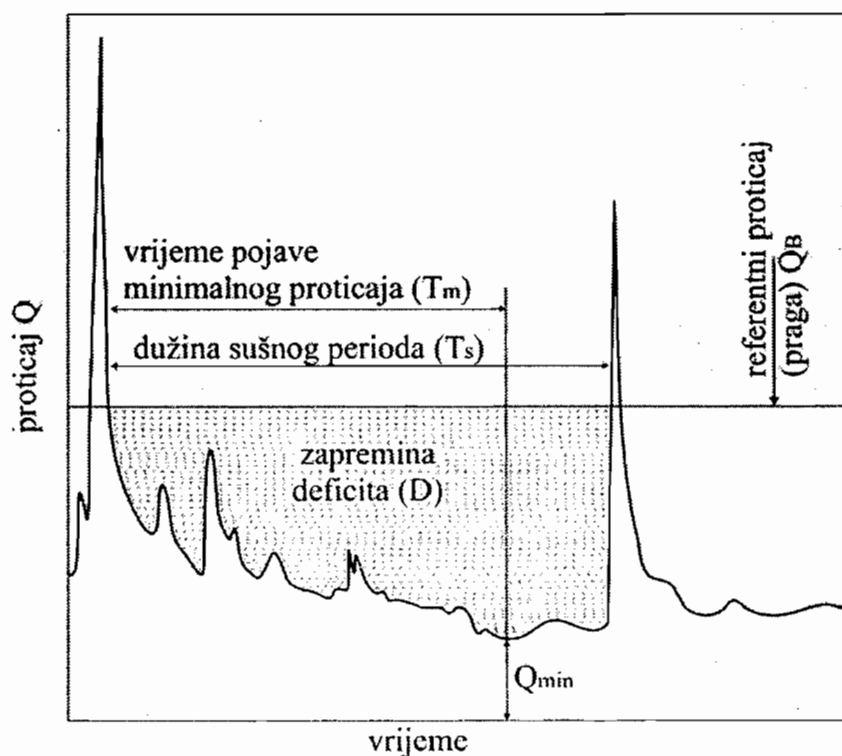
11.2. STATISTIČKA ANALIZA MALIH VODA

Statistička analiza malih voda se obično bazira na analizi serija minimalnih godišnjih proticaja trajanja 1, 10, 20, 30, ... dana.

Statističke serije se formiraju na taj način što se, na osnovu podataka dugogodišnjih osmatranja dnevnih proticaja, izdvoje prosječne vrijednosti najmanjih proticaja trajanja 1, 10, 20, 30, ... uzastopnih dana. Ti proticaji se nazivaju proticajima malovodnih perioda.

Serije podataka o malim vodama moraju biti statistički dovoljne dužine i zadovoljavajućeg kvaliteta. Jedan od razloga za to je što se male vode često moraju sračunati za slivne površine bez osmatranja. Poželjno je da taj uzorak bude reprezentativan, odnosno dovoljno velik. U hidrološkoj praksi se uobičajeno smatra da je minimalna dužina uzorka neophodna za relevantnu statističku analizu barem 30 godina.

Režim malih voda je takođe okarakteriziran i nekim drugim varijablama, kao što su dužina sušnog perioda, vrijeme do pojave minimalnog proticaja i zapremina deficita (manjka) količine vode (slika 11.1.).



Slika 11.1. Osnovne promjenljive u analizi malih voda

U prvom redu, raspoloživi podaci moraju proći odgovarajuće statističke testove. Uvijek je dobro znati uslove pod kojim su prikupljeni ti podaci, eventualne promjene položaja vodomjerne stanice, kvalitet prikupljanja, stabilnost poprečnog profila vodomjerne stanice itd. Ove informacije mogu poslužiti za primarnu selekciju iskoristivih podataka od onih raspoloživih.

Za statističku analizu, podaci se moraju testirati na slučajnost, nezavisnost, homogenost i stacionarnost. Ako statističke hipoteze zadovoljavaju, definiše se jedna zadovoljavajuća teoretska raspodjela vjerovatnoće. Funkcije raspodjele vjerovatnoće koje se zadovoljavajuće primjenjuju kod malih voda su: Pearson 3 funkcija, Vejbulova raspodjela, log-Pearson 3 raspodjela i Galtonova raspodjela.

Kod nekih vodotoka, rezerve podzemne vode mogu biti tako značajne da utiču na veličinu baznog proticaja u sušnim periodima slijedeće, pa i više narednih godina. U ovakvim situacijama, serija Q_{\min} ne predstavlja slučajni uzorak, pa se ovdje ne može primijeniti standardna tehnika za analizu vjerovatnoće Q_{\min} . Ako se za jedan hronološki niz Q_{\min} ne može unaprijed tvrditi da zadovoljava kriterijume slučajnosti (tj. da ne postoji zavisnost uzastopnih članova), potrebno je testirati nezavisnost elemenata raspoloživog uzorka.

11.2.1. Metoda godišnjih ekstrema

Kada je u pitanju statistička analiza malih voda, može se reći da je statistička analiza serija minimalnih godišnjih proticaja najčešće korišten postupak.

Pri statističkoj analizi ekstremnih vrijednosti hidroloških veličina, pa prema tome i minimalnih godišnjih proticaja, najčešće se koristi metoda godišnjih ekstrema. Ova metoda je zasnovana na analizi ekstremno opaženih veličina u svakoj godini (jedan podatak godišnje) tokom višegodišnjeg perioda osmatranja. Uređivanjem ovih podataka po veličini (vidi poglavlje 8) obrazuje se statistički niz realizacija minimalnih godišnjih proticaja – statistički uzorak, kao:

$$Q_1^m, Q_2^m, \dots, Q_{i-1}^m, Q_i^m, Q_{i+1}^m, \dots, Q_N^m \quad (11.3)$$

$$Q_1^m \leq Q_2^m \leq \dots, Q_{i-1}^m \leq Q_i^m \leq Q_{i+1}^m \leq \dots \leq Q_N^m$$

Cilj analize je da se odredi vjerovatnoća pojave, odnosno funkcija raspodjele vjerovatnoće minimalnih godišnjih proticaja.

To se, kako je to objašnjeno u poglavlju 8., postiže nalaženjem funkcije raspodjele vjerovatnoće:

$$F(Q) = P[Q \leq Q^m], \text{ odnosno funkcije } \Phi(Q) = P[Q \geq Q^m] \quad (11.4)$$

jer je funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$, potpuna karakteristika raspodjele. To znači da se svi rezultati o slučajnoj promjenljivoj (Q) mogu dobiti iz funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$.

Vrijednosti minimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja (T), određuju se iz jednačine (detaljnije u poglavlju 8):

$$Q_T = 1 / F(Q) \quad (11.5)$$

Analiza ekstremno opaženih veličina u svakoj godini, sastoji se iz slijedećih koraka (svi niže navedeni koraci prikazani su detaljno u poglavlju 8):

- Formiranje statističkog niza i uređenog niza,
- Određuje se empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive – statističkog niza minimalnih godišnjih proticaja (srednja vrijednost, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti, itd.),
- Određuju se parametri i vrijednosti izabranih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Statističkim testovima saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće obavlja se konačan izbor teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće,
- Pomoću konačno odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće, proračunavaju se vrijednosti minimalnih godišnjih proticaja za karakteristične vjerovatnoće pojave, odnosno povratne periode javljanja,
- Određuju se intervali povjerenja za vrijednosti minimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja.

Osim za minimalne godišnje proticaje (za čije trajanje se uzima 1 dan), identični koraci analize mogu i provode se za minimalne godišnje proticaje drugih trajanja (3, 14, 20, ...dana). Takođe, identična analiza često se primjenjuje na serije minimalnih srednjih mjesečnih proticaja, koja služi kao osnova za određivanje tzv. garantovanog minimuma ili garantovanog proticaja, o čemu će biti detaljnije riječi u poglavlju 10.7.

PRIMJER 11.1.

Definirati minimalne godišnje proticaje (male vode) rijeke Bosne na vodomjernoj stanici Maglaj, za raspoloživi niz podataka o proticajima za period od 1947. do 1979. godine ($n = 33$ godine), te na dijagramu vjerovatnoće predstaviti empirijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće i odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće.

1. Formiranje statističkog niza. Na osnovu raspoloživog uzorka dnevnih vrijednosti proticaja (koji, zbog obimnosti, ovdje nije priložen), određen je uzorak minimalnih godišnjih proticaja (po jedna ekstremna vrijednost za jednu godinu), koji je predstavljen u tabeli 1.
2. Određuje se empirijska raspodjela vjerovatnoće. Vrijednosti empirijske raspodjele određeni su u koloni 2 tabele 5, za prethodno uređen uzorak slučajne promjenljive predstavljen u koloni 1 tabele 5. Određivanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće detaljno je obrazloženo u poglavlju 8. U istoj tabeli date su i uporedne vrijednosti vjerovatnoća za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće, koje služe za proračun najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće
$$D_n = \max |F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|$$
3. Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive (statistički parametri uzorka) – statističkog niza minimalnih godišnjih proticaja, prema izrazima datim i detaljno obrazloženim u poglavlju 8. Tako sračunate vrijednosti statističkih parametara uzorka, date su u tabeli 2.
4. Određivanje vrijednosti minimalnih godišnjih proticaja za razne vrijednosti vjerovatnoća i povratnih perioda javljanja za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Rezultati su dati u tabeli 3. Naravno, ovdje je mogla biti izostavljena Gausova raspodjela, obzirom da se ona uobičajeno loše prilagođava ekstremnim vrijednostima slučajne promjenljive.
5. Izbor konačne teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Kao što je to detaljno obrazloženo u poglavlju 8., za izbor konačne funkcije raspodjele koriste se uobičajeno dva testa saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. U ovom primjeru korišten je samo test Kolmogorova. Test Kolmogorova urađen je tako što je na osnovu prethodno sračunatih najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće
$$D_n = \max |F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|,$$
 sračunata vrijednost funkcije

$F(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left[D_n \leq \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \right]$. Ona funkcija koja ima manju vrijednost $F(\lambda)$, odnosno veću vrijednost $[1 - F(\lambda)]$, ima bolje prilagođavanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće teorijskoj raspodjeli. Vrijednosti $[1 - F(\lambda)]$ za računane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće date su u donjoj tabeli 4. Obzirom da je vrijednost $[1 - F(\lambda)]$ najveća za Pearsonovu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće, to je ona i odabrana kao konačna.

6. Konačno odabrana teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće (Pearson) i odgovarajuća empirijska funkcija prikazani su grafički na slici 1.
7. Za konačno odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće (Pearson), određen je 95 % interval povjerenja funkcije raspodjele vjerovatnoće, odnosno donja i gornja granica 95 % intervala povjerenja prikazane u tabeli 6. Pomenute granice, takođe su i grafički prikazane na slici 1.

Tabela 1.

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Godina | 1947 | 1948 | 1949 | 1950 | 1951 | 1952 | 1953 | 1954 | 1955 | 1956 | 1957 |
| Q_{min} (m ³ /s) | 13,9 | 18,7 | 14,6 | 14,0 | 16,6 | 16,6 | 19,3 | 19,3 | 42,3 | 20,0 | 19,3 |
| Godina | 1958 | 1959 | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 |
| Q_{min} (m ³ /s) | 17,6 | 26,9 | 20,7 | 37,0 | 16,2 | 18,4 | 20,7 | 21,7 | 21,4 | 19,0 | 29,4 |
| Godina | 1969 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 |
| Q_{min} (m ³ /s) | 32,1 | 32,1 | 26,1 | 20,5 | 13,9 | 23,2 | 18,8 | 29,7 | 27,8 | 26,8 | 23,2 |

Tabela 2. Statistički parametri uzorka

| Parametar | Originalni uzorak | Logaritamski uzorak |
|------------------------------|-------------------|---------------------|
| Broj članova uzorka N | 33 | 33 |
| Srednja vrijednost \bar{Q} | 22,36 | 1,33 |
| Standardna devijacija S_Q | 6,82 | 0,123 |
| Koeficijent varijacije c_v | 0,30 | 0,093 |
| Koeficijent asimetrije c_s | 1,13 | 0,492 |

Tabela 3.

| Povratni period javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \leq Q_{min}]$ (%) | Vrijednost proticaja Q_{min} u (m^3/s) po teorijskoj funkciji vjerovatnoće | | | | |
|--|--------------------------------------|--|--------|---------|-------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| 1000 | 0,1 | 1,29 | 8,93 | 10,97 | 10,80 | 9,01 |
| 100 | 1,0 | 6,50 | 11,09 | 12,05 | 12,29 | 11,17 |
| 20 | 5,0 | 11,14 | 13,45 | 13,68 | 14,04 | 13,45 |
| 10 | 10,0 | 13,62 | 14,92 | 14,85 | 15,19 | 14,85 |
| 5 | 20,0 | 16,62 | 16,90 | 16,61 | 16,84 | 16,76 |
| 2 | 50,0 | 22,36 | 21,47 | 21,12 | 20,97 | 21,24 |
| 1,25 | 80,0 | 28,10 | 27,26 | 27,38 | 27,00 | 27,27 |
| 1,11 | 90,0 | 31,10 | 30,89 | 31,45 | 31,24 | 31,26 |
| 1,05 | 95,0 | 33,57 | 34,25 | 35,26 | 35,50 | 35,09 |
| 1,04 | 96,0 | 34,29 | 35,29 | 36,45 | 36,90 | 36,30 |
| 1,02 | 98,0 | 36,36 | 38,46 | 40,07 | 41,34 | 40,04 |
| 1,01 | 99,0 | 38,22 | 41,56 | 43,59 | 45,99 | 43,75 |
| 1,00 | 99,5 | 39,92 | 44,61 | 47,05 | 50,88 | 47,45 |
| 1,00 | 99,8 | 41,98 | 48,61 | 51,56 | 57,78 | 52,34 |
| 1,00 | 99,9 | 43,43 | 51,63 | 54,93 | 63,37 | 56,02 |
| 1,00 | 99,98 | 46,49 | 58,66 | 62,67 | 77,76 | 64,59 |
| 1,00 | 99,99 | 47,72 | 61,72 | 65,99 | 84,63 | 68,27 |

Tabela 4.

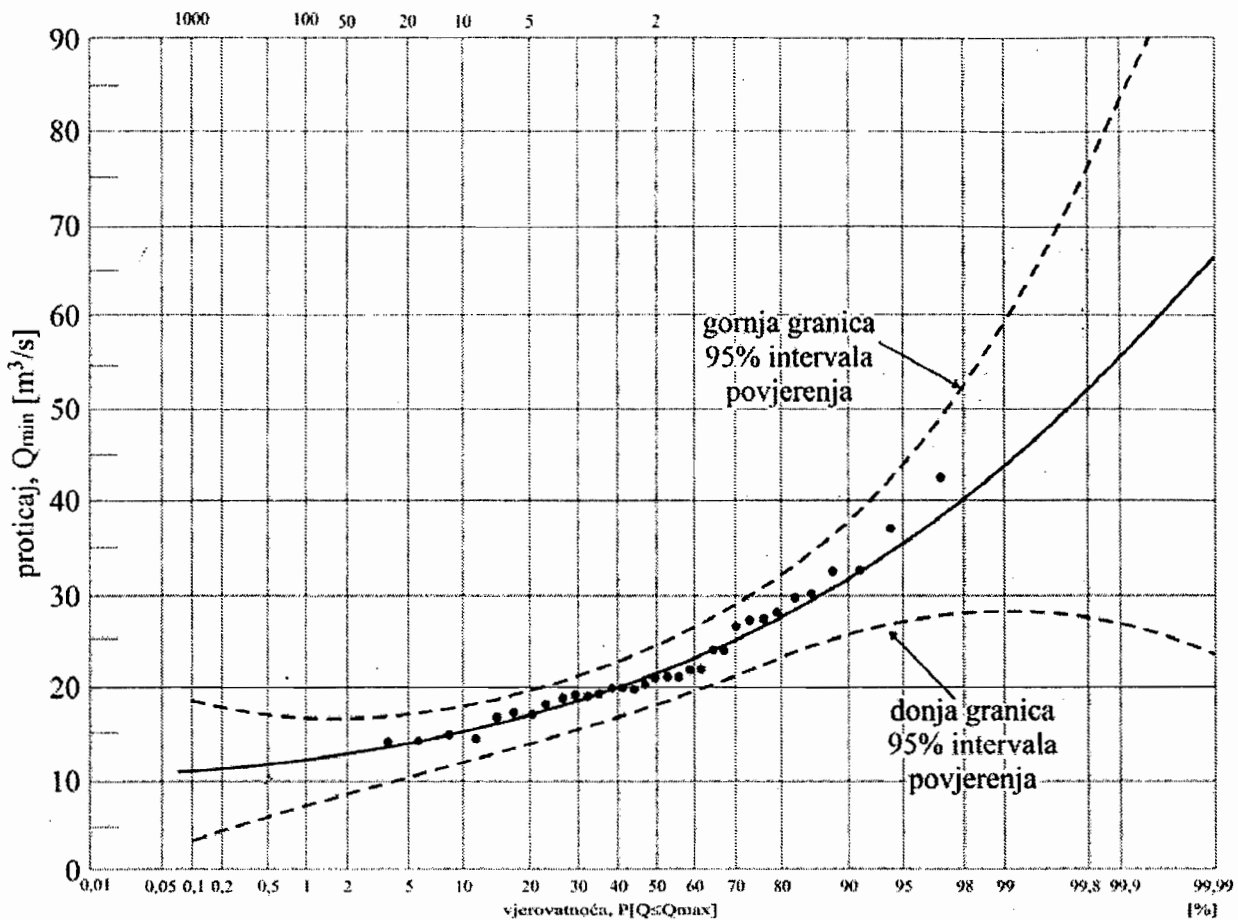
| Teorijska funkcija raspodjele | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
|-------------------------------|-------|--------|---------|-------------|--------|
| $[1 - F(\lambda)]$ | 41,27 | 83,99 | 97,30 | 72,33 | 93,02 |

Tabela 5.

| Proticaj Q_{min} (m ³ /s) ↑ | Empirijska vjerovatnoća $\Phi_e = P[Q \leq Q_{min}] =$ $= \frac{m}{N+1} \cdot 100$ (%) | Vjerovatnoća po teorijskoj funkciji raspodjele (%) | | | | |
|--|--|---|--------|---------|----------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 13,90 | 2,94 | 10,88 | 6,30 | 5,80 | 4,43 | 6,36 |
| 13,90 | 5,88 | 10,88 | 6,30 | 5,80 | 4,43 | 6,36 |
| 14,00 | 8,82 | 11,16 | 6,63 | 6,20 | 4,78 | 6,70 |
| 14,60 | 11,76 | 12,91 | 8,84 | 8,89 | 7,22 | 8,94 |
| 16,20 | 14,71 | 18,33 | 16,16 | 17,50 | 15,89 | 16,74 |
| 16,60 | 17,65 | 19,88 | 18,28 | 19,90 | 18,41 | 19,05 |
| 16,60 | 20,59 | 19,88 | 18,28 | 19,90 | 18,41 | 19,05 |
| 17,60 | 23,53 | 24,10 | 24,06 | 26,28 | 25,23 | 25,31 |
| 18,40 | 26,47 | 27,87 | 29,16 | 31,72 | 31,13 | 30,67 |
| 18,70 | 29,41 | 29,38 | 31,17 | 33,81 | 33,41 | 32,72 |
| 18,80 | 32,35 | 29,89 | 31,85 | 34,51 | 34,18 | 33,41 |
| 19,00 | 35,29 | 30,93 | 33,22 | 35,92 | 35,71 | 34,79 |
| 19,30 | 38,24 | 32,52 | 35,30 | 38,02 | 38,02 | 36,86 |
| 19,30 | 41,18 | 32,52 | 35,30 | 38,02 | 38,02 | 36,86 |
| 19,30 | 44,12 | 32,52 | 35,30 | 38,02 | 38,02 | 36,86 |
| 20,00 | 47,06 | 36,41 | 40,22 | 42,90 | 43,33 | 41,69 |
| 20,50 | 50,00 | 39,29 | 43,74 | 46,29 | 46,99 | 45,09 |
| 20,70 | 52,94 | 40,46 | 45,13 | 47,62 | 48,41 | 46,44 |
| 20,70 | 55,88 | 40,46 | 45,13 | 47,62 | 48,41 | 46,44 |
| 21,40 | 58,82 | 44,62 | 49,88 | 51,46 | 52,56 | 51,05 |
| 21,70 | 61,76 | 46,41 | 51,22 | 53,33 | 53,71 | 52,96 |
| 23,20 | 64,71 | 54,69 | 60,75 | 62,16 | 57,98 | 61,92 |
| 23,20 | 67,65 | 54,69 | 60,75 | 62,16 | 57,98 | 61,92 |
| 26,10 | 70,59 | 71,05 | 75,61 | 75,62 | 73,04 | 75,74 |
| 26,80 | 73,53 | 74,45 | 78,37 | 78,14 | 76,02 | 78,38 |
| 26,90 | 76,47 | 74,92 | 78,75 | 78,48 | 76,42 | 78,74 |
| 27,80 | 79,41 | 78,85 | 81,86 | 81,33 | 79,81 | 81,72 |
| 29,40 | 82,35 | 84,81 | 86,46 | 85,59 | 84,93 | 86,12 |
| 29,70 | 85,29 | 85,80 | 87,21 | 86,29 | 85,77 | 86,83 |
| 32,10 | 88,24 | 92,28 | 92,10 | 90,98 | 91,37 | 91,40 |
| 32,10 | 91,18 | 92,28 | 92,10 | 90,98 | 91,37 | 91,40 |
| 37,00 | 94,12 | 98,48 | 97,35 | 96,50 | 97,45 | 96,48 |
| 42,30 | 97,06 | 99,75 | 99,15 | 98,75 | 99,34 | 98,69 |

Tabela 6.

| Povratni peroid javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \leq Q_{min}]$ (%) | Vrijednost proticaja Q_{min} u (m ³ /s) za 95 % granice intervala povjerenja i teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće | | | | | |
|--|--|--|-------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| | | Pearson | | Galton | | Gumbel | |
| | | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 1000 | 0,1 | 3,32 | 18,61 | 6,77 | 11,77 | 4,24 | 13,78 |
| 100 | 1,0 | 7,19 | 16,91 | 8,89 | 13,84 | 7,17 | 15,16 |
| 20 | 5,0 | 10,74 | 16,62 | 11,28 | 16,05 | 10,20 | 16,71 |
| 10 | 10,0 | 12,31 | 17,40 | 12,77 | 17,42 | 11,99 | 17,72 |
| 5 | 20,0 | 13,91 | 19,31 | 14,79 | 19,32 | 14,28 | 19,24 |
| 2 | 50,0 | 17,70 | 24,54 | 19,13 | 24,08 | 18,70 | 23,77 |
| 1,25 | 80,0 | 23,03 | 31,74 | 23,85 | 31,17 | 23,00 | 31,53 |
| 1,11 | 90,0 | 25,42 | 37,48 | 26,45 | 36,08 | 25,49 | 37,02 |
| 1,05 | 95,0 | 26,80 | 43,72 | 28,71 | 40,85 | 27,80 | 42,37 |
| 1,04 | 96,0 | 27,10 | 45,80 | 29,39 | 42,38 | 28,53 | 44,07 |
| 1,02 | 98,0 | 27,68 | 52,46 | 31,40 | 47,11 | 30,74 | 49,34 |
| 1,01 | 99,0 | 27,87 | 59,32 | 33,31 | 51,86 | 32,92 | 54,59 |
| 1,00 | 99,5 | 27,76 | 66,35 | 35,13 | 56,65 | 35,08 | 59,83 |
| 1,00 | 99,8 | 27,25 | 75,86 | 37,45 | 63,10 | 37,92 | 66,75 |
| 1,00 | 99,9 | 26,65 | 83,21 | 39,16 | 68,06 | 40,06 | 71,99 |
| 1,00 | 99,98 | 24,62 | 100,72 | 43,03 | 79,99 | 45,02 | 84,15 |
| 1,00 | 99,99 | 23,53 | 108,45 | 44,66 | 85,30 | 47,15 | 89,39 |



Slika 1. Grafički prikaz Pearsonove funkcije raspodjele vjerovatnoće i odgovarajućeg 95% intervala povjerenja za minimalne godišnje proticaje rijeke Bosne na V.S. Maglaj (1947-1979 godina)



Za ilustraciju u tabeli 11.3. date su vrijednosti minimalnih godišnjih proticaja, specificiranih vjerovatnoća pojave, za karakteristične vodotoke u Bosni i Hercegovini.

Tabela 11.3. Minimalni godišnji proticaji karakterističnih vjerovatnoća pojave za odabrane vodotoke u Bosni i Hercegovini

| Vodotok | Vodomjerna stanica | Minimalni godišnji proticaj vjerovatnoće pojave $P[Q \leq Q_{min}]$ | | |
|---------|--------------------|---|-------|-------|
| | | 1 % | 5 % | 10 % |
| Una | Kostajnica | 35,00 | 35,60 | 36,30 |
| Sana | Prijedor | 5,20 | 6,32 | 7,05 |
| Vrbaš | Delibašino Selo | 17,30 | 20,20 | 22,00 |
| Bosna | Maglaj | 15,10 | 16,90 | 18,20 |
| Drina | Višegrad | 30,50 | 37,80 | 42,30 |
| Neretva | Žitomislići | 26,40 | 29,90 | 31,90 |

11.2.2. Metoda Pikova

Učestalost hidroloških promjenljivih se obično procjenjuje kroz statističku analizu godišnjih maksimuma ili minimuma, što podrazumijeva jednu vrijednost po jednoj godini. Takve serije ne moraju obavezno da uključuju sve važne ekstreme tokom osmatranog perioda, zato što se može desiti da se dva ili više značajnih događaja pojave tokom jedne godine, dok se neki beznačajni događaji iz neke druge godine uzmu u razmatranje. Metoda pikova, koja se bazira na parcijalnim serijama, uzima u razmatranje sve ekstreme iznad ili ispod određene referentne vrijednosti ili praga.

Metoda pikova se može koristiti za definiranje slijedećih karakteristika malih voda:

- funkcije raspodjele vjerovatnoće prosječnih t – dnevnih minimalnih proticaja,
- broja javljanja minimalnih proticaja u vremenskom intervalu $(0, t)$,
- zapremine deficita i trajanja perioda malih voda.

Obzirom da je ova metoda detaljno prezentirana u okviru poglavlja 12 (Velike vode), ovdje će se, u sažetom obliku, dati samo osnovne karakteristike metode, kada se ona primjenjuje na tzv. donje ekstreme, odnosno male vode.

Procedura metode pikova se sastoji iz slijedećih koraka:

1. Analiza broja javljanja ekstrema ispod odabranog praga (Q_B) tokom vremenskog intervala $(0, T)$ gdje (T) predstavlja godinu ili sezonu.
2. Analiza ekstrema ispod odabranog praga (Q_B) koji se nazivaju pikovima.
3. Analiza godišnjih ekstrema.

Kada su analizirani maksimumi, pik je definiran kao jedno prekoračenje praga. Pojava godišnjih maksimuma je slučajni proces definiran sa:

$$\chi(t) = \max_{n \geq 1} Z_n, \quad Z_n = X - x_B, \quad 0 < t \leq T \quad (11.6)$$

gdje je:

X - varijabla koja se razmatra (na primjer maksimalni proticaj),

x_B - vrijednost praga,

Z_n - vrijednost pika,

n - broj pikova Z tokom vremena T ,

T - vremenski period od jedne godine.

Vjerovatnoća raspodjele godišnjih maksimuma je:

$$F(x) = P[\chi(t) \leq x] \quad (11.7)$$

Pojava godišnjih minimuma je slučajni proces definiran sa:

$$\chi(t) = \min_{n \geq 1} Z_n, \quad 0 \leq t < T \quad (11.8)$$

a pikovi su definirani kao vrijednosti ispod praga:

$$Z_n = x_B - X \quad (11.9)$$

Vjerovatnoća raspodjele godišnjih minimuma je, po definiciji:

$$F(x) = P[\chi(t) \leq x] \quad (11.10)$$

U cilju iznalaženja funkcije raspodjele maksimuma ili minimuma, neophodno je analizirati funkciju raspodjele vjerovatnoće broja pikova odvojeno od funkcije raspodjele vjerovatnoće visine pikova.

Broj pikova koji se javljaju unutar vremenskog intervala $(0, t)$, tj. godine, je diskretna slučajna promjenljiva $\eta(t)$ sa funkcijom gustine raspodjele vjerovatnoće:

$$p_n(t) = P[\eta(t) = n] \quad (11.11)$$

Teoretska funkcija raspodjele vjerovatnoće za diskretnu slučajnu promjenljivu koja se primjenjuje za prilagođavanje empirijskoj funkciji broja pikova je Poasonova funkcija, binomna i negativna binomna funkcija. U praksi, odgovarajući model za broj pikova se identifikuje ispitivanjem odnosa varijanse i prosječne vrijednosti procesa. Taj odnos za Poasonovu raspodjelu jednak je jedinici, manji je od jedinice za binomnu raspodjelu a veći od jedinice za negativnu binomnu raspodjelu.

Vrijednosti pikova preko određenog praga predstavljaju kontinualnu slučajnu promjenljivu sa funkcijom raspodjele vjerovatnoće:

$$H(z) = P[Z \leq z] \quad (11.12)$$

Preporučljivo je da se vrijednostima pikova izvrši prilagođavanje jedno ili dvo – parametarske teoretske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Dva tipa funkcija se uobičajeno koriste da se opiše veličina pikova iznad ili ispod praga: eksponencijalna funkcija raspodjele ili dvoparametarska Weibulova funkcija raspodjele vjerovatnoće.

Godišnji ekstremi, kao slučajni proces, opisani su jednačinom (11.6) sa funkcijom raspodjele vjerovatnoće (11.7). Pretpostavljajući da su sve vrijednosti uzorka međusobno nezavisne i nezavisne od broja pikova, Todorović /21/ je izveo generalni izraz za funkciju raspodjele godišnjih maksimuma, kombinujući raspodjelu broja pikova i raspodjelu visine pikova:

$$F(x) = 1 - P[\eta(t) = 0] - \sum_{n=1}^{\infty} P[\eta(t) = n] \cdot [H(z)]^n \quad (11.13)$$

Godišnji minimumi su definirani kao u jednačini (11.8) sa funkcijom raspodjele vjerovatnoće (11.10). Konačan izraz za funkciju raspodjele godišnjih minimuma, nakon kombiniranja sa funkcijom raspodjele broja javljanja pikova i funkcijom raspodjele visina pikova, glasi:

$$F(x) = 1 - P[\eta(t) = 0] - \sum_{n=1}^{\infty} P[\eta(t) = n] \cdot [H(z)]^n \quad (11.14)$$

Konačno, funkcija raspodjele godišnjih minimuma za tri različita modela raspodjele broja pikova glasi:

1. Poasonova raspodjela broja pikova sa parametrom λ :

$$F(x) = 1 - \exp\{-\lambda[1 - H(z)]\} \quad (11.15)$$

2. Binomna raspodjela broja pikova sa parametrima λ i a :

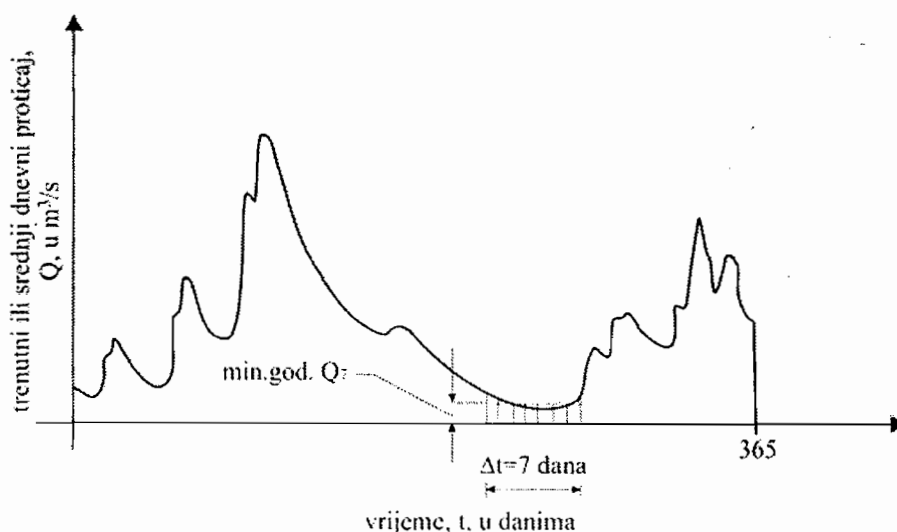
$$F(x) = 1 - e^{-\lambda} \left[1 + \left(e^{\lambda/a} - 1 \right) H(z) \right]^a \quad (11.16)$$

3. Negativna binomna raspodjela broja pikova sa parametrima λ i b :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda} \left[1 + \left(e^{-\lambda/b} - 1 \right) H(z) \right]^{-b} \quad (11.17)$$

11.2.3. Analiza malovodnih perioda

Za razliku od analize minimalnih godišnjih proticaja, datih u prethodnoj tački, kod analize malovodnih perioda provodi se analiza prosječnih vrijednosti proticaja u nekom, unaprijed odabranom vremenskom periodu unutar sušnog perioda godine. Drugim riječima, serije minimalnih proticaja se formiraju na taj način što se, na osnovu podataka dugogodišnjih osmatranja, izdvajaju prosječne minimalne godišnje vrijednosti proticaja, trajanja 3, 7, 10, 14, ... uzastopnih dana, koji predstavljaju minimalne proticaje malovodnih perioda (slika 11.2.).



Slika 11.2. Hipotetički godišnji hidrogram rijeke sa primjerom 7 – dnevno malovodnog perioda i minimalnog godišnjeg 7 – dnevno proticaja /34/

Male vode

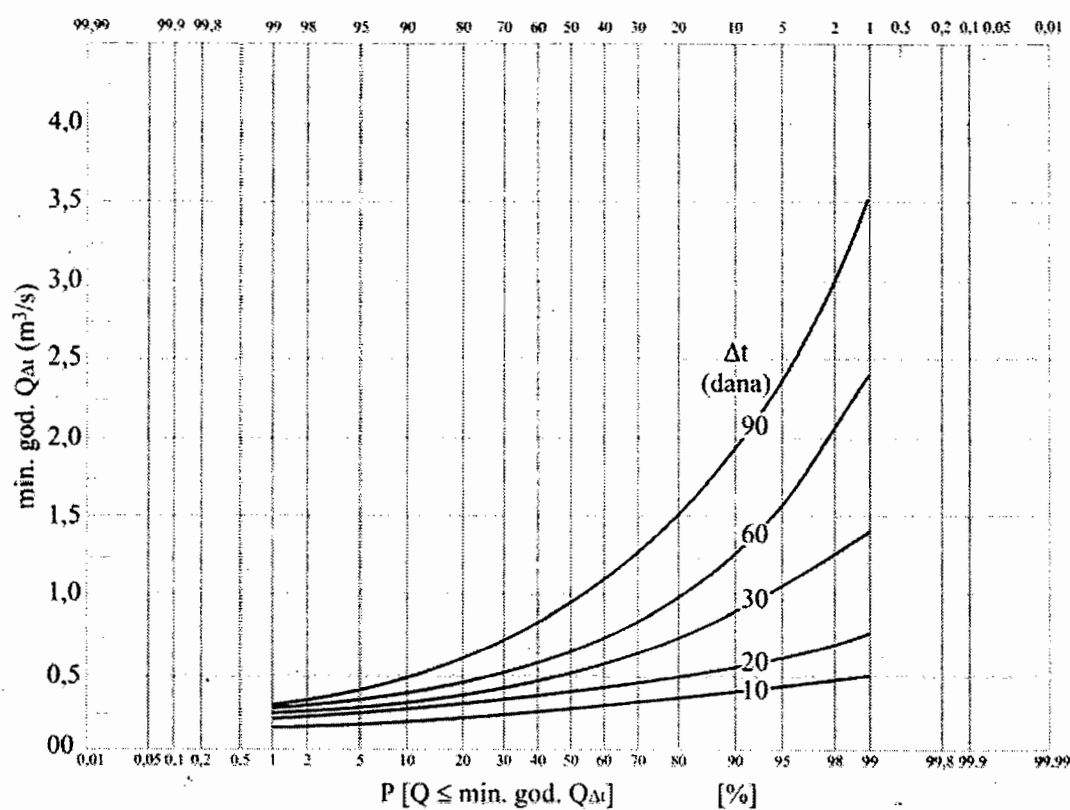
Malovodni periodi karakterišu se time što su im količine vode u vodotoku najmanje, a time su i mogućnosti za razblaženje unijetih zagađenja u vodotok najmanje. U odnosu na mjerodavnu malu vodu, utvrđuju se normativni pokazatelji dopuštenih koncentracija pojedinih indikatora zagađivanja vode. Mjerodavna mala voda je polazni uslov za definiranje mjera i ocjenu efekata zaštite kvaliteta voda.

Prikazani vremenski interval (Δt) na slici 11.2. je klizni interval, čiji se položaj na vremenskoj osi određuje tako da veličina $\min.\text{god}.Q_{\Delta t}$, gdje je $\Delta t = 7, 10, 14, 20, 30, 60, 90, \dots$ dana, ima najmanju vrijednost za hidrogram date godine. Tako se iz niza od (N) godina osmatranja proticaja na datoj vodomjernoj stanici, dobija (N) vrijednosti za $\min.\text{god}.Q_{\Delta t}$, tj. (N) osmotrenih vrijednosti proticaja malih voda određenog trajanja Δt .

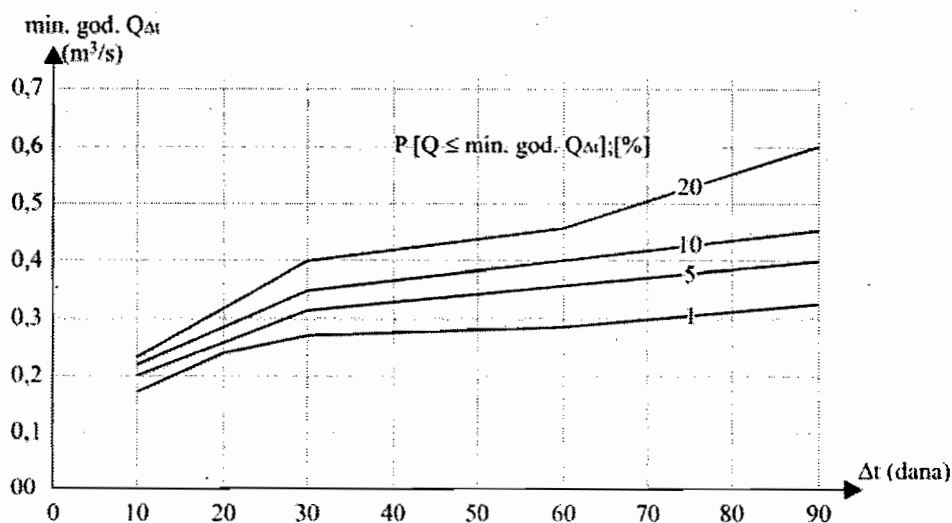
Na osnovu (N) osmotrenih vrijednosti proticaja malih voda određenog trajanja Δt , određuje se familija empirijskih i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće $\min.\text{god}.Q_{\Delta t}$, po potpuno istoj proceduri koja je pokazana za minimalne godišnje proticaje, odnosno $\min.\text{god}.Q_1$ ($\Delta t = 1 \text{ dan}$) – primjer 11.1.

Rezultat jedne takve analize za rijeku Bosnu na vodomjernoj stanici Reljevo prikazan je na slici 11.3. Isti rezultati, samo u obliku češće primijenjivanom u hidrološkoj praksi, prikazani su na slici 11.4.

Navedena statističko-hidrološka analiza, daje potpun opis malih voda posmatranog vodotoka na željenoj vodomjernoj stanici. Ona daje veličinu proticaja minimalnih godišnjih proticaja razne dužine trajanja malovodnih perioda Δt , $\min.\text{god}.Q_{\Delta t}$, i za razne vjerovatnoće pojave, odnosno, za razne povratne periode javljanja razmatranih pojava.



Slika 11.3. Funkcije raspodjele vjerovatnoće pojave minimalnih godišnjih proticaja trajanja $\Delta t = 10, 20, 30, 60$ i 90 dana



Slika 11.4. Funkcije raspodjele vjerovatnoće pojave minimalnih godišnjih proticaja trajanja $\Delta t = 10, 20, 30, 60$ i 90 dana

11.3. REGIONALNA ANALIZA MALIH VODA

Metoda regionalnih analiza razvijena je iz potrebe da se odrede karakteristike malih voda na profilima na kojima nema osmatranja. Prvi pokušaji urađeni su na ocjeni malih voda, korištenjem regresionih modela između malih voda i karakteristika slivne površine.

Ciljevi regionalne analize malih voda su:

- da prevaziđe probleme nedovoljne dužine serija proticaja na određenim vodomjernim profilima,
- da unaprijedi kvalitet određivanja funkcija raspodjele proticaja smanjenjem grešaka u ocjeni parametara raspodjele na zahtjevanom mjestu,
- da omogući ocjenu malih voda na vodomjernim profilima bez osmatranja.

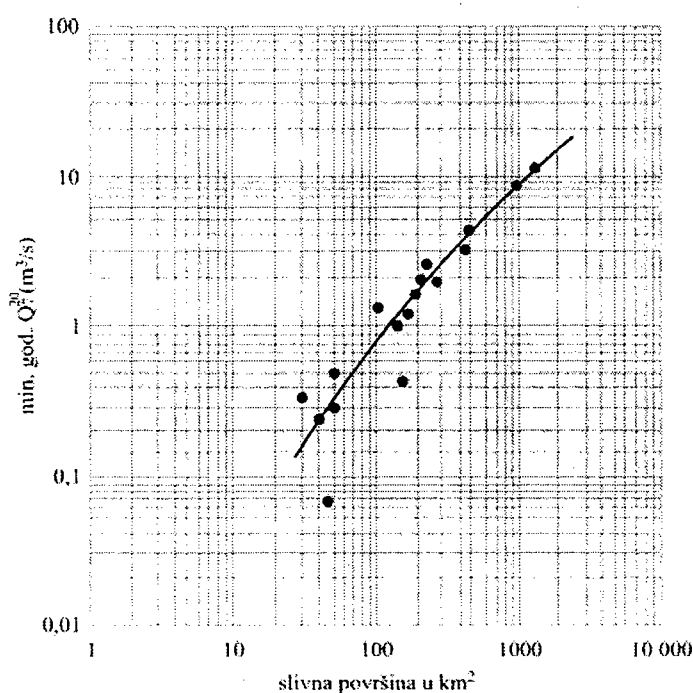
Sušтина regionalne analize malih voda je da se nedostatak podataka o proticajima na jednoj vodomjernoj stanici može nadomjestiti sa više serija podataka iz regiona u kome se nalazi istraživana stanica. Rad je usmjeren ka ustanovljavanju višestrukih regresionih odnosa malih voda i različitih karaktersitika sliva, uključujući i geološke karakteristike.

Modeli višestruke regresije koriste se da se opišu neke od karakteristika malih voda kao funkcija fizičko-geografskih (veličina sliva i oblik, parametri podzemnih akvifera kao što je koeficijent filtracije, debljina i prostorna raspodjela ležišta akvifera, hidraulička provodljivost itd.) i klimatskih faktora (prosječne godišnje padavine, intenzitet padavina, prosječne godišnje/mjesečne temperature itd.). Parametri koji definišu geološke karakteristike se takođe koriste kao važni parametri, ali tu postoje teškoće njihovog kvantitativnog izražavanja imajući u vidu širok raspon mogućih slučajeva u realnim problemima.

Kvalitet regresionog modela zavisi od količine i kvaliteta podataka korištenih u formulaciji modela. U praksi, upotreba regresionih modela je često ograničena nedovoljnim ili neadekvatnim podacima o varijablama uključenim u model, kao što su nekorektno ocjenjeni topografski parametri. Kada se regresioni model upotrebljava kod slivova bez osmatranja, rezultat ne zavisi samo od tipa regresionog modela i broja varijabli, nego takođe i raspoloživosti podataka i/ili njihovog kvaliteta za razmatrani sliv. Ponekad se sve varijable u regresionom modelu ne mogu koristiti zbog toga što se ne mogu uopće ocijeniti. Iskustvo je pokazalo, da regresiona analiza uvijek ne vodi ka zadovoljavajućim rezultatima. Jaka veza između malih voda i karakteristika slivne površine se može očekivati u regionima gdje najznačajnije karakteristike sliva ne variraju značajno.

Ocjena malih voda na slivovima bez osmatranja i mjerenja bazirana na regresionim modelima je često nepouzdana, zbog toga što male vode zavise od litološke kompozicije i drugih osobina akvifera kao što je na primjer evapotranspiracija koju je teško kvantificirati. Mnogo bolji rezultati se dobiju ako na slivu bez osmatranja postoji čak i vrlo kratak period osmatranja i mjerenja.

Iako su ocjene karakteristika malih voda vodotoka na osnovu karakteristika slivne površine, generalno uzevši, veoma grube, potreba za tim proračunima, često na hitan zahtjev, opravdava izradu regionalnih zavisnosti tamo gdje su uslovi za to pogodni. Na primjer, ako sve značajne karakteristike sliva, izuzev veličine slivne površine, u datom regionu imaju ograničene i male dijapazone promjena, onda se može očekivati dobra zavisnost između neke od karakteristika malih voda i veličine slivne površine. Takav je, na primjer, slučaj na slici 11.5., koji predstavlja zavisnost minimalnog godišnjeg proticaja 7 – dnevnog trajanja i povratnog perioda javljanja 20 godina, $min. god. Q_7^{20}$, od veličine slivne površine za sliv rijeke Snohomish (SAD) /19/.



Slika 11.5. Zavisnost $min. god. Q_7^{20}$ i veličine slivne površine
(rijeka Snohomish – SAD) /19/

Metodom višestruke regresije određuje se jedna od karakteristika malih voda vodotoka kao funkcija fizičko-geografskih i klimatskih karakteristika njegove slivne površine, matematskim modelom oblika:

Male vode

$$y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot x_3^{b_3} \cdot \dots \cdot x_n^{b_n} \quad (11.18)$$

gdje je:

y – neka od karakteristika malih voda,

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ - fizičko-geografske i klimatske karakteristike sliva,

$a, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ - parametri regresionog modela (njihovo određivanje detaljno je obrazloženo u poglavlju 8).

Karakteristika malih voda, y , definisana preko funkcije raspodjele vjerovatnoće minimalnih godišnjih proticaja, izražava se na dva načina:

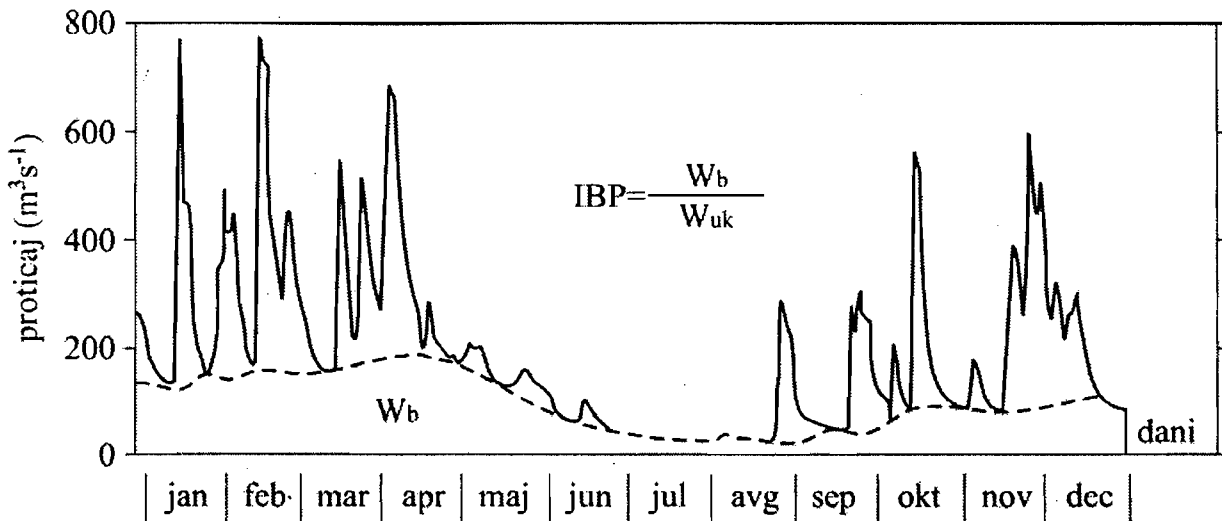
- kao proticaji koji odgovaraju određenim povratnim periodima na funkciji raspodjele vjerovatnoće minimalnih godišnjih proticaja,
- kao prosječna vrijednost, standardna devijacija i koeficijent asimetrije uzorka minimalnih godišnjih proticaja.

Analiza preko klimatskih i fizičko-geografskih karakteristika slivne površine je važan korak u izradi regionalne analize malih voda datog sliva. Karakteristike bi trebalo da razjasne razlike karakteristika proticaja između slivova. To znači da bi varijansa zavisne promjenljive (y) trebalo da bude objašnjena pomoću varijanse nezavisno promjenljivih ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$). Ovdje se implicitno prihvata jedan razuman, tj. logičan stepen nezavisnosti među promjenljivim $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Izbor nezavisno promjenljivih veličina je, sa praktične strane, ograničen raspoloživim podacima o slivu, odgovarajućim geografskim kartama i drugim informacijama iz raznih postojećih publikacija [19].

U primjeni regresione analize kod malih voda je važno da se upotrijebe sve značajne promjenljive i da budu ispravno kvantificirane. Zbog nedovoljnog broja i vrste svih potrebnih podataka o značajnim karakteristikama sliva, u vezi procesa oticanja njegovog glavnog vodotoka, dosadašnje hidrološko iskustvo ukazuje da regresiona tehnika nije dala uvijek zadovoljavajuće rezultate u vezi analize malih voda. Veze između malih voda i karakteristika sliva su po pravilu slabe, iz osnovnog razloga što geološki sastav sliva ima presudni uticaj na izdašnost sliva u sušnom periodu.

U V. Britaniji je, kao geološka karakteristika sliva, uveden indeks baznog proticaja (IBP), kao odnos proticaja ispod linije koja odvaja bazno oticanje od ukupnog proticaja rijeke. Ovo je pokazano na slici 11.6. U zavisnosti od geološkog sastava, odnosno kapaciteta podzemlja da akumulira (i ispusti) vodu, vrijednost za IBP se

kreće od 0,15 do 0,90. U V. Britaniji je IBP kartiran, a pripremljene su i tabele za ocjenu IBP na osnovu geoloških karti /13/.



Slika 11.6. Način određivanja indeksa baznog proticaja (IBP) /13/

Postoje i druge regionalne procedure za ocjenu malih voda na slivovima bez osmatranja. Zelenhasić i Ruski /19/, predložili su tzv. metod analogije. Pouzdano osmatrana slivna površina sa sličnim fizičko-geografskim, klimatskim i geološkim karakteristikama koje ima slivna površina bez osmatranja se identificira. Rezultati sa jednog ovakvog analognog sliva se transferišu na sliv koji razmatramo.

Druge metode koje se takođe koriste za analizu malih voda su: prostorna korelacija, metode približnog određivanja minimalnih mjesečnih i godišnjih proticaja na osnovu proticaja, temperature, vlažnosti i padavina sa obližnje vodomjerne stanice.

Metoda koju je predložio sovjetski hidrolog Vladimirov /13/ se suštinski razlikuje od gore opisane metode za regionalnu analizu malih voda. Vladimirov je utvrdio da za jedan homogeni region postoji čvrsta veza oblika /13/:

$$Q(P)_{\Delta t} = \lambda(P)_{\Delta t} \cdot Q_0 \quad (11.19)$$

gdje je:

- $Q(P)_{\Delta t}$ mala voda vjerovatnoće pojave P ($P = 90, 95, 97 \%$) i trajanja Δt ($\Delta t = 7, 10, \dots, 30$ dana),
- $\lambda(P)_{\Delta t}$ «prelazni koeficijent», i

Male vode

- $Q_0 = Q(80)_{30}$ mala voda vjerovatnoće $P=80\%$ i trajanja $\Delta t = 30$ dana.

Koeficijent λ se određuje na bazi statističke analize malih voda na stanicama u regionu za koje postoje podaci dugogodišnjih osmatranja. Vrijednost za $\lambda(P)_{\Delta t} = \lambda(95)_{30}$, se na primjer, dobija iz:

$$Q(95)_{30} = \lambda(95)_{30} \cdot Q(80)_{30} \quad (11.20)$$

itd.

$Q_0 = Q(80)_{30}$ se može dovesti u vezu sa topografskim karakteristikama sliva. Na primjer, za sliv rijeke Ibra je, na primjer, dobijeno /13/:

$$Q(80)_{30} = 0,0033 \cdot F_{sl} \quad (11.21)$$

gdje je F_{sl} površina sliva u (km^2).

Za neposredne pritoke Ibra je $\lambda(90)_{30} = 0,89$, $\lambda(95)_{30} = 0,81$ i $\lambda(97)_{30} = 0,75$, pa za, recimo, malu vodu vjerovatnoće $P=95\%$ i trajanja $\Delta t = 30$ dana, na osnovu (11.20) imamo:

$$Q(95)_{30} = 0,81 \cdot Q_0 \quad (11.22)$$

gdje se $Q_0 = Q(80)_{30}$ određuje prema jednačini (11.21).

Jovanović i Radić /13/, a kasnije Trninić /13/, su utvrdili da slično kao u slučaju veze između koeficijenata varijacije maksimalnih proticaja i modulnog koeficijenta K_{\max} različitih povratnih perioda (relacije (12.66) i (12.67)), postoji relativno dobra veza modulnih koeficijenata malih voda i koeficijenata varijacije c_v serije minimalnih godišnjih proticaja vode. Za rijeke u slivu Dunava je tako dobijeno /13/:

$$K(80\%) = -0,66 \cdot c_v + 0,96 \quad (11.23)$$

$$K(99\%) = -1,38 \cdot c_v + 0,93 \quad (11.24)$$

a za rijeke u slivu Save /13/:

$$K(80\%) = -0,81 \cdot c_v + 0,99 \quad (11.25)$$

$$K(90\%) = -0,99 \cdot c_v + 0,96 \quad (11.26)$$

$$K(95\%) = -1,07 \cdot c_v + 0,91 \quad (11.27)$$

gdje je $K(P) = Q(P) / \bar{Q}_{min}$.

11.4. ANALIZA RETARDACIONE GRANE HIDROGRAMA

Kod efluentnih vodotoka, po prestanku površinskog oticanja, dolazi do podzemnog oticanja vode, koji se sve više smanjuje i koji se može, u zavisnosti od karakteristika sliva, održati kroz duži ili kraći period vremena. Osobina terena da vodu koja je pala na sliv zadrži u podzemlju, predstavlja jednu od važnih karakteristika sliva. Ova osobina ima u velikoj mjeri uticaj na režim oticanja vode, odnosno na oblik retardacione krive hidrograma oticanja.

Prosječna retardaciona kriva za neki profil riječnog toka se može dobiti analizom opadajuće grane većeg broja poplavnih talasa, kako je to već pokazano u tački 9.4.2., poglavlja 9. Naime, grafička analiza retardacione krive sprovodi se na taj način što se izdvajaju opadajuće grane većeg broja poplavnih talasa, sa odgovarajućim dijelovima hidrograma, koji sigurno potiču samo od doprinosa podzemnih voda (periodi bez kiše).

Sa porastom beskišnog perioda nad slivom priliv podzemne vode u korito rijeke je sve manji, i oblik njegovog hidrograma blizak je eksponencijalnoj krivoj datoj slijedećim izrazom:

$$Q(t) = Q(t_0) \cdot e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (11.28)$$

gdje je $Q(t)$ proticaj u trenutku (t) , $Q(t_0)$ proticaj u proizvoljnom trenutku t_0 koji prethodi (t) ; α je koeficijent čija je dimenzija T^{-1} .

Jednačina (11.28) je već prikazana jednačina (9.3), koja je tamo poslužila kao model za odvajanje baznog oticanja (poglavlje 9).

Male vode

U slučaju kada se zakon iscrpljenja podzemnih voda ne mijenja iz godine u godinu, na osnovu (11.28) se približno može odrediti zapremina podzemnih rezervi u trenutku t_0 , polazeći od proticaja Q_0 (koji odgovara t_0). Trenutak t_0 mora da se nalazi u periodu u kome je prestalo površinsko oticanje.

$$V = \int_0^{\infty} Q_t dt = \int_0^{\infty} Q_0 e^{-\alpha t} dt = \frac{1}{\alpha} Q_0 \quad (11.29)$$

V se može tretirati kao procjena kapaciteta zadržavanja podzemnih voda u slivu.

Približne rezerve podzemnih voda u intervalu $t_0 = 0$ do $t = t_1$, iznose:

$$V = \int_0^{t_1} Q_0 e^{-\alpha t} dt = -Q_0 \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha t} \Big|_0^{t_1} = Q_0 \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t_1}) \quad (11.30)$$

Ako je u relaciji (11.29) proticaj Q_0 uzet u (m^3/s), a (t) u danima, onda je očigledno:

$$V = \frac{1}{\alpha} Q_0 \cdot 86400 (m^3) \quad (11.31)$$

U (11.29) se ne uzimaju u obzir gubici na evapotranspiraciju, pa se sa te strane pri određivanju (V) unosi greška. Nadalje, formula (11.29) važi ako se rijeka u sušnom periodu godine prihranjuje iz jedne podzemne izdani.

Situacija u jednom prirodnom slivu je daleko komplikovanija nego što je uprošćena šema po kojoj je izveden zakon (11.29). U periodu malih voda, jedan recipijent se prihranjuje iz više izdani. U trenutku (t), proticaj u rijeci (u periodu malih voda) predstavljaće sumu:

$$Q = Q_1 e^{-\alpha_1 t} + Q_2 e^{-\alpha_2 t} + Q_3 e^{-\alpha_3 t} + \dots + Q_n e^{-\alpha_n t} \quad (11.32)$$

Samo ako je sliv homogen, onda je:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha \quad (11.33)$$

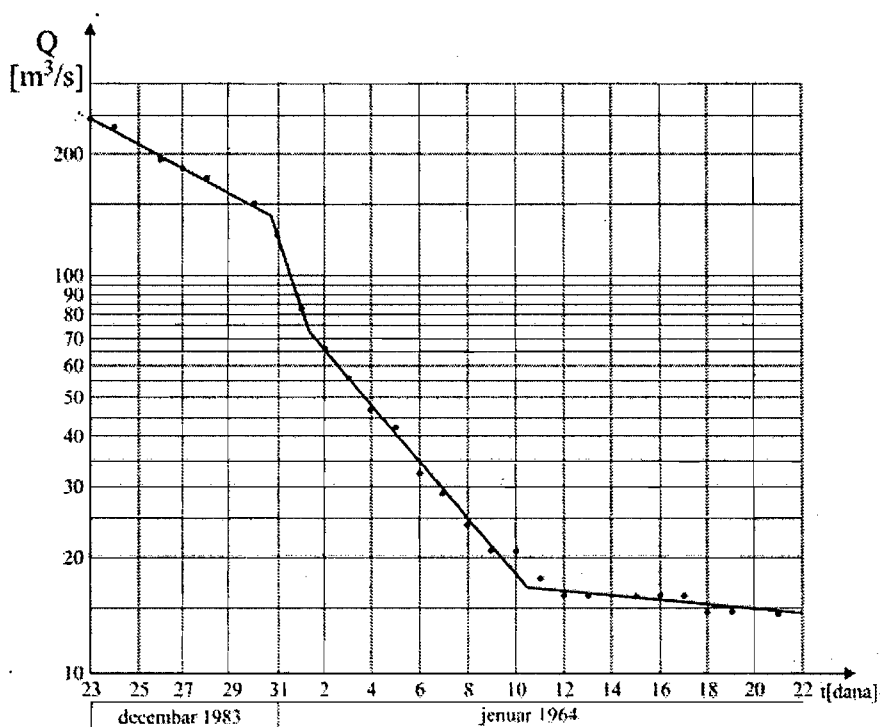
pa je:

$$Q = \left(\sum_i^n Q_i \right) e^{-\alpha t} \quad (11.34)$$

Ukupna zapremina akumulisane vode na početku pražnjenja, ako su proticaji izraženi u (m³/s) a vrijeme (t) u (danima), iznosi:

$$V = \sum_i^n V_i = \sum_i^n \left(\frac{Q_i}{\alpha_i} \right) \cdot 86400 \quad (\text{m}^3) \quad (11.35)$$

Na slici 11.7. je pokazana retardaciona kriva vrela rijeke Bune /1/.



Slika 11.7. Linija recesije vrela rijeke Bune /1/

Proučavanjem jugoslovenskih kraških izvora: vrela Bregave, vrela Bune i drugih, Avdagić /1/ je uočio da je α iz (11.29) složen parametar koji zavisi ne samo od promjene režima tečenja i provodnosti λ , nego i od nagle promjene aktivne površine (podzemnog) rezervoara u slivu (A). On je za krivu recesije predložio slijedeću jednačinu:

$$Q = Q_0 e^{-\lambda / A(t-t_0)} \quad (11.36)$$

Linija recesije, odnosno retardaciona grana hidrograma oticanja po prestanku površinskog oticanja predstavljena jednačinom (11.29), može se, uz određene pretpostavke, iskoristiti i za proračun minimalnih godišnjih proticaja (malih voda). Procedura definiranja malih voda prema ovom postupku, nakon definisanja recesionog koeficijenta (α), obično prosječnog, se sastoji iz slijedećih koraka:

1. Provesti statističku analizu maksimalne dužine (trajanja) sušnih perioda u slivu rijeke za koju se definiraju male vode. To, u prvom redu, podrazumijeva formiranje uzorka najdužih (kontinuiranih) vremenskih perioda bez padavina (beskišnih perioda), odnosno sa beznačajnim padavinama, a na osnovu pregleda meteoroloških godišnjaka za jednu ili više kišomjernih stanica koje reprezentuju posmatrani sliv. Taj uzorak se statistički analizira sa krajnjim ciljem da se definiše funkcija raspodjele vjerovatnoće beskišnih perioda (slika 11.8). Analiza podrazumijeva statističku analizu ekstremnih vrijednosti, obzirom da se provodi analiza ekstremno opaženih veličina u svakoj godini (jedan podatak godišnje) tokom višegodišnjeg perioda osmatranja. Uređivanjem ovih podataka po veličini (vidi poglavlje 8), obrazuje se statistički niz realizacija maksimalnih godišnjih beskišnih perioda – statistički uzorak, kao:

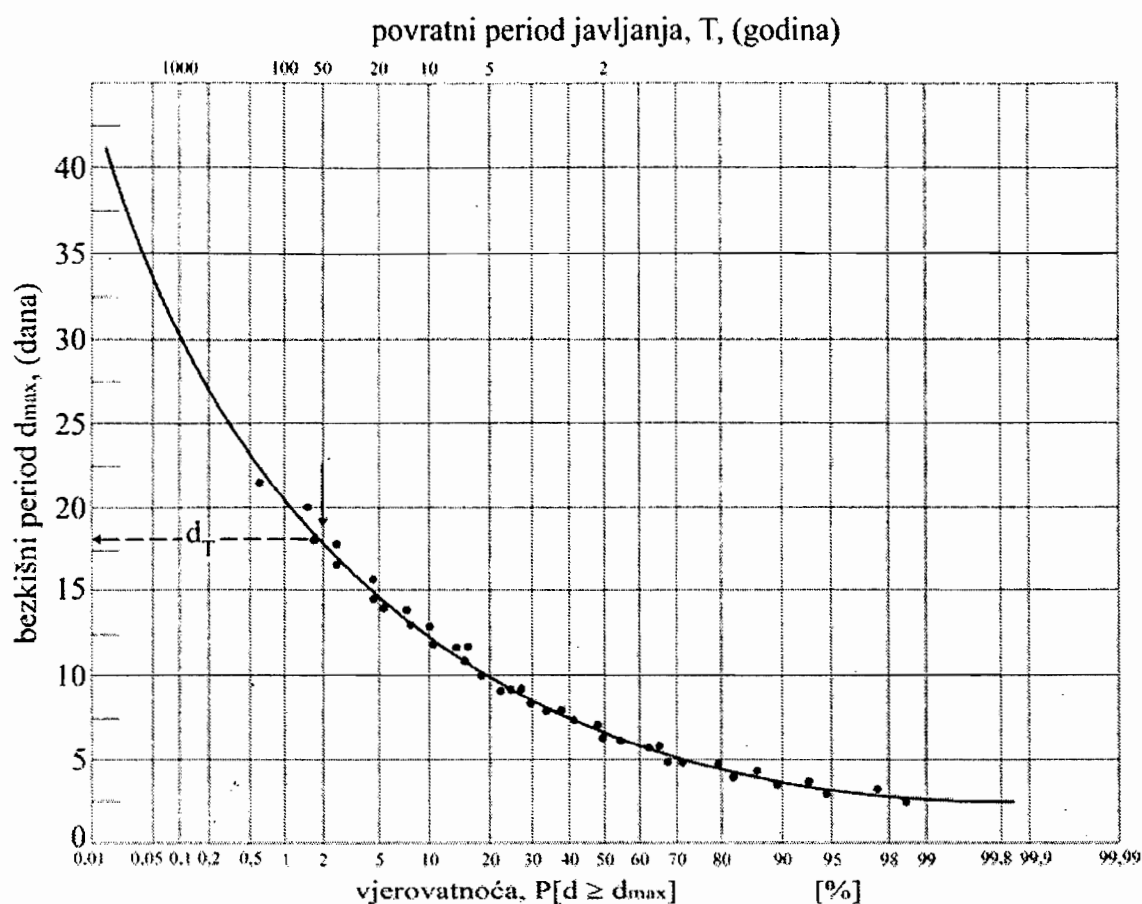
$$d_1^m, d_2^m, \dots, d_{i-1}^m, d_i^m, d_{i+1}^m, \dots, d_N^m \quad (11.37)$$

$$d_1^m \geq d_2^m \geq \dots, d_{i-1}^m \geq d_i^m \geq d_{i+1}^m \geq \dots \geq d_N^m$$

Cilj analize je da se odredi vjerovatnoća pojave, odnosno funkcija raspodjele vjerovatnoće maksimalnih beskišnih perioda (d_i).

Daljnja procedura koja se odnosi na definiranje funkcije raspodjele vjerovatnoće maksimalnih beskišnih perioda, pokazana je kod analize funkcije raspodjele minimalnih godišnjih proticaja – tačka 12.2.1., te se ovdje neće ponavljati.

2. Pod pretpostavkom da je povratni period javljanja malih voda (minimalnih proticaja), T , jednak povratnom periodu dužine beskišnog perioda, d_T , minimalni proticaj povratnog perioda T – godina, određuje se iz jednačine (11.29) uvrštavanjem $(t - t_0) = d_T$.



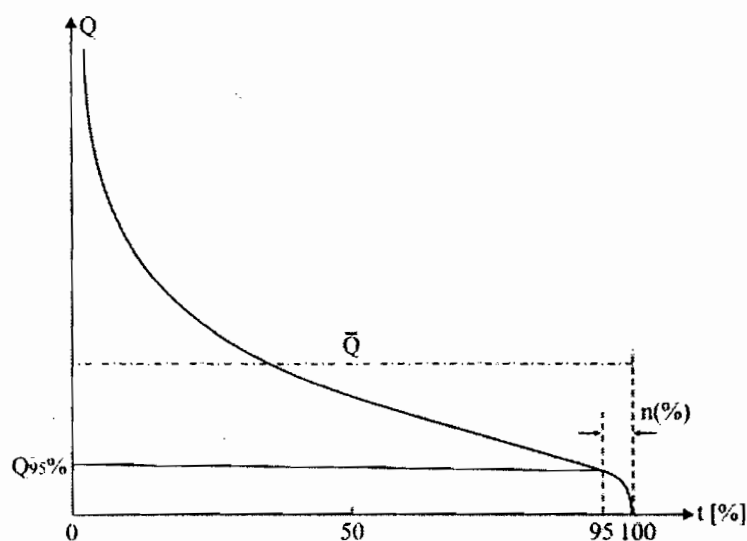
Slika 11.8. Ilustracija funkcije raspodjele vjerovatnoće dužine beskišnih perioda

11.5. ANALIZA LINIJE TRAJANJA PROTICAJA

Odabrane tačke na donjem kraju linije trajanja proticaja se mogu koristiti kao mjera za male vode posmatranog toka.

Tako, na primjer, u V. Britaniji se koriste slijedeća dva indeksa /13/:

- (i) proticaj koji je prevaziđen u 95 % vremena ($Q_{95\%}$) – slika 11.9., i
- (ii) procenat vremena u kome je prevaziđen proticaj ($\bar{Q}/4$), gdje je \bar{Q} prosječni (višegodišnji) proticaj.



Slika 11.9. Ilustracija proticaja koji je na liniji trajanja proticaja prevaziđen 95% vremena

U hronološkom nizu dnevnih proticaja, broj uzastopnih dana tokom kojih nije prevaziđen neki minimalni proticaj, se naziva malovodnim periodom (period n na slici 11.9). Na primjer, ako proticaj $Q_{95\%}$ nije prevaziđen u toku (n) dana, radi se o malovodnom periodu trajanja (n) dana.

Na osnovu podataka dugogodišnjih osmatranja dnevnih proticaja, odnosno N linija trajanja za svaku od godina osmatranja, mogu se izdvojiti trajanja perioda sa karakteristikom da je $Q \leq Q_{95\%}$, i na bazi ovako formirane statističke serije, izvršiti analiza vjerovatnoće pojave malovodnih perioda.

Obzirom da ovaj način uslovljava da se unaprijed odredi neki reporni proticaj ($Q_{95\%}$ ili neki drugi), u praksi se obično vrši statistička analiza minimalnih proticaja trajanja 1, 7, 10, 14, ... dana – statistička analiza malovodnih perioda data u tački 1-1.2.3., čime se izbjegava nedostatak naprijed opisane procedure.

11.6. VODOPRIVREDNI ASPEKT MALIH VODA

Pod vodnim režimima, koji predstavljaju ključnu kategoriju za vodoprivredno planiranje, se podrazumijeva čitava dinamika stalnih promjena kvantitativnih i kvalitativnih osobina vode, kao i dinamika odnosa vode sa okolinom koja je okružuje.

Iz gornje definicije jasno proizilazi da vodni režimi imaju dvije razgraničene komponente: kvantitativnu (količine voda po vremenu i prostoru) i kvalitativnu (promjenu kvaliteta voda po vremenu i prostoru). Vodni režimi mogu biti prirodni vodni režimi, kojim se teško ili nikako ne može upravljati, pa se nazivaju neupravljeni i upravljani vodni režimi.

Osnovni cilj vodoprivrednih djelatnosti je upravo u tome da se iz sfere neupravljenih vodnih režima pređe na što potpunije upravljanje vodnim režimima. Da bi se to postiglo, neophodni su odgovarajući objekti koji vodoprivredni sistem čine upravljivim, a to su prije svega akumulacije (vremenska preraspodjela voda), uz neophodna prevođenja voda (prostorna preraspodjela voda). Osim akumulacija, odnosno prirodnih retenzija, u objekte koji sistem čine upravljivim spadaju na primjer i uređaji za prečišćavanje otpadnih voda, kojima se mijenjaju kvalitativne karakteristike voda.

Sa aspekta korištenja i zaštite voda, posebno su važna i slijedeća dva upravljana režima:

- (i) *Vodoprivredni minimum (Q_{vm})*. To je proticaj koji uzvodni korisnici moraju ostaviti u vodotoku nizvodno od svojih zahvata za potrebe svih nizvodnih korisnika. Do ove veličine se dolazi optimizacijom i iterativnim usaglašavanjem ciljeva i interesa uzvodnih i nizvodnih korisnika,
- (ii) *Ekološki garantovani (prihvatljivi) minimum (Q_{em})*. To je proticaj koji se određuje na osnovu ekološke studije i mora se uvijek obezbijediti u vodotoku za normalan opstanak i razvoj biljnog i životinjskog svijeta u njemu.

Ekološki garantovani proticaj u upravljačke zadatke ulazi kao ograničenje, za razliku od vodoprivrednog minimuma kao upravljačke veličine.

Garantovani minimum ili *garantovani proticaj*, Q_{gin} , uključuje obje navedene kategorije. Prilikom određivanja garantovanog minimuma, moraju biti zadovoljeni slijedeći principi:

- na dionici rijeke mora uvijek da bude ostvaren ekološki garantovani minimum, predviđen za taj period godine,
- uzvodni potrošači vode moraju da obezbijede propisane vodoprivredne minimume, neophodne za korisnike na nizvodnim dionicama rijeke,
- garantovani minimum na dionici rijeke je uvijek veća vrijednost proticaja između garantovanog ekološkog minimuma i vodoprivrednog minimuma, tj.:

$$Q_{gm} = \max \{ Q_{em}; Q_{vm} \} \quad (11.38)$$

- garantovani minimum se mora obezbijediti na svim dionicama vodnog toka, pri čemu je obezbijedenost ekološkog minimuma sasvim bliska 100%, dok je obezbijedenost vodoprivrednog minimuma jednaka obezbijedenosti nizvodnih korisnika kojima se taj proticaj i upućuje.

Kod vodnih tokova sa neregulisanim proticajem, za garantovani minimum se najčešće uzima 30 – dnevna mala voda 95% obezbijedenosti, $Q_{95\%}^{30}$, odnosno vjerovatnoće pojave prosječno jedanput u dvadeset godina. Obzirom na relativnu računsku složenost, u hidrološkoj praksi se vodoprivredni minimum određuje kao minimalni srednji mjesečni proticaj 95% obezbijedenosti, $Q_{95\%}$. Ovo pojednostavljenje se prihvata, jer razlike po jednom i drugom načinu iznose od 10 do 15%.

Drugi način je da se garantovani minimum ocjenjuje kao:

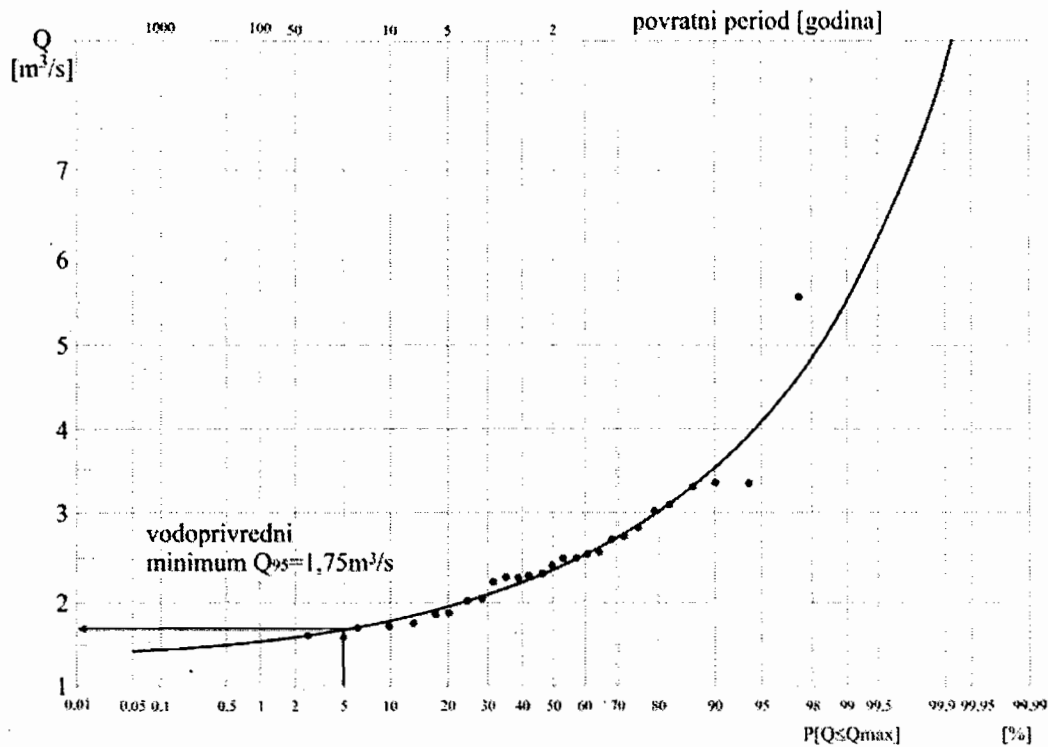
$$Q_{gm} = (0,10 - 0,15) \cdot \bar{Q}_g \quad (11.39)$$

Za konačnu vrijednost garantovanog minimuma uzima se veća vrijednost između gornja dva pristupa, odnosno:

$$Q_{gm} = \max \{ Q_{95\%}; [(0,10 - 0,15) \cdot \bar{Q}_g] \} \quad (11.40)$$

gdje je \bar{Q}_g prosječni višegodišnji proticaj datog vodotoka.

U svrhu ilustracije, koristeći se raspoloživim nizom minimalnih srednjih mjesečnih proticaja, na slici 11.10. je prikazana funkcija vjerovatnoće raspodjele minimalnih srednjih mjesečnih proticaja rijeke Bosne na V.S. Plandište za period 1951. – 1977. godine, sa odgovarajućim garantovanim minimumom određenim kao minimalni srednji mjesečni proticaj 95% obezbijedenosti.



Slika 11.10. Funkcija raspodjele vjerovatnoće minimalnih srednjih mjesečnih proticaja rijeke Bosne na V.S. Plandište

U tabeli 11.4, su za nekoliko profila dati minimalni srednji mjesečni proticaji za pet vjerovatnoća javljanja. Ako se prosječni proticaji iz posljednje kolone uporede sa $Q_{95\%}$, vidi se da potonji predstavljaju oko 35% od prosječnih godišnjih vrijednosti na Dunavu, 17% na Savi i Drini, 16% na Tisi i 14% na V. Moravi.

Tabela 11.4. Vjerovatnoća pojave minimalnih srednje mjesečnih proticaja

| Rijeka | Vodomjerna stanica | Q_{min} (m^3/s) vjerovatnoće: | | | | | \bar{Q}_g (m^3/s) |
|-----------|--------------------|--|------|------|------|-----|----------------------------|
| | | 10% | 50% | 80% | 95% | 99% | |
| Dunav | Bogojevo | 2174 | 1650 | 1340 | 1069 | 857 | 3001 |
| Tisa | Novi Bečej | 433 | 442 | 170 | 129 | 111 | 801 |
| Sava | S. Mitrovica | 818 | 513 | 374 | 280 | 225 | 1607 |
| Drina | Zvornik | 193 | 102 | 75 | 63 | 60 | 372 |
| V. Morava | Lj. Most | 111 | 63 | 44 | 34 | 29 | 240 |

Male vode

Analiza odnosa minimalnog srednjeg mjesečnog proticaja 95% obezbijedenosti, $Q_{95\%}$, i srednjeg višegodišnjeg proticaja, \bar{Q}_g , za glavne slivove na teritoriji Bosne i Hercegovine, data je u tabeli 11.5.

Tabela 11.5. Odnos minimalnih srednjih mjesečnih proticaja 95% obezbijedenosti i srednjeg višegodišnjeg proticaja za teritorij Bosne i Hercegovine

| Sliv | $Q_{95\%}$ u (%) od \bar{Q}_g | | |
|---------------|------------------------------------|---------|-------------------|
| | donja granica | prosjek | gornja granica |
| Una | 3 | 17 | 18 |
| Vrbas | 11 | 22 | 33 |
| Bosna | 7 | 16 | 23 |
| Drina | 6 | 14 | 25 |
| Područje krša | 3 | 15 | 45 |
| BiH | 3 | 15 | 45 |

Dorđević i Dašić /17/, predložili su slijedeću metodu za određivanje ekološkog garantovanog minimuma. Metoda se zasniva na primjeni slijedećih hidroloških parametara na razmatranom sektoru rijeke:

- prosječni višegodišnji proticaj, \bar{Q}_g ,
- minimalni srednji mjesečni proticaj 95% obezbijedenosti, $Q_{95\%}$,
- minimalni srednji mjesečni proticaj 80% obezbijedenosti, $Q_{80\%}$,
- minimalni srednji 30 – dnevni proticaj 95% obezbijedenosti, $Q_{95\%}^{30}$,
- minimalni srednji 30 – dnevni proticaj 80% obezbijedenosti, $Q_{80\%}^{30}$.

Navedeni autori predlažu slijedeću proceduru za usvajanje ekološkog garantovanog minimuma.

1. U vanvegetacionom periodu (oktobar – mart), ekološki garantovani minimum bira se na osnovu relacije:

$$Q_{em} = 0,1 \cdot \bar{Q}_g \quad \text{za } Q_{95\%} \text{ ili } Q_{95\%}^{30} \leq 0,1 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.41)$$

$$Q_{em} = Q_{95\%} \text{ ili } Q_{95\%}^{30} \quad \text{za } 0,1 \cdot \bar{Q}_g \leq Q_{95\%} \text{ ili } Q_{95\%}^{30} \leq 0,15 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.42)$$

$$Q_{em} = 0,15 \cdot \bar{Q}_g \quad \text{za } Q_{95\%} \text{ ili } Q_{95\%}^{30} \geq 0,15 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.43)$$

Dakle, u ovom periodu ekološki garantovani minimum ne može biti manji od $0,1 \cdot \bar{Q}_g$, niti veći od $0,15 \cdot \bar{Q}_g$.

- U vegetacionom periodu (april – septembar), ekološki garantovani minimum bira se tako da odgovara veličini minimalnog srednjeg mjesečnog proticaja 80% obezbijedenosti ($Q_{80\%}$), odnosno minimalnom srednjem 30 – dnevnom proticaju iste obezbijedenosti ($Q_{80\%}^{30}$). Ta vrijednost ne može biti manja od $0,15 \cdot \bar{Q}_g$, odnosno ne treba da bude veća od $0,25 \cdot \bar{Q}_g$. Relacija za odabir ekološkog garantovanog minimuma u vegetacionom periodu glasi:

$$Q_{em} = 0,15 \cdot \bar{Q}_g \quad \text{za } Q_{80\%} \text{ ili } Q_{80\%}^{30} \leq 0,15 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.44)$$

$$Q_{em} = Q_{80\%} \text{ ili } Q_{80\%}^{30} \quad \text{za } 0,15 \cdot \bar{Q}_g \leq Q_{80\%} \text{ ili } Q_{80\%}^{30} \leq 0,25 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.45)$$

$$Q_{em} = 0,25 \cdot \bar{Q}_g \quad \text{za } Q_{80\%} \text{ ili } Q_{80\%}^{30} \geq 0,25 \cdot \bar{Q}_g \quad (11.46)$$

U slučaju da granične vrijednosti ekološkog garantovanog minimuma, dobijene preko navedenih obezbijedenosti malih voda izlaze izvan opsega koji je definisan gornjim nejednačinama, usvajaju se granične vrijednosti.

- U slučaju vodotoka kod kojih postoje posebni ekološki ili sportsko – turistički i rekreacioni zahtjevi, vrijednosti koje se dobijaju gore navedenim nejednačinama mogu se uvećavati. U vanvegetacionom periodu do 15%, u vegetacionom periodu do 30%. To se može učiniti samo uz posebnu analizu svrsishodnosti takvog povećanja.
- Vrijednosti ekološkog garantovanog minimuma u vanvegetacionom periodu mogu se tretirati kao konstante. Po potrebi, moguće je i njihovo variranje, kao na primjer izvjesno povećanje u februaru, kada se mrijevate neke vrste riba (štuka).
- Vrijednosti ekološkog garantovanog minimuma u vegetacionom periodu, koje se dobijaju po navedenim nejednačinama, su prosječne. Finije prilagođavanje

potrebama razvoja biocenoze ili ihtiofaune je moguće. U kritičnom periodu mrijesta moguća su povećanja ispuštanja iz uzvodne akumulacije, što mora biti u skladu sa eventualnim zahtjevima službi nadležnih za ekološku zaštitu i ribarstvo. Takođe su moguća i smanjenja ispuštanja iz uzvodnih akumulacija, ako je hidrološka situacija povoljna, i ako su dotoci na pritokama značajni. Međutim, i u tim uslovima, ne smije se dozvoliti da na dionici nizvodno od brane proticaji budu manji od onih koji se ispuštaju u vanvegetacionom periodu.

Kriteriji i mjerila, a time i na njima zasnovane metode određivanja ekološkog garantovanog minimuma značajno se razlikuju. Prve su metode imale cilj zaštititi vrh hranidbenog lanca, tj. riblje vrste u otvorenom vodotoku, jer se smatralo da ako se njih zaštititi da će biti zaštićeni i svi ostali manje osjetljivi dijelovi hranidbenog lanca. Takav se pristup pokazao nedovoljnim. Neki istraživači smatraju da je pri određivanju ekološkog garantovanog minimuma potrebno naći ravnotežu između potreba za vodom ekosistema i socio – ekonomskog okoliša, što izravno vodi ka holističkom ili sveobuhvatnom pristupu upravljanja vodnim resursima otvorenih vodotoka /3/.

Brojnost metoda za određivanje ekološkog garantovanog minimuma velika je i u stalnom je porastu. Metode za određivanje ekološkog garantovanog minimuma svrstane su u slijedeće četiri osnovne grupe /3/:

- Brzi i približni postupci određivanja ekološkog garantovanog minimuma,
- Metode kod kojih se koristi jedan ili manji broj važnih kriterija za određivanje ekološkog garantovanog minimuma,
- Kompleksne interdisciplinarne metode određivanja ekološkog garantovanog minimuma,
- Metode simulacija staništa u otvorenim tokovima.

Brzi i približni postupci zasnovani su na iskustvenim načelima. Ishodište im se nalazi u mjerenim hidrološkim podlogama. Prihvatljivi su i često korišteni zbog toga što ne traže previše podataka i dugotrajan rad. Neophodno je raspolagati s hidrološkim podlogama o malim i srednjim proticajima. U nastavku je iznešeno nekoliko obrazaca ili kriterija za određivanje ekološkog garantovanog minimuma. Svi oni spadaju u brze i približne metode. Moguće ih je koristiti sve, a kao konačni prihvatiti onaj kriterij ili postupak koji zahtijeva najveću vrijednost minimalnog proticaja /3/.

Tako je alarmantnu graničnu vrijednost ekološkog garantovanog minimuma, Q_{em} , izraženog u (l/s) moguće odrediti pomoću slijedećeg izraza /3/:

$$Q_{em} = 0,2 \cdot Q_{80\%} \quad (11.47)$$

gdje je $Q_{80\%}$, proticaj koji na prosječnoj liniji trajanja ima trajanje od 80% izražen u (l/s).

Radi se o najnižoj trenutačnoj vrijednosti proticaja ispod koje se ne smije ići.

Za manje vodotoke predlaže se i slijedeći izraz /3/:

$$Q_{em} = \frac{15 \cdot Q_{80\%}}{(\ln Q_{80\%})^2} \quad (11.48)$$

u kojem su sva značenja varijabli i njihove dimenzije iste kao i kod prethodnog izraza.

Za veće vodotoke predlaže se koristiti slijedeći izraz /3/:

$$Q_{em} = 0,25 \cdot Q_{80\%} + 75 \quad (11.49)$$

u kojem su značenja varijabli i njihove dimenzije iste kao i u prethodnim izrazima, iz čega proizilazi da konstanta 75 znači 75 l/s.

Takođe se preporučuje da najmanja dubina vodotoka ne smije biti manja od 20 cm, te da se iz vodotoka treba prestati uzimati vodu kod nekih graničnih proticaja koji su različiti za razne vodotoke, te su stvar posebnih analiza.

Za vodotoke u nizinama, koji imaju relativno široka korita preporučuje se da u svakom metru širine korita mora teći od 30 do 40 l/s vode.

Postoje i preporuke da vrijednost ekološkog garantovanog minimuma ne smije biti niža od 2 do 3 l/s/km², pri čemu je potrebno poznavanje površine sliva.

U Francuskoj i Austriji koristi se slijedeći izraz:

$$Q_{em} = (0,15 - 0,20) \cdot \bar{Q}_g \quad (11.50)$$

kod čega \bar{Q}_g predstavlja srednji višegodišnji proticaj izražen u istim dimenzijama kao i ekološki garantovani minimum Q_{em} . Veća vrijednost koeficijenta u iznosu od 0,2 koristi se za manje vodotoke.

11.7. LITERATURA

1. Avdagić, I., 1987. *Oticanje u kraškim hidrološkim sistemima*, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
2. Bonacci, O., 1993. *Identifikacija suše i borba protiv nje*, Zbornik radova sa Okruglog stola o suši, Zagreb.
3. Bonacci, O., 2003. *Ekohidrologija vodnih resursa i otvorenih vodotoka*, Građevinsko-ArHITEKTONSKI fakultet Sveučilišta u Splitu i Institut građevinarstva Hrvatske, Zagreb.
4. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
5. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
6. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
7. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
8. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
9. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
10. Hrelja, H., 2000. *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
11. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija-I deo*, Hidrotehnički institut „Jaroslav Černi“, Beograd.
12. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
13. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
14. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1949. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
15. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
16. Pavlović, D., Vukmirović, V., 1998. *A Review of Approaches for Low Flows Analysis*, Proceedings of Low Flows Expert Meeting, FRIEND-AMHY Group and Faculty of Civil Engineering University of Belgrade, Belgrade.

17. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
18. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
19. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
20. Vukmirović, V., Mališić, J., Pavlović, D., 1998. *Some Aspects of Regional Statistical Analysis of Low Flows*, Proceedings of Low Flows Expert Meeting, FRIEND-AMHY Group and Faculty of Civil Engineering University of Belgrade, Belgrade.
21. Vukmirović, V., Petrović, J., 1998. *An Example of Statistical Analysis of Drought Variables*, Proceedings of Low Flows Expert Meeting, FRIEND-AMHY Group and Faculty of Civil Engineering University of Belgrade, Belgrade.
22. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.

«Šta je mekše od vode, šta je tvrđe od kamena? Ipak, meka voda dubi tvrdi kamen.»

(Ovidije)

12

VELIKE VODE

12.1. OPŠTA RAZMATRANJA

Pod pojmom “velika voda“, podrazumijeva se pojava kada se vodostaj, odnosno proticaj rijeke naglo povećava da bi, pošto je dostignut maksimum, došlo do postepenog opadanja vodostaja (proticaja). Odgovarajući hidrogram se naziva poplavni val ili poplavni talas, pošto u ovim situacijama, skoro po pravilu, dolazi do izlivanja vode iz osnovnog korita i plavljenja priobalnog terena. Shodno tome, stanje kada se voda izliva iz osnovnog korita naziva se poplava. U svakodnevnoj hidrološkoj praksi se pojam “velika voda” obično vezuje za pojavu maksimalnog vodostaja ili maksimalnog proticaja.

Od karakteristika kojima se poplave mogu opisati, ovih je pet najvažnijih:

- nivo vode,
- proticaj vode,
- vremensko trajanje nivoa ili proticaja na određenom teritoriju,
- zapremina vodnog vala iznad određenog nivoa ili proticaja,
- površina zahvaćena plavljenjem.

Sve su kombinacije tih pet karakteristika moguće, ali je poplave moguće karakterizirati i drugim parametrima, koji nisu izravno hidrološke prirode.

Poplave predstavljaju jednu od najvećih opasnosti za ljudsku zajednicu i imaju značajan uticaj na društveni i ekonomski razvoj. Na primjer, broj ljudi ugroženih poplavama u periodu od 1991. do 2000. godine, prema Svjetskoj Meteorološkoj Organizaciji (WMO), cijeni se na 1,5 milijardu.

Iako se dugo smatralo da je najrazvijeniji dio svijeta riješio probleme poplava i da se to dešava samo u slabije razvijenim dijelovima svijeta, događanja u Evropi (Njemačka, Austrija, Češka) pa i širom svijeta (Kina, Filipini) koja su se desila početkom 21. stoljeća, definitivno su razbile tu iluziju. Riječ je o vrlo bogatim i vrlo organizovanim državama u Evropi pa i u svijetu koje su tada doživjele doista katastrofalne poplave. Smatralo se naime, da su te zemlje ili barem neke od njih, riješile probleme poplava velikih rijeka na zadovoljavajućem nivou i da se ti problemi mogu javljati samo u slabije razvijenim dijelovima svijeta. Te poplave karakteristične su po golemim štetama (grube procjene spominju cifre od preko 20 milijardi eura) ali i neznatnim gubicima ljudskih života.

Te poplave i nekoliko velikih poplava u raznim dijelovima Evrope i svijeta u posljednjoj deceniji dvadesetog vijeka, praćenih visokim štetama i gubicima ljudskih života, vratile su problem poplava u žižu interesovanja javnosti. Kako usljed ekonomskog razvoja postoji veliki pritisak na korištenje prostora pored rijeka, postalo je jasno da vijekovima primjenjivan pristup «borbe protiv poplava» mora biti zamijenjen principom «živjeti sa poplavama».

Iskustvo sa tim poplavama daje za pravo da se konstatuje da su sve do sada poduzete mjere nedovoljne, i ne preostaje ništa drugo nego novim istraživanjima problema pronaći nova i djelotvornija inženjerska rješenja. Treba unaprijed znati da su ta rješenja skupa i komplicirana, ali očigledno prijeko potrebna.

Poplave koje se dešavaju i u Bosni i Hercegovini nisu nikakva specifičnost, a naročito nisu rezultat nespremnosti njenih stručnjaka, ili su to samo manjim dijelom. Jer poplave se dešavaju svuda, u razvijenim i u nerazvijenim dijelovima svijeta, na mjestima gdje su izgrađeni sistemi odbrane od poplava i na mjestima gdje su takvi sistemi nepotpuni ili ih uopće nema, u situacijama i društvima u kojima postoje dobro organizirane mjere prognoze i dojave poplava i u situacijama i društvima gdje su takve mjere slabo organizirane. Ali, bitna je razlika u dimenzijama njihovih posljedica-šteta. U prvim, dakle onim razvijenijim, štete su apsolutno, a naročito relativno (s obzirom na njihov društveni dohodak) bitno manje, a osim toga sanacija šteta mnogo je brža i djelotvornija.

Činjenica je da se, bez obzira na sve veća ulaganja u zaštitu od poplava, trend povećanja šteta od poplava očituje se i u Bosni i Hercegovini. Ova pojava se uklapa u tvrdnje eminentnih svjetskih stručnjaka iz ove oblasti, da se u svim zemljama u razvoju štete od poplava povećavaju, uprkos povećanim ulaganjima za njihovu prevenciju. Ova, na prvi pogled paradoksalna situacija, se objašnjava činjenicom da je u ovim zemljama trend ulaganja u zaštitu od poplava ipak nešto niži od ulaganja u materijalna dobra koja su izložena plavljenju, te nepostojanje dovoljno organizovanog pristupa i sistematičnosti kod lociranja visoko vrijednih objekata. Razlozi za ovaj nepovoljni i opasni trend globalne su prirode. Kao prvo, ljudi se gomilaju u velike urbane sredine povećavajući dimenzije gradova do neslućenih, nerazumnih i nekontroliranih veličina. Ove sredine posebno su ranjive u smislu poplava koje postaju sastavni i neotuđivi dio njihovog svakodnevnog života i djelovanja. Drugi razlog za povećanje broja i negativnih posljedica poplava, leži u činjenici sveopćeg ljudskog djelovanja u slivu. To je djelovanje uglavnom pogoršalo uslove oticanja, u smislu smanjenja vremena koncentracije, te povišenja vrhova poplavnih valova. Spomenuto je nastalo kao posljedica nekontrolisane sječe šuma, urbanizacije, tj. asfaltiranja i betoniranja velikih površina kao i neodgovarajuće poljoprivredne proizvodnje, što rezultira globalnim promjenama uslova oticanja u slivu /4/.

Kao potencijalni razlog povećanju broja i pogoršanju posljedica poplava, prije svega u najrazvijenijim zajednicama, treba spomenuti i neodgovarajuće projektovanje i/ili upravljanje vodoprivrednim sistemima na vodotocima. Kao ilustrativan primjer mogu poslužiti razorne poplave koje su se pojavile devedesetih godina dvadesetog stoljeća u SAD, Njemačkoj i Holandiji. Na svim vodotocima na kojima su se pojavile velike vode, izgrađeni su najsloženiji i najsavršeniji višenamjenski vodoprivredni sistemi. Svi su oni automatski upravljani i centralno vođeni a hidrološko-hidraulički su sistemi istraženi do najsitnijih detalja. Monitoring hidrometeoroloških parametara na tim vodotocima optimiziran je sa svih relevantnih stanovišta, a korištene su najsavremenije i najučinkovitije tehnologije i modeli. Sve to nije pomoglo ni da se spriječe pa niti ublaže poplave.

Nadalje, zbog sve veće zahtjevane zaštite od voda, zaštitni sistemi, kao dio kompleksnih vodoprivrednih sistema, postajuće sve složeniji. Pored pasivnih mjera zaštite (linijska odbrana u ugroženim zonama nasipima i regulacionim radovima) i aktivnih mjera usmjerenih na ublažavanje talasa velikih voda (akumulacije, retenzije, rasteretni kanali), sve dominantnije mjesto moraće imati i mjere prostornog planiranja i namjenskog uređenja prostora za zaštitu od voda. Naime, mora se što hitnije promijeniti sadašnja apsurdna praksa, da se veoma skupa materijalna dobra bez ikakve prijeke potrebe najprije izgrade u ugroženim područjima, pa se zatim naknadno vodoprivredi postave zahtjevi da ta dobra ili

urbanizovana područja zaštiti od poplava po bilo koju cijenu. Mjerama prostornog planiranja, prostor se tako uređuje i urbanizuje da se poplave ne doživljavaju kao nacionalna katastrofa. Neke ekonomske analize pokazuju da se, bar za sada, aktivna odbrana akumulacijama i namjenskim retenzijama isplati samo u izuzetnim slučajevima, kada su pasivne mjere iscrpljene ili limitirane. To još više aktuelizuje stav o neophodnosti mjera uređenja prostora koje se slikovito opisuju sintagmom «živjeti sa poplavama bez velikih trauma». To je novi, integralni koncept zaštite od poplava, koji se uklapa u međunarodno prihvaćeni koncept održivog razvoja, a teži usaglašavanju zahtjeva «humane» komponente (zaštite dobara i ljudskih života) i «ekološke» komponente (očuvanje ili ponovno uspostavljanje prirodnih funkcija i resursa plavnog područja).

U osnovi se poplave mogu podijeliti na dvije značajno različite vrste. U prvu spada plavljenje manjih, uglavnom urbanih prostora. Ove poplave sve su češće, a izazivaju ih intenzivne padavine kratkog trajanja. Nastupaju neposredno po ili čak tokom pojave oluja sa grmljavinama. Trajanje ovih poplava je kratko, površine koje su poplavljene nisu prostorno velike ali su ekonomski gledano štete velike. Nerijetki su i gubici ljudskih života. Najtragičnije posljedice izazivaju u urbanim prostorima, bez obzira na nivo izvedenog sistema odvodnje.

Pod drugu vrstu poplava spadaju one koje se javljaju na velikim vodotocima i zahvataju prostrana područja, dolaze relativno polagano a traju vrlo dugo (sedmicama pa čak i mjesecima). Izazivaju ih dugotrajne, najčešće ciklonske padavine čiji intenziteti ne trebaju biti suviše veliki. Snažan uticaj na veličinu ovih poplava ima činjenica eventualnog otapanja snijega i/ili leda u slivu te stanje prethodne vlažnosti kao i ispunjenosti rezervi podzemnih voda i voda u tlu. Za odbranu od ovakvih prirodnih nepogoda, čovjek je, prvenstveno u razvijenim zemljama, izgradio velike i skupe sisteme odbrane od poplava o kojima je sve do posljednjih desetak godina mislio da ga pouzdano mogu štititi od prirode.

Neupućeni u ovu problematiku, ali ne samo oni, često vezuju poplave za dva uzroka: (i) uticaj čovjekova rada na slivu, i (ii) klimatske promjene /4/.

Prvi razlog svakako stoji, ali nikako nije dominantan. Što se pak drugoga razloga tiče, danas je postalo veoma popularno svaki problem vezati uz klimatske promjene, iako najvećem broju onih koji to rade nije ni najmanje jasno što se pod pojmom klimatskih promjena podrazumijeva. Mnoga istraživanja raznih pojava u prirodi uglavnom su jasno potvrdili da istraživane pojave nemaju veze sa promjenom klime ili da barem nema nikakvih ozbiljnih naučnih argumenata koji mogu podržati takvu hipotezu. Čini se ipak da veći dio poplava koje su se pojavile u posljednjoj deceniji dvadesetog stoljeća može biti veoma argumentirano protumačen i bez potrebe posezanja za fenomenom promjene klime. Treba

prvenstveno imati na umu činjenicu da je hidrološka istorija veoma kratka. Pouzdani mjerni podaci, a k tome još i homogeni, prava su rijetkost, a samo takve podloge mogu nas dovesti do sigurnijih zaključaka. Želi li se donositi pouzdana odluka je li određena poplava npr. 200-godišnjeg povratnog perioda, moralo bi se na raspolaganju imati najmanje 200-godišnji niz homogenih mjerenja nivoa i protoka voda, a takvih nizova na samo što nema, nego nema ni načina da se do njih dođe, ni na jednom vodomjernom profilu na zemlji.

S obzirom da su u Bosni i Hercegovini raspoloživi nizovi podataka daleko kraći od zahtjevanih, vjerovatnoće relativno rijetkih pojava su dobijane uz pomoć (ponekad nedopustivo velikih) ekstrapolacija linija vjerovatnoća. Ako se ovome doda činjenica da velike vode imaju izražene varijacije, a i da su podaci u mnogim slučajevima nehomogeni kao rezultat antropogenih uticaja u slivu, jasno je da su i same procjene velikih voda opterećene manjim ili većim greškama. Za razliku od nekih drugih zemalja, u Bosni i Hercegovini nisu propisani povratni periodi mjerodavnih voda: U takvim uslovima, projektanti i planeri su prepušteni sopstvenoj intuiciji i inženjerskoj ocjeni u pogledu izbora mjerodavnih parametara. Postojeća praksa se svodi na to da se objekti manje vrijednosti, kao i objekti koji mogu ugroziti obnovljiva dobra (poljoprivredne kulture) štite od voda relativno kratkog povratnog perioda. Nasuprot tome, relativno skupi objekti koji su pored toga još i osjetljivi na nekontrolisana prelijevanja (nasute brane), kao i objekti koji bi u slučaju havarija mogli ugroziti trajna materijalna dobra i stanovništvo, štite se od velikih voda relativno dugog povratnog perioda.

Hidrotehnički sistemi se grade sa ciljem da se stvore uslovi za povećanje materijalne proizvodnje društva i za očuvanje zdrave čovjekove okoline, ili da postojeća, a i buduća materijalna dobra zaštite od razornog djelovanja vode. Ovakvi sistemi se sastoje od niza raznovrsnih objekata, kojima se zapravo stvaraju uslovi za racionalnu upotrebu korištenja voda, za zaštitu voda od zagađenja i za zaštitu od voda. Bez obzira o kojoj se vrsti objekta radi, pred njih se, pored ostalih uslova, postavljaju i zahtjevi visokog nivoa njihove sigurnosti. Stepem sigurnosti zavisi o veličini, odnosno vrijednosti objekta, njegovoj osjetljivosti na ekscerne situacije, vrijednosti i vrsti dobara, koja se takvim objektima brane itd.

Kako vrijednost dobara svakim danom više raste, to se zahtijeva sve veći stepen njihove zaštite. U takvim uslovima, objekti za prihvatanje i bezštetno odvođenje velikih voda, poprimaju takve dimenzije da je za njihovu izgradnju potrebno uložiti značajna finansijska sredstva. Prema tome, svestrano sagledavanje uslova u kojima će takvi objekti djelovati, predstavlja zadatak od čijeg uspješnog rješavanja u velikoj mjeri zavisi cijena cjelokupnog sistema, njegova pouzdanost u radu i njegova sigurnost.

Velike vode

U rješavanju postavljenih zadataka, postavljaju se dva ključna problema:

- Usvajanje veličine rizika kojem se određene vrste objekata i dobra smiju izložiti,
- Određivanje veličine proticaja koja odgovara naprijed spomenutoj veličini rizika.

Veličina rizika kog su investitori i projektanti voljni preuzeti (prema tome i prenijeti na društveno materijalna dobra) je zavisna od šireg sklopa društveno-ekonomskih odnosa, od vrste, namjene i veličine objekata i konstrukcija, kao i od vrijednosti samih objekata, odnosno dobara koja se takvim objektima štite. Kao što je to već prethodno pomenuto, u nekim zemljama ove veličine su propisane ili preporučene, što nije slučaj sa Bosnom i Hercegovinom. U našoj hidrotehničkoj praksi postoje prećutno usvojeni stavovi o veličini rizika koje društvo preuzima, i one, izuzev stranih iskustava, nemaju stručne i naučne verifikacije.

Zaštita od velikih voda hidrotehničkih ili drugih privrednih, urbanih i infrastrukturnih sistema, podrazumijeva dosta visoka investiciona ulaganja. No bez obzira na veličinu i kapacitet zaštitnih objekata, teoretski nikada se ne može obezbijediti apsolutna zaštita branjenih dobara. Zapravo, uvijek postoji rizik da velike vode prevaziđu kapacitet zaštitnog objekta. Prema tome, projektni kapacitet zaštitnih objekata predstavlja kompromis između vrijednosti branjenih dobara i rizika kome se branjena dobra mogu izložiti sa jedne strane, odnosno visine ulaganja u objekte kojima se takva dobra štite sa druge strane. Prema tome, za korektno sagledavanje kapaciteta odbrambenih objekata, neophodno je svestrano poznavanje režima velikih voda, što se u krajnjoj liniji svodi na sagledavanje vjerovatnoće prevazilaženja projektovanog kapaciteta.

Hidrotehnički sistemi se nalaze pod dejstvom prirodnih procesa koji imaju stohastički karakter, sa veoma značajnim varijacijama u vremenu. Štaviše, nedovoljna sigurnost tih sistema može da predstavlja i opasnost po materijalna dobra i stanovništvo bliskih regija. Među takve objekte spadaju i objekti za zaštitu od poplava, kao i višenamjenski sistemi, posebno oni koji u svom sastavu sadrže akumulacije. Iskustva vezana za korištenje akumulacija su pokazala da se potencijalne opasnost od njih mogu javiti bilo kao posljedica "nepredvidivih" događaja – zemljotres, odroni zemlje, ratne aktivnosti, bilo kao posljedica nedovoljnog kapaciteta objekata za evakuaciju velikih voda preko brana.

Iz prethodno datih napomena proizilazi da je problem sigurnosti brana čvrsto vezan za određivanje mjerodavnih velikih voda koje je neophodno prihvatiti i bezštetno provesti evakuacionim organima. S obzirom da su ovi objekti po pravilu relativno

skupi u odnosu na kompletan sistem, jasno je da veličina tih objekata u značajnoj mjeri direktno utiče na ekonomičnost sistema. Sa druge strane, smanjenjem kapaciteta evakuacionih organa, povećava se rizik da se u toku korištenja sistema pojave proticaji koji prevazilaze kapacitet objekta, sa svim neželjenim posljedicama koje iz toga mogu proizaći. Na osnovu navedenih konstatacija, proizilazi da je jedan od najvažnijih problema, sa kojim se susreću planeri i projektanti hidrotehničkih sistema, predstavlja utvrđivanje rizika koji su posljedica velikih voda, kao i finansijskih ulaganja neophodnih da se ovi rizici svedu na prihvatljivu veličinu. Sa surge strane, visina rizika je u direktnoj vezi sa karakteristikama režima velikih voda, čije sagledavanje predstavlja jedan od prvih koraka u rješavanju kompleksa navedenih problema.

Definisanje vodnog režima u pravilu se bazira na dugotrajnom praćenju hidroloških i meteoroloških pojava. U sklopu nastojanja da se omogući sagledavanje vodnog režima, saznanja o velikim vodama počela su se sakupljati još prije nekoliko hiljada godina u Kini, Egiptu i Mesopotamiji. Uporedo sa razvojem društva, povećavala se vrijednost opštih i pojediničnih dobara, uz istovremeno povećanje zahtjeva za prostorom na kome su nastajala i širila se naselja. U takvim uslovima rasli su i zahtjevi za zaštitom od velikih voda.

Poplave se mogu pojaviti na mnogo mjesta, ali najčešće u dolinama rijeka i u obalnim pojasima rijeka, jezera i mora, a mogu biti izazvane od brojnih uzroka i imati brojne posljedice, uglavnom negativne, iako se i pojedine pozitivne ne mogu zanemariti. Lokacija i veličina poplava varira znatno.

Poplavne vode se ne javljaju jednako u svim godišnjim dobima, već prema osnovnim klimatskim karakteristikama sliva preovladavaju velike vode u pojedinim sezonama. Tako, u snježno-kišnom režimu rijeka, kome pripada najveći dio rijeka u Bosni i Hercegovini, ističu se sezonske velike vode. Tu su prije svega jesenski povodnji od kiša ili od kiša i topljenja prethodno svježih napadalih snjegova. Ovi povodnji mogu i potpuno izostati, ali na velikom broju rijeka u ovo doba godine pojavile su se dosad najveće zapažene velike vode. U toku zime mogu se usljed prodora toplih vazdušnih masa kao i usljed obilnih kiša pojaviti velike vode, obično kombinovane sa otapanjem snijega, a usljed malog isparavanja i eventualno zamrznutog zemljišta slivanje je veliko. Pojava zimskih velikih voda obično je rjeđa. U proljeće, po pravilu i bez izuzetka, javljaju se velike vode, najčešće kombinovane od topljenja akumulisanog snijega i od kiša, rjeđe samo od snijega ili samo do kiša. Njihova je osobina da su povodnji dužeg trajanja, ali su relativno niži najviši vodostaji, za razliku od jesenskog povodnja koji obično ima suprotne karakteristike. Ljetnje velike vode dolaze od jakih kiša, manje od zakašnjelog topljenja snijega na većim visinama. Usljed značajnog zadržavanja

Velike vode

voda na vegetaciji i na suhljem zemljištu, kao i usljed velikog isparavanja, ljetnje velike vode su po najvećem proticaju, po trajanju i po izdašnosti, manje od velikih voda u drugim sezonama.

Velike vode na rijekama mogu se javiti kao posljedica slijedećih faktora:

- Usljed jakih kiša, tako da karakteristike poplavnog vala zavise od jačine, rasprostiranja, trajanja i pravca kretanja kišnih događaja,
- Od topljenja nagomilanog snijega,
- Od topljenja nagomilanog leda,
- Od kombiniranog djelovanja kiše i otapanja snijega ili leda,
- Usljed rušenja pregrade koja je zbog odrona u vodotoku stvorila jezero,
- Usljed rušenja brana ili nasipa,
- Usljed pogrešnog rukovanja ustavama na branama (primjer poznate poplave u Mostaru, 1999. godine),
- Usljed promjene vodnog režima na pritokama i izazivanja vještačke koincidencije pojave velikih voda na glavnoj rijeci i pritokama,
- Usljed formiranja ledenih barijera na rijekama,
- Usljed zaustavljanja i nagomilavanja drveta pri splavarenju i drugim aktivnostima, odnosno zbog deponovanja krutog otpada (nedovoljna propusna moć mostova – posebno na malim vodotocima u urbanim zonama i sl.) i
- Usljed pojave vjetra na ušćima većih rijeka i mora (sa uticajem plime) i dr.

Od svih navedenih uzroka najvažniji su jake kiše i topljenje snijega, koji se javljaju obično istovremeno sa još nekim uzročnikom velike vode. Najozbiljnije poplave u Bosni i Hercegovini nastaju prvenstveno kao posljedica jakih kiša i kombiniranog djelovanja kiše i otapanja snijega ili leda, mada ni druge uzroke ne treba potcjenjivati.

Prva informacija potrebna za predviđanje poplava na određenoj lokaciji i određenom vremenu, su odgovarajuća mjerenja maksimalnih proticaja u svrhu obezbjeđenja historijskog uzorka (serije) dovoljne dužine. Analiza historijskih uzoraka omogućava saznanja o tome koje prognozne modele i hidrotehničke mjere zaštite je moguće upotrijebiti za kontrolu poplava. Međutim, za urbane površine, gdje su veličine slivnih površina male, predviđanje poplavnih proticaja može biti bazirano i na raznim empirijskim jednačinama/formulama. Za projektovanje propusta, mostova, brana, nasipa i drugih regulacionih radova, maksimalni poplavni proticaj je glavna ulazna veličina koja određuje veličinu, kapacitet i lokaciju ovih objekata. Poplavni valovi su određeni veličinom proticaja, vodostaja i zapreminom vodnog vala, pri čemu su navedene veličine važne za specifična projektovanja pojedinih navedenih hidrotehničkih objekata. Za projektovanje

važnih hidrotehničkih objekata neophodno je definirati potpuni poplavni val, odnosno hidrogram oticanja velike vode određene vjerovatnoće javljanja.

Za dimenzioniranje brojnih objekata, odnosno definiranje njihove propusne moći, mjerodavan je vrh poplavnog vala (maksimalni proticaj), ujedno trajanje i zapremina vode koja u toku vala proteče.

Pri analizi dejstva akumulacija ili riječnih korita na transformaciju poplavnih valova, pored maksimalnog proticaja, mjerodavni su zapremine poplavnih valova, kao i oblici hidrograma. Kako se hidrotehnički objekti dimenzioniraju sa ciljem da obezbijede određenu sigurnost nizvodnog područja, određivanje mjerodavne vrijednosti velike vode svodi se na definiranje maksimalnog proticaja i hidrograma poplavnog vala (po zapremini i obliku) koji odgovara nekoj vjerovatnoći pojave, odnosno povratnom periodu.

Odabir maksimalnog proticaja poplavnog vala za projektovanje nekog hidrotehničkog objekta zavisi od (i) važnosti objekta, (ii) vrijednosti objekta, (iii) efekata koje bi rušenje ili oštećenje objekta imalo na nizvodne korisnike, (iv) očekivanog životnog vijeka objekta, (v) gustine stanovništva naseljenog nizvodno, (vi) potapanja područja bogatih mineralima, industrijskih područja i drugih strateški važnih područja, (vii) ekonomskih uslova života ljudi nastanjenih nizvodno i dr.

12.2. METODE ZA ODREĐIVANJE VELIKIH VODA

Dosadašnja praksa u određivanju velikih voda, oslanja se na korištenje niza metoda razvijenih u različitim oblastima primjenjenih i teoretskih naučnih disciplina, kao što su vjerovatnoća i statistika, teorija sistema i sl. U brojnim, do sada poznatim metodama za određivanje velikih voda, primjenjivane su različite modifikacije i usavršavanje tih modela, koji su zavisili od većeg broja relevantnih faktora i same prirode proučavanih procesa. Svjetska praksa, pogotovo u razvijenim zemljama, teži ka tipizaciji i standardizaciji metoda i procedura za određivanje velikih voda. S obzirom na nedostatak takve prakse u Bosni i Hercegovini je primjetno šarenilo postupaka, a ponekad i kriterijuma vezanih za raznovrsne faze definisanja mjerodavnih velikih voda.

Za određivanje velikih voda, zavisno od veličine i tipa objekata koji se grade, raspoloživih podataka, te kadrovskih, tehničkih i finansijskih potencijala, koristi se veoma širok spektar različitih postupaka i metoda. Bez pretenzija da se diskvalifikuju neke druge sistematizacije, može se reći da se najčešće korištene

Velike vode

metode definisanja velikih voda mogu razvrstati na slijedeća dva načina: (i) prema tipu metode i (ii) prema obimu i vrsti raspoloživih podataka osmatranja i mjerenja koje metoda koristi.

1. Prema tipu metode:

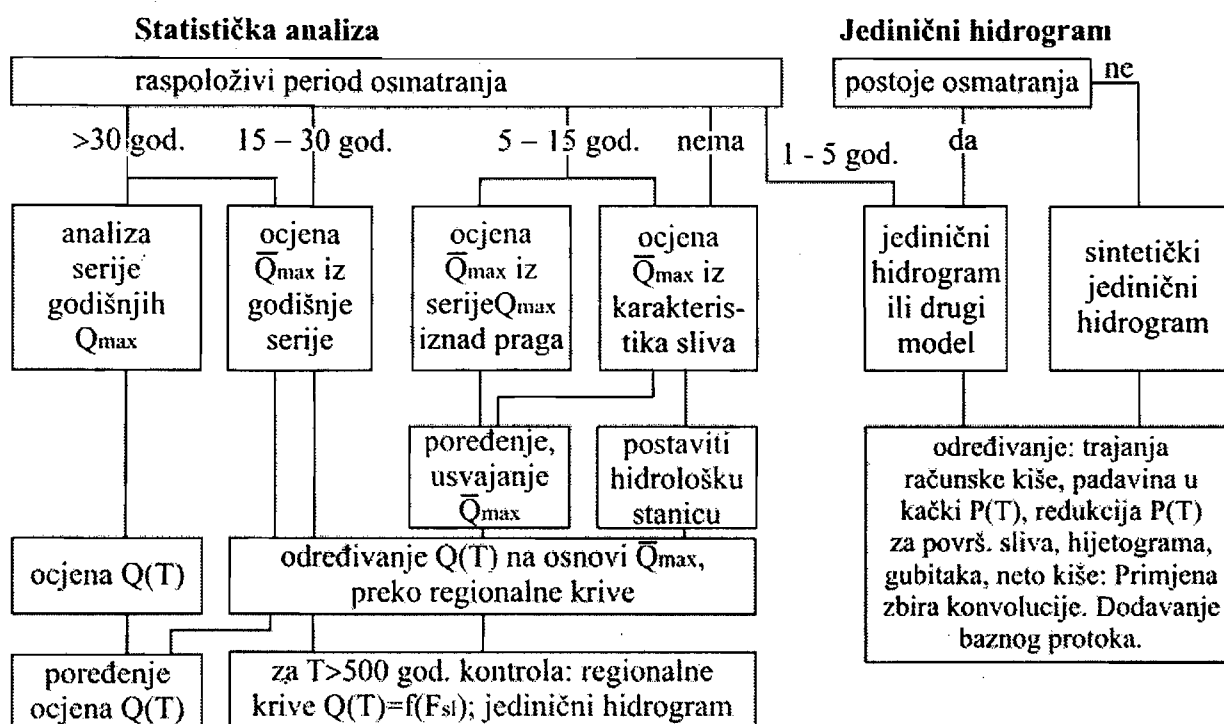
- Probabilističke (statističke) metode,
- Determinističke (parametarske) metode,
- Metode regionalnih analiza,
- Kombinovane metode.

2. Prema obimu i vrsti raspoloživih podataka osmatranja i mjerenja koje metoda koristi:

- Metode proračuna velikih voda na hidrološki izučenim profilima,
- Metode za proračun velikih voda na hidrološki nedovoljno izučenim profilima,
- Metode za proračun velikih voda na hidrološki neizučenim profilima.

Pod pojmom hidrološki izučeni profil, podrazumijeva se profil rijeke gdje postoje dovoljno duge serije osmatranja vodostaja i mjerenja proticaja. Obično su to serije dužine od najmanje 30 godina. Metode za proračun velike vode koje se koriste za kraće serije (manje od 15 godina), odnose se na drugu grupu (nedovoljno izučeni profili), a profili rijeka bez osmatranja pripadaju trećoj grupi.

Na slici 12.1 je dat pregled načina za ocjenu V.V. (prema Sutcliffe /24/).



Slika 12.1. Pregled metoda za ocjenu računskih velikih voda prema Sutcliffe /24/

U tekstu koji slijedi, biti će prikazane metode prema prvoj sistematizaciji.

Probabilističke (statističke) metode se baziraju na korištenju isključivo historijskih podataka o pojavi velikih voda. Takvi podaci se podvrgavaju statističkim analizama, sa krajnjim ciljem da se konstruiše linija vjerovatnoće pojave velikih voda, ili tačnije rečeno, da se definišu vjerovatnoće prevazilaženja određenih veličina. Jedna od veličina, čija veličina prevazilaženja je od praktičnog interesa svakako je kapacitet organa za evakuaciju velikih voda preko brana, u svrhu njihove zaštite.

Tipovi funkcija raspodjele, kao i prikaz procedura vezanih za prilagođavanje hidroloških podataka na njih, dati su u poglavlju 8.

Za statističke analize režima velikih voda primjenjuju se različite metode. U svim tim metodama koriste se raspoloživi nizovi hidroloških podataka, a pouzdanost rezultata proračuna, pored primijenjene metode, zavisi još i od kvaliteta i obima raspoloživih podataka. Nizovi hidroloških podataka, manjeviše u čitavom svijetu su uglavnom nedovoljni za određivanje pouzdane veličine veoma rijetkih voda koje su mjerodavne pri dimenzioniranju nekih objekata kao što su, na primjer, preliivi preko nasutih zemljanih brana. Naime, na sadašnjem stupnju istraženosti hidrološkog režima, maksimalna dužina neprekidnih nizova osmatranja, jedva da u

nekim zemljama prevazilazi 150 godina. U takvim uslovima, određivanje veličine vrlo rijetkih pojava (vjerovatnoće 0,001 ili 0,0001 na primjer), podrazumijeva nedopustivo velike ekstrapolacije linija vjerovatnoće. Takve ekstrapolacije daju utoliko nepouzdanije procjene velikih voda ukoliko su nizovi sistematskih osmatranja kraći. Da bi se dobile pouzdane procjene, prema Riedel-u /1/ utvrđivanje statističkog modela, koji se najbolje prilagođava osmotrenim ekstremnim vrijednostima, podrazumijeva da se raspolaže sa oko 1000 godina osmatranja, kako bi procjene mjerodavnih velikih voda bile dovoljno pouzdane.

S obzirom da su raspoloživi nizovi podataka daleko kraći od zahtjevanih, vjerovatnoće relativno rijetkih pojava se dobijaju uz pomoć (ponekad nedopustivo velikih) ekstrapolacija linija vjerovatnoće. Ako se ovome doda činjenica da velike vode imaju izražene varijacije, a i da su podaci u mnogim slučajevima nehomogeni kao rezultat antropogenih uticaja u slivu, jasno je da su i same procjene velikih voda opterećene manjim ili većim greškama. U cilju da se izbjegnu neželjena iznenađenja, koja bi mogla proisteći iz nepouzdanih procjena velikih voda, praktična rješenja se svode ili na izbor velike vode relativno dugog povratnog perioda, ili na usvajanje vrijednosti sa gornje granice 95 % - tnog intervala povjerenja za određeni povratni period.

Pri dimenzioniranju objekata za evakuaciju velikih voda procijenjenih probabilističkim postupkom, redovno se zahtijeva da njihov kapacitet bude takav da može da propusti proticaje koji se javljaju u znatno dužim intervalima nego što je vijek trajanja samog objekta. Povratni period zavisi od veličine i tipa objekata, kao i od vrijednosti dobara koja bi mogla biti ugrožena nedovoljnim kapacitetom objekata. Broj stanovnika u eventualno ugoženim područjima unose u ova razmišljanja novu dimenziju, a problem se obično rješava tako da se zahtijeva viši stepen sigurnosti. Za razliku od nekih drugih zemalja, u Bosni i Hercegovini nisu propisani pa čak ni preporučeni povratni periodi mjerodavnih voda. U takvim uslovima projektanti i planeri su prepušteni sopstvenoj intuiciji i inženjerskoj ocjeni u pogledu izbora mjerodavnih parametara. Postojeća praksa se svodi na to da se objekti manje vrijednosti, kao i objekti koji mogu ugroziti obnovljiva dobra (poljoprivredne kulture), štite od voda relativno kratkog povratnog perioda. Nasuprot tome, relativno skupi objekti koji su pored toga još i osjetljivi na nekontrolisana preliivanja (nasute brane), kao i objekti koji bi u slučaju havarija mogli ugroziti trajna materijalna dobra i stanovništvo, štite se od velikih voda relativno dugog povratnog perioda. Konačna posljedica ovakve prakse je da se poljoprivredne površine štite od poplavnih voda povratnog perioda 20-50 godina, dok se nasute brane, ispod kojih se nalaze značajna naselja, štite evakuacionim organima čiji kapacitet je ravan proticajima povratnog perioda 10.000 godina.

Determinističke ili parametarske metode se baziraju na utvrđivanju odnosa između uzročnih (ulaznih) i posljedičnih (izlaznih) procesa na bazi relativno kratkih nizova podataka o istovremenim pojavama. Na taj način, stvaraju se uslovi da se određeni (posljedični) procesi simuliraju za zadate (obično dovoljno duge) nizove uzročnih pojava, ili pak da se izlazi predviđaju na osnovu hipotetičkih ulaza, čija realizacija ostaje da se ocijeni.

Težnja za povećanjem životnog standarda stanovništva, imala je za posljedicu porast potrošnje vode. Sa druge strane, rastao je i stepen zagađenja voda uz istovremeno smanjenje količina vode pogodne za ljudsku upotrebu. Na taj način je došlo do intenziviranja korištenja voda iz vodotoka čiji slivovi su manje naseljeni. Ovakvi vodotoci su u pravilu hidrološki slabije izučeni, pošto se na njima ne raspolaže sa dovoljnim fondom hidroloških podataka. U takvim uslovima determinističke metode za određivanje velikih voda su počele da igraju značajnu ulogu u sagledavanju mjerodavnih velikih voda.

Generalno uzevši, determinističke metode za određivanje velikih voda su samo logičan nastavak primjene teorije sistema na jedan poseban problem. Ono najvažnije iz teorije sistema primijenjeno na slivne površine, prezentirano je u poglavlju 7 i 9.

Iako danas, zahvaljujući naglom razvoju kompjuterske tehnike, deterministički pristupi za određivanje velikih voda mogu biti veoma različiti po obliku i složenosti, te po obimu i vrsti podataka koje zahtijevaju, opšta karakteristika im je da se za njihovu primjenu mora raspolagati sa dva osnovna elementa: (i) odgovarajućim klimatskim podacima i (ii) zadovoljavajućim modelom sliva sposobnim da padavine transformiše u proticaje. Ukoliko nedostaje bilo koji od ova dva elementa, neophodno je uložiti veliki trud, a naravno i znatna finansijska sredstva, da se ocijene velike vode determinističkim postupkom.

Kod primjene determinističkih pristupa u hidrologiji uopšte, pa prema tome i kod određivanja velikih voda, u najkraćim crtama se može reći da se procedure svode na rješavanje dvije vrste problema:

- a) Problem identifikacije sistema, tj. utvrđivanje funkcije reakcije sistema (riječnog sliva) na odgovarajuće ulaze,
- b) Problem simulacije ili problem predviđanja.

Problem simulacije se odnosi na proceduru sagledavanja ponašanja sistema (određivanje izlaza iz njega) za poznati, obično dovoljno dugi niz ulaznih podataka. Intenzivno se koristi kod izbora samog modela i utvrđivanja njegovog

kvaliteta, dakle u toku rješavanja problema identifikacije sistema. Problem predviđanja ili prognoze je u suštini sličan problemu simulacije, ali se on odnosi na sagledavanje izlaza iz sistema bilo za prognozirani bilo za hipotetički ulaz.

Iz prethodnih obrazloženja proizilazi da pouzdanost predviđenih ili prognoziranih veličina zavisi ne samo od kvaliteta, vrste i obima raspoloživih podataka, nego i od samog modela. Sa druge strane, kvalitet modela isto tako zavisi od kvaliteta raspoloživih historijskih podataka, tako da je očigledna povratna veza između ova dva faktora.

Kada je riječ o determinističkim metodama za određivanje velikih voda, onda su ulazne veličine obično padavine (a i drugi klimatski podaci). Nadalje, u pomenutom konceptu, sistem je predstavljen riječnim slivom, a izlaz predstavljaju maksimalni proticaji. Treba naglasiti da je naprijed opisana šema krajnje pojednostavljena i da se u praktičnom radu sistem može dekomponovati u više podsistema. Ilustracije radi, može se analizirati podsistem za transformaciju bruto padavina u neto padavine, podsistem koji opisuje raspored neto padavina u prostoru, podsistem za transformaciju vodnih valova duž vodotoka i kroz akumulacije itd.

Treba uočiti činjenicu da su parametri klimatskog režima, bar oni koji su mjerodavni za određivanje velikih voda, podložni manjim varijacijama u prostoru. Sa druge strane, podaci o klimatskom režimu se obično prikupljaju kroz duži vremenski period što daje mogućnost da se relativno dobro sagleda režim meteoroloških elemenata unutar riječnih slivova za koja se uopšte ne raspolaže hidrološkim podacima ili se pak raspolaže skromnim fondom podataka, pa je nemoguće primijeniti probabilističke metode procjene velikih voda. U takvim uslovima, deterministički pristup u jednoj od mnogobrojnih formi ima određena preimućstva nad probabilističkim.

Metoda regionalnih analiza bazira se na uporedbi determinirajućih faktora za formiranje velikih voda na razmatranom slivu, sa istim faktorima na susjednim slivovima. Na osnovu ove uporedbe, izvlače se zaključci o veličinama i drugim relevantnim karakteristikama maksimalnih proticaja. Ova metoda nalazi svoju primjenu u uslovima potpunog nedostatka mjerenih hidroloških podataka i kada se radi o objektima koji predstavljaju relativno malu opasnost po nizvodna područja. Metoda se primjenjuje obično u kombinaciji sa jednim od prethodna dva postupka, radi kontrole dobivenih rezultata.

Kombinovana metoda predstavlja upotrebu više pristupa u procjeni velikih voda sa ciljem da se svestrano i kompleksno sagledaju različiti aspekti ove pojave, te da se

na bazi uporedbe rezultata primijenjenih metoda stekne veći stepen pouzdanosti u odnosu na usvojene veličine.

12.2.1. Probabilističke (statističke) metode

Kako je to već istaknuto u poglavlju 8., stohastička priroda riječnog oticanja uslovljava široku upotrebu teorije vjerovatnoće i matematske statistike u hidrološkim analizama elemenata vodnog režima, pa je to slučaj i kod proračuna velikih voda na rijekama. Ova činjenica dosta često se reflektuje u vidu formalističkog pristupa proračunu, tako što formalno-matematički aspekti dobijaju prevagu nad fizičkim, što obično dovodi do manje ili više pogrešnih zaključaka. Naime, u hidrološkoj praksi proračuna velikih voda često se polazi od osmotrenih serija kao nesumnjivo pouzdanih, iste se tretiraju metodama statističke analize i zaključivanja, bez odgovarajućih analiza fizičko-geografskih faktora oticanja, prirodnih i vještačkih promjena u slivu i vodotoku, kvaliteta mjerenja i osmatranja i, najzad, regionalnog sagledavanja problema /19/.

Analiza pouzdanosti podataka

Velike vode definisane metodama matematske statistike, na bazi podataka dugogodišnjih hidroloških mjerenja i osmatranja, mogu se prihvatiti kao mjerodavne za dimenzioniranje hidrotehničkih objekata, samo tada kada je utvrđeno da su podaci o maksimalnim godišnjim proticajima vode u raspoloživom periodu, pouzdano određeni. Podatke treba smatrati pouzdanim ako su:

- godišnji maksimumi proticaja vode određeni preko zavisnosti $Q = f(h)$, koja je dobro definisana hidrometrijskim mjerenjima do najviših osmotrenih vodostaja ili je pouzdano ekstrapolovana, i
- ako su vodostaji registrovani kontinualno (limnigrafom) ili je učestalost vanrednih osmatranja bila dovoljna za registrovanje najviših vodostaja.

Podaci o maksimalnim godišnjim proticajima na manjim vodotocima, dobijeni preko vodostaja osmotrenih na vodomjernoj letvi, bez regularnih bilježenja maksimuma (vanredna osmatranja) neupotrebljivi su za proračun velikih voda. Ukoliko pak, samo u pojedinim godinama nisu zabilježeni maksimumi, može se izvršiti rekonstrukcija nezabilježenog maksimuma i to u slijedećim slučajevima:

- ako je odgovarajući vodni val zabilježen na uzvodnoj i/ili nizvodnoj vodomjernoj stanici, ili

Velike vode

- ako je odgovarajući vodni val zabilježen na obližnjoj rijeci (analog sliv), i ukoliko postoji jaka korelaciona zavisnost maksimalnih proticaja na posmatranim stanicama.

Pažljivu provjeru godišnjih maksimuma treba sprovesti i kada je stanica opremljena limnigrafom, a naročito kada je stanica u početku radila bez njega, što je veoma čest slučaj. Provjera i eventualna rekonstrukcija godišnjeg maksimuma, može se izvršiti korištenjem podataka na uzvodnim i/ili nizvodnim stanicama ili na pouzdanoj stanici obližnje rijeke.

Godinu u kojoj nije registrovan maksimum, niti se može pouzdano rekonstruisati, treba smatrati prekidom u radu stanice.

Posebnu pažnju treba obratiti na najveće vrijednosti u seriji godišnjih maksimuma i izvršiti poređenje sa odgovarajućim vrijednostima na susjednim ili okolnim stanicama. Ovo naročito važi za zimske ili rane proljećne maksimume kojima su prethodile pojave leda.

Analiza homogenosti i trenda serije

Serije maksimalnih godišnjih proticaja zbog čestih promjena u prirodi, mogu biti nehomogene. Promjene u prirodi mogu biti vještačke, kao što su izgradnja hidrotehničkih objekata, sječa šuma, isušivanje močvara, isključivanje inundacija i sl., ili prirodne kao što su topljenje glečera, klimatske promjene, šumski požari, naglo odronjavanje zemljišta i dr.

U principu, ocjena homogenosti vremenkih serija velikih voda, sastoji se od analize geneze formiranja riječnog oticanja i otkrivanja promjene do kojih je došlo u prirodi, a koje su prouzrokovale nehomogenost serije. Koriste se statistički kriterijumi homogenosti srednje vrijednosti, disperzije i funkcije raspodjele sa i bez uključivanja autokorelacionih i kroskorelacionih zavisnosti.

Kada se utvrde razlozi koji su prouzrokovali ili su mogli prouzrokovati promjenu u režimu velikih voda, kao i vrijeme nastanka promjene, raspoloživa serija dijeli se na dvije podserije i to prva (obima N_1) do nastanka i druga (obima N_2) poslije nastanka promjene. Testovi homogenosti treba da pokažu da li su promjene u prirodi prouzrokovale da se dvije serije statistički značajno razlikuju ili je razlika statistički beznačajna, tako da se ustvari radi o jednoj seriji sa istim parametrima i istim funkcijama raspodjele vjerovatnoće. Homogenost raspoložive serije provjerava se, dakle, testiranjem statističke značajnosti razlika srednjih vrijednosti, standardnih devijacija i funkcija raspodjele vjerovatnoće dva uzorka. Pri tome se,

za testiranje srednje vrijednosti, najčešće koriste Studentov t – test i normalizovani z – test, za testiranje standardne devijacije uzorka Fišerov test, dok se za testiranje homogenosti funkcija raspodjele vjerovatnoće dva uzorka koristi test saglasnosti Kolmogorova. Neki od pomenutih testova obrađeni su u okviru poglavlja 8., dok se primjena drugih testova može naći u obimnoj statističkoj literaturi.

Uticaj antropogenih faktora u riječnom slivu mogu se reflektovati na povećanje, odnosno smanjenje vršnih proticaja u periodima velikih voda. Ukoliko su ti uticaji dugotrajni, u vremenskoj seriji maksimalnih proticaja se obično javljaju trendovi povećanja (pozitivni), odnosno smanjenja (negativni) vršnih proticaja u funkciji vremena. Polazeći od osnovnog hidrološkog postulata, da su vremenske serije maksimalnih godišnjih proticaja $Q(t)$, slučajni procesi, slijedi da se ona može razložiti na determinističku komponentu trenda $T(t)$ i stohastičku komponentu $\xi(t)$, tj.:

$$Q(t) = T(t) + \xi(t) \quad (12.1)$$

Identifikacija trenda u serijama maksimalnih godišnjih proticaja vrši se pomoću metoda linearne korelacije dvodimenzionalne slučajne promjenljive detaljno prikazane u okviru poglavlja 8. Obično se pretpostavlja da je trend u srednjoj vrijednosti serije linearan, odnosno:

$$T(t) = a \pm b \cdot t \quad (12.2)$$

gdje su (a) i (b) regresioni koeficijenti, a (t) vrijeme.

Iskustvo je pokazalo da se kod ovako definisanog postupka za identifikaciju trenda mora voditi računa o apsolutnim vrijednostima promjenljivih. Naime, promjenljive serije $Q(t)$ moraju biti istog reda veličine kao i promjenljive vremena (t). To se postiže uvođenjem novih promjenljivih $Q^*(t)$ koje se računaju po slijedećem obrascu:

$$Q^*(t) = 1 + \frac{[Q(t) - Q_{min}] \cdot (N - 1)}{Q_{max} - Q_{min}} \quad (12.3)$$

Za testiranje značajnosti trenda u vremenskoj seriji, koristi se test Kendall-Stuart-a, po kome se testira signifikantnost parametra (b) u jednačini (12.2) za uobičajeni

koeficijent rizika u hidrologiji od $\alpha = 5\%$, kome odgovara $k_{1-\alpha/2} = 1,96$.
Ukoliko se pokaže da je:

$$|b| > k_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{12}{N^3}} \quad (12.4)$$

tj. da je identifikovani trend značajan neophodno je izvršiti njegovo odstranjivanje iz osnovne serije.

Izbor funkcije raspodjele vjerovatnoće maksimalnih godišnjih proticaja

Analitički izraz za funkciju raspodjele vjerovatnoće maksimalnih proticaja nemoguće je naći teorijski, zbog nepoznavanja probabilističke šeme formiranja ove slučajne veličine u prirodi. To je slučaj sa procesom riječnog oticanja uopšte, sa klimatskim i svim drugim geofizičkim procesima. To je opšte pravilo, pa se u praksi funkcija raspodjele neke slučajne promjenljive („teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće“, odnosno odgovarajući matematski izraz) usvaja na bazi mjerenja te pojave, odnosno na bazi uzorka.

Proticaj vode je neprekidna slučajna promjenljiva jer može uzeti sve vrijednosti iz nekog opsega (a, b) . Donja granica tog opsega $a \geq 0$, a gornja nije definisana jer postoji vjerovatnoća da bilo koja osmotrena najveća vrijednost bude prevaziđena. Analize velikog broja uzoraka, na različitim rijekama svijeta, ukazuje da koeficijent asimetrije nije konstanta niti je odnos koeficijenta asimetrije i koeficijenta varijacije. Ova saznanja već znatno sužavaju opseg mogućih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće, među kojima treba tražiti funkciju raspodjele maksimalnih proticaja (takođe minimalnih i srednjih proticaja, padavina, ...). Raspoloživi uzorci proticaja vode su relativno kratki i ne dozvoljavaju pouzdano određivanje statističkih momenata višeg reda. Ova činjenica uslovljava korištenje teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće koje nemaju više od tri parametra.

U hidrološkoj praksi koriste se najčešće funkcija raspodjele Pearson 3, log-Pearson 3, zatim Gumbel-ova, rijede troparametarska log-Normalna i raspodjela Krickog-Menkelja, a ponekad i neke druge. U mnogim zemljama propisano je koja se funkcija raspodjele koristi u proračunu velikih voda. Tako na primjer, u SAD se koristi log-Pearson 3 raspodjela, u zemljama bivšeg SSSR raspodjela Krickog-Menkelja, a u Njemačkoj najčešće Pearson 3 raspodjela.

Važno je shvatiti da su ekstrapolacije linija vjerovatnoće dobre onoliko koliko su dobri podaci na osnovu kojih su one konstruisane. Kao što je to već rečeno, takve

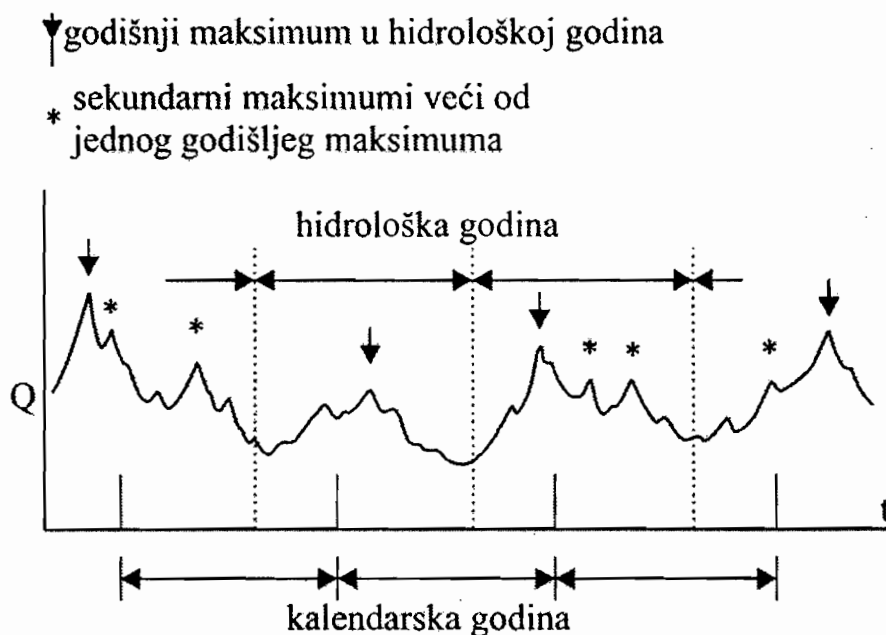
ekstrapolacije daju utoliko nepouzdanije procjene velikih voda ukoliko su nizovi sistematskih osmatranja kraći. Postavlja se pitanje da li bilo koja metoda ekstrapolacije linija vjerovatnoće na povratni period od 100 godina ima opravdanje kada se bazira na recimo uzorku od samo 30 godina osmatranja i mjerenja. Naravno, to je daleko izraženije kada se, na osnovu istog uzorka, ekstrapolacija želi izvršiti do povratnog perioda od 1000 godina ili sličnog.

Drugo što je neophodno istaći je neciklična priroda slučajnih događaja. Proticaj povratnog perioda 100 godina (tj. proticaj koji će se javiti prosječno jedanput u 100 godina) može se javiti slijedeće godine, ili se neće javiti u slijedećih 200 godina ili može biti prevaziđen nekoliko puta u slijedećih 100 godina. Tačnost ocjene na primjer proticaja 100 – godišnjeg povratnog perioda, zavisi od dužine historijskog niza podataka osmatranja i za maksimalne proticaje, nekada smo sretni ako raspoložemo uzorkom dužim od 30 godina (vrlo čest slučaj, pa moglo bi se reći i pravilo u Bosni i Hercegovini). Uprkos ovim specifičnostima, analiza linija vjerovatnoće može igrati veliku ulogu u interpretaciji i ocjeni slučajnih događaja kao što su to maksimalni godišnji proticaji, te ocjeni rizika njihovog javljanja u specificiranom vremenskom periodu.

Formiranje uzorka (serije) za statističku analizu

Prilikom analize vjerovatnoće pojave hidroloških veličina, najčešće se koriste dvije metode:

1. Metoda godišnjih ekstrema i
2. Metoda pikova.



Slika 12.2. Ilustracija formiranja serija maksimalnih godišnjih proticaja i parcijalnih serija

Pod pojmom godišnji ekstrem, podrazumijeva se najveća trenutna vrijednost proticaja u određenom profilu rijeke, registrovana u toku kalendarske (češće) ili hidrološke godine. Uzimanjem svih takvih ekstrema iz raspoloživog broja godina, formira se vremenska serija maksimalnih godišnjih proticaja. Drugim riječima, iz raspoloživog niza osmatranja od N godina, uzima se samo po jedan podatak iz svake godine (najveća osmotrena vrijednost u godini). Tako formirana serija predstavlja osnovu za sve daljnje statističke analize maksimalnih godišnjih proticaja po metodi godišnjih ekstrema. Pri tome, ne treba zaboraviti da se kod tih analiza podrazumijeva da su članovi vremenske serije (maksimalni godišnji proticaji) slučajne veličine i međusobno nezavisni.

Za razliku od metode godišnjih ekstrema, metoda pikova koristi veći broj ekstrema registrovanih u toku jedne godine. Obično su to maksimalne vrijednosti svih poplavnih valova, koje su veće od neke, unaprijed zadane bazne vrijednosti (praga). Ovako formirane vremenske serije nazivaju se „POT serijama“ (peaks over treshold) – serijama pikova iznad praga. Međusobna nezavisnost članova serije u tako formiranoj seriji, neophodan je uslov za primjenu daljnjih statističkih analiza sa ovim serijama. Ovaj uslov uglavnom je zadovoljen, uprkos činjenici da određeni događaji mogu pokazati viši stepen zavisnosti nego kad se analiza primjenjuje na godišnje ekstreme.

Koja metoda će se koristiti, zavisi od svrhe analiza. Za informacije o prilično čestim događajima, na primjer veličini maksimalnih proticaja koji se mogu očekivati tokom izgradnje jedne brane (recimo 4 godine), metoda pikova može dati bolje rezultate, dok će za definiranje proticaja koji neće biti prevaziđeni na preljevu jedne brane u njenom životnom vijeku (recimo 100 godina), metoda godišnjih ekstrema imati prednost. Stvarno, veličina maksimalnih proticaja velikih povratnih perioda javljanja, neće se značajno razlikovati bilo da su određeni jednom ili drugom metodom.

Metoda godišnjih ekstrema

Pri statističkoj analizi ekstremnih vrijednosti hidroloških veličina, pa prema tome i maksimalnih godišnjih proticaja, najčešće se koristi metoda godišnjih ekstrema. Ova metoda je zasnovana na analizi ekstremno opaženih veličina u svakoj godini (jedan podatak godišnje), tokom višegodišnjeg perioda osmatranja. Uređivanjem ovih podataka po veličini (vidi poglavlje 8), obrazuje se statistički niz realizacija maksimalnih godišnjih proticaja – statistički uzorak, kao:

$$Q_1^m, Q_2^m, \dots, Q_{i-1}^m, Q_i^m, Q_{i+1}^m, \dots, Q_N^m \quad (12.5)$$

$$Q_1^m \geq Q_2^m \geq \dots, Q_{i-1}^m \geq Q_i^m \geq Q_{i+1}^m \geq \dots \geq Q_N^m$$

Cilj analize je da se odredi vjerovatnoća pojave, odnosno funkcija raspodjele vjerovatnoće maksimalnih godišnjih proticaja.

To se, kako je to objašnjeno u poglavlju 8., postiže nalaženjem funkcije raspodjele vjerovatnoće:

$$F(Q) = P[Q \leq Q^m], \text{ odnosno funkcije } \Phi(Q) = P[Q \geq Q^m] \quad (12.6)$$

jer je funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$ potpuna karakteristika raspodjele. To znači da se svi rezultati o slučajnoj promjenljivoj (Q) mogu dobiti iz funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$.

Vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja (T), određuju se iz jednačine (detaljnije u poglavlju 8):

$$Q_T = 1 / \Phi(Q) \quad (12.7)$$

Velike vode

Analiza ekstremno opaženih veličina u svakoj godini sastoji se iz slijedećih koraka (svi niže navedeni koraci prikazani su detaljno u poglavlju 8):

- Formiranje statističkog niza i uređenog niza,
- Određuje se empirijska funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive – statističkog niza maksimalnih godišnjih proticaja (srednja vrijednost, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti itd.),
- Određuju se parametri i vrijednosti izabranih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- Statističkim testovima saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće obavlja se konačan izbor teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće,
- Pomoću konačno odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće proračunavaju se vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja za karakteristične vjerovatnoće pojave, odnosno povratne periode javljanja,
- Određuju se intervali povjerenja za vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja.

PRIMJER 12.1.

Definirati maksimalne proticaje (velike vode) rijeke Bosne na vodomjernoj stanici Maglaj, za raspoloživi niz podataka o proticajima za period od 1947. do 1979. godine ($n = 33$ godine), te na dijagramu vjerovatnoće predstaviti empirijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće i odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće.

1. Formiranje statističkog niza. Na osnovu raspoloživog uzorka dnevnih vrijednosti proticaja (koji, zbog obimnosti, ovdje nije priložen) određen je uzorak maksimalnih godišnjih proticaja (po jedna ekstremna vrijednost za jednu godinu), koji je predstavljen u tabeli 1.
2. Određuje se empirijska raspodjela vjerovatnoće. Vrijednosti empirijske raspodjele određeni su u koloni 2 tabele 5, za prethodno uređen uzorak slučajne promjenljive, predstavljen u koloni 1 tabele 5. Određivanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće detaljno je obrazloženo u poglavlju 8. U istoj tabeli date su i uporedne vrijednosti vjerovatnoća za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće, koje služe za proračun najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće

$$D_n = \max |F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|$$

3. Proračunavaju se numeričke karakteristike slučajne promjenljive (statistički parametri uzorka) – statističkog niza maksimalnih godišnjih proticaja, prema izrazima datim i detaljno obrazloženim u poglavlju 8. Tako sračunate vrijednosti statističkih parametara uzorka, date su u tabeli 2.
4. Određivanje vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja za razne vrijednosti vjerovatnoća i povratnih perioda javljanja za odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Rezultati su dati u tabeli 3. Naravno, ovdje su mogle biti izostavljene Gausova i Galtonova raspodjela, obzirom da se one uobičajeno loše prilagođavaju ekstremnim vrijednostima slučajne promjenljive.
5. Izbor konačne teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće. Kao što je to detaljno obrazloženo u poglavlju 8., za izbor konačne funkcije raspodjele koriste se uobičajeno dva testa saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. U ovom primjeru korišten je saqmo test Kolmogorova. Test Kolmogorova urađen je tako što je na osnovu prethodno sračunatih najvećih apsolutnih razlika između empirijske i teorijske raspodjele vjerovatnoće

$$D_n = \max |F_e(Q_i) - F_t(Q_i)|,$$
 sračunata vrijednost funkcije

$$F(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left[D_n \leq \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \right].$$
 Ona funkcija koja ima manju vrijednost $F(\lambda)$, odnosno veću vrijednost $[1 - F(\lambda)]$, ima bolje prilagođavanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće teorijskoj raspodjeli. Vrijednosti $[1 - F(\lambda)]$ za računata teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće date su u donjoj tabeli 4. Obzirom da je vrijednost $[1 - F(\lambda)]$ najveća za Gumbelovu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće, to je ona i odabrana kao konačna.
6. Konačno odabrana teorijska funkcija raspodjele vjerovatnoće (Gumbel) i odgovarajuća empirijska funkcija prikazani su grafički na slici 1.
7. Za konačno odabranu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće (Gumbel) određen je 95 % interval povjerenja funkcije raspodjele vjerovatnoće, odnosno donja i gornja granica 95 % intervala povjerna prikazane u tabeli 6. Pomenute granice, takođe su i grafički prikazane na slici 1.

Tabela 1.

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Godina | 1947 | 1948 | 1949 | 1950 | 1951 | 1952 | 1953 | 1954 | 1955 | 1956 | 1957 |
| Q_{max} (m ³ /s) | 522 | 901 | 1210 | 1060 | 740 | 1520 | 1460 | 1020 | 972 | 1290 | 608 |
| Godina | 1958 | 1959 | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 |
| Q_{max} (m ³ /s) | 673 | 1430 | 608 | 1270 | 1190 | 718 | 1460 | 2540 | 870 | 1020 | 1890 |
| Godina | 1969 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 |
| Q_{max} (m ³ /s) | 925 | 1090 | 547 | 587 | 601 | 883 | 834 | 1120 | 587 | 1470 | 592 |

Tabela 2. Statistički parametri uzorka

| Parametar | Originalni uzorak | Logaritamski uzorak |
|------------------------------|-------------------|---------------------|
| Broj članova uzorka N | 33 | 33 |
| Srednja vrijednost \bar{Q} | 1036,61 | 2,9817 |
| Standardna devijacija S_Q | 440,85 | 0,1716 |
| Koeficijent varijacije c_v | 0,425 | 0,057 |
| Koeficijent asimetrije c_s | 1,387 | 0,309 |

Tabela 3.

| Povratni period javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \geq Q_{max}]$ (%) | Vrijednost proticaja Q_{max} u (m^3/s) po teorijskoj funkciji vjerovatnoće | | | | |
|--|--------------------------------------|--|--------|---------|-------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| 1,00 | 99,90 | -325 | 282 | 409 | 335 | 173 |
| 1,01 | 99,00 | 11 | 382 | 444 | 418 | 313 |
| 1,05 | 95,00 | 311 | 500 | 516 | 519 | 460 |
| 1,11 | 90,00 | 471 | 577 | 575 | 586 | 551 |
| 1,25 | 80,00 | 665 | 687 | 671 | 684 | 674 |
| 2,00 | 50,00 | 1036 | 958 | 940 | 939 | 964 |
| 5,00 | 20,00 | 1407 | 1336 | 1345 | 1326 | 1354 |
| 10,00 | 10,00 | 1601 | 1590 | 1621 | 1608 | 1612 |
| 20,00 | 5,00 | 1761 | 1836 | 1885 | 1897 | 1859 |
| 25,00 | 4,00 | 1808 | 1914 | 1969 | 1992 | 1938 |
| 50,00 | 2,00 | 1942 | 2157 | 2226 | 2300 | 2179 |
| 100,00 | 1,00 | 2062 | 2403 | 2480 | 2627 | 2420 |
| 200,00 | 0,50 | 2172 | 2652 | 2732 | 2975 | 2659 |
| 500,00 | 0,20 | 2305 | 2988 | 3063 | 3473 | 2974 |
| 1000,00 | 0,10 | 2398 | 3249 | 3314 | 3880 | 3213 |
| 5000,00 | 0,02 | 2597 | 3881 | 3896 | 4946 | 3766 |
| 10000,00 | 0,01 | 2676 | 4166 | 4148 | 5461 | 4005 |

Tabela 4.

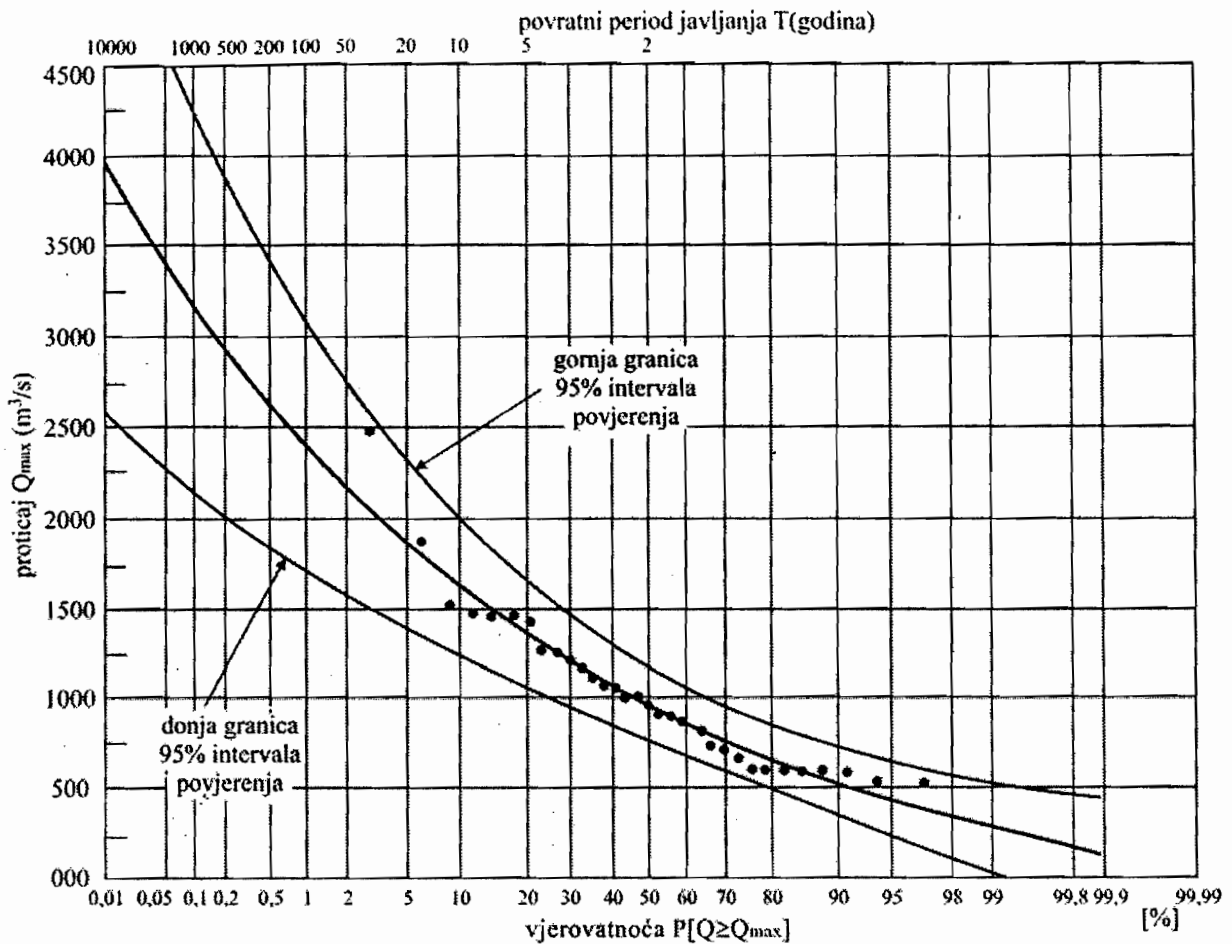
| Teorijska funkcija raspodjele | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
|-------------------------------|-------|--------|---------|-------------|--------|
| $[1 - F(\lambda)]$ | 93,46 | 82,45 | 88,08 | 78,10 | 93,52 |

Tabela 5.

| Proticaj Q_{max} (m ³ /s) ↓ | Empirijska vjerovatnoća $\Phi_e = P[Q \geq Q_{max}] =$ $= \frac{m}{N+1} \cdot 100$ (%) | Vjerovatnoća po teorijskoj funkciji raspodjele (%) | | | | |
|--|--|---|--------|---------|----------------|--------|
| | | Gaus | Galton | Pearson | Log Pearson | Gumbel |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 2540 | 2,94 | 0,09 | 0,71 | 0,85 | 0,22 | 0,71 |
| 1890 | 5,88 | 2,54 | 4,20 | 4,88 | 3,32 | 4,59 |
| 1520 | 8,82 | 13,78 | 12,32 | 13,09 | 13,89 | 12,86 |
| 1470 | 11,76 | 16,35 | 14,09 | 14,81 | 16,22 | 14,72 |
| 1460 | 14,71 | 16,90 | 14,67 | 15,17 | 16,71 | 15,12 |
| 1460 | 17,65 | 16,90 | 14,67 | 15,17 | 16,71 | 15,12 |
| 1430 | 20,59 | 18,61 | 15,67 | 16,31 | 18,26 | 16,38 |
| 1290 | 23,53 | 28,06 | 22,50 | 22,74 | 26,89 | 23,57 |
| 1270 | 26,47 | 29,62 | 23,68 | 23,83 | 28,32 | 24,79 |
| 1210 | 29,41 | 34,58 | 27,58 | 27,44 | 32,94 | 28,77 |
| 1190 | 32,35 | 36,32 | 29,01 | 28,75 | 34,58 | 30,20 |
| 1120 | 35,29 | 42,64 | 34,58 | 33,85 | 40,63 | 35,64 |
| 1090 | 38,24 | 45,41 | 37,23 | 36,27 | 43,34 | 38,17 |
| 1060 | 41,18 | 48,17 | 40,02 | 38,84 | 46,08 | 40,83 |
| 1020 | 44,12 | 51,20 | 43,96 | 42,47 | 49,76 | 44,53 |
| 1020 | 47,06 | 51,20 | 43,96 | 42,47 | 49,76 | 44,53 |
| 972 | 50,00 | 55,63 | 48,92 | 47,10 | 53,58 | 49,22 |
| 925 | 52,94 | 59,94 | 53,36 | 51,23 | 51,29 | 54,02 |
| 901 | 55,88 | 62,10 | 56,07 | 53,78 | 54,02 | 56,53 |
| 883 | 58,82 | 63,70 | 58,14 | 55,76 | 56,14 | 58,43 |
| 870 | 61,76 | 64,83 | 59,65 | 57,21 | 57,70 | 59,82 |
| 834 | 64,71 | 67,88 | 63,87 | 61,34 | 62,12 | 63,66 |
| 740 | 67,65 | 75,13 | 74,59 | 72,33 | 73,69 | 73,57 |
| 718 | 70,59 | 76,65 | 76,94 | 74,85 | 76,27 | 75,79 |
| 673 | 73,53 | 79,59 | 81,49 | 79,86 | 81,31 | 80,15 |
| 608 | 76,47 | 83,39 | 87,41 | 86,69 | 87,91 | 85,82 |
| 608 | 79,41 | 83,39 | 87,41 | 86,69 | 87,91 | 85,82 |
| 601 | 82,35 | 83,77 | 88,00 | 87,40 | 88,56 | 86,38 |
| 592 | 85,29 | 84,25 | 88,74 | 88,29 | 89,39 | 87,08 |
| 587 | 88,24 | 84,51 | 89,15 | 88,78 | 89,84 | 87,46 |
| 587 | 91,18 | 84,51 | 89,15 | 88,78 | 89,84 | 87,46 |
| 547 | 94,12 | 86,52 | 92,16 | 92,53 | 93,14 | 90,29 |
| 522 | 97,06 | 87,70 | 93,81 | 94,63 | 94,89 | 91,86 |

Tabela 6.

| Povratni peroid javljanja T (godina) | Vjerovatnoća $P[Q \geq Q_{max}]$ (%) | Vrijednost proticaja Q_{max} u (m^3/s) za 95 % granice intervala povjerenja i teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće | | | | | |
|---|--|--|-------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| | | Pearson | | Galton | | Gumbel | |
| | | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica | donja granica | gornja granica |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 1,00 | 99,90 | - 48 | 867 | 192 | 415 | - 134 | 482 |
| 1,01 | 99,00 | 133 | 756 | 281 | 520 | 55 | 571 |
| 1,05 | 95,00 | 323 | 710 | 392 | 640 | 251 | 671 |
| 1,11 | 90,00 | 408 | 743 | 466 | 717 | 366 | 736 |
| 1,25 | 80,00 | 490 | 852 | 571 | 828 | 514 | 835 |
| 2,00 | 50,00 | 703 | 1177 | 817 | 1125 | 800 | 1128 |
| 5,00 | 20,00 | 1045 | 1645 | 1110 | 1610 | 1078 | 1629 |
| 10,00 | 10,00 | 1195 | 2047 | 1282 | 1974 | 1239 | 1984 |
| 20,00 | 5,00 | 1269 | 2502 | 1437 | 2346 | 1389 | 2330 |
| 25,00 | 4,00 | 1282 | 2657 | 1484 | 2469 | 1435 | 2440 |
| 50,00 | 2,00 | 1296 | 3156 | 1628 | 2861 | 1578 | 2781 |
| 100,00 | 1,00 | 1282 | 3678 | 1766 | 3270 | 1719 | 3120 |
| 200,00 | 0,50 | 1245 | 4219 | 1902 | 3698 | 1859 | 3459 |
| 500,00 | 0,20 | 1168 | 4959 | 2079 | 4295 | 2042 | 3906 |
| 1000,00 | 0,10 | 1092 | 5536 | 2212 | 4773 | 2181 | 4245 |
| 5000,00 | 0,02 | 868 | 6925 | 2522 | 5974 | 2501 | 5032 |
| 10000,00 | 0,01 | 753 | 7543 | 2656 | 6534 | 2640 | 5370 |



Slika 1. Grafički prikaz Gumbelove funkcije raspodjele vjerovatnoće i odgovarajućeg 95% intervala povjerenja za maksimalne godišnje proticaje rijeke Bosne na V.S. Maglaj (1947-1979 godina)

Metoda Pikova

Kako je to već rečeno, kod analize velikih voda po metodi godišnjih ekstrema, uzorak maksimalnih proticaja formira se tako što se iz jedne godine uzima samo jedan jedini podatak i to ekstremni, dok se svi ostali podaci odbacuju, što je i osnovna zamjerka ovoj metodi. Jasno, da odabrani ekstrem u jednoj godini može biti nekoliko puta prevaziđen u drugoj godini, a po teoriji ekstrema taj se podatak odbacuje čime se dobiva manji uzorak maksimalnih proticaja za statističku analizu, i tako gube dragocjene informacije koje bi mogli da daju i ostali opaženi ekstremi. Navedeni nedostatak metode godišnjih ekstrema, eliminiše metoda pikova koja uzima u obzir sve karakteristične osmotrene ekstreme.

Naime, ova metoda analizira sve ekstremne vrijednosti hidroloških slučajnih veličina, pa tako i maksimalnih proticaja, koje nadmašuju neku uslovnu uzetu nižu

granicu (*baznu vrijednost ili prag*) bez obzira koliko puta su se javile u godini dana (ili razmatranom vremenskom intervalu dužine t). Pošto se pri tome ne analizira kompletan hidrogram, već samo pojedinačne karakteristične vrijednosti, ova metoda je nazvana metoda parcijalnih serija (partial duration series – PDS). U literaturi se metoda naziva i metoda pikova iznad praga ili „POT serija“ (peak over treshold).

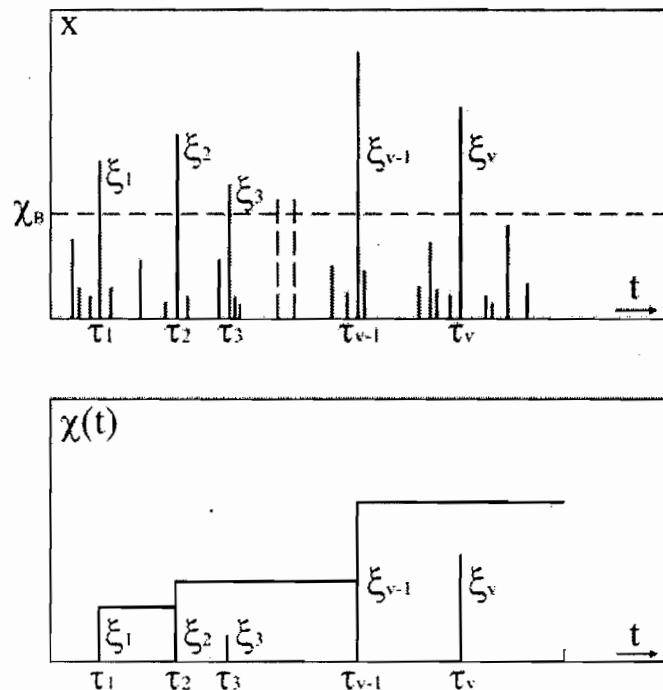
Dakle, analizira se pojava vrijednosti maksimalnih proticaja X , koje su veće od neke vrijednosti x_B u vremenskom intervalu $(0, t)$ - na primjer godina dana (slika 12.2). Ta pojava je tipičan slučajni proces, jer se očigledno ne može sa sigurnošću predvidjeti koje će se godine javiti neka određena vrijednost,

Taj slučajni proces je definisan izrazom:

$$\chi(t) = \max\{\xi_\nu\} \quad \xi = X - x_B \quad (12.8)$$

$$\tau_\nu \leq t \quad \nu = 1, \dots, \eta_t$$

Jedna realizacija ovog slučajnog procesa prikazana je na slici 12.3



Slika 12.3. Ilustracija slučajnog procesa $\chi(t)$ /33/

Velike vode

Na gornjem dijelu slike 12.3 prikazan je hronološki dijagram slučajne promjenljive X , odnosno maksimalnih proticaja registrovanih na primjer u jednoj godini dana. Iz slike se uočava da je registrovano ν vrijednosti slučajne promjenljive X , koje su veće od bazne vrijednosti x_B . Pojava prve vrijednosti veće od x_B , sa visinom pika $\xi_1 = x_1 - x_B$ zabilježena je u trenutku τ_1 , druge vrijednosti x_2 u trenutku τ_2 , a ν -te vrijednosti x_ν , sa visinom pika ξ_ν u trenutku τ_ν .

Na donjem dijelu slike 12.3. prikazana je zavisnost slučajnog procesa $\chi(t)$ od vremena (t) pri realizaciji sa dijagrama na gornjem dijelu slike. S obzirom da $\chi(t)$ predstavlja maksimalnu vrijednost visine veličina $\chi(t)$ u intervalu $(0, \tau_i)$, veličina $\chi(t)$ u intervalu $(0, \tau_1)$ jednaka je ξ_1 , u intervalu $(0, \tau_2)$ iznosi ξ_2 , pošto je $\xi_2 > \xi_1$, u intervalu $(0, \tau_3)$ iznosi takođe ξ_2 pošto je ξ_2 maksimalna vrijednost od tri registrovane vrijednosti pikova. Vrijednost $\chi(t)$ za ukupni posmatrani interval $(0, t)$, na primjer godinu dana, prema slici 12.3. iznosi $\xi_{\nu-1}$, pošto je to maksimalna vrijednost od svih visina pikova.

Pojava maksimalnih vrijednosti ekstremnih proticaja (x) u intervalu $(0, t)$, se opisuje pomoću funkcije raspodjele:

$$F_t(x) = P[\chi(t) \leq x] \quad (12.9)$$

Da bi se ova funkcija raspodjele mogla izračunati, neophodno je da se analiziraju dvije slučajne promjenljive:

- broja javljanja ekstrema većih od x_B u vremenskom intervalu $(0, t)$,
- visine pikova (ekstrema većih od izabrane bazne vrijednosti x_B).

Broj javljanja pikova u vremenu

Broj javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, t)$ je slučajna veličina η_t čije vrijednosti mogu biti 0, 1, 2, ..., tj. imaće raspodjelu vjerovatnoće:

$$\eta_t : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots \\ p_0 & p_1 & p_2 & \dots \end{pmatrix} \quad (12.10)$$

Karakteristike skupa $\{\eta_t = \nu\}$ su:

$$t > 0 \quad (\eta_t = i) \cap (\eta_t = j) = 0, \quad i \neq j$$

$$\bigcup_{\nu=0}^{\infty} (\eta_t = \nu) = \Omega_{\eta} \quad (12.11)$$

gdje je Ω_{η} prostor elementarnih događaja.

Zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, t)$ definisan je izrazom:

$$p_{\nu}(t) = P[\eta_t = \nu] \quad (12.12)$$

Uzimajući u obzir da je fenomen broja javljanja pikova markovski proces diskretnog tipa, te uvodeći pojam funkcije vremenskog intenziteta javljanja pikova $\lambda(t, \nu)$, zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova (jednačina 12.12) se može izraziti zavisno od oblika funkcije $\lambda(t, \nu)$.

Tako se za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \quad (12.13)$$

zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova izražava se sa:

$$p_{\nu}(t) = e^{-\lambda(t)} \frac{[\lambda(t)]^{\nu}}{\nu!} \quad (12.14)$$

koji predstavlja Poasonov zakon raspodjele vjerovatnoće sa promjenljivim parametrom $\lambda(t)$, koji predstavlja prosječan broj javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, t)$ na primjer godini dana, odnosno očekivana vrijednost broja javljanja pikova $E(\eta_t)$ i odgovarajuća varijansa $Var(\eta_t)$ iznose:

$$E(\eta_t) = \lambda(t) \quad Var(\eta_t) = \lambda(t) \quad (12.15)$$

Velike vode

U inženjerskoj praksi ova osobina Poasonove raspodjele koristi se za odabir praga. Naime, variranjem praga x_B može se izabrati prag pri kojem je broj javljanja pikova raspodjeljen po Poasonovom zakonu, kada mora biti zadovoljen uslov $Var(\eta_t)/E(\eta_t) = 1$ (što slijedi iz jednačine 12.15). Vrijednosti koje čine niz pikova moraju biti nezavisne što znači da se ne mogu uzeti proticaji iz dva, pa i više uzastopnih dana, jer pripadaju istom hidrološkom događaju. U praktičnim proračunima Poasonova raspodjela može se usvojiti, ako je:

$$0,8 < Var(\eta_t)/E(\eta_t) < 1,2 \quad (12.16)$$

Za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \left(1 + \frac{\nu}{a} \right) \quad (12.17)$$

gdje je parametar (a) pozitivan, zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova izražava se sa /33/:

$$p_\nu(t) = \frac{\Gamma(\nu + a)}{\Gamma(\nu + 1)\Gamma(a)} \left(1 - e^{-\lambda/a} \right)^\nu e^{-\lambda} \quad (12.18)$$

Izraz (12.18) predstavlja tzv. negativni binomni zakon raspodjele vjerovatnoće.

Za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \left(1 - \frac{\nu}{b} \right) \quad (12.19)$$

gdje je parametar (b) pozitivan, zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova izražava se sa /33/:

$$p_\nu(t) = \frac{\Gamma(b + 1)}{\nu! \Gamma(b + 1 - \nu)} \left(e^{-\lambda/b} - 1 \right)^\nu e^{-\lambda} \quad (12.20)$$

Izraz (12.20) predstavlja binomni zakon raspodjele vjerovatnoće.

Funkcija raspodjele visine pikova

Tokom (N) godina osmatranja registruje se $W = \lambda N$ vrijednosti slučajne promjenljive (X) čije su vrijednosti veće od praga x_B . Te vrijednosti su nazvane pikovi i njihova visina je definisana vrijednostima:

$$\xi = X - x_B \quad (12.21)$$

Uređivanjem podataka o visini pikova po veličini, obrazuje se statistički niz realizacija slučajne promjenljive:

$$\Xi : \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_w \quad (12.22)$$

pri čemu je: $\xi_1 \leq \xi_2 \leq \dots \leq \xi_i \leq \dots \leq \xi_w$

Funkcija raspodjele visine pikova definisan je izrazom:

$$H(\xi) = P[\Xi \leq \xi] \quad (12.23)$$

Da bi se ova funkcija raspodjele vjerovatnoće definisala posmatra se broj javljanja pikova u intervalu $(0, \xi)$, pomoću slučajne promjenljive μ_ξ , čije vrijednosti mogu biti 0, 1, 2, ..., tj. μ_ξ će imati raspodjelu:

$$\mu_\xi: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots \\ p_0 & p_1 & p_2 & \dots \end{pmatrix} \quad (12.24)$$

Zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, \xi)$ definisan je izrazom:

$$p_n(\xi) = P[\mu_\xi = n] \quad (12.25)$$

Uzimajući u obzir da je fenomen broja javljanja pikova markovski proces diskretnog tipa, te uvodeći pojam funkcije vremenskog intenziteta javljanja pikova $k(\xi, n)$, zakon funkcije kumulativne raspodjele vjerovatnoće i gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova (jednačina 12.25), ako se izabere $k(\xi, n) = k(\xi)$, se može izraziti kao /33/:

$$H(\xi) = 1 - e^{-K(\xi)} \quad (12.26)$$

$$h(\xi) = k(\xi) \cdot e^{-K(\xi)} \quad (12.27)$$

gdje je
$$K(\xi) = \int_0^{\xi} k(s) ds$$

Očigledno je da raspodjela visine pikova direktno zavisi od oblika funkcije intenziteta javljanja pikova $k(\xi)$ u intervalu $(0, \xi)$.

U hidrološkoj praksi u primjeni su mnoge funkcije raspodjele vjerovatnoće koje su izvedene iz jednostavnih oblika funkcije intenziteta javljanja pikova $k(\xi)$.

Iskustva sa primjenom metode pikova, pri analizi maksimalnih vrijednosti slučajne promjenljive pokazala su da se pri analizi statističkih serija visne pikova mogu uspješno primjeniti Vejbulova raspodjela, Gudričova raspodjela, te dvoparameterska logaritamsko normalna raspodjela.

Dvoparameterska logaritamsko normalna raspodjela obrađena je detaljno u poglavlju 8., a u nastavku se daju osnovni podaci o Vejbulovoj i Gudričovoj raspodjeli.

Tako izraz za funkciju raspodjele visine pikova za Godričovu raspodjelu glasi /13/:

$$H(\xi) = 1 - e^{-b\xi^a}, \text{ odnosno } k(\xi) = ab\xi^{a-1} \quad (12.28)$$

Vrijednosti nepozatih parametara (a) i (b) određuju se iz slijedeće dvije jednačine koje daju izraze za računanje srednje vrijednosti visine pikova $\bar{\xi}$ i odgovarajućeg koeficijenta varijacije $c_{v\xi}$:

$$\bar{\xi} = \frac{\Gamma_1}{b^{1/a}}; \quad c_{v\xi} = \frac{\sqrt{\Gamma_2 - \Gamma_1^2}}{\Gamma_1}; \quad (12.29)$$

$$\Gamma_1 = \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right); \quad \Gamma_2 = \Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) \quad (12.30)$$

Za Weibulovu funkciju izraz za funkciju raspodjele visine pikova glasi /33/:

$$H(\xi) = 1 - e^{-\left(\frac{\xi}{b}\right)^a}, \text{ odnosno } k(\xi) = \frac{a}{b} \left(\frac{\xi}{b}\right)^{a-1} \quad (12.31)$$

Vrijednosti nepoznatih parametara (a) i (b) određuju se iz slijedeće dvije jednačine koje daju izraze za računanje srednje vrijednosti visine pikova $\bar{\xi}$ i odgovarajućeg koeficijenta varijacije $c_{v\xi}$:

$$\bar{\xi} = b \cdot \Gamma_1; \quad c_{v\xi} = \frac{\sqrt{\Gamma_2 - \Gamma_1^2}}{\Gamma_1} \quad (12.32)$$

Funkcija raspodjele ekstremnih vrijednosti

Funkcija raspodjele ekstremnih vrijednosti u intervalu (0, t) definisan je izrazom:

$$F_t(x) = P[\chi(t) \leq x] \quad (12.33)$$

S obzirom na svojstvo skupa $\{\eta_t = \nu\}$, te pretpostavke:

- da je niz pikova $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\nu, \dots$ sastavljen od nezavisnih slučajnih promjenljivih sa identičnom raspodjelom $H(\xi) = P[\Xi \leq \xi]$, odnosno $H(x) = P[X \leq x]$, pošto je $\Xi = X - x_B$,
- za svako $\nu = 1, 2, \dots$ niz $\{\xi_\nu\}_1^\infty$ nezavisan je od broja prethodnih javljanja, tj. od $\tau(\nu)$ i $\tau(\nu + 1)$.

za broj javljanja pikova u vremenu definisan Poasonovim zakonom (jednačina 12.14) funkcija raspodjele ekstrema biće /33/:

Velike vode

$$F_t(x) = e^{-\lambda(t) \cdot [1-H(x)]} \quad (12.34)$$

Za broj javljanja pikova u vremenu definisan Binomnim zakonom (jednačina 12.20) funkcija raspodjele ekstrema biće /33/:

$$F_t(x) = \{1 - p_v(t)[1 - H(x)]\}^a \quad (12.35)$$

a ako je broj javljanja pikova u vremenu definisan negativnim Binomnim zakonom (jednačina 12.18), funkcija raspodjele ekstrema biće /33/:

$$F_t(x) = \left\{ 1 + \left(\frac{1}{p_v(t)} - 1 \right) \cdot [1 - H(x)] \right\}^{-b} \quad (12.36)$$

Korištenjem funkcija (12.34), (12.35) i (12.36), ujedno je omogućeno da se na osnovu niza ekstremnih vrijednosti (većeg od broja godina), dobije veza koja omogućuje definisanje povratnog perioda $T(x)$ u godinama:

$$T(x) = \frac{1}{1 - F_t(x)} \quad (12.37)$$

što znači da se bar jedanput u T godina može očekivati vrijednost x_T ili veća od nje.

Pri primjeni metode pikova određuju se, na osnovu podataka osmatranja, za odabrani prag x_B , raspodjela broja javljanja pikova i visine pikova. Parametri ove raspodjele definišu teorijsku funkciju raspodjele maksimalnih godišnjih vrijednosti koja se upoređuje sa empirijskom raspodjelom maksimalnih godišnjih vrijednosti. S obzirom da teorijska funkcija raspodjele maksimuma ne bi trebalo da ima više od tri parametra, cjelishodno je da raspodjele broja javljanja pikova i visine pikova budu jednoparametarske ili dvoparametarske /33/.

Da bi se ovo postiglo, mogu da se preporuče tri modela /33/:

- Poason-eksponencijalni sa Poasonovom raspodjelom za broj javljanja pikova i jednoparametarskom eksponencijalnom funkcijom raspodjele za

visinu pikova. Ovim modelom se dobija dvoparameterska funkcija raspodjele maksimuma,

- Poason-Vejbulov model sa Poasonovom raspodjelom za broj javljanja pikova i dvoparameterskom Vejbulovom raspodjelom za visinu javljanja pikova, koji za maksimume daje troparametersku funkciju raspodjele,
- Poason-Galtonov model sa Poasonovom raspodjelom broja javljanja pikova i dvoparameterskom logaritamskom normalnom raspodjelom visine pikova, odnosno sa troparameterskom funkcijom raspodjele maksimuma.

PRIMJER 12.2.

Radi ilustracije primjene metode pikova, u nastavku se navodi primjer analize maksimalnih proticaja rijeke Bosne na vodomjernoj stanici Maglaj za period 1947. – 1979. godina. Treba podsjetiti, da su za istu vodomjernu stanicu i isti period osmatranja, u primjeru 12.1 analizirani maksimalni proticaji metodom godišnjih ekstrema.

Analiza je obavljena za šest baznih vrijednosti maksimalnih proticaja od 820 do 850 m³/s. Na osnovu verifikovanih podataka, za sve bazne vrijednosti Q_B određeni su karakteristični parametri serija $\xi = Q - Q_B$, dati u tabeli 1. Kao što je to prethodno pomenuto, u inženjerskoj praksi se često odabir vrijednosti praga vrši korištenjem osobine Poasonove raspodjele, odnosno variranjem praga Q_B izabire se prag pri kojem je broj javljanja pikova raspodijeljen po Poasonovom zakonu, kada mora biti zadovoljen uslov $Var(\eta_t)/E(\eta_t) = 1$. U praktičnim proračunima Poasonova raspodjela može se usvojiti ako je $0,8 < Var(\eta_t)/E(\eta_t) < 1,2$. Taj pristup je primijenjen i u ovom primjeru, tako da se iz tabele 1. lahko može uočiti da je vrijednost praga koja najbolje zadovoljava pomenuti kriterij jednaka 850 m³/s (kolona 5. tabele 1). Obzirom da su odnosi $Var(\eta_t)/E(\eta_t)$ za sve ispitivane pragove približno jednaki, trebalo bi dodatno izvršiti i ispitivanje saglasnosti empirijske i teorijske Poasonove raspodjele, te na osnovu tog testa odabrati konačnu vrijednost praga. Zbog obimnosti proračuna ovdje su ti testovi izostavljeni.

Tabela 1. Statističke karakteristike broja javljanja pikova i visine pikova

| Q_B | N_ξ | $E(\eta_t)$ | $Var(\eta_t)$ | $Var(\eta_t)/E(\eta_t)$ | $E(\xi)$ | $c_{v\xi}$ | $c_{s\xi}$ |
|-------|---------|-------------|---------------|-------------------------|----------|------------|------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 760 | 39 | 1,182 | 1,118 | 0,946 | 359,28 | 0,947 | 2,330 |
| 780 | 38 | 1,152 | 1,098 | 0,954 | 348,60 | 0,975 | 2,352 |
| 800 | 37 | 1,121 | 1,076 | 0,960 | 337,67 | 1,006 | 2,365 |
| 820 | 37 | 1,121 | 1,076 | 0,960 | 307,67 | 1,104 | 2,365 |
| 830 | 37 | 1,121 | 1,076 | 0,960 | 307,67 | 1,104 | 2,365 |
| 850 | 35 | 1,061 | 1,027 | 0,968 | 305,11 | 1,118 | 2,362 |
| 880 | 32 | 0,970 | 0,878 | 0,905 | 302,22 | 1,141 | 2,335 |

Za konačno odabrani prag ($Q_B = 850 \text{ m}^3 / \text{s}$) u tabeli 2. dat je pregled svih maksimalnih proticaja koji prelaze tu vrijednost praga, a u tabeli 3. dati su rezultati sračunate empirijske raspodjele vjerovatnoće promjenljive $\xi = Q - Q_B$.

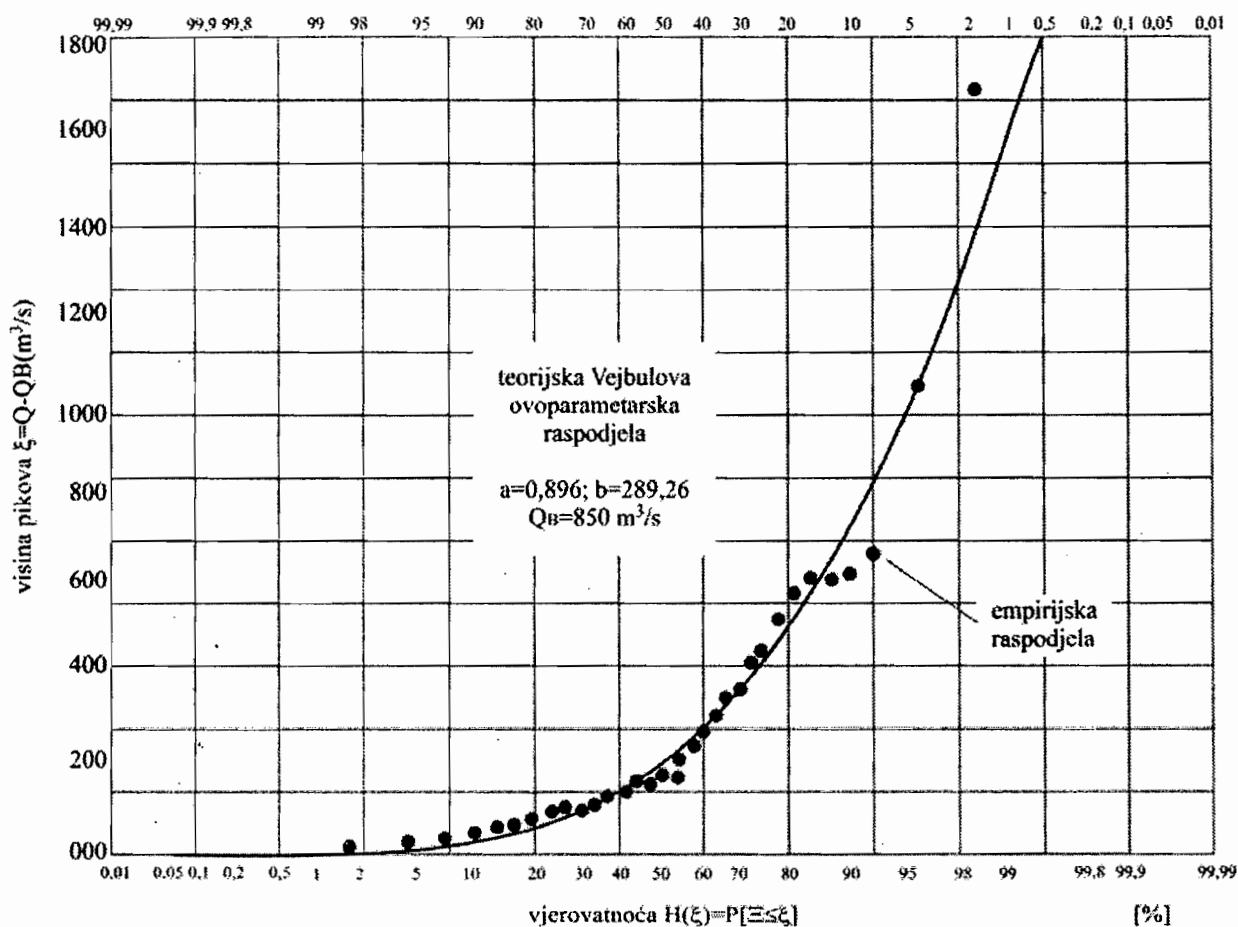
Tabela 2. Pregled proticaja čije vrijednosti prelaze konačno odabranu vrijednost praga od $Q_B = 850 \text{ m}^3 / \text{s}$

| Godina | Q_{max} | Godina | Q_{max} | Godina | Q_{max} | Godina | Q_{max} |
|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|
| 1947 | - | 1956 | 909 | 1965 | 1150 | 1974 | 883 |
| 1948 | 901 | | 1290 | | 2540 | 1975 | - |
| | 901 | 1957 | - | | 862 | 1976 | 1120 |
| 1949 | 1210 | 1958 | - | 1966 | 870 | 1977 | - |
| 1950 | 1060 | 1959 | 1430 | 1967 | 1020 | 1978 | 1470 |
| 1951 | - | 1960 | - | 1968 | 1370 | 1979 | - |
| 1952 | 1520 | 1961 | 1270 | | 1890 | | |
| | 1010 | 1962 | 988 | 1969 | 925 | | |
| | 1010 | | 1190 | 1970 | 953 | | |
| 1953 | 1460 | | 949 | | 866 | | |
| 1954 | 980 | 1963 | - | | 1090 | | |
| | 1020 | 1964 | 1460 | 1971 | - | | |
| 1955 | 972 | | 949 | 1972 | - | | |
| | 941 | | | 1973 | - | | |

Tabela 3. Proračun empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće
za promjenljivu $\xi = Q - Q_B$

| $\xi = Q - Q_B$ | Empirijska vjerovatnoća $F_e = P[\Xi \leq \xi] =$ $= \frac{m - 0,375}{N + 0,25} \cdot 100$ (%) | $\xi = Q - Q_B$ | Empirijska vjerovatnoća $F_e = P[\Xi \leq \xi] =$ $= \frac{m - 0,3}{N + 0,4} \cdot 100$ (%) |
|-----------------|--|-----------------|---|
| 12 | 1,8 | 170 | 52,8 |
| 16 | 4,6 | 210 | 55,7 |
| 20 | 7,4 | 240 | 58,5 |
| 33 | 10,3 | 270 | 61,3 |
| 51 | 13,1 | 300 | 64,2 |
| 51 | 16,0 | 340 | 67,0 |
| 59 | 18,8 | 360 | 69,9 |
| 75 | 21,6 | 420 | 72,7 |
| 91 | 24,5 | 440 | 75,5 |
| 99 | 27,3 | 520 | 78,4 |
| 99 | 30,1 | 580 | 81,2 |
| 103 | 33,0 | 610 | 84,0 |
| 122 | 35,8 | 610 | 86,9 |
| 130 | 38,7 | 620 | 89,7 |
| 138 | 41,5 | 670 | 92,6 |
| 160 | 44,3 | 1040 | 95,4 |
| 160 | 47,2 | 1690 | 98,2 |
| 170 | 50,0 | | |

Visina pikova analizirana je primjenom dvoparametarske Vejbulove raspodjele, korištenjem jednačine (12.31) za prethodno sračunate parametre te raspodjele $a = 0,896$ i $b = 289,26$ pomoću jednačine (12.32). Rezultati analize dati su u tabeli 4. a grafički prikaz rezultata na slici 1.



Slika 1. Funkcija raspodjele visine pikova za vrijednost praga $Q_B = 850 m^3 / s$

Na osnovu sračunate funkcije vjerovatnoće raspodjele pikova, na osnovu izraza (12.34) sračunata je funkcija raspodjele maksimalnih proticaja pomoću parametara raspodjela broja javljanja pikova (Poaasonova raspodjela sa srednjom vrijednošću $\lambda(t)$ kao parametrom) i raspodjele visine pikova (Vejbulova raspodjela sa parametrima a i b). Rezultati proračuna prikazani su u tabeli 5. i na slici 2.

Tabela 4. Proračun raspodjele visine pikova
(teorijska dvoparameterska Vejbulova raspodjela)

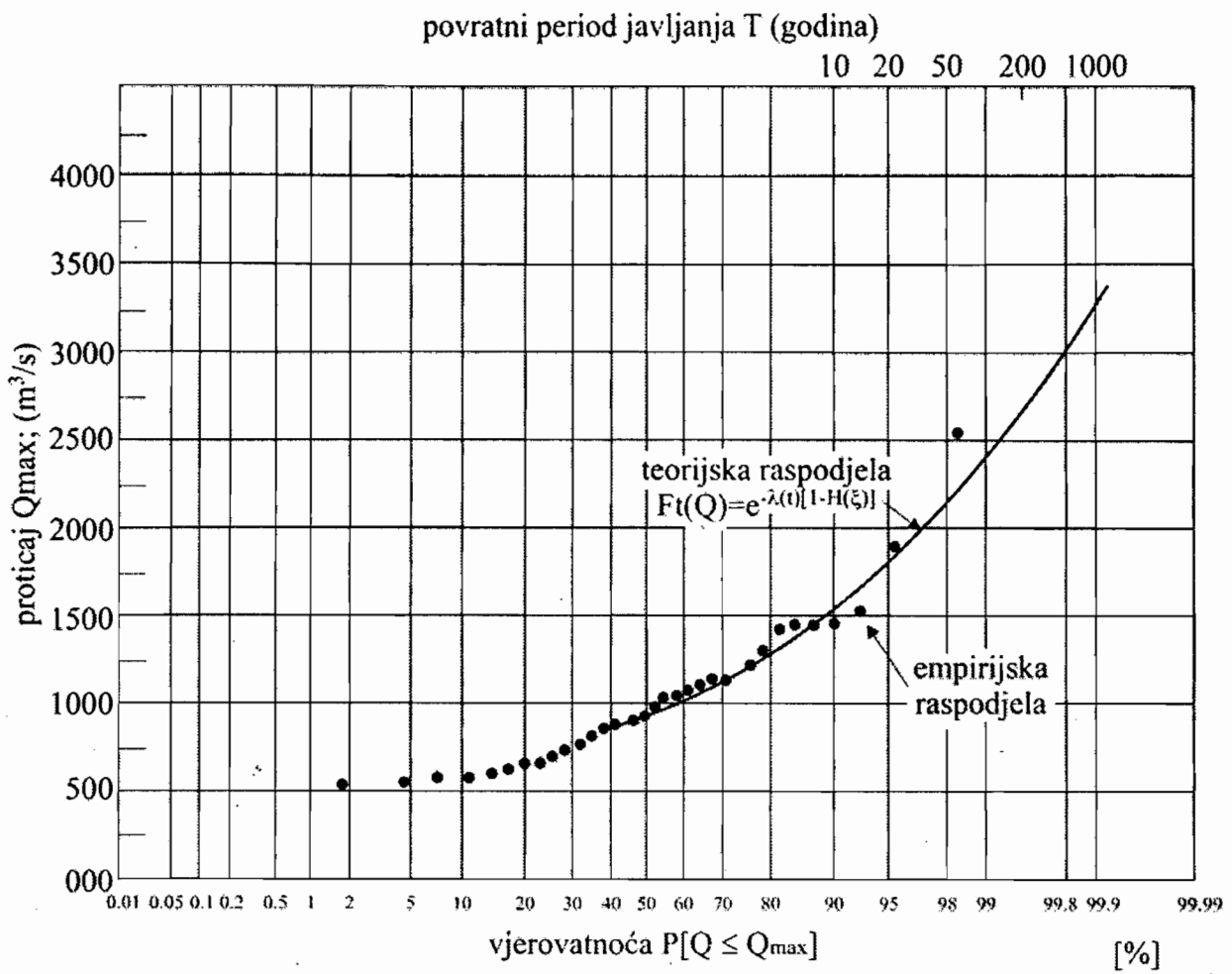
| Vjerovatnoća $H(\xi)$, (%) | $\xi = Q - Q_B$ | Vjerovatnoća $H(\xi)$, (%) | $\xi = Q - Q_B$ |
|--------------------------------|-----------------|--------------------------------|-----------------|
| 0,1 | 0,13 | 50 | 192 |
| 0,2 | 0,28 | 60 | 262 |
| 0,5 | 0,78 | 70 | 356 |
| 1 | 1,70 | 80 | 492 |
| 2 | 3,71 | 90 | 734 |
| 5 | 10,5 | 95 | 984 |
| 10 | 23,5 | 98 | 1326 |
| 20 | 54,2 | 99 | 1591 |
| 30 | 91,5 | 99,5 | 1860 |
| 40 | 137 | 99,9 | 2501 |

Tabela 5. Proračun teorijske funkcije raspodjele maksimalnih proticaja

| $F_t(Q)$ (%) | Q_{max} (%) | $F_t(Q)$ (%) | Q_{max} (%) |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| 40 | 884 | 95 | 1846 |
| 50 | 961 | 98 | 2194 |
| 60 | 1054 | 99 | 2461 |
| 70 | 1168 | 99,5 | 2732 |
| 80 | 1325 | 99,9 | 3374 |
| 90 | 1586 | | |

Tabela 6. Proračun empirijske funkcije raspodjele maksimalnih proticaja
(tabela 1 – primjer 12.1)

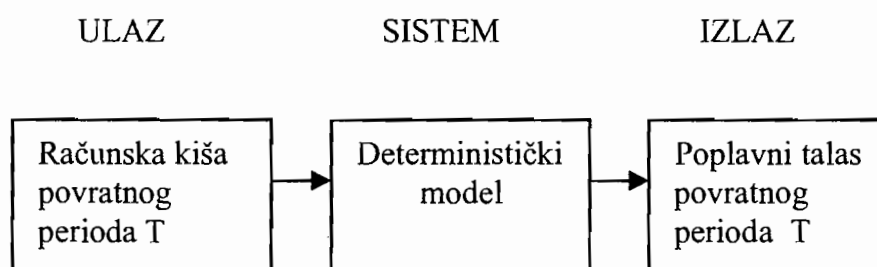
| Q_{max} | Empirijska vjerovatnoća $F_e = P[Q \leq Q_{max}] =$ $= \frac{m-0,375}{N+0,25} \cdot 100$ (%) | Q_{max} | Empirijska vjerovatnoća $F_e = P[Q \leq Q_{max}] =$ $= \frac{m-0,3}{N+0,4} \cdot 100$ (%) |
|-----------|--|-----------|---|
| 522 | 1,9 | 1020 | 53,0 |
| 547 | 4,9 | 1020 | 56,0 |
| 587 | 7,9 | 1060 | 59,0 |
| 587 | 10,9 | 1090 | 62,0 |
| 592 | 13,9 | 1120 | 65,0 |
| 601 | 16,9 | 1190 | 68,0 |
| 608 | 19,9 | 1210 | 71,1 |
| 608 | 22,9 | 1270 | 74,1 |
| 673 | 25,9 | 1290 | 77,1 |
| 718 | 28,9 | 1430 | 80,1 |
| 740 | 32,0 | 1460 | 83,1 |
| 834 | 35,0 | 1460 | 86,1 |
| 870 | 38,0 | 1470 | 89,1 |
| 883 | 41,0 | 1520 | 92,1 |
| 901 | 44,0 | 1890 | 95,1 |
| 925 | 47,0 | 2540 | 98,1 |
| 972 | 50,0 | | |



Slika 2. Funkcija raspodjele maksimalnih proticaja

12.2.2. Proračun velikih voda pomoću kiša jakog intenziteta

Procedura za određivanje vodnog vala pomoću kiša jakog intenziteta može se predstaviti na slijedeći način:



Kao što se vidi iz gornje šeme, jedna od osnovnih pretpostavki kod ove metode je da kiša povratnog perioda T proizvodi poplavni talas istog povratnog perioda. Istraživanja u Velikoj Britaniji i u drugim zemljama su pokazala da je ova pretpostavka u važnosti ako se ostvari određena kombinacija ulaznih podataka: visina kiše, ukupno trajanje i raspodjela neto kiše u vremenu, i da važan problem predstavlja način određivanja visine neto kiše /24/.

Na osnovu analiza velikih voda (V.V.) računatih statističkim metodama i pomoću jediničnog hidrograma, u Velikoj Britaniji se došlo do zaključka da povratni period računске kiše treba da bude veći nego što je zahtjevani povratni period velike vode. Za praktične proračune se preporučuje:

| | | | | | | | | | |
|-------------------------------|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| Povratni period V.V. (godina) | 5 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 | 250 | 500 | 1000 |
| Povratni period kiše (godina) | 8 | 17 | 35 | 50 | 81 | 140 | 300 | 520 | 1000 |

Model koji se najčešće koristi za transformaciju hijetograma neto kiše u hidrogram direktnog oticanja vode je jedinični hidrogram. Metode za identifikaciju T-časovnog i trenutnog jediničnog hidrograma su pokazane u poglavlju 9.

Polazeći od činjenice da se proces konvolucije efektivnih padavina i jedničnog hidrograma, čije su vrijednosti date diskretno u vremenu, može predstaviti i u

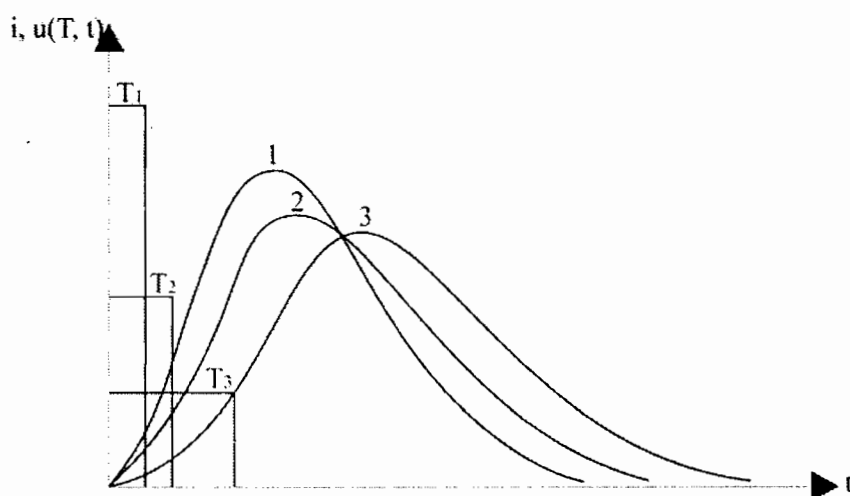
matričnom obliku (jednačina 9.66), onda se određivanje hidrograma direktnog oticanja sa sliva svodi na određivanje proizvoda između jedne matrice i jednog vektora. Postupak ne iziskuje posebne teškoće, ukoliko su naravno poznate ordinate jediničnog hidrograma i hijetogram efektivnih padavina za razmatrani sliv.

Ova metoda određivanja velikih voda, određenog povratnog perioda javljanja, ograničena je na slivove čija površina ne prelazi granicu, o kojoj je bilo riječi kada je raspravljano o teoriji jediničnog hidrograma – poglavlje 9.

Ukoliko su u pitanju veliki slivovi (o slivovima „velike površine“ vidjeti u poglavlju 9), potrebno je razmatrati veliki sliv izdijeliti na odgovarajući broj manjih podslivova, takvih da se na svaki od njih može primijeniti metoda jediničnog hidrograma. Sračunati hidrogrami velikih voda za pojedine podslivove se zatim posebno propagiraju (o propagaciji hidrograma velikih voda vidjeti detaljno u poglavlju 13) nizvodno do lokacije od interesa na slivu, da bi se dobio konačan hidrogram velike vode. Njemu se često dodaje bazno oticanje u vidu donjeg dijela recesione krive nekog ranije osmotrenog poplavnog vala.

Prilikom proračuna talasa velikih voda, potrebno je odabrati takvo trajanje računске kiše (zadatog povratnog perioda) koje će dati najveći proticaj. Ovo se može postići proračunom: (i) prostog ili (ii) složenog hidrograma direktnog oticanja.

U prvom slučaju, kada se raspoložbe podacima osmatranja oticanja i odgovarajućih kiša koje su izazvale to oticanje, onda je moguće odrediti jedinične hidrograme za razna jedinična trajanja T . Ovi jedinični hidrogrami mogu da izgledaju kako je to pokazano na slici 12.4, gdje su uzete tri vrijednosti za T : $T_1 < T_2 < T_3$.

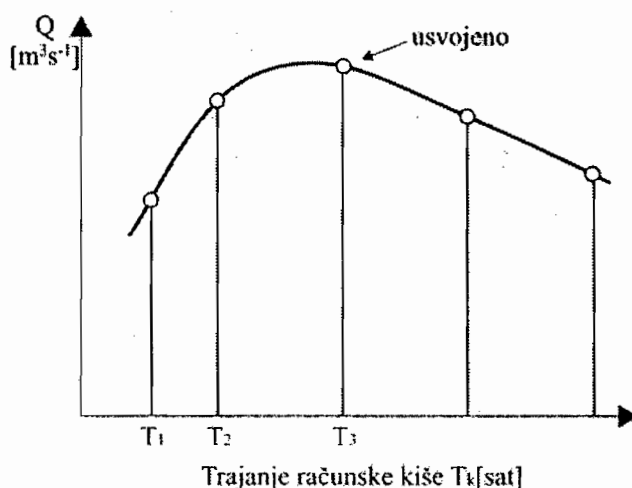


Slika 12.4.

U ovom slučaju, za određivanje talasa velike vode se koristi relacija (9.59).

$$Q(t) = P_e \cdot u(T, t) \quad (12.38)$$

U prvoj fazi, dovoljno je da se pomoću u_{max} izračuna vršni proticaj računskog talasa velike vode. Da bi se to postiglo, sa dijagrama visina – trajanje – povratni period (poglavlje 3.4.1), uzimaju se visine bruto kiše P različitih trajanja t_k , određuju se odgovarajuće visine neto kiše P_e i izračunava $Q_{max} = u_{max} \cdot P_e$, gdje je u_{max} vršni proticaj jediničnog hidrograma trajanja $T = t_k$. Rezultat jedne ovakve analize je pokazan na slici 12.5.



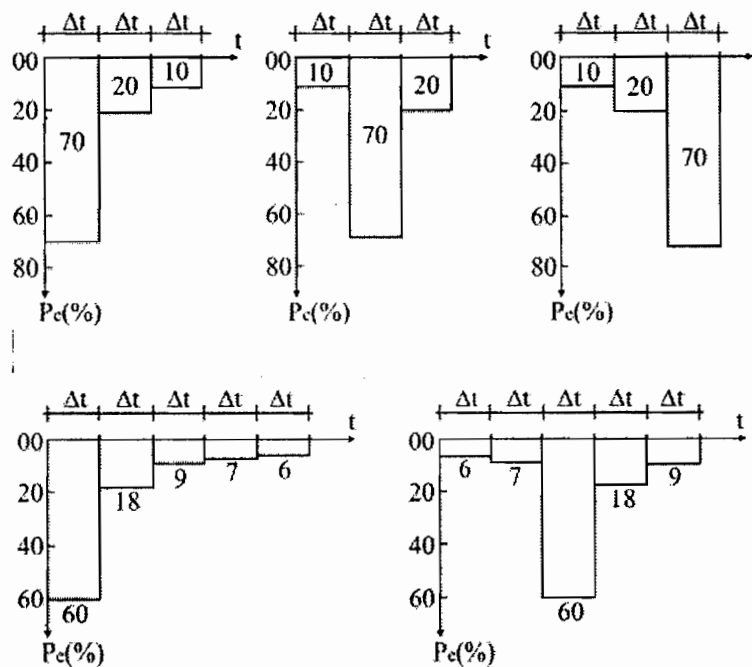
Slika 12.5. Određivanje trajanja računске kiše (datog povratnog perioda) koja daje najveći vršni proticaj

Pošto je ovdje neophodno da se raspolaže serijom jediničnih hidrograma različitih trajanja neto kiše (poglavlje 9), ovaj način se većinom koristi kada se V.V. određuje pomoću sintetičkog jediničnog hidrograma (poglavlje 9).

U drugom slučaju, odnosno kada se poplavni talas određuje preko kompleksne kiše, uzimaju se, kao i u prvom slučaju, bruto kiše različitog trajanja, pri čemu je trajanje računске kiše znatno veće od trajanja T jediničnog hidrograma. Poslije eventualne redukcije računске kiše obzirom na površinu sliva (poglavlje 3), na bazi tipske sumarne linije se određuje sumarna linija bruto kiše P , zatim sumarna linija

neto kiše P_e . Iz posljednje sumarne linije se izračunavaju priraštaji $\Delta P_{ej} (j = \overline{1, n})$ u intervalima $\Delta t = T$.

Kod proračuna uzima se nekoliko kombinacija efektivnih kiša P_{ej} , pri čemu je uvijek $\sum P_{ej} = P_e$, da bi se odredio složeni hidrogram koji za dato P_e daje najveći vršni proticaj. Širina blokova za hijetogram efektivne kiše (odnosno integralnu liniju padavina) se može uzeti u granicama $0,25 \cdot t_p < \Delta t < 0,5 \cdot t_p$ („vrijeme zakašnjenja“ sliva), pri čemu se obično ne uzima više od šest blokova kiše. Neke od mogućih kritičnih kombinacija rasporeda efektivnih kiša prikazane su na slici 12.6.



Slika 12.6. Neke od kritičnih kombinacija rasporeda efektivnih kiša trajanja $t_k = 3\Delta t$ i $t_k = 5\Delta t$

Računski talas velike vode se, potom, izračunava pomoću relacije (9.65) odnosno matrične jednačine (9.66).

$$Q_k = \sum_{j=1}^n u_{k-j+1} \cdot P_j, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (n+m-1) \quad (12.39)$$

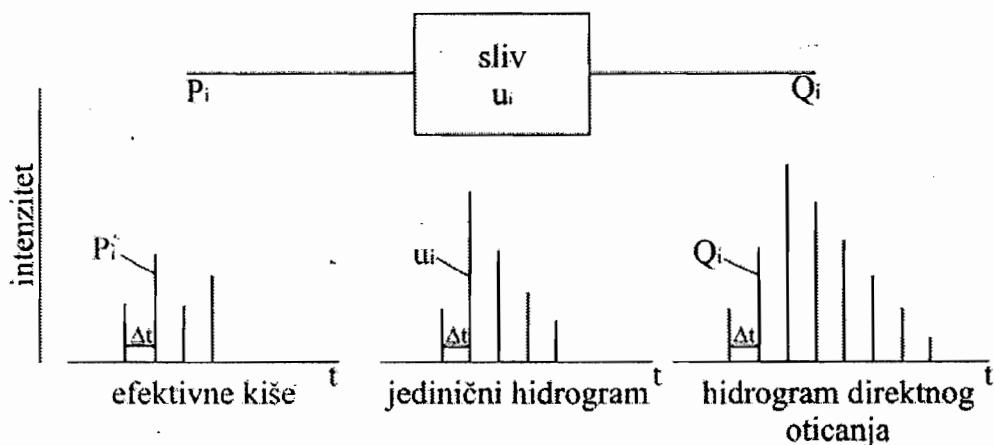
gdje je:

Velike vode

k – redni broj ordinate složenog hidrograma direktnog oticanja,
 n – broj blokova na koji je podijeljen hijetogram efektivne kiše,
 m – broj ordinata (većih od nule) T – časovnog jediničnog hidrograma.

Broj ordinata složenog hidrograma direktnog oticanja koje su veće od nule je $l = n + m - 1$. Vremenska baza složenog hidrograma je $T_b = T \cdot (n + m)$ časova.

Diskretan prikaz efektivne kiše, jediničnog hidrograma i hidrograma direktnog oticanja sa naprijed uvedenim oznakama, dat je na slici 12.7.



Slika 12.7. Ulaz, odgovor sistema i izlaz (dati diskretno u vremenu)

Kao što je to pokazano u poglavlju 7.2 (jednačina 7.20), proces diskretne konvolucije efektivne kiše sa T – časovnim jediničnim hidrogramom može biti predstavljen kao proizvod matrice i vektora:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & P_j & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_n & P_{n-1} & P_{n-2} & \dots & 0 \\ 0 & P_n & P_{n-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & P_n & \dots & P_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_k \\ \vdots \\ Q_l \end{bmatrix} \quad (12.40)$$

Matrica $[P]$ ima (l) ($l = m + n - 1$) vrsta i (m) kolona, matrica $[U]$ (m) vrsta i jednu kolonu i matrica $[Q]$ (l) vrsta i jednu kolonu.

Obično se uzimaju razne kombinacije intenziteta neto kiše u okviru trajanja $t_k (= nT)$, da bi se dobio hidrogram koji daje najveći vršni proticaj na izlaznom profilu sliva.

Kada su u pitanju slivovi male površine, zatečen proticaj u rijeci se obično ne dodaje računskom hidrogramu velike vode, pošto malo doprinosi povećanju Q_{max} .

Bruto kiša

Kao što je to jasno vidljivo sa slike 12.3, osnova za proračun velikih voda pomoću kiša jakog intenziteta je poznavanje ulaza u sistem/sliv, odnosno računskih kiša povratnog perioda javljanja T . Obzirom da se detaljnija procedura određivanja ovih kiša može se vidjeti u poglavljima 3 i 8, ovdje će se ponoviti samo neke od najznačajnijih činjenica.

Polazna osnova za sva statistička i druga zaključivanja je određivanje maksimalnih visina kiša u toku godine, za unaprijed zadane intervale vremena (t) , a zatim izbor jednog ili više maksimuma i formiranje određenih vremenskih serija. Kako sa uvećanjem intervala vremena (t) visina kiše u početku veoma brzo raste, a zatim

Velike vode

sve sporije, saglasno tome i intervali vremena (t), za koji se vrši izbor kiša, u početku su češći i kraći i obrnuto. Uobičajeno je usvajanje konstantnih intervala vremena i to: t = 5, 10, 20, 40, 60 minuta, 1, 2, 3, 5, 12 i 24 sata.

Izdvajanje maksimalnih visina kiša sa ombrografskih traka određenog trajanja, kao što je to već pomenuto u poglavlju 3., može se vršiti: (i) metodom godišnjih ekstrema i (ii) metodom pikova. Kao rezultat prve faze osnovne obrade, dobijaju se serije maksimalnih godišnjih visina kiše ili serije ekstremnih visina kiše koje su veće od zadanog praga za svako zadano trajanje kiše (t), koje predstavljaju bazu za drugu fazu statističke obrade. Metode statističke obrade i analize su različiti i zavise od toga koje su serije na raspolaganju:

- serije maksimalnih godišnjih visina kiše podvrgavaju se klasičnoj statističkoj obradi (vidjeti poglavlje 8),
- serije pikova (ekstremi veći od izabrane bazne vrijednosti) se podvrgavaju analizi primjenom teorije prekidnih slučajnih procesa (vidjeti poglavlje 12).

Podrazumijeva se da pomenute serije zadovolje uslove slučajnosti i homogenosti, što se provjerava odgovarajućim statističkim testovima.

U procesu cjelokupne statističke analize (primjenom različitih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće), preporučuje se da se empirijske raspodjele vjerovatnoće maksimalnih visina kiša nanese na istom dijagramu vjerovatnoće i izvrši njihovo usklađivanje sa teorijskom funkcijom raspodjele vjerovatnoće, kako se ne bi pojavili nelogični, besmisleni rezultati. Na ovaj način, za određenu vjerovatnoću javljanja, odnosno povratni period javljanja (T), sa krivih PtT (visina kiše – trajanje kiše – povratni period javljanja) za zadato trajanje kiše $t = t_k$, mogu se odrediti maksimalne visine bruto kiša, što predstavlja osnovu za određivanje efektivnih kiša.

Neto kiša

Dio ukupnih padavina P (bruto kiše) koji otiče naziva se neto kiša P_e (višak padavina, efektivna kiša). Analogno hijetogramu bruto kiše ($i = i(t)$), može se izraditi hijetogram neto kiše $i_e = i_e(t)$ - vidjeti poglavlje 9 - pri čemu je sloj oticanja: $P_e = \sum i_e \Delta t$ (Δt - interval diskretizacije) i zapremina otekle vode $W_d = P_e F_{sl}$, gdje je F_{sl} površina sliva.

Razlika $P - P_e$ se naziva «gubitkom». Kako je gubitak vode zbog infiltracije najznačajniji (naročito u periodu intenzivnih kiša), praktično svi modeli za infiltraciju koji su pomenuti u poglavlju 6 se mogu koristiti za proračun hijetograma neto kiše. Kada se radi o ekstremnim događajima kao što je pojava vodnog vala, prilikom biranja parametara modela za infiltraciju treba pretpostaviti visok početni sadržaj vlage u zemljištu (što uslovljava male gubitke).

Na slici 9.2. je dat pregled metoda koje se koriste za odvajanje gubitaka. Što se tiče koeficijenta oticanja - η , nadležne agencije u mnogim zemljama su pripremile tabele u kojima su date vrijednosti za η u zavisnosti od tipa zemljišta, vegetacije, načina obrade, površine sliva, visine dnevne kiše i drugih faktora od kojih zavisi oticanje.

Metoda SCS krivih

Jedna od najpoznatijih metoda za određivanje neto kiše je metoda SCS (Soil Conservation Service Hydrologic Method). Kod ove metode se uzimaju u obzir slijedeći faktori: (i) prethodna vlažnost zemljišta, (ii) kategorija zemljišta obzirom na kapacitet infiltracije, (iii) uticaj načina korištenja (obrade) zemljišta ili tipa biljnog pokrivača i (iv) stanje površine (slabo, srednje, dobro).

Prethodna vlažnost tla i fizičke karakteristike slivne površine su dovedene u vezu kako bi dale tzv. hidrološke grupe zemljišta. Što se tiče faktora pod (ii) zemljišta su podijeljena u četiri grupe i označena slovima A, B, C i D.

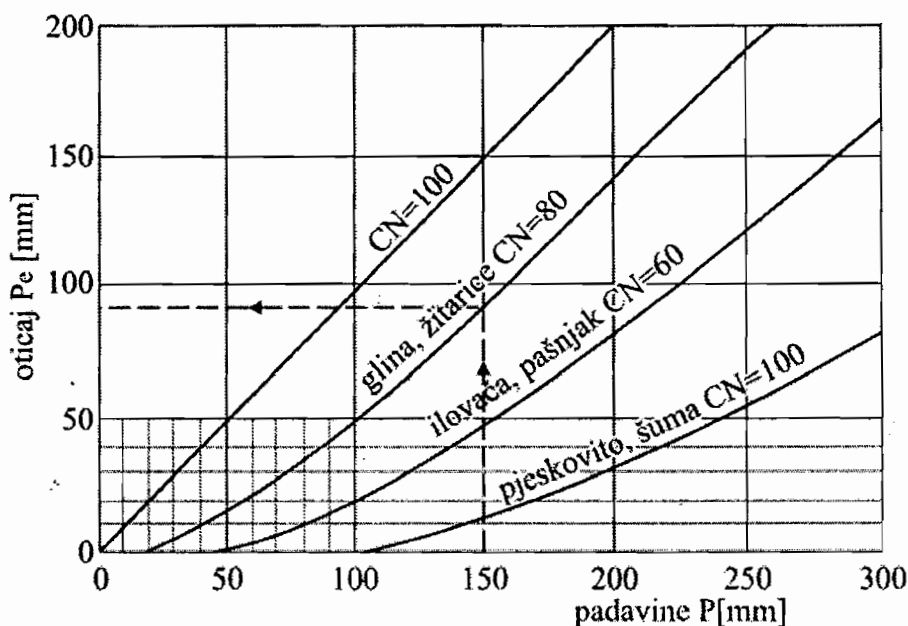
Grupa A: Grupa sa potencijalno malim oticanjem i sa vrlo velikim infiltracionim kapacitetom. Sa ovakvih zemljišta, čak i u vlažnim uslovima, očekivano oticanje je malo. Veličina infiltracije je 8-12 mm/h (na primjer pjeskovito tlo).

Grupa B: Grupa sa umjereno malim oticanjem i sa umjerenim intenzitetom infiltracije. Tekstura zemljišta varira od fine do umjerene. Konačan intenzitet infiltracije je 4-8 mm/h (na primjer les i pjeskovita ilovača).

Grupa C: Potencijalno umjereno veliko oticanje sa malim intenzitetom infiltracije sa umjereno dobrim do solidno dreniranim zemljištem. Tekstura je umjereno fina do umjereno krupna. Konačan intenzitet infiltracije je 1-4 mm/h (na primjer ilovača).

Grupa D: Vrlo mala infiltracija u uslovima potpune vlažnosti. Glinovita zemljišta formiraju ovakvu grupu. Konačan intenzitet infiltracije za ovakva zemljita varira od 0 do 1 mm/h (na primjer glina).

Gore pomenuti faktori koji utiču na veličinu efektivne kiše su rezimirani u tabelama i izraženi su kao brojevi krivih (CN). Broj krive oticanja (CN) je razvijen kroz istraživanja, odnosno mjerenja oticanja sa različitih vrsta tala i različitim lokacijama. Dio ove tabele je dat u tabeli 12.1. Primjer za odabrane brojeve krivih CN je dat na slici 12.8 gdje se vidi i princip metode određivanja neto kiše na osnovu bruto kiše i gore navedenih faktora, odnosno brojeva krivih CN.



Slika 12.8. Izgled SCS krivih prema jednačini 12.43 (24)

Gornja klasifikacija zemljišta data je za prosječne uslove oticanja sa slivne površine, i početne gubitke koji su jednaki 20 % od potencijalno maksimalnog zadržavanja padavina, tj. $I = 0,2d$ i nazvana grupa zemljišta AMC-II. Osim ove grupe, izdvojene su još dvije grupe zemljišta: AMC-I i AMC-III. U tabeli 12.1 su date vrijednosti brojeva krivih CN za grupu zemljišta AMC-II a u tabeli 12.2 konverzioni faktori za prelaz iz grupe AMC-II u grupu AMC-I ili AMC-III. Pri tome su grupe:

- AMC-I grupa sa najnižim potencijalom oticanja. Tlo na slivu je dovoljno suho za zadovoljavajuću obradu,
- AMC-II grupa sa prosječnim uslovima oticanja, i
- AMC-III grupa sa najvećim potencijalom oticanja. Slivna površina je praktično saturirana vodom od prethodnih kiša.

Vrijednosti CN za uslove AMC-II biraju se iz tabele 12.1. zavisno od načina korištenja zemljišta. Ako su na slivnoj površini prisutni različiti uslovi, onda se određuje tzv. složeni CN ponderisanjem pojedinačnih CN-ova proporcionalno

pojedinačanom učešću slivnih površina. Na primjer, ako za slivnu površinu od 100 km², tlo površine 70 km² ima CN=60 a tlo površine 30 km² ima CN=80, onda je složeni (ponderisani) CN za slivnu površinu 0,7x60+0,3x80=66.

Vrijednost CN je manja za zemljišta sa većom infiltracijom, od zemljišta sa manjom infiltracijom.

Ovisnost efektivnih i bruto padavina u funkciji broja krive CN dobivena je slijedećim rezonovanjem. Naime, za male slivne površine može se napisati slijedeća jednačina:

$$\frac{\text{Stvarno zadržavanje padavina}}{\text{Potencijalno maksimalno zadržavanje}} = \frac{\text{Direktno oticanje}}{\text{Padavine - poč. gubitak}} \quad \text{ili}$$

$$\frac{P - I - P_e}{d} = \frac{P_e}{P - I} \quad \text{ili} \quad (12.41)$$

$$P_e = \frac{(P - I)^2}{(P - I + d)} \quad (12.42)$$

ili za $I = 0,2d$:

$$P_e = \frac{(P - 0,2d)^2}{(P + 0,8d)} \quad (12.43)$$

gdje je:

P_e - oticanje izraženo ravnomjernom visinom sloja vode (efektivna kiša) na slivnoj površini u (mm),

P - je prosječna visina padavina na slivnoj površini (bruto padavina) u (mm),

d - potencijalno maksimalno zadržavanje padavina u (mm),

I - početni gubici koji obuhvataju zadržavanje, zadržavanje u depresijama i infiltraciju.

Vrijednost za (d) koja zavisi od tipa zemljišta je dovedena u vezu sa brojem krive CN pomoću relacije $CN = 1000 / (10 + d)$, odakle:

$$d = \left(\frac{1000}{CN} - 10 \right) \cdot 25,4 \quad (mm) \quad (12.44)$$

Tabela 12.1. Brojevi krivih (CN) za hidrološke zemljišno-biljne komplekse (za prosječne uslove oticanja – AMC – II) /29/

| Način korištenja zemljišta/Način obrade/Uslovi | | | Hidrološka grupa zemljišta | | | | |
|--|--|-----|----------------------------|----|----|----|----|
| | | | A | B | C | D | |
| Porodične kuće sa okućnicom: | | | | | | | |
| do 500 m ² (60% nepropusno) | | | 77 | 85 | 90 | 92 | |
| do 1000 m ² (38% nepropusno) | | | 61 | 75 | 83 | 87 | |
| do 2000 m ² (25% nepropusno) | | | 54 | 70 | 80 | 85 | |
| do 4000 m ² (20% nepropusno) | | | 51 | 68 | 79 | 84 | |
| Popločani parkinzi i staze, krovovi | | | 98 | 98 | 98 | 98 | |
| Ulice i putevi: | | | | | | | |
| popločani sa kišnom kanalizacijom | | | 98 | 98 | 98 | 98 | |
| makadam, šljunak | | | 76 | 85 | 89 | 91 | |
| zemljani | | | 72 | 82 | 87 | 89 | |
| Trgovačke i poslovne površine (85% neprop.) | | | 89 | 92 | 94 | 95 | |
| Industrijske četvrti (72% nepropusno) | | | 81 | 88 | 91 | 93 | |
| Travnjaci, parkovi, tereni za golf, groblja: | | | | | | | |
| dobri uslovi: pod travom je preko 75% | | | 39 | 61 | 74 | 80 | |
| srednji uslovi: pod travom od 50% do 75% | | | 49 | 69 | 79 | 84 | |
| Ugar (neobrađeno poljoprivredno zemljište) | | | 77 | 86 | 91 | 94 | |
| Kulture u redovima (okopavine) | | SR | SL | 72 | 81 | 88 | 91 |
| | | SR | DO | 67 | 78 | 85 | 89 |
| | | C | SL | 70 | 79 | 84 | 88 |
| | | C/T | SL | 66 | 74 | 80 | 82 |
| Žitarice | | SR | SL | 65 | 76 | 84 | 88 |
| | | C | SL | 63 | 74 | 82 | 85 |
| | | C/T | SL | 61 | 72 | 79 | 82 |
| Gusto sijani mahunasti plodovi | | SR | SL | 66 | 77 | 85 | 89 |
| | | C | SL | 64 | 75 | 83 | 85 |
| | | C/T | SL | 63 | 73 | 80 | 83 |
| Pašnjak | | | SL | 68 | 79 | 86 | 89 |
| | | | SR | 49 | 69 | 79 | 84 |
| | | | DO | 39 | 61 | 74 | 80 |
| Livada | | | DO | 30 | 58 | 71 | 78 |
| Tereni pod šumom | | | SL | 45 | 66 | 77 | 83 |
| | | | SR | 36 | 60 | 73 | 79 |
| | | | DO | 25 | 55 | 70 | 77 |

Oznake: SR – obrada u smjeru pada terena, C – oranje po izohipsama, T – terasirano zemljište. Stanje površine: SL – slabo, SR – srednje i DO – dobro.

Tabela 12.2. Konverzacioni faktori za prelaz iz grupe zemljišta AMC-II u grupu zemljišta AMC-I ili AMC-III /29/

| Broj krive CN za grupu zemljišta AMC-II | Konverzacioni faktor za prelazak iz grupe zemljišta AMC-II u grupu: | |
|---|--|---------|
| | AMC-I | AMC-III |
| 5 | 0,40 | 2,60 |
| 10 | 0,40 | 2,22 |
| 15 | 0,40 | 2,00 |
| 20 | 0,45 | 1,85 |
| 25 | 0,48 | 1,72 |
| 30 | 0,50 | 1,72 |
| 35 | 0,51 | 1,57 |
| 40 | 0,55 | 1,50 |
| 45 | 0,58 | 1,50 |
| 50 | 0,62 | 1,40 |
| 55 | 0,64 | 1,35 |
| 60 | 0,67 | 1,30 |
| 65 | 0,69 | 1,26 |
| 70 | 0,73 | 1,21 |
| 75 | 0,76 | 1,17 |
| 80 | 0,79 | 1,14 |
| 85 | 0,82 | 1,10 |
| 90 | 0,87 | 1,07 |
| 95 | 0,92 | 1,03 |
| 100 | 1,00 | 1,00 |

PRIMJER 12.3.

Za poznati 24 – časovni jedinični hidrogram, čije ordinate su date u tabeli 1., i odgovarajuće kombinacije bruto, odnosno efektivnih padavina, datih u tabeli 2., odrediti velike vode, odnosno maksimalni proticaj rijeke Drine na vodomjernoj stanici Višegrad, povratnog perioda javljanja 10000 godina. Prethodnim analizama je utvrđeno da maksimalno oticanje na slivu izazivaju padavine trajanja 3 dana.

Tabela 1. Ordinate 24 – časovnog jediničnog hidrograma rijeke Drine na V.S. Višegrad

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| Vrijeme t (dana) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| u (24, t) (m ³ /s/mm) | 0,00 | 49,50 | 39,46 | 24,00 | 15,89 | 11,11 | 7,50 | 4,62 | 2,49 | 0,00 |

Tabela 2. Trodnevne bruto i efektivne padavine 10000 godišnjeg povratnog perioda javljanja u slivu rijeke Drine do V.S. Višegrad

| Trajanje padavina | Visina bruto padavina u (mm) za kombinaciju padavina | | Visina efektivnih padavina u (mm) za kombinaciju padavina | |
|-------------------|--|---------------------|---|---------------------|
| | I | II | I | II |
| Prvi dan | P ₁ =250 | P ₁ =35 | P ₁ =226 | P ₁ =11 |
| Drugi dan | P ₂ =70 | P ₂ =250 | P ₂ =46 | P ₂ =226 |
| Treći dan | P ₃ =35 | P ₃ =70 | P ₃ =11 | P ₃ =46 |
| Ukupno | P=355 | P=355 | P=283 | P=283 |

Raspored padavina unutar ukupnog trajanja od tri dana izvršen je na osnovu hipotetičkih hijetograma datih na slici 12.6. Zbog obimnosti proračuna ovdje su izostavljeni proračuni za druga trajanja kiše i druge kombinacije kiša unutar ukupnog trajanja od tri dana, jer je prethodnim analizama pokazano da maksimalno oticanje izaziva kiša trajanja tri dana. Hijetogrami efektivnih padavina određeni su usvajanjem funkcije gubitaka preko Φ indeksa pri čemu je, na osnovu prethodnih analiza odabrano $\Phi = 1 \text{ mm/sat} = 24 \text{ mm/dan}$. Analizirane vrijednosti Φ indeksa bazirane su na pretpostavci da je tlo od prethodnih kiša zasićeno vlagom i da su gubici na infiltraciju i isparavanje minimalni, čime se „stvaraju“ kritični uslovi za veliko oticanje i pojavu velikih voda vrlo velikog povratnog perioda javljanja (na primjer 10000 godina).

Rješenje problema za jedan hipotetički hijetogram i poznati 24-časovni jedinični hidrogram, predstavljeno je matričnom jednačinom (12.40):

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_3 & P_2 & P_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_3 & P_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \\ Q_9 \\ Q_{10} \end{bmatrix}$$

Množenje gornjih matrica može se vrlo jednostavno obaviti kako je to pokazano u tabeli 3. Proračun je jasno vidljiv iz same tabele i slike 1., te se neće posebno komentarisati.

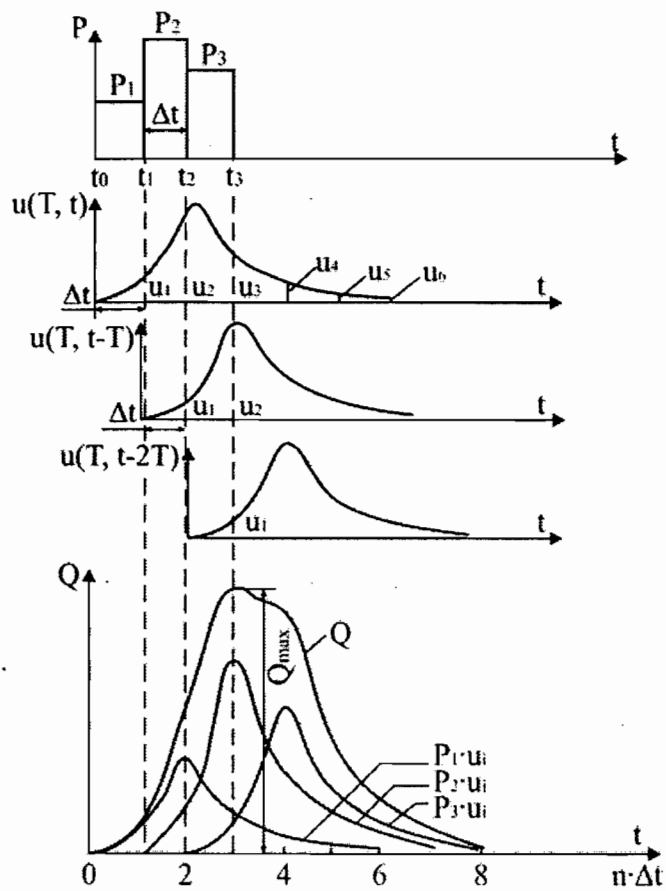
Tabela 3. Proračun hidrograma direktnog oticanja velikih voda za kombinaciju padavina I

| i | Vrijeme t (dana) | $u_i(24,t)$ ($m^3/s/mm$) | $P_1 \cdot u_i$ | $P_2 \cdot u_{i-1}$ | $P_3 \cdot u_{i-2}$ | Q (m^3/s) Kolona (7) = = (4) + (5) + (6) |
|-----|------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------|---------------------|--|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 0 | 0 | 0,00 | 0 | | | 0 |
| 1 | 1 | 49,50 | 11187 | 0 | | 11187 |
| 2 | 2 | 39,46 | 8918 | 2277 | 0 | 11195 |
| 3 | 3 | 24,00 | 5424 | 1815 | 544 | 7784 |
| 4 | 4 | 15,89 | 3591 | 1104 | 434 | 5129 |
| 5 | 5 | 11,11 | 2511 | 731 | 264 | 3506 |
| 6 | 6 | 7,50 | 1695 | 511 | 174 | 2381 |
| 7 | 7 | 4,62 | 1044 | 345 | 122 | 1511 |
| 8 | 8 | 2,49 | 563 | 212 | 82 | 858 |
| 9 | 9 | 0,00 | 0 | 114 | 51 | 165 |
| 10 | 10 | | | 0 | 27 | 27 |
| 11 | 11 | | | | 0 | 0 |

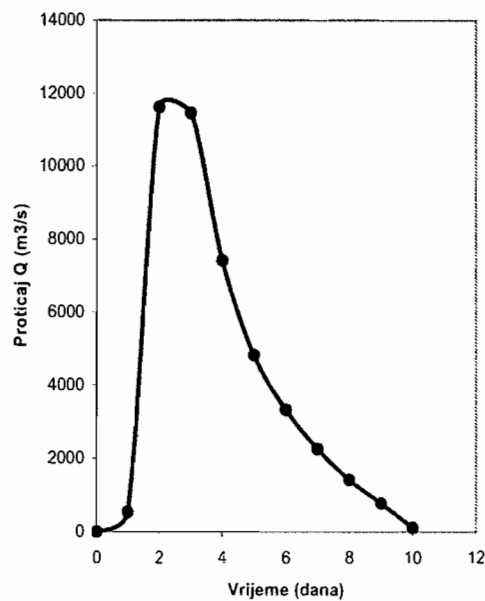
Tabela 4. Proračun hidrograma direktnog oticanja velikih voda za kombinaciju padavina II

| i | Vrijeme t (dana) | $u_i(24,t)$ ($m^3/s/mm$) | $P_1 \cdot u_i$ | $P_2 \cdot u_{i-1}$ | $P_3 \cdot u_{i-2}$ | Q (m^3/s) Kolona (7) = = (4) + (5) + (6) |
|-----|------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------|---------------------|--|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 0 | 0 | 0,00 | 0 | | | 0 |
| 1 | 1 | 49,50 | 544 | 0 | | 544 |
| 2 | 2 | 39,46 | 434 | 11187 | 0 | 11621 |
| 3 | 3 | 24,00 | 264 | 8918 | 2277 | 11459 |
| 4 | 4 | 15,89 | 175 | 5424 | 1815 | 7414 |
| 5 | 5 | 11,11 | 122 | 3591 | 1104 | 4817 |
| 6 | 6 | 7,50 | 82 | 2511 | 731 | 3324 |
| 7 | 7 | 4,62 | 51 | 1695 | 511 | 2257 |
| 8 | 8 | 2,49 | 27 | 1044 | 345 | 1416 |
| 9 | 9 | 0,00 | 0 | 563 | 212 | 775 |
| 10 | 10 | | | 0 | 114 | 114 |
| 11 | 11 | | | | 0 | 0 |

Grafička ilustracija hidrograma direktnog oticanja izazvanog kombinacijom efektivnih kiša II, a koje rezultiraju najvećim vršnim oticanjem data je na slici 2.



Slika 1. Grafička ilustracija proračuna hidrograma direktnog oticanja



Slika 2. Hidrogram oticanja velikih voda rijeke Drine na V.S. Višegrad

Racionalna metoda

Među različitim tipovima metoda, racionalna metoda je najracionalnija za računanje maksimalnih proticaja na malim slivnim površinama. Metoda se naziva racionalnom zato što jedinice izražavanja za članove koji figuriraju u formuli moraju biti numerički konzistentne (dosljedne). U originalnoj formuli padavine su izražene u inčima a slivna površina u akrima.

Teorijski aspekti racionalne teorije izloženi su u poglavlju 9., kada je govoreno o jediničnom hidrogramu u obliku trougla. Po toj teoriji, maksimalni proticaj na slivu javlja se kada čitava slivna površina počne da učestvuje u oticanju. Oticanje postepeno raste od nule do maksimuma, koji se javlja kada trajanje kiše dostigne vrijeme koncentracije sliva (T_C) i zatim ostaje konstantno za period kada trajanje kiše prekoračuje ($t - T_C$), tj. od vremena T_C unaprijed. Nakon prestanka kiše, oticanje postepeno opada da bi dostiglo vrijednost nula u vremenu za (T_C) udaljenom od vremena pojavljivanja maksimuma.

Pokazano je da se po racionalnoj teoriji maksimalna ordinata jediničnog hidrograma može izraziti kao:

$$u_{max} = \frac{1}{T_C} \cdot F_{sl} \left(\frac{mm}{sati} \cdot km^2 \right) \quad (12.45)$$

odnosno, u uobičajenoj dimenziji za ordinate jediničnog hidrograma ($m^3/s/mm$):

$$u_{max} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{T_C \cdot 3600} \cdot F_{sl} \cdot 10^6 = 0,278 \cdot \frac{F_{sl}}{T_C} \quad (m^3/s/mm) \quad (12.46)$$

za F_{sl} u (km^2) a T_C u (satima).

Na osnovu teorije jediničnog hidrograma (poglavlje 9), vrijednost maksimalnog proticaja Q_{max} određenog povratnog perioda javljanja T (godina) se onda može izraziti kao:

$$\begin{aligned}
 Q_{max}(T) &= u_{max} \cdot P_e(T) = u_{max} \cdot P_b(T) \cdot \eta = \\
 &= 0,278 \cdot \frac{F_{sl}}{T_c} \cdot P_b(T) \cdot \eta \quad (m^3/s)
 \end{aligned}
 \tag{12.47}$$

gdje su: $P_b(T)$ bruto padavine povratnog perioda T (godina) a (η) koeficijent direktnog oticanja ili procenat (dio) padavina koje su izazvale oticanje.

Vrijednost koeficijenta direktnog oticanja η varira u širokim granicama od 0,05 do 0,95. On predstavlja ukupni efekat gubitaka u slivu. Faktori koji utiču na vrijednost koeficijenta η su: (i) početni gubici, (ii) zadržavanje (akumuliranje) vode u depresijama na slivu, (iii) karakteristike zemljišta, (iv) padovi slivne površine, (v) stepen saturacije zemljišta vodom, (vi) intenzitet padavina, (vii) geološki sastav slivnog područja i (viii) hidrogeološke karakteristike slivnog područja. U tabeli 12.3 date su vrijednosti koeficijenta direktnog oticanja (η) za različite tipove slivnih površina.

Kada unutar slivne površine postoje različite zone po karakteristikama oticanja, koeficijent direktnog oticanja (η) , tada se slivna površina dijeli u niz podpovršina $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, ($\sum f_i = F_{sl}$) sa svojim koeficijentima direktnog oticanja $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_n$, na osnovu kojih se računa tzv. ponderisana vrijednost koeficijenta direktnog oticanja $\eta_p = \frac{\sum \eta_i f_i}{F_{sl}}$, koja se onda u jednačini 12.47 upotrebljava umjesto η .

Ograničenja racionalne formule:

- Formula je primjenjiva za male slivne površine veličine do 50 km²,
- Trajanje kiše koja se koristi u formuli mora biti jednako ili više od vremena koncentracije slivne površine,
- Formula daje veličinu maksimalne vrijednosti hidrograma direktnog oticanja, ali ne daje i sam hidrogram,
- Vrijednost maksimalnog proticaja je izražena linearnom vezom sa intenzitetom, odnosno visinom kiše iako opisivana prirodna pojava ne slijedi ovaj jednostavni zakon,
- Podrazumijeva se konstantan intenzitet kiše na cijeloj slivnoj površini i tokom čitavog trajanja kiše jednakog vremenu koncentracije slivne površine,
- Podrazumijeva se ista vrijednost koeficijenta direktnog oticanja (η) za sve pljuskove, što onda znači da su i gubici padavina konstantni za sve pljuskove.

PRIMJER 12.4.

Potrebno je odrediti maksimalno oticanje sa jednog dijela gradskog područja površine 12 km² u svrhu izgradnje kišnog kanalizacionog kolektora, na kom površina putne mreže iznosi 30 %, stambenih zona 50 % a ostatak od 20 % je industrijska zona. Maksimalni pad sliva (J) iznosi 0,5 % a dužina (L) 1,6 km. Analizom historijskih podataka o padavinama, dobivene su slijedeće visine padavina povratnog perioda javljnja od T=5 godina:

| | | | |
|----------------------------|----|----|----|
| Trajanje padavina (minuta) | 30 | 40 | 50 |
| Visina padavina (mm) | 30 | 40 | 44 |

Rješenje:

Vrijeme koncentracije sliva može se na primjer sračunati po jednačini Kirpich-a (jednačina 9.175):

$$T_c = 0,000323 L^{0,77} J^{-0,385} = 0,000323 \cdot 1600^{0,77} \cdot 0,005^{-0,385} = 0,728 \text{ h} = 43,7 \text{ min.}$$

Visina padavina za kišu trajanja 43,7 minuta određena je linearnom interpolacijom između visina kiša za 40 i 50 minuta kao:

$$P_{43,7} = 40 + \frac{44 - 40}{10} \cdot 3,7 = 41,48 \text{ mm};$$

$$i = 41,48 \text{ mm za } 43,7 \text{ min} = 56,95 \text{ mm/h}$$

Iz tabele 12.3 koeficijent direktnog oticanja za saobraćajnice iznosi 0,80, za stambenu zonu 0,40 i industrijsku zonu 0,20, tako da je ponderisani koeficijent direktnog oticanja:

$$\eta = \frac{0,8(0,3 \times 12) + 0,4(0,5 \times 12) + 0,2(0,2 \times 12)}{12} = 0,24 + 0,20 + 0,04 = 0,48, \text{ tako}$$

da je:

$$Q_{max} = 0,278 \cdot \eta \cdot i \cdot F_{sl} = 0,278 \times 0,48 \times 56,95 \times 12 = 91,2 \text{ m}^3 / \text{s}$$

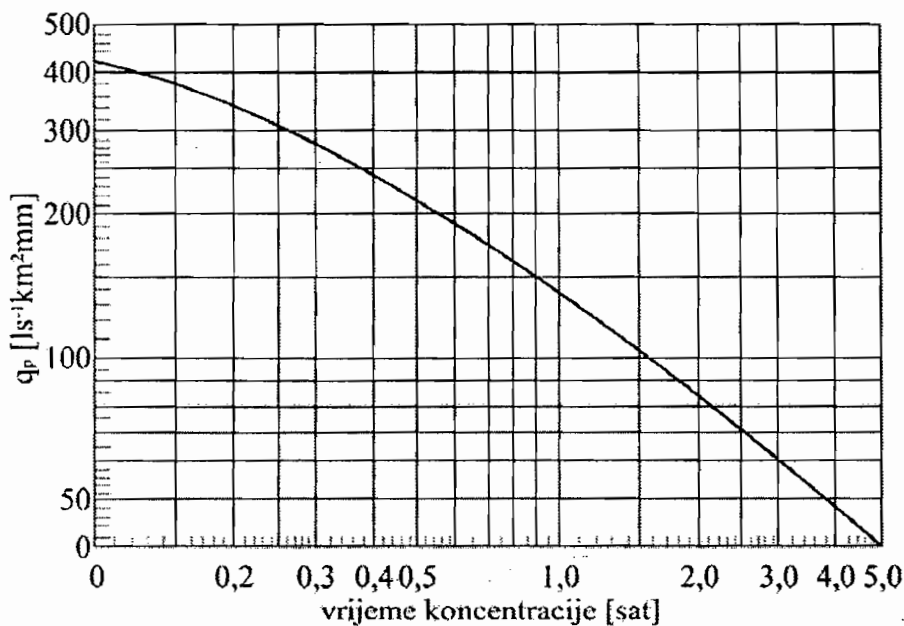


Tabela 12.3. Vrijednosti koeficijenta direktnog oticanja za razne vrste slivne površine /29/

| Vrsta slivne površine | Vrijednost η |
|--------------------------------|-------------------|
| Urbane površine | |
| <i>Travnjaci</i> | |
| Pješčana tla-ravna 2% | 0,05 – 0,10 |
| Pješčana tla-prosječna 2,7% | 0,10 – 0,15 |
| Pješčana tla-strma < 7% | 0,15 – 0,20 |
| Teška tla-ravna do strma | 0,13 – 0,35 |
| Teška tla-prosječna | 0,18 – 0,22 |
| Teška tla-strma | 0,25 – 0,35 |
| Poslovne površine | 0,50 – 0,95 |
| Stambena naselja | |
| Pojedinačne kuće | 0,30 – 0,35 |
| Stambene zgrade | 0,50 – 0,70 |
| Prigradska naselja | 0,25 – 0,40 |
| Apartmanska naselja | 0,50 – 0,70 |
| Industrijske površine | |
| Nedrenirana tla | 0,10 – 0,30 |
| Lake površine | 0,50 – 0,80 |
| Teške površine | 0,60 – 0,90 |
| Ograđena dvorišta | 0,20 – 0,40 |
| Ulice | 0,70 – 0,95 |
| Poljoprivredne površine | |
| Ravne površine | 0,10 – 0,50 |
| Brežuljkaste površine | 0,30 – 0,70 |

U situaciji kada na posmatranom profilu sliva nisu vršena mjerenja proticaja vode, računski talas velike vode se približno može odrediti pomoću neke od brojnih formula i nomograma koji daju vezu između maksimalnih proticaja i vremenske baze sintetičkog jediničnog hidrograma, sa fizičkim i drugim karakteristikama sliva.

Grafička metoda (SCS TR-55 metoda). Metoda se naziva grafička zato što se za određivanje specifičnog vršnog proticaja q_{max} koristi grafikon koji vezuje q_{max} sa vremenom koncentracije sliva T_c (slika 12.9).



Slika 12.9. Vršni specifični maksimalni proticaj u funkciji vremena koncentracije sliva za dnevnu kišu

Vrijeme T_c se može odrediti preko «vremena zakašnjenja» sliva t_p , koje se definiše kao vrijeme od centroida hijetograma neto kiše, do vremena koje odgovara vršnom proticaju hidrograma (vidi sliku 9.54). Može se uzeti da t_p predstavlja jednu približno konstantnu karakteristiku sliva. Za proračun t_p se koristi formula Mc Cuen-a (jednačina 9.164):

$$t_p = \frac{0,27 \cdot L^{0,8} (d + 25,4)^{0,7}}{1900 \cdot J_s^{0,5}} \quad (12.48)$$

t_p - vrijeme zakašnjenja sliva u (satima)

L – dužina od vodomjerne stanice do granice sliva (vododjelnice) mjereno duž glavnog toka u (m),

J_s - uravnavati pad toka u (%) –poglavlje 5.3.

d – potencijalni (maksimalni) deficit vlažnosti zemljišta (mm) – jednačina 6.27.

Prema uputstvima SCS metode, vrijeme koncentracije sliva T_c dovedeno je u vezu sa „vremenom zakašnjenja“ sliva t_p , preko slijedeće relacije:

$$T_c = \frac{5}{3} t_p \text{ (sati)} \quad (12.49)$$

Da bi se odredio vršni proticaj određenog povratnog perioda javljanja $Q(T)$, pored vremena T_c (jednačine (12.48) i (12.49), treba poznavati površinu sliva F_{sl} (km^2), dnevnu bruto kišu povratnog perioda T godina i broj krive CN pomoću koje se određuje neto kiša $P_e(T)$ - jednačina (12.43).

Procedura je slijedeća: na osnovu sračunatog vremena koncentracije sliva T_c se sa krive na slici 12.9 očitava vrijednost za specifični vršni proticaj q_p ($\text{l s}^{-1} \text{km}^2 \text{mm}$); potom se izračunava traženi vršni proticaj određenog povratnog perioda javljanja $Q(T)$:

$$Q(T) = q_{max} \cdot F_{sl} \cdot P_e(T) \text{ (l/s)} \quad (12.50)$$

Opisana metoda je zanimljiva zbog jednostavnosti i zbog toga što koristi dnevne kiše. Ograničenja u primjeni su slijedeća: sloj oticanja, odnosno efektivna kiša, treba da je veći od 40 mm i broj krive $CN > 60$, a površina sliva treba da je manja od 60 km^2 . Napominje se da ova metoda nije provjerena na slivovima u našim prostorima.

Sintetički jedinični hidrogram. Po metodi SCS, aproksimacija (realnog) krivolinijskog jediničnog hidrograma se vrši trouglom. Ovo je pokazano na slici 9.54 gdje su označena i karakteristična vremena: t_k trajanje neto kiše, t_p vrijeme zakašnjenja, T_p vrijeme podizanja, T_r vrijeme retardacije i $T_b = T_p + T_r$ vremenska baza hidrograma. Za jedinični hidrogram u obliku trougla se može napisati (jednačina 9.171):

$$u_{max} = 0,56 F_{sl} / T_b \text{ (m}^3/\text{s/mm)} \quad (12.51)$$

Ako se uzme da za dati sliv postoji stalan odnos $T_r / T_p = K$, odakle

$$T_r = K T_p \text{ (} K > 1 \text{)}, \text{ onda je ukupno vrijeme površinskog oticanja:}$$

$$T_b = T_p (1 + K) \quad (12.52)$$

što, ako se unese u (12.51) daje:

$$u_{max} = \frac{0,56 F_{sl}}{T_p (1+K)} = \frac{0,56 F_{sl}}{(t_k / 2 + t_p) (1+K)} \quad (12.53)$$

pošto je $T_p = t_k / 2 + t_p$. Iz gornjeg se vidi da vrijednost za vršnu ordinatu u_{max} za sliv površine F_{sl} i $t_p = const.$, zavisi samo od trajanja kiše t_k .

Za određivanje vremena t_p se koriste jednačine (9.164) i (9.165). Vrijednost parametra K ($T_r / T_p = K$) određuje se na osnovu dijagrama na slici 9.58 koji povezuje parametar K i veličinu slivne površine F_{sl} .

Prema teoriji jediničnog hidrograma (vidjeti poglavlje 9), slijedi da je traženi vršni proticaj određenog povratnog perioda javljanja $Q(T)$:

$$Q(T) = u_{max} \cdot P_e(T) \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (12.54)$$

PRIMJER 12.5.

Sliv jedne rijeke ima slijedeće fizičko-geografske karakteristike: $F_{sl} = 19,6 \text{ km}^2$; $J_s = 4,29\%$; $L = 8,5 \text{ km}$; $L_c = 4,0 \text{ km}$ i $CN = 85$. Kiše povratnog perioda javljanja 1000 godina /24/:

- a) Visina dnevnih kiša $P(1000) = 110 \text{ mm}$,
- b) Kiše trajanja 6 sati:

| Vrijeme (sati) | 0 - 2 | 2 - 4 | 4 - 6 |
|---------------------------|-------|-------|-------|
| Bruto kiša P (mm) | 45 | 50 | 5 |
| Efektivna kiša P_e (mm) | 18 | 40 | 4 |

Potrebno je odrediti maksimalni proticaj povratnog perioda 1000 godina, grafičkom SCS TR-55 metodom i metodom sintetičkog jediničnog hidrograma.

Grafička SCS TR – 55 metoda

Prema jednačini (9.164):

$$t_p = \frac{0,27 \cdot L^{0,8} (d + 25,4)^{0,7}}{1900 \cdot J_s^{0,5}} = \frac{0,27 \cdot 8500^{0,8} (44,82 + 25,4)^{0,7}}{1900 \cdot 4,29^{0,5}} = 1,94 \text{ sata}$$

$$T_c = \frac{5}{3} t_p = \frac{5}{3} 1,94 = 3,32 \text{ (sati)} - \text{jednačina (12.49)}$$

$$d = \left(\frac{1000}{CN} - 10 \right) \cdot 25,4 = \left(\frac{1000}{85} - 10 \right) \cdot 25,4 = 44,82 \text{ mm} - \text{jednačina (12.44)}$$

$$P_e = \frac{(P - 0,2d)^2}{(P + 0,8d)} = \frac{(110 - 0,2 \cdot 44,82)^2}{(110 + 0,8 \cdot 44,82)} = 70 \text{ mm} - \text{jednačina (12.43)}$$

Sa slike 12.9 za $T_c = 3,32$ sata slijedi $q_{max} = 56 \text{ l/s/km}^2 / \text{mm}$.

Prema jednačini (12.50):

$$Q(T) = q_{max} \cdot F_{sl} \cdot P_e(T) = 56 \cdot 19,6 \cdot 70 = 76,8 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Metoda sintetičkog jediničnog hidrograma

Prema jednačini (9.166):

$$t_0 = 0,4 \cdot L_c^{0,67} \left(\frac{L \cdot L_c}{\sqrt{J_s}} \right)^{0,086} = 0,4 \cdot 8,5^{0,67} \left(\frac{8,5 \cdot 4,0}{\sqrt{4,29}} \right)^{0,086} = 2,15 \text{ sati}$$

$$t_p = a \cdot t_k + t_0 = 0,3 \cdot 2 + 2,15 = 2,75 \text{ sati} - \text{jednačina (9.165)}$$

Za slivove površine do 30 km^2 se može uzeti $a = 0,3$.

$$T_p = t_p + t_k / 2 = 2,75 + 2 / 2 = 3,75 \text{ sati}$$

Sa faktorom $K = 1,2$ (sa dijagrama na slici 9.58) ukupna vremenska baza jediničnog hidrograma iznosi $T_b = T_p(1 + K) = 3,75 \cdot 2,2 = 8,25 \text{ sati}$, pa je vršna ordinata jediničnog hidrograma:

Velike vode

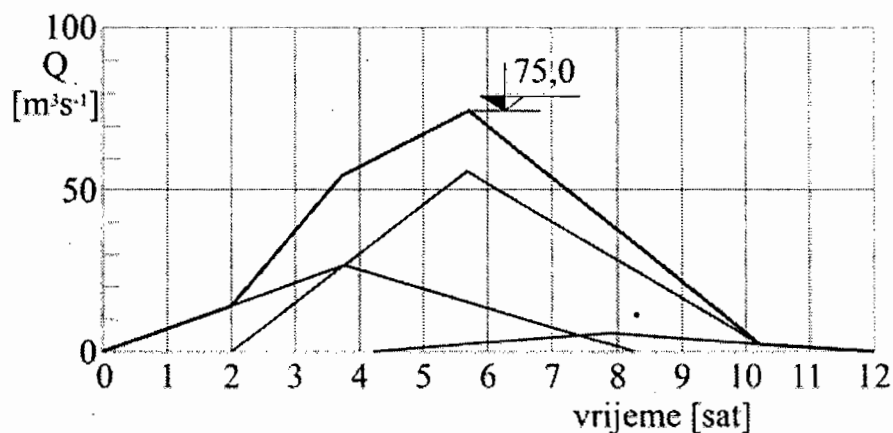
$$u_{max} = \frac{0,56 F_{sl}}{T_p (1 + K)} = \frac{0,56 \cdot 19,6}{8,25} = 1,39 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{mm}$$

Sa efektivnom kišom u gornjoj tabeli i dobijenim u_{max} vršni proticaji hidrograma oticanja izazvanim pojedinačnim kišama iznose:

$$Q(1000) = 25; 56 \text{ i } 6 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Složeni hidrogram 1000 – godišnje velike vode se dobija superpozicijom ordinata tri prosta hidrograma (vidi primjer 12.3), od kojih je svaki slijedeći pomaknut za $\Delta t = 2$ sata. Rezultati su ilustrovani grafički na slici 1., odakle se vidi da je vršni maksimalni proticaj $Q_m = 75 \text{ m}^3 / \text{s}$.

Kao što se vidi, u ovom primjeru je po dvije metode dobijena praktično ista vrijednost za $Q(1000)$. Za neke druge slivove to vjerovatno neće biti slučaj.



Slika 1. Složeni sintetički hidrogram 1000-godišnje velike vode dobijen superpozicijom ordinate tri prosta hidrograma

12.2.3 Proračun velikih voda na osnovu regionalnih krivih i drugih regionalnih zavisnosti

Generalno, svrha regionalne analize je da rejonizira slivove po homogenosti, odnosno da ograniči područja sa identičnim faktorima koji su odlučujući za formiranje velikih voda na slivnim površinama. Pri tome je potrebno naglasiti da je konstatacija o homogenosti jednog područja relativna, obzirom da je ona vezana za razne i raznoliko zastupljene fizičko-geografske faktore jednog područja. Na primjer, neko područje sa utvrđenom homogenošću sa aspekta prosječnog oticanja ne mora, i obično nije homogeno u svom cijelom opsegu i sa aspekta ekstremno velikog oticanja. Slični fizičko-geografski faktori i identično nastajanje velikih voda, morali bi imati sličnu učestalost, odnosno istu funkciju raspodjele vjerovatnoće velikih voda ili njihovih specifičnih proticaja. To drugim riječima znači, da bi se parametrima funkcija raspodjele vjerovatnoće mogla definirati homogenost područja. Naravno, o potpunoj podudarnosti parametara ne može biti govora.

Kao prve regionalne krive, odnosno zavisnost neke od bitnih karakteristika hidrograma velike vode i neke od fizičko-geografskih karakteristika slivova na analiziranom području, mogu se smatrati regionalne krive koje povezuju maksimalnu osmotrenu (ili nekog povratnog perioda javljanja) ordinatu hidrograma velike vode i veličinu slivne površine, odnosno specifični maksimalni osmotreni (ili nekog povratnog perioda javljanja) proticaj i veličinu slivne površine, u najjednostavnijem obliku:

$$Q_{max} = a \cdot F_{sl}^b \quad (12.55)$$

ili

$$q_{max} = \frac{Q_{max}}{F_{sl}} = a \cdot F_{sl}^{(b-1)} \quad (12.56)$$

gdje je: Q_{max} najveći osmotreni maksimalni proticaj, q_{max} najveći osmotreni specifični maksimalni proticaj, (a) i (b) parametri modela, koji se određuju metodama prikazanim u tački „Korelacija i regresija“ poglavlja 8.

Naravno, parametre (a) i (b) u gornjim zavisnostima, potrebno je odrediti posebno za svako homogeno područje prema fizičko-geografskim faktorima režima velikih voda.

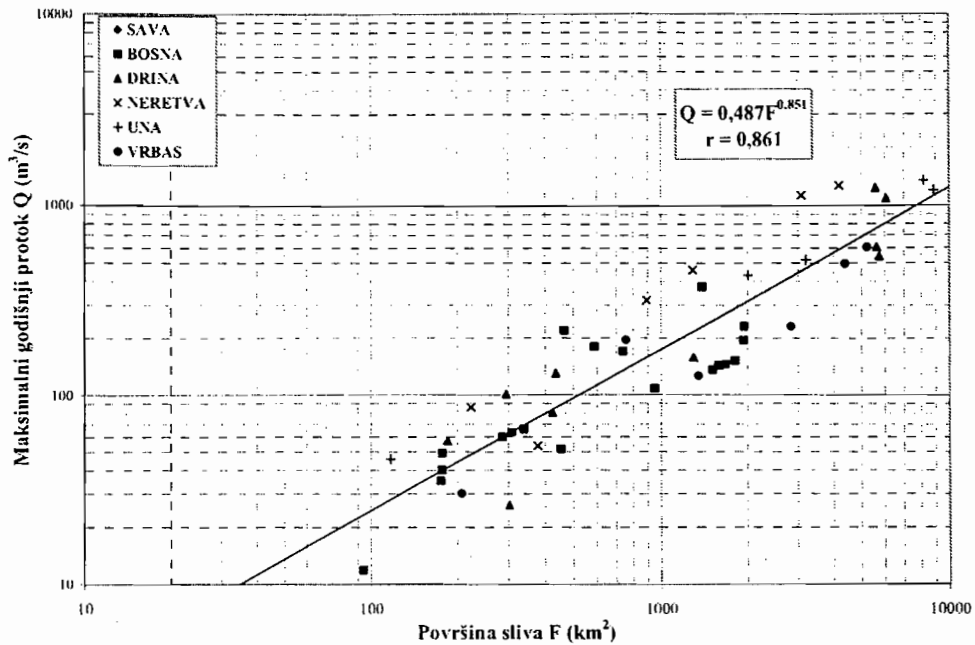
Velike vode

Oba tipa zavisnosti su naročito povoljna za primjenu na osmotrene velike vode u vidu „anvelopnih krivih“.

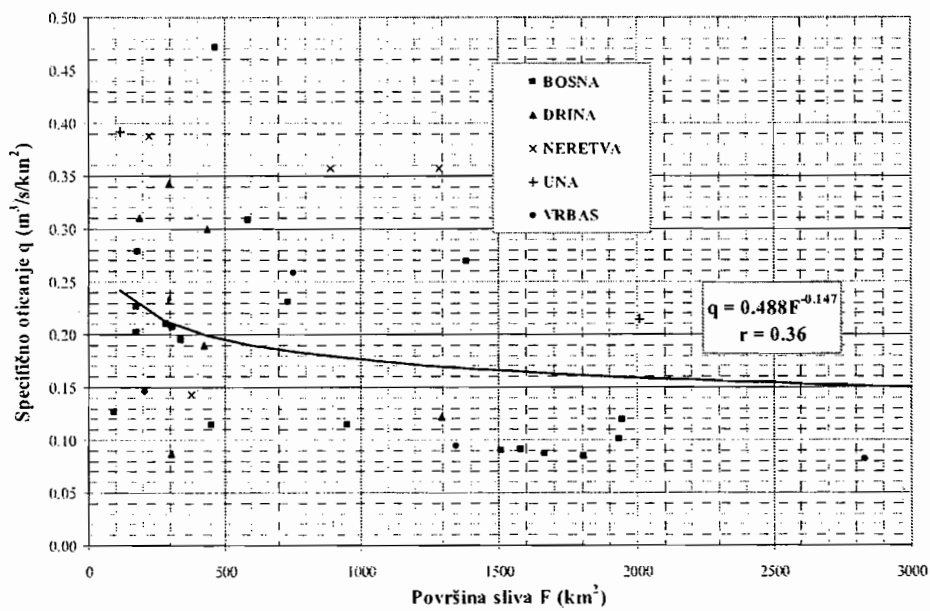
Ilustracija ovisnosti $Q_{max} = f(F_{sl})$ data jednačinom (12.55) prikazana je na slici 12.10. a zavisnost $q_{max} = f(F_{sl})$ data jednačinom (12.56) na slici 12.11. (u linearnoj razmjeri), odnosno slici 12.12. (u log – log razmjeri). Prikazane zavisnosti daju prvu sliku o velikim vodama, ali nisu indikatori veličine budućih velikih voda nekog slivnog područja.

Iskustvo pokazuje da su maksimalna specifična oticanja velikih voda sve veća, što se vrijeme osmatranja povećava, tako da se anvelopa najvećih zapaženih vrijednosti (slika 12.12.) sve više pomjera ka većim vrijednostima, jer je po vjerovatnoći pojave opravdano očekivati da će se sa svakom novom godinom javiti na nekoj rijeci velika voda izvanredno rijetke pojave.

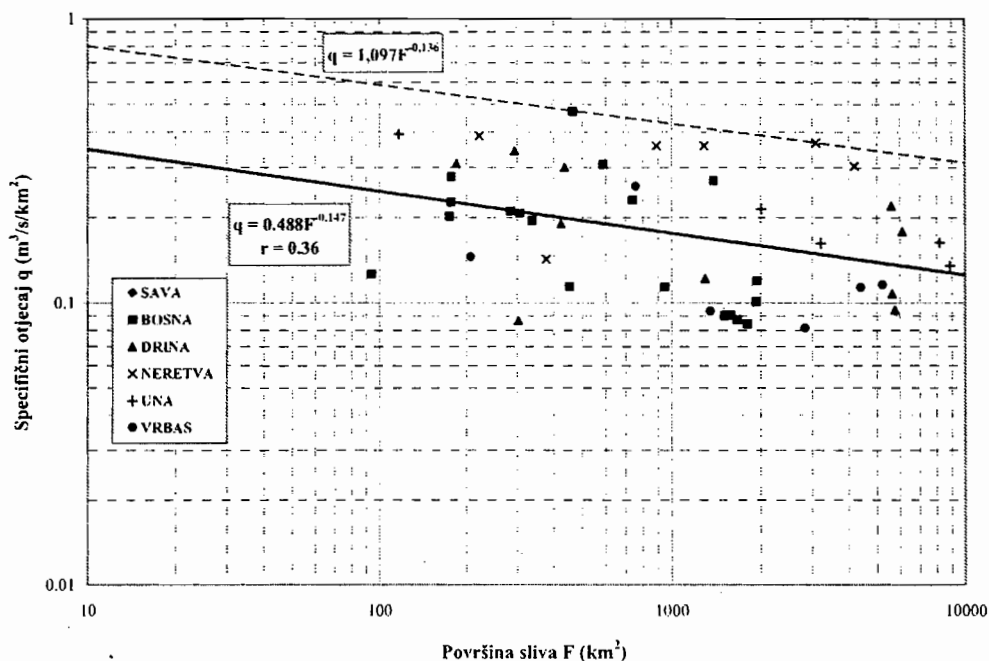
Potreba da se slivovi rejoniziraju po homogenosti, jasno je uočljiva iz slika 12.11 i 12.13. Na slici 12.11 prikazana je zavisnost $q_{max} = f(F_{sl})$ za teritoriju Bosne i Hercegovine, odakle se može jasno uočiti da postoji uočena tendencija smanjenja maksimalnog specifičnog proticaja sa veličinom slivne površine, ali da je čvrstina veze jako slaba. Razlog za to je upravo u nehomogenosti teritorije Bosne i Hercegovine, u pogledu padavinskog režima. Naime, kao što je to rečeno u poglavlju 3., u Bosni i Hercegovini su prisutna dva značajno različita režima padavina: maritimni i kontinentalni, koji onda utiču i na različit režim oticanja. Međutim, ako se zavisnost $q_{max} = f(F_{sl})$ konstruiše samo za sliv rijeke Bosne koji cio pripada kontinentalnom režimu padavina (slika 12.13), može se uočiti značajno čvrsta veza između maksimalnog specifičnog oticanja i veličine slivne površine.



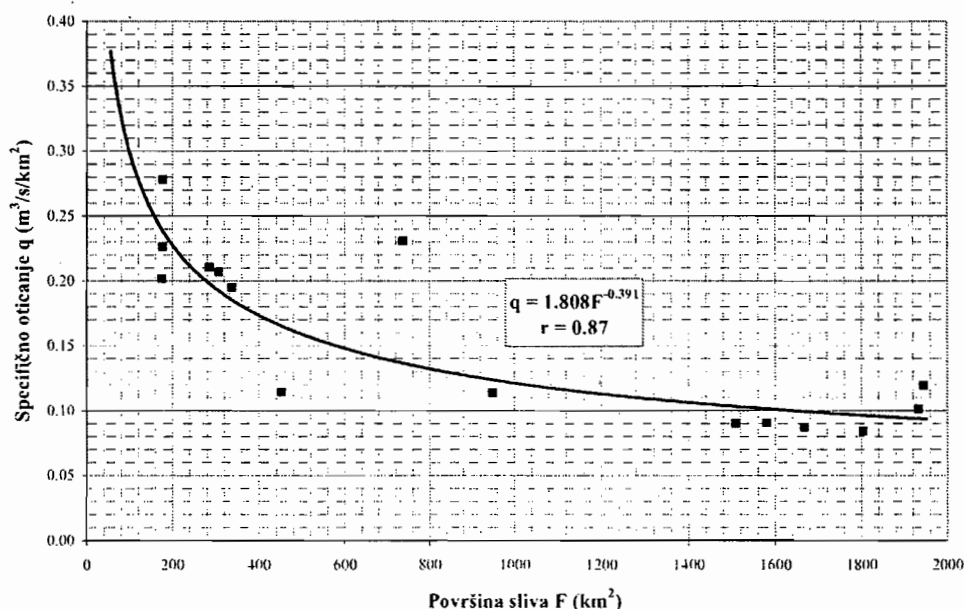
Slika 12.10. Zavisnost prosječnih maksimalnih godišnjih proticaja i veličine slivne površine za teritorij Bosne i Hercegovine



Slika 12.11. Zavisnost prosječnih specifičnih maksimalnih godišnjih proticaja i veličine slivne površine (linearna razmjera) za teritorij Bosne i Hercegovine



Slika 12.12. Zavisnost prosječnih specifičnih maksimalnih godišnjih proticaja i veličine slivne površine (log – log razmjera) za teritorij Bosne i Hercegovine



Slika 12.13. Zavisnost prosječnih specifičnih maksimalnih godišnjih proticaja i veličine slivne površine (linearna razmjera) za sliv rijeke Bosne

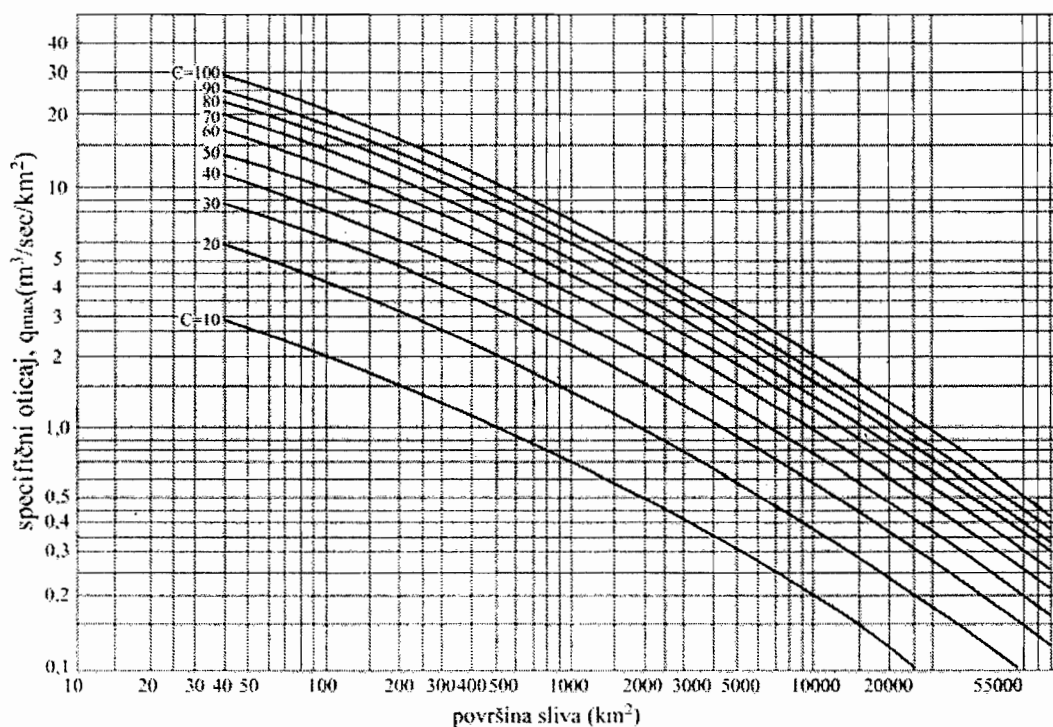
Osim jednačine (12.56), u hidrološkoj literaturi postoji veliki broj i drugih jednačina koje opisuju zavisnost maksimalnog specifičnog oticanja i veličine slivne površine. Među najčešće korištenim je izraz koji je koristio Creager, pri definisanju tzv. Creager-ovih anvelopnih krivih datih izrazom /34/:

$$q_{max} = a \cdot F_{sl} \left(b \cdot F_{sl}^c - 1 \right) \quad (12.57)$$

U originalu, izraz dat jednačinom (12.57) ima formu:

$$q_{max} = 46 \cdot C \cdot F_{sl} \left(0,894 \cdot F_{sl}^{-0,048} - 1 \right) \quad (12.58)$$

gdje je: q_{max} maksimalni specifični proticaj u ($\text{ft}^3/\text{s}/\text{ml}^2$), F_{sl} veličina slivne površine u (ml^2) i (C) konstanta koja zavisi od vrste slivnog područja. Grafički prikaz Creager-ovih krivih dat je na slici 12.14.

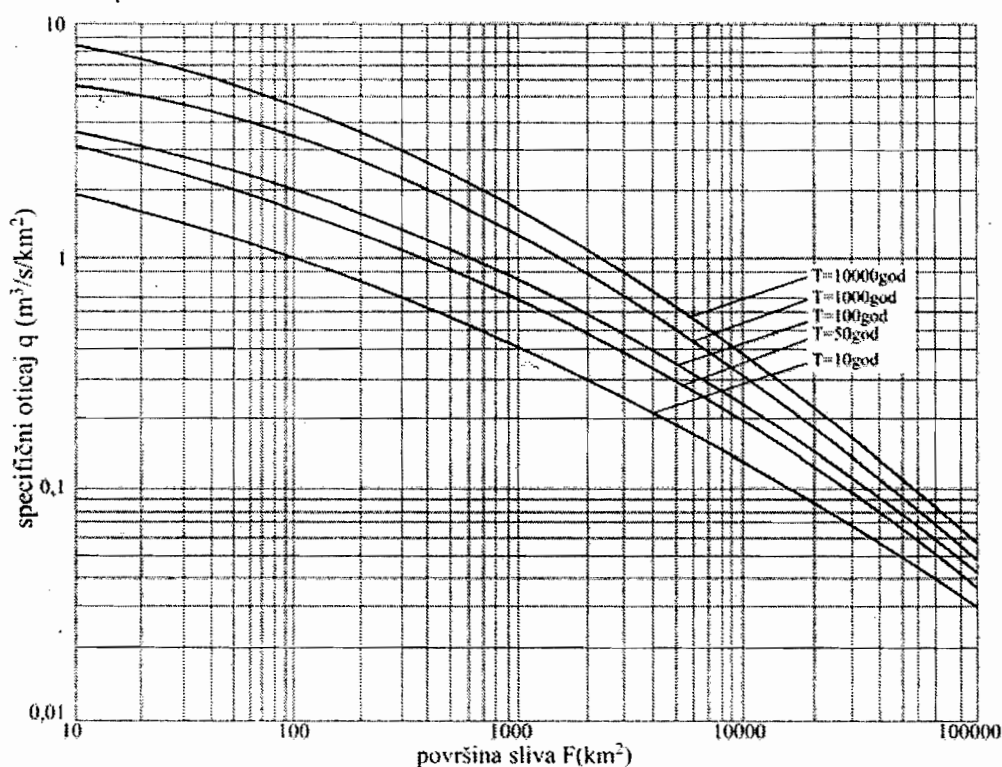


Slika 12.14. Grafički prikaz Creager-ovih krivih (jednačina 12.58)

Velike vode

Na osnovu istraživanja velikih voda u SAD, Creager je utvrdio da je njegova anvelopna kriva sa vrijednošću koeficijenta $C = 100$ obuhvatila sve, izuzev nekoliko najvećih vršnih proticaja poplavnih valova u SAD.

Koristeći izraz Creager-a (jednačina 12.57), koji dovodi u vezu maksimalno specifično oticanje i veličinu slivne površine, Janković i Milošević /24/ su za teritoriju Srbije, odredili anvelope maksimalnih osmotrenih specifičnih oticanja. Za tu svrhu koristili su podatke sa 130 vodomjernih stanica, a serije osmotrenih godišnjih maksimuma proticaja imale su dužinu od 25 ili više godina. Za sve serije kojima su prilagodili Pearson 3 teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće, izdvojili su vrijednosti anvelopnih specifičnih proticaja velikih voda i to, kako za maksimalne osmotrene vrijednosti, tako i one sa 10, 50, 100, 1000 i 10000 – godišnjim povratnim periodom javljanja. Anvelope maksimalnih specifičnih oticanja za gore pomenute povratne periode javljanja, prikazane su na slici 12.15.



Slika 12.15. Anvelopne krive maksimalnih specifičnih oticanja za teritoriju Srbije /24/

Da bi se odredila velika voda povratnog perioda javljanja (T), za neki profil rijeke u području u kome je određena jedna od gore prikazanih zavisnosti, neophodno je samo prethodno odrediti veličinu slivne površine, što je, uz posjedovanje

topografskih karata tog područja, vrlo jednostavno, osim u slučajevima kada se topografska i hidrogeološka vododjelnica značajno razlikuju. Potom se Q_{max} dobija tako što se, za određenu vrijednost slivne površine sa regionalne zavisnosti $Q_{max} = f(F_{sl})$, očita njegova vrijednost; ili tako što se sa regionalne zavisnosti $q_{max} = f(F_{sl})$ očita vrijednost q_{max} i pomnoži sa odgovarajućom vrijednošću slivne površine.

Umjesto da se zavisnost maksimalno specifično oticanje – veličina slivne površine definira odvojeno, kako za maksimalno opažene vrijednosti, tako i za svaki povratni period javljanja, moguće je maksimalno specifično oticanje istovremeno vezati, osim sa veličinom slivne površine i povratnim periodom javljanja. Takvu jednu analizu uradio je Srebrenović /31/, za vodotoke u slivu rijeke Mure i dobio slijedeće zavisnosti:

$$q_{max}(T) = 13,25 \cdot F_{sl}^{-0,555} \cdot (1 + 0,49 \cdot \log T) \quad (12.59)$$

$$Q_{max}(T) = 13,25 \cdot F_{sl}^{0,455} \cdot (1 + 0,49 \cdot \log T) \quad (12.60)$$

gdje je (T) povratni period javljanja maksimalnog oticanja. Za (T) izraženo u godinama i F_{sl} izraženo u (km^2) q_{max} ima dimenziju $(\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2)$ a Q_{max} (m^3/s) .

Koristeći se matematskim aparatom višestruke korelacije i regresije, Radić, Jovanović i Melovska /24/ su analizirali vezu između \bar{q}_{max} $(\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2)$ i slijedećih parametara: \bar{Q} - prosječno oticanje vode (mm), F_{sl} – površina sliva (km^2) , J – karakterističan pad (m/km) i \bar{P} - prosječne padavine (mm) u slijedećem obliku:

$$\ln \bar{q}_{max} = \alpha + \beta_1 \ln F_{sl} + \beta_2 \ln \bar{Q} + \beta_3 \ln \bar{P} + \beta_4 \ln J \quad (12.61)$$

Od ukupno 107 hidroloških stanica koje su korišćene u ovoj analizi, 31 ih je iz sliva rijeke Save, 21 iz sliva rijeke Drine, 36 iz sliva Morave i Kolubare, 8 iz jadranskog sliva Crne Gore i 11 iz sliva Vardara. Površine odgovarajućih slivova su se kretale u granicama od 100 do 100.000 km^2 , godišnja visina padavina od 500 do 2000 mm i padovi od 1 do 50 m/km. Oblik matematičkog modela, vrijednosti regresionih koeficijenata kao i vrijednosti koeficijenata višestruke korelacije (R) i standardne greške procjene (S) (za logaritme), su dati u tabeli 12.4.

Tabela 12.4. Vrijednosti koeficijenta u modelu datom jednačinom (12.61)

| | α | β_1 | β_2 | β_3 | β_4 | R | S |
|---|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|
| 1 | -8,356 | -0,223 | 0,157 | 1,063 | 0,057 | 0,9363 | 0,2929 |
| 2 | -7,951 | -0,253 | 0,194 | 0,959 | - | 0,9351 | 0,2941 |
| 3 | -4,458 | -0,244 | 0,695 | - | - | 0,9271 | 0,3096 |
| 4 | -9,116 | -0,259 | | 1,306 | - | 0,9340 | 0,2951 |

Regionalna zavisnost $Q(T)/\bar{Q}_{max}$ i povratnog perioda (T)

Za ovu metodu regionalnih krivih koja je razvijena u Velikoj Britaniji, prethodno je potrebno izraditi regionalne krive raspodjele modula $Q(T)/\bar{Q}_{max}$, gdje je $Q(T)$ maksimalni godišnji proticaj određenog povratnog perioda javljanja (T) a \bar{Q}_{max} prosječna vrijednost maksimalnih godišnjih proticaja.

Da bi se za jedan hidrološki homogen region došlo do ovih krivih, analiziraju se serije godišnjih Q_{max} za raspoloživi niz vodomjernih stanica u tome regionu. Godišnji Q_{max} se predstavljaju u bezdimenzionalnom obliku Q_{max}/\bar{Q}_{max} . Nakon toga, serija promjenljivih Q_{max}/\bar{Q}_{max} se podvrgava analizi vjerovatnoće raspodjele primjenjujući Gumbelovu teorijsku funkciju raspodjele vjerovatnoće. Pri tome se empirijska raspodjela vjerovatnoće za ove serije određuje po formuli Gringorten-a: $F_e = (m - 0,44)/(N + 0,12)$, gdje je (m) redni broj (rang) modulne vrijednosti Q_{max}/\bar{Q}_{max} , a (N) obim uzorka.

Regionalna kriva, koja daje vezu između modula $Q(T)/\bar{Q}_{max}$ i povratnog perioda (T), se određuje osrednjavanjem vrijednosti funkcija (Gumbelove) raspodjele sa pojedinačnih vodomjernih stanica. Regionalna kriva ima oblik raspodjele ekstremnih vrijednosti, sa različitim parametrima za svaki region.

Da bi se odredila velika voda povratnog perioda (T) za neki profil rijeke u tome regionu, potrebno je odrediti srednju veliku vodu \bar{Q}_{max} ; potom se $Q(T)$ dobija tako što se \bar{Q}_{max} množi sa $Q(T)/\bar{Q}_{max}$ koje odgovara traženom povratnom periodu (T).

Srednja velika voda \bar{Q}_{max} se određuje na jedan od slijedećih načina /24/:

Ako je period osmatranja reda dvadesetak godina, \bar{Q}_{max} se izračunava kao aritmetička sredina godišnjih Q_{max} iz perioda osmatranja od (N) godina.

Za period osmatranja od 3 do 10 godina, mogu se koristiti serije Q_{max} iznad usvojenog praga. Vrijednost proticaja koji se uzima kao bazna vrijednost (prag) Q_0 se bira tako da u prosjeku tri do pet pikova u toku godine prevaziđe Q_0 . Kao rezultat ovog postupka, dobija se pregled Q_i koji (M) puta prevazilaze Q_0 u toku od (N) godina.

Pod pretpostavkom da broj prevazilaženja za godinu slijedi Poason-ovu raspodjelu, ocjenjuje se parametar ove raspodjele $\lambda = M / N$. Uzima se, dalje, da proticaji Q_i slijede eksponencijalnu raspodjelu čiji se parametar $\hat{\beta}$ ocjenjuje pomoću izraza:

$$\hat{\beta} = \bar{Q} - Q_0 \quad (12.62)$$

$$\text{gdje je } \bar{Q} = \sum_{i=1}^M Q_i / M. \quad (12.63)$$

Srednja velika voda se najzad ocjenjuje pomoću slijedeće jednačine:

$$\bar{Q}_{max} = Q_0 + \hat{\beta} \cdot \ln \lambda + 0,5772 \cdot \hat{\beta} \quad (12.64)$$

Ako je period osmatranja sasvim kratak (dvije do tri godine), ili osmatranja nisu vršena, srednja velika voda se može približno ocijeniti na osnovu fizičkih i klimatskih karakteristika sliva, na primjer jednačina (12.55).

Umjesto regionalnih krivih $Q(T) / \bar{Q}_{max}$, za određivanje $Q(T)$ se mogu koristiti regionalne analize parametara teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. Za dvoparametarsku Gumbelovu raspodjelu, pored \bar{Q}_{max} , potrebno je poznavati ocjenu varijanse (S^2), odnosno koeficijent varijacije godišnjih maksimalnih proticaja c_v . Jovanović i Radić /24/ su za orijentacionu ocjenu c_v predložili slijedeću regresionu jednačinu:

Velike vode

$$\ln c_v = 2,2 - 0,15 \ln F_{sl} - 0,31 \ln \bar{Q} \quad (12.65)$$

gdje je F_{sl} površina sliva (km^2) a \bar{Q} prosječno oticanje vode (mm). Ova jednačina je u važnosti za $F_{sl} > 100 \text{ km}^2$ i $\bar{Q} > 50 \text{ mm}$.

Za provjeru rezultata proračuna velikih voda, na profilima na kojima nisu vršena osmatranja ili je period mjerenja kratak, mogu se koristiti slijedeće linearne zavisnosti /24/:

$$Q(10)/\bar{Q}_{max} = 1,3c_v + 1,01 \quad (12.66)$$

$$Q(100)/\bar{Q}_{max} = 3,67c_v + 0,81 \quad (12.67)$$

Gornje, kao i druge zavisnosti toga tipa, karakteriše veoma visoka vrijednost koeficijenta korelacije ($R > 0,95$).

12.2.4. Proračun velikih voda pomoću empirijskih jednačina/formula

Različiti tipovi regresionih jednačina koji dovode u vezu vrijednost maksimalnog oticanja i različite karakteristike slivne površine (najčešće veličina i pad), su dostupne u hidrološkoj literaturi. Te jednačine po svojoj prirodi se odnose na određene regione, odnosno prostore. Zbog toga su one kvalitetno upotrebljive upravo za te prostore, dok treba biti vrlo oprezan u njihovom korištenju na drugim lokalitetima/prostorima. Nadalje, njih zbog toga treba koristiti u računanju proticaja kod dimenzioniranja objekata manje važnosti. Obzirom na njihov izuzetno veliki broj, kao ilustracija, u nastavku se daje samo ograničen broj pomenutih empirijskih jednačina.

Empirijske formule koje u račun ne uzimaju povratni period javljanja proticaja

Većina empirijskih formula je izvedena na osnovu uspostavljanja regresionih zavisnosti između vrijednosti slivne površine i vrijednosti maksimalnog proticaja na slijedeće načine:

Dicken-ova formula (1865):

Formula je data za region sjeverne i centralne Indije i glasi:

$$Q_{max} = CF_{sl}^{3/4} \quad (12.68)$$

gdje je (F_{sl}) površina sliva u (km^2), Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) i (C) koeficijent čija vrijednost se kreće u granicama od 2,8 do 28, zavisno od lokacije sliva. Testiranja ove formule i na drugim područjima Indije, pokazala su da se vrijednost koeficijenta (C) može popeti i do 40.

Ryve-ova formula (1884):

Ryve-ova formula predstavlja modifikovanu Dicken-ovu formulu, u smislu njenog prilagođavanja drugim područjima Indije (Tamil Nadu):

$$Q_{max} = CF_{sl}^{2/3} \quad (12.69)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2). Za koeficijent (C) Ryve je predložio slijedeće vrijednosti:

$C = 6,8$ za slivne površine udaljene do 75 km od mora,

$C = 8,5$ za slivne površine udaljene od 75 do 175 km od mora,

$C = 10,2$ za ograničen broj slivnih površina u blizini planinskih vijenaca.

Inglis-ova formula (1940):

Inglis je istraživao značajan broj slivnih površina u bivšoj državi Bombaj i predložio slijedeći izraz:

$$Q_{max} = \frac{124 F_{sl}}{\sqrt{(F_{sl} + 10,4)}} \quad (12.70)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2).

Ali Nawaz Jung Bahadur-ova formula:

$$Q_{max} = C \cdot (0,3906 F_{sl})^{0,925 - (1/14) \cdot \log(0,3906 F_{sl})} \quad (12.71)$$

Velike vode

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2). Koeficijent (C) varira u granicama od 49 do 60.

Coutagne-ova formula:

$$Q_{max} = 150(F_{sl})^{1/2} \quad (12.72)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2). Formula je primjenjiva za veličine slivne površine između 400 i 3000 km^2 .

Meyer-ova formula (1926):

$$Q_{max} = 175(F_{sl})^{1/2} \quad (12.73)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2). Formula je primjenjiva za slivne površine veće od 10 km^2 .

Fanning-ova formula:

$$Q_{max} = 2,64(F_{sl})^{0,8} \quad (12.74)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2).

Creager-ova formula:

$$Q_{max} = 130(0,386F_{sl})^{0,894}(0,386F_{sl})^{-0,08} \quad (12.75)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2).

Formula Društva građevinskih inženjera Bostona:

$$Q_{max} = C(F_{sl})^{1/2} \quad (12.76)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m^3/s) a (F_{sl}) površina sliva u (km^2). Vrijednost koeficijenta (C) iznosi 3,5 za područja sa prosječnim godišnjim

padavinama manjim od 500 mm, 8,4 za područja sa prosječnim godišnjim padavinama između 500 i 750 mm, i 35 za prosječne godišnje padavine između 750 i 1000 mm ili više.

Rhina-ova formula:

$$Q_{max} = 0,098 C \cdot J \cdot P (0,386 F_{sl})^D \quad (12.77)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj u (m³/s), (J) prosječni pad sliva na istraživanom lokalitetu i to 5 km duž rijeke, (P) najveće zabilježene godišnje padavine u slivu u (cm), i (C) i (D) koeficijenti.

Empirijske formule koje u račun uključuju i povratni period javljanja maksimalnih proticaja

Horton-ova formula:

$$q_{max}(T) = 71,2(T)^{1/4} (F_{sl})^{-1/2} \quad (12.78)$$

gdje je q_{max} maksimalni specifični proticaj u (m³/s/km²), (F_{sl}) veličina slivne površine u (km²), (T) povratni period javljanja maksimalnog proticaja u (godinama).

Formula US Geological Survey (1955):

Formulom se računa prosječni maksimalni godišnji proticaj povratnog perioda $T=2,33$ godine, kao:

$$Q_{2,33} = 0,0147 C F_{sl}^{0,7} \quad (12.79)$$

gdje je (C) koeficijent koji varira u širokim granicama od 1 do 100, a (F_{sl}) je vrijednost slivne površine u (km²). Jednačina opisuje Gumbelovu funkciju raspodjele vjerovatnoće koja ima osobinu da srednja vrijednost opisivane serije ima povratni period od 2,33 godine za veliku dužinu serije.

Velike vode

Fuller-ova formula (1914):

$$Q_{24,T} = Q_{sr}(1 + 0,8 \log T) \quad (12.80)$$

ili

$$Q_{24,T} = CF_{sl}^{0,8} (1 + 0,3474 \ln T) \quad (12.81)$$

i

$$Q_{max}(T) = Q_{24,T} (1 + 2,66 F_{sl}^{-0,3}) \quad (12.82)$$

gdje je $Q_{24,T}$ maksimalni 24 - časovni proticaj u (m^3/s) povratnog perioda T (godina), (F_{sl}) slivna površina u (km^2), (C) konstanta čije vrijednosti variraju između 0,03 i 2,8, Q_{sr} prosječni godišnji proticaj i $Q_{max}(T)$ maksimalni proticaj povratnog perioda T (godina) u (m^3/s).

Pettis-ova formula:

$$Q_{max}(100) = C(P \cdot B)^{5/4} \quad (12.83)$$

gdje je Q_{max} maksimalni proticaj 100-godišnjeg povratnog perioda u (m^3/s), (P) visina dnevnih padavina 100-godišnjeg povratnog perioda u (cm), (B) prosječna širina sliva i (C) koeficijent (0,195 za suha i 1,51 za vlažna područja).

Formula UP instituta za navodnjavanje:

Ovdje se daje način izračunavanja koeficijenta (C) u formuli Dicken-a za različite povratne periode javljanja (T) maksimalnog proticaja kao:

$$C = 0,442 \ln(0,6T) \ln\left(\frac{1185}{K}\right) + 4 \quad (12.84)$$

gdje se faktor (K) računa kao: $K = \left\{ \frac{(f_{sn} + 6)}{(f + f_{sn})} \right\} \cdot 100$ u kome je (f_{sn}) dio slivne površine pokrivena snijegom u (km^2) a (f) preostali dio slivne površine.

12.3 DEFINIRANJE RAČUNSKOG RIZIKA PREVAZILAŽENJA VELIKIH VODA

Stabilnost hidrotehničkih objekata, pored ostalog, često direktno zavisi od usvojene mjerodavne velike vode, a njihovo prelivanje i rušenje, naročito kada su u pitanju objekti veće visine ili objekti koji formiraju veće akumulacije, pod dejstvom i za vrijeme velikih voda može izazvati ljudske žrtve koje su nenadoknadive i štete koje mogu biti od beznačajnih do katastrofalnih. Zbog toga je izbor mjerodavne velike vode (za dimenzioniranje) hidrotehničkih objekata od posebnog značaja i zavisi od niza uslova i okolnosti.

Uprkos relativno visokim finansijskim ulaganjima neophodnim za njihovu izgradnju, djelovi ili cijeli hidrotehnički objekti se po pravilu dimenzioniraju na vrlo rijetke pojave, tj. na pojave male vjerovatnoće prevazilaženja, odnosno na pojave sa relativno velikim povratnim periodom. Ovako visoki zahtjevi, u pogledu stepena zaštite, proizilaze uglavnom iz visine štete koja bi mogla nastati kao posljedica nedovoljnog kapaciteta tih objekata. Zbog toga se u fazi projektovanja hidrotehničkih objekata, bez obzira o kojoj se vrsti objekta radi, pored ostalih uslova, mora voditi računa i o zahtjevima visokog nivoa njihove sigurnosti. Stepenn sigurnosti zavisi o veličini, odnosno vrijednosti objekta, njegovoj osjetljivosti na ekscerne situacije, vrijednosti i vrsti dobara koja se takvim objektima brane, itd. No, bez obzira na veličinu i kapacitet zaštitnih objekata, teoretski nikada se ne može obezbijediti apsolutna zaštita branjenih dobara. Na primjer, bez obzira na odabrani povratni period mjerodavne velike vode, još uvijek postoji realan rizik da će kapacitet evakuacionog organa biti prevaziđen tokom eksploatacionog perioda, ili tokom izgradnje. To su pokazala i brojna iskustva onih koji grade hidrotehničke objekte ili njima upravljaju. To, na primjer, bez obzira za kako veliku vodu je izgrađen neki sistem za odbranu od poplava, mogućnost pojave veće vode ili rušenja dijelova sistema su realno prisutni.

Ilustrativni primjer iz Urugvaja, gdje je jedna akumulacija za proizvodnju električne energije projektovana na 1000 godišnje vode od $9.200 \text{ m}^3/\text{s}$, na bazi 27 godišnjeg perioda osmatranja i mjerenja proticaja, tokom koga je zabilježen maksimalni proticaj od $3.800 \text{ m}^3/\text{s}$. Četrnaest godina nakon izgradnje (1959 godine), kao rezultat dugotrajnih padavina, pojavio se (izmjeren) proticaj od $17.100 \text{ m}^3/\text{s}$. Prema urađenoj funkciji raspodjele proticaja, tome proticaju odgovara povratni period od 500.000 godina. Na sreću, brana je izdržala i oko pola vodnog vala je apsorbovano akumulacijom čiji se nivo podigao gotovo 5 metara iznad maksimalno projektovanog nivoa.

Velike vode

Prema tome, projektni kapacitet zaštitnih objekata predstavlja kompromis između vrijednosti branjenih dobara i rizika kome se branjena dobra mogu izložiti sa jedne strane, odnosno visine ulaganja u objekte kojima se takva dobra štite sa druge strane, odnosno za korektno sagledavanje kapaciteta odbrambenih objekata, neophodno je svestrano poznavanje režima velikih voda, što se u krajnjoj liniji svodi na sagledavanje vjerovatnoće prevazilaženja projektovanog kapaciteta.

Kako vrijednost dobara svakim danom sve više raste, to se zahtijeva sve veći stepen njihove zaštite. U takvim uslovima, objekti za prihvatanje i bezštetno odvođenje velikih voda poprimaju takve dimenzije, da je za njihovu izgradnju potrebno uložiti značajna finansijska sredstva. Prema tome, svestrano sagledavanje uslova u kojima će takvi objekti djelovati, predstavlja zadatak od čijeg uspješnog rješavanja u velikoj mjeri zavisi cijena cjelokupnog sistema, njegova pouzdanost u radu i njegova sigurnost.

U rješavanju postavljenih zadataka postavljaju se dva ključna problema:

- Usvajanje veličine rizika kojim se određene vrste objekata i dobara smiju izložiti,
- Određivanje veličine proticaja koja odgovara naprijed spomenutoj veličini rizika.

Veličina rizika koga su investitori i projektanti voljni preuzeti je zavisna od šireg sklopa društveno-ekonomskih odnosa, od vrste, namjene i veličine objekata, kao i od vrijednosti samih objekata, odnosno dobara koja se takvim objektima štite.

Novija naučna i stručna kretanja u svijetu, ukazuju na potrebu da se veličina rizika valorizuje kroz optimizaciju troškova izgradnje objekata i očekivanih šteta u slučaju da takav objekat ne ispuni ulogu koja mu je dodjeljena.

Drugi pristup ovom problemu ograničava se na utvrđivanje veličine tzv. računskog rizika koji se bazira na metodama matematske statistike, i koji je ujedno preduslov za provođenje gore pomenutih optimizacionih postupaka. I jedan i drugi pristup imaju svojih dobrih i loših osobina, tako da nije do kraja iskristaliziran stav o tome koju metodu treba primjenjivati za konačno rješenje problema postavljenog pred projektante i korisnike raznovrsnih hidrotehničkih objekata.

Međutim, korisno je zapaziti da bez obzira kako sofisticirana analiza rizika se primijeni, ipak se mogu pojaviti neočekivane pojave.

Tako su se, u slivu rijeke Rajne, velike vode povratnog perioda javljanja većeg od 100 godina, javile dva puta u razmaku od samo 13 mjeseci. U decembru 1993.,

nivo rijeke Rajne u Kelnu dostigao je katastrofalnih 1063 cm, a već početkom 1995. taj nivo je bio premašen za 6 cm, popevši se na 1069 cm /17/.

Nadalje, slučajevi da se poplave dugo ne javljaju a potom se u kratkom vremenskom periodu javi nekoliko njih uzastopno na istom području, nije rijetkost. Tu je pojavu poznati svjetski hidrolog Klemeš nazvao hidronelogičnim ciklusom. Posljedice su svugdje iste. Kada poplava dulje nema, ne ulažu se sredstva u izgradnju i održavanje sistema za odbranu, a javnost se uljulja u lažnu sigurnost. Kada se poplava napokon pojavi, posljedice su mnogo teže nego što bi bile da se sistemski vodila briga o njima /17/

Potreba za analizom rizika

Najvažnije pitanje koje se postavlja pred projektanta najvećeg broja hidrotehničkih objekata je: koliki je rizik podbačaja (neuspjeha) objekta tokom njegovog vremena funkcionisanja (trajanja).

Na primjer, cijena neuspjeha pri izgradnji akumulacija, odnosno odgovarajućih brana je izuzetno velika, i rizik njegovog pojavljivanja mora biti sveden na najmanju moguću mjeru. Tako je jedna analiza, odnosno studija neuspjeha izgrađenih 1600 brana /17/, pokazala slijedeću strukturu uzroka neuspjeha :

| | |
|--------------------------------|------|
| - problemi sa temeljenjem | 40 % |
| - neadekvatni preljevi | 23 % |
| - slaba konstrukcija | 12 % |
| - neodgovarajuća lokacija | 10 % |
| - veliki pritisci u pukotinama | 5 % |
| - ratna djelovanja | 3 % |
| - odroni obala | 2 % |
| - defekti u materijalu | 2 % |
| - neadekvatno upravljanje | 2 % |
| - zemljotresi | 1 % |

Takođe, u više posljednjih studija o problemima (nesrećama) sa oko 300 brana /17/, utvrđeno je da se oko 35 % neuspjeha odnosi na neadekvatno projektovanje preljeva. Slično je pokazala i studija American Water Works Association iz 1966. godine /17/.

Neadekvatno projektovanje preljeva je obično uzrokovano neodgovarajućom analizom, odnosno definiranjem velikih voda. Kao što je poznato, velike vode za projektovanje se rade uobičajenom analizom funkcija raspodjele vjerovatnoće

Velike vode

nizova maksimalnih godišnjih proticaja ili primjenom koncepta maksimalno vjerovatnih velikih voda.

Za razliku od analize funkcija raspodjele vjerovatnoće nizova maksimalnih godišnjih proticaja koncept maksimalno vjerovatnih velikih voda, uprkos njegovom imenu, je u potpunosti deterministički koncept i u sebi ne sadrži odgovarajući pridruženi rizik, odnosno vjerovatnoću pojave. Obzirom da taj pristup ne sadrži nijedan dokaz o postojanju ekstremnih granica, kod meteoroloških faktora koji uzrokuju poplave, pojmovi kao “maksimalno vjerovatne padavine” i “maksimalno vjerovatne velike vode” pa i drugi, slično imenovani događaji mogu se razmatrati kao proizvoljni.

Nasuprot tome, analiza funkcija raspodjele vjerovatnoće nizova maksimalnih godišnjih proticaja prihvata događaje bilo koje veličine kao moguće, iako sa rastom te veličine vjerovatnoća događaja se smanjuje.

Mc Caig i Erickson /17/ su uočili da je u prošlosti ipak bila uobičajena praksa da se važne brane projektuju na velike vode sa teoretskim povratnim periodom javljanja od 10.000 godina, dok je Odjeljenje za hidrauliku i hidrometeorologiju Američkog udruženja građevinskih inženjera, došlo do zaključka da je čak možda vjerovatno maksimalna velika voda jednaka proticaju povratnog perioda javljanja od 10.000 godina. Ova elementarna procedura ne uzima u obzir porast rizika sa porastom vijeka trajanja objekta ili ekonomski optimalno projektovanje.

Definiranje računskog rizika

Za bilo koji hidrotehnički objekat postoji ukupni rizik podbačaja koji se može podijeliti na rizik podbačaja pojedinih komponenti projekta, tj. hidrološki, hidraulički i konstrukcioni. Rizik unutar svake pojedine komponente može se podijeliti na stvarni rizik i neizvjesnost. Često se koriste i termini objektivni rizik i subjektivni rizik.

Za hidrološku komponentu, rizik je izračunljiva vjerovatnoća podbačaja, na primjer pojavljivanje određene velike vode, pojavljivanje suše itd. Proračun rizika bazira se na pretpostavci da je poznata funkcija raspodjele vjerovatnoće razmatranog događaja. Na primjer, ako je poznato da maksimalni proticaji, odnosno velike vode u nekoj riječnoj dolini, slijede lognormalnu raspodjelu vjerovatnoće i da vremenska raspodjela velikih voda slijedi Poisson-ovu raspodjelu, tada se rizik da će se velika voda određene vrijednosti pojaviti u slijedećih pet godina može sračunati egzaktno.

Neizvjesnost se pojavljuje zato što osnovni raspoloživi podaci o velikim vodama sadrže slučajne greške mjerenja i računanja, sistemske greške, nehomogenost u vremenu, gubitak informacija promjenom sa kontinuiranih osmatranja (npr. limnigrafi) na diskontinuirana (vodomjerna letva) i tako dalje. Takvi nepotpuni (neadekvatni) podaci se onda koriste za procjenu parametara pretpostavljene raspodjele populacije. Neizvjesnost generalno raste sa porastom varijanse razmatranog uzorka podataka, a smanjuje se sa porastom dužine uzorka.

Uticaj neizvjesnosti na parametre raspodjele populacije, može biti uključen u analizu proračunom standardne greške procjene određene raspodjele na zahtjevanom nivou vjerovatnoće. Granice intervala povjerenja oko očekivanog raspona izučavanog događaja, takođe se onda mogu izračunati.

Ukratko rečeno, koncept hidrološkog rizika je sačinjen od osnovnog rizika i neizvjesnosti, pri čemu se oba mogu procijeniti. Ono što se ne može procijeniti je greška uzrokovana odabirom (izborom) pogrešne raspodjele vjerovatnoće koja se prilagođava osmotrenom uzorku razmatrane promjenljive. Istina je da se dobrotu prilagođavanja jednom odabrane funkcije raspodjele osmotrenim podacima može ocijeniti korištenjem na primjer χ^2 – kvadrat testa ili testa Kolmogorova ili drugih sličnih testova, te na taj način odabrati najbolje prilagođena funkcija. Generalno međutim, uzorak podataka će zauzeti centralni dio raspodjele učestalosti, dok su veličine događaja koje je potrebno sračunati na krajevima (ekstremima), tako da najbolje prilagođena funkcija ne mora neophodno biti najbolja za daljnju upotrebu.

Ostatak ovog teksta se bavi proračunom osnovnog rizika, uz pretpostavku da je odgovarajuća funkcija raspodjele razmatranog događaja poznata.

Računski rizik se može definisati kao vjerovatnoća da se tokom (n) nezavisnih i međusobno isključivih eksperimenata pojavi odgovarajući broj neželjenih događaja koji je jednak zadatoj veličini (x) ili je veći od nje, pri čemu vjerovatnoća da se neželjeni događaj pojavi u svakom pojedinačnom eksperimentu iznosi (p).

Primijenjeno na koncept proračuna rizika prevazilaženja velikih voda sagledavanje računskog rizika bazira se na vjerovatnoći prevazilaženja, odnosno povratnom periodu javljanja mjerodavnih velikih voda Q_m , na koje se dimenzioniraju objekti za njihovu evakuaciju.

Kako je to konstatovano u poglavlju 8., pod vjerovatnoćom prevazilaženja podrazumijeva se slijedeća vjerovatnoća:

$$\Phi(Q) = P[Q \geq Q_m] = \int_{Q_m}^{\infty} f(Q) dQ = \frac{1}{T} = p \quad (12.85)$$

gdje je: $\Phi(Q)$ – primijenjena teoretska funkcija raspodjele gustine vjerovatnoće javljanja proticaja Q , T – povratni period javljanja proticaja Q_m (definiše se kao prosječni interval vremena, u godinama, tokom kojeg će se jedanput javiti $Q \geq Q_m$).

Veličina vjerovatnoće $\Phi(Q) = p$ može se na drugi način shvatiti kao vjerovatnoća da će, u svakoj pojedinačnoj godini, proticaj Q prevazići kapacitet evakuacionog organa Q_m , tako da je očekivani broj pojava tokom povratnog perioda od T godina jednak $pT = (1/T) T = 1$, odnosno, u većem broju vremenskih intervala čija dužina je jednaka povratnom periodu T , u prosjeku se može očekivati po jedna pojava prevazilaženja proticaja koji ima vjerovatnoću $\Phi(Q)$.

Ako vjerovatnoća $P[Q \leq Q_m] = 1 - P[Q \geq Q_m] = 1 - p = q$, predstavlja vjerovatnoću da Q_m neće biti dostignuto ili prevaziđeno u svakoj pojedinoj godini, tada će $P[Q \leq Q_m]_n$ predstavljati vjerovatnoću da Q_m neće biti dostignuto ili prevaziđeno u (n) godina. Ta vjerovatnoća, korištenjem definicije složene vjerovatnoće i uz pretpostavku o nezavisnosti razmatranih proticaja, može se sračunati kao /19/:

$$P[Q \leq Q_m]_n = [P(Q \leq Q_m)]^n = [1 - P(Q \geq Q_m)]^n \quad (12.86)$$

odnosno

$$P[Q \geq Q_m]_n = 1 - [1 - P(Q \geq Q_m)]^n \quad (12.87)$$

Kako je $T = 1 / P[Q \geq Q_m]$, slijedi

$$P[Q \geq Q_m]_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{T}\right]^n = 1 - [1 - p]^n \quad (12.88)$$

Gornji izraz predstavlja vjerovatnoću, odnosno računski rizik pojave najmanje jednog proticaja jednakog ili većeg od mjerodavne velike vode povratnog perioda javljanja T .

Ako serije osmotrenih, odnosno izmjerenih proticaja nisu serije sačinjene od maksimalnih godišnjih vrijednosti, nego su sačinjene od više vrijednosti maksimalnih proticaja u jednoj godini iznad određenog praga, pri čemu je λ prosječan broj proticaja u godini, tada rizik pojave najmanje jednog proticaja jednakog ili većeg od mjerodavne velike vode povratnog perioda javljanja od T godina iznosi /17/:

$$P[Q \geq Q_m] = 1 - [1 - 1/T\lambda]^{n\lambda} \quad (12.89)$$

Međutim, ako je potrebno sračunati vjerovatnoću da će se u periodu od (n) godina pojaviti dva ili više proticaja jednakih ili većih od Q_m , tri ili više proticaja jednakih ili većih od Q_m , za takav proračun koristi se dobro poznata Binomna funkcija raspodjele vjerovatnoće (poglavlje 8), koja se uobičajeno koristi za modeliranje uspjeha ili neuspjeha nekog događaja iz serije od (n) nezavisnih i međusobno isključivih događaja. Njen oblik je:

$$P_n(x; p) = P[X = x; p] = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad (12.90)$$

gdje je p vjerovatnoća uspjeha, odnosno ostvarenja razmatranog događaja, $q = 1 - p$ vjerovatnoća neuspjeha, odnosno neostvarenja razmatranog događaja. Dakle, ako bi željeli sračunati vjerovatnoću pojavljivanja najmanje jednog proticaja jednakog ili većeg od Q_m , ona se može sračunati kao:

$$\begin{aligned} P_n(X \geq 1; p) &= P[X = 1; p] + P[X = 2; p] + \dots + P[X = n; p] = \\ &= 1 - P_n(X = 0; p) = 1 - \binom{n}{0} p^0 q^{n-0} = 1 - (1-p)^n = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \end{aligned} \quad (12.91)$$

što je ekvivalentno izrazu (12.88).

Za računanje pojavljivanja najmanje dva proticaja jednaka ili viša od Q_m , vjerovatnoća bi bila:

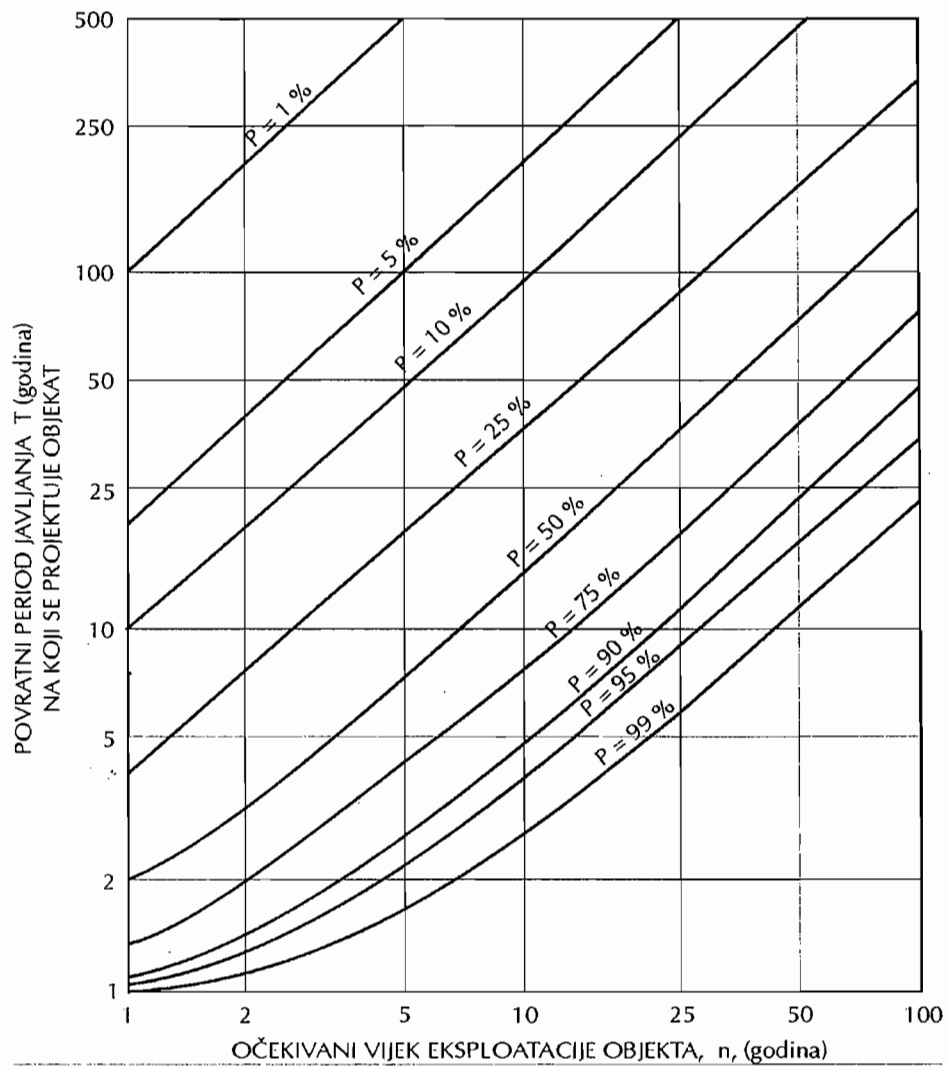
$$\begin{aligned}
 P_n(X \geq 2; p) &= P[X = 2; p] + P[X = 3; p] + \dots + P[X = n; p] = \\
 &= 1 - P_n(X = 0; p) - P_n(X = 1; p) = 1 - \binom{n}{0} p^0 q^{n-0} - \binom{n}{1} p^1 q^{n-1} = \\
 &= 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n - n \frac{1}{T} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{n-1} \qquad (12.92)
 \end{aligned}$$

Koristeći se gore opisanom procedurom, odnosno jednačinama (12.88) i (12.92), izvršeno je određivanje računskog rizika za seriju uobičajenih povratnih perioda javljanja velikih voda i različite dužine očekivanog vijeka trajanja (eksploatacije) objekata, odnosno potrebnog broja godina da se taj objekat izgradi. Rezultati proračuna pokazuju računске veličine rizika da će se u periodu od (n) godina odigrati jedna ili više neželjenih pojava, odnosno da će se desiti najmanje jedan proticaj jednak ili veći od mjerodavnog (projektovanog) proticaja Q_m (tabela 12.5) i računске veličine rizika da će se u periodu od (n) godina odigrati dvije ili više neželjenih pojava, odnosno da će se desiti najmanje dva proticaja jednaka ili veća od mjerodavnog (projektovanog) proticaja Q_m (tabela 12.6).

Proračuni za pojavu većeg broja neželjenih događaja nisu rađeni pošto su rizici velikog broja pojava zanemarljivi, što je i u skladu sa naprijed postavljenim modelom baziranim na čisto teoretskim razmatranjima primijenjenog modela.

Ilustrativan grafički prikaz rezultata prikazanih u tabeli 12.5, dat je i na slici 12.16.

Tabela 12.15 često se prikazuje i u drugoj formi, tj. u tabeli se daju vrijednosti povratnih perioda T , sračunatih po jednačini (12.88) u ovisnosti od vijeka eksploatacije objekta (n) i dopustivog rizika podbačaja, $P[Q \geq Q_m]$. Tako određene vrijednosti date su u tabeli 12.7.



Slika 12.16 Računski rizik pojave (vjerovatnoće podbačaja) najmanje jednog proticaja jednakog ili većeg od mjerodavne velike vode povratnog perioda (T), u zavisnosti od očekivanog vijeka eksploatacije objekta (n).

Tabela 12.5. Računski rizik pojave (%) najmanje jednog proticaja jednakog ili većeg od mjerodavne velike vode povratnog perioda javljanja (T) u zavisnosti od očekivanog vijeka trajanja objekta (n)

| Povratni period javljanja T (godina) | Očekivani vijek trajanja (eksploatacije) objekta ili potreban broj godina da se objekat izgradi n (godina) | | | | | | | |
|--------------------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 10 | 19.00 | 27.10 | 34.39 | 40.95 | 65.13 | 87.84 | 99.48 | 100.00 |
| 20 | 9.75 | 14.26 | 18.55 | 22.62 | 40.13 | 64.15 | 92.31 | 99.41 |
| 50 | 3.96 | 5.88 | 7.76 | 9.61 | 18.29 | 33.24 | 63.58 | 86.74 |
| 100 | 1.99 | 2.97 | 3.94 | 4.90 | 9.56 | 18.21 | 39.50 | 63.40 |
| 200 | 1.00 | 1.49 | 1.99 | 2.48 | 4.89 | 9.54 | 22.17 | 39.42 |
| 500 | 0.40 | 0.60 | 0.80 | 1.00 | 1.98 | 3.92 | 9.53 | 18.14 |
| 1000 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 1.00 | 1.98 | 4.88 | 9.52 |
| 2000 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 1.00 | 2.47 | 4.88 |
| 5000 | 0.04 | 0.06 | 0.08 | 0.10 | 0.20 | 0.40 | 1.00 | 1.98 |
| 10000 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.50 | 1.00 |

Tabela 12.6. Računski rizik pojave (%) najmanje dva proticaja jednaka ili veća od mjerodavne velike vode povratnog perioda javljanja (T) u zavisnosti od očekivanog vijeka trajanja objekta (n)

| Povratni period javljanja T (godina) | Očekivani vijek trajanja (eksploatacije) objekta ili potreban broj godina da se objekat izgradi n (godina) | | | | | | | |
|--------------------------------------|--|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 10 | 1.00 | 2.80 | 5.23 | 8.15 | 26.39 | 60.83 | 96.62 | 99.97 |
| 20 | 0.25 | 0.73 | 1.40 | 2.26 | 8.61 | 26.42 | 72.06 | 96.29 |
| 50 | 0.04 | 0.12 | 0.23 | 0.38 | 1.62 | 5.99 | 26.42 | 59.67 |
| 100 | 0.01 | 0.03 | 0.06 | 0.10 | 0.43 | 1.69 | 8.94 | 26.42 |
| 200 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.11 | 0.45 | 2.61 | 8.98 |
| 500 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.07 | 0.46 | 1.74 |
| 1000 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.12 | 0.46 |
| 2000 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.12 |
| 5000 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 |
| 10000 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

Tabela 12.7. Veličina povratnog perioda javljanja T (godina) u zavisnosti od vijeka eksploatacije objekta i dopustivog rizika podbačaja

| Dopustivi rizik podbačaja $P[Q \geq Q_m]$ | Očekivani vijek eksploatacije objekta n (godina) | | | | | | | |
|--|---|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 25 | 50 | 100 |
| 0.99 | 1.01 | 1.11 | 1.66 | 2.71 | 4.86 | 5.95 | 11.4 | 22.2 |
| 0.95 | 1.05 | 1.29 | 2.22 | 3.86 | 7.16 | 8.85 | 17.2 | 33.9 |
| 0.90 | 1.11 | 1.46 | 2.71 | 4.86 | 9.19 | 11.4 | 22.2 | 43.9 |
| 0.75 | 1.33 | 2.00 | 4.13 | 7.73 | 14.9 | 18.6 | 36.6 | 72.6 |
| 0.50 | 2.00 | 3.41 | 7.73 | 14.9 | 29.4 | 36.6 | 72.6 | 145. |
| 0.33 | 3.00 | 5.45 | 12.9 | 25.2 | 49.9 | 62.1 | 124. | 247. |
| 0.25 | 4.00 | 7.46 | 17.9 | 35.3 | 70.0 | 87.3 | 174. | 348. |
| 0.20 | 5.00 | 9.47 | 22.9 | 45.3 | 90.1 | 113. | 225. | 449. |
| 0.10 | 10.0 | 19.5 | 48.0 | 95.4 | 190. | 238. | 475. | 950. |
| 0.05 | 20.0 | 39.5 | 98.0 | 195. | 390. | 488. | 975. | 1950. |
| 0.02 | 50.0 | 99.0 | 248. | 495. | 990. | 1238. | 2476. | 4951. |
| 0.01 | 100. | 199.5 | 498. | 995. | 1990. | 2488. | 4977. | 9953. |

Uvidom u rezultate date u tabeli 12.5 moguće je uočiti neke interesantne slučajeve koji se mogu javiti u hidrološkoj praksi pri analizi uslova rada hidrotehničkih objekata.

Ako pretpostavimo da se hidrotehnički objekti najčešće grade kroz period od 2 do 5 godina i štite od proticaja povratnog perioda $T=10$ do $T=20$ godina, iz gornjih proračuna lahko se uočava rješenje prvog praktičnog problema koji treba da riješi projektant objekta, a to je sagledavanje rizika da će gradilište biti ugroženo proticajima datih povratnih perioda javljanja. Dobiveni računski rizik se kreće u dosta širokim granicama i iznosi oko 10 %, za $n=2$ godine i $T=20$ godina, do oko 40 %, za $n=5$ godina i $T=10$ godina.

Rezultati jasno ukazuju na očekivani zaključak da objekte koji se duže grade treba obezbjeđivati od voda dužeg povratnog perioda javljanja, odnosno da treba nastojati da se što više skрати rok građenja objekata.

Kada su u pitanju hidrotehnički objekti u eksploataciji, tada se obično zahtijeva visoki nivo sigurnosti, odnosno objekti se moraju dimenzionirati na proticaje znatno dužih povratnih perioda javljanja čiji izbor je diktiran tipom objekta i visinom potencijalnih šteta. Kao što je poznato, veličina povratnog perioda javljanja T se kreće od $T=100$ do $T=10000$ godina, a vijek trajanja objekta (n) se

Velike vode

obično kreće od $n=50$ do $n=100$ godina. I za ovaj slučaj računski rizik se kreće u dosta širokim granicama od 0,5 %, za $n=50$ i $T=10000$ godina, do oko 60 %, za $n=100$ i $T=100$ godina.

Interesantno je uočiti da je računski rizik jednog neželjenog događaja, odnosno vjerovatnoća da će proticaj određenog povratnog perioda javljanja biti prevaziđen najmanje jedanput u periodu od $n=T$ godina približno konstantan i iznosi oko 60 %. Međutim, ova činjenica nema većeg praktičnog značaja s obzirom na to da je pri rješavanju praktičnih problema povratni period javljanja (T) obično daleko veći od broja godina (n).

To se može dokazati ako se u jednačinu (12.88) uvrsti $T = n$, tako da se dobije:

$$P[Q \geq Q_m] = 1 - \left[1 - \frac{I}{n} \right]^n \quad (12.93)$$

Za slučaj kada $n \rightarrow \infty$ dobije se:

$$\left(1 - \frac{I}{n} \right)^n \rightarrow \frac{I}{e} = 0,368 \quad (12.94)$$

odnosno za veliko n , $P[Q \geq Q_m]$ teži vrijednosti od približno 63 %.

Često korištena aproksimacija jednačine (12.88), za velike povratne periode, koju je predložio Gumbel /17/ i nazvao "projektni količnik", glasi:

$$\hat{T} \approx n / p \quad (12.95)$$

Kao što je već rečeno, sve naprijed date vjerovatnoće su vjerovatnoće javljanja jednog proticaja (nekoj događaja) određene veličine. Nekada je od interesa i prosječna vjerovatnoća javljanja svih događaja iznad određenog praga.

Benson /2/ je pokazao da se prosječna vjerovatnoća javljanja n proticaja koji prevazilaze neki proticaj povratnog perioda T , može izraziti kao:

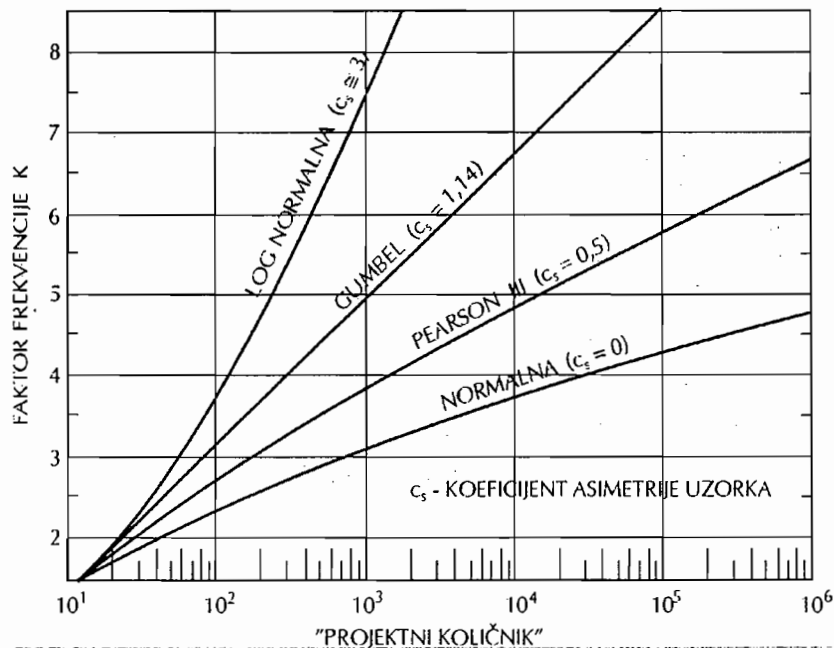
$$\bar{p} \approx 1 / 2T \quad (12.96)$$

Tako se u osnovi prosječna vjerovatnoća javljanja svih proticaja iznad proticaja sa povratnim periodom (T), može približno izraziti preko vjerovatnoće proticaja sa povratnim periodom 2T. Na primjer, prosječna vjerovatnoća javljanja svih proticaja većih od 100 – godišnjeg proticaja je približno 0,005, što odgovara 200 – godišnjem proticaju.

Svi ranije izvedeni izrazi nisu vodili računa o funkciji raspodjele vjerovatnoće razmatrane slučajne promjenljive, odnosno maksimalnih proticaja, osim pretpostavke da je ona poznata. Međutim, ako želimo sračunati veličinu proticaja koji odgovara povratnom periodu javljanja sračunatom iz jednačine (12.88) i datom u tabeli (12.7), tip funkcije raspodjele vjerovatnoće javljanja maksimalnih proticaja mora biti poznat i uzet u razmatranje.

Da bi olakšao takva računanja i pokazao uticaj funkcije raspodjele na rezultat, Gumbel /17/ je izradio dijagram koji pokazuje zavisnost naprijed definiranog “projektog količnika” (\hat{T}) i u teoriji vjerovatnoće dobro poznatog faktora frekvencije $K(T)$, koji je jednak:

$$K(T) = [Q(T) - \bar{Q}] / S_Q \quad (12.97)$$



Slika 12.17. Zavisnost “projektog količnika”, T i faktora frekvencije $K(T)$ za nekoliko najčešće korištenih funkcija raspodjele vjerovatnoće u hidrologiji

12.4. MJERODAVNE VELIKE VODE ZA DIMENZIONIRANJE HIDROTEHNIČKIH OBJEKATA

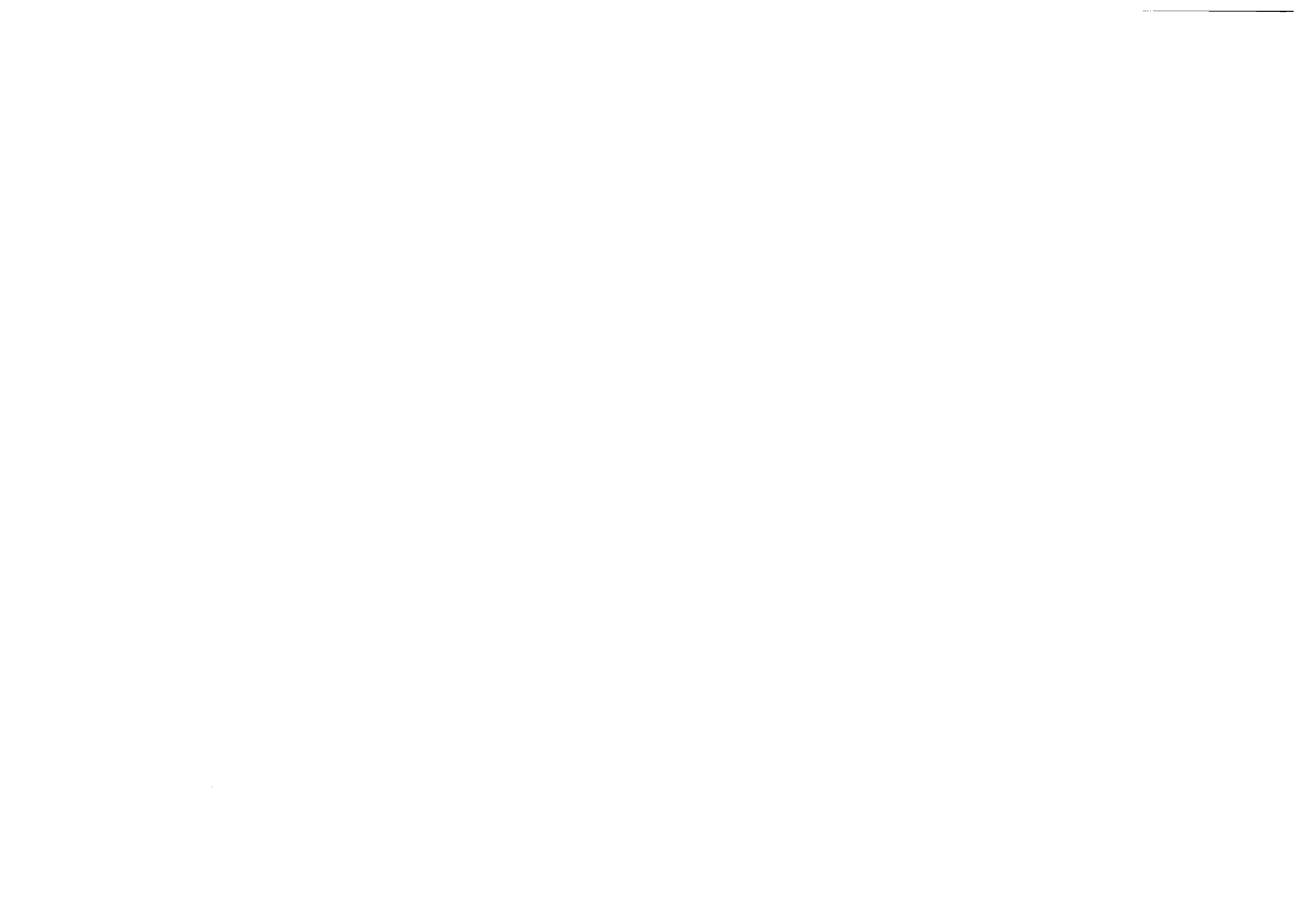
Maksimalni proticaji koji se koriste kod projektovanja hidrotehničkih objekata obzirom na njihovu sigurnost, ekonomsku vrijednost, očekivani životni vijek i moguće štetne posljedice zbog njihovog rušenja ili oštećenja, nazivaju se mjerodavnim velikim vodama. Za važne objekte izgrađene na strateškim lokacijama stvarno ne bi trebao postojati rizik za njihovo otkazivanje. Maksimalni proticaji odabrani za njihovo dimenzioniranje bi trebalo da su oni vjerovatno najveći. Za druge objekte, neka vjerovatnoća otkazivanja mogla bi se dozvoliti.

Odabir maksimalnog proticaja poplavnog vala za projektovanje nekog hidrotehničkog objekta zavisi od (i) važnosti objekta, (ii) vrijednosti objekta, (iii) efekata koje bi rušenje ili oštećenje objekta imalo na nizvodne korisnike, (iv) očekivanog životnog vijeka objekta, (v) gustine stanovništva naseljenog nizvodno, (vi) potapanja područja bogatih mineralima, industrijskih područja i drugih strateški važnih područja, (vii) ekonomskih uslova života ljudi nastanjenih nizvodno i dr.

Hidrotehnički objekti raznih namjena, veličina i vrsta, koji mogu biti i prateći kao kod visokih brana ili odvojeni i pojedinačni (mostovi, propusti, korita rijeka, kanali za navodnjavanje, nasipi, pumpne stanice, zgrade hidroelektrana i drugi), dolaze pod direktan uticaj i zavise od velikih voda. Pod uticajem velikih voda hidrotehnički objekti moraju biti stabilni, otporni na razne uticaje strujanja i osigurani od preliivanja preko njih. Zbog toga je izbor mjerodavne (za dimenzioniranje) velike vode hidrotehničkih objekata od posebnog značaja i zavisi od niza uslova i okolnosti.

Kao što je to pomenuto ranije, stabilnost hidrotehničkih objekata često direktno zavisi od usvojene mjerodavne velike vode, a njihovo preliivanje i rušenje (pogotovo kada su u pitanju objekti veće visine ili objekti koji formiraju veće akumulacije) pod dejstvom i za vrijeme velikih voda može izazvati ljudske žrtve koje su nenadoknadive i štete koje mogu biti od beznačajnih do katastrofalnih.

Izbor mjerodavne velike vode ne predstavlja samo utvrđivanje računskog rizika, ne predstavlja ni slobodnu procjenu rizika, niti je samo ekonomsko-tehnički problem, nego prije svega humanitarni, kad god od rušenja hidrotehničkih objekata pod dejstvom velikih voda mogu biti ugroženi ljudski životi.



Pošto su razni hidrotehnički objekti različito ugroženi od velikih voda, različite su i mjerodavne velike vode za njihovo dimenzioniranje. Uglavnom, radi se o slijedećim objektima:

- brane svih vrsta i njihovi prateći objekti (prelivi, brzotoci, bučnice),
- zagati za potrebe izgradnje brana (sa optočnim tunelima ili kanalima), kao privremeni objekti,
- zgrade hidroelektrana, nuklearnih elektrana i pumpnih stanica raznih veličina i namjena,
- brodske prevodnice na plovnim rijekama ili kanalima,
- regulacije riječnih korita koji prolaze kroz poljoprivredne površine i naselja raznih veličina,
- kanalizacije u urbanim sredinama,
- kanali raznih namjena, posebno za odvodnjavanje poljoprivrednih površina,
- mostovi i propusti na kanalima za površinska odvodnjavanja, na prirodnim riječnim tokovima i na putevima i željezničkim prugama,
- nasipi za zaštitu naselja, industrije i poljoprivrednih površina,
- temeljni ispusti na branama,
- obaloutvrde, kejovi i riječna pristaništa.

U svijetu se izboru mjerodavne velike vode poklanja sve veća pažnja. Oni su u mnogim zemljama normativno određeni i sa vremenom se pooštavaju, budući da su riječne doline sve više zauzete naseljima, industrijskim objektima i komunikacijama, dok je zaštita poljoprivrednih površina sve veća zbog porasta vrijednosti proizvodnje na njima. Zbog naprijed navedenog, slijedi da je poznavanje, određivanje i usvajanje mjerodavne velike vode, od posebnog društvenog i ekonomsko-tehničkog značaja /19/.

U Bosni i Hercegovini, i pored izgrađenog velikog broja brana i drugih hidrotehničkih objekata, još nema razrađenih kriterijuma i stavova vezanih za uslove koji bi odredili mjerodavnu veliku vodu, odnosno projektni proticaj velike vode. Posljedica toga je raznolikost, nedokazana primjena kriterijuma za njihov izbor, što često vodi i u neracionalnost usvajanjem "sigurnijih rješenja", a time i skupljih rješenja ili u nedovoljnu sigurnost hidrotehničkih objekata /19/.

U analizi mjerodavno velikih voda, prvo se mora poznavati cio raspon velikih voda od 10-to godišnjeg do 10000-godišnjeg povratnog perioda javljanja, uz uvođenje i parametra tzv. intervala sigurnosti.

Drugo, kod izuzetno značajnih i osjetljivih objekata, projektant treba da izradi tzv. analizu rizika (poglavlje 12.3) koja se u dosadašnjoj, barem bosanskohercegovačkoj praksi, svodila uglavnom na slobodnu procjenu veličine rizika, a koja je vrednovana kroz izbor povratnog perioda javljanja velike vode primjenom metoda matematske statistike i teorije vjerovatnoće. Prema tome, poznavanje visine rizika koji se odnosi i na period građenja i na period korištenja hidrotehničkih objekata, spada u veoma značajne faktore radi sagledavanja ne samo visine investicionih ulaganja već i njihove sigurnosti.

Treće, najnovija iskustva u svijetu ukazuju na potrebu vrednovanja veličine rizika primjenom optimizacionog postupka koji određuje kompromis između povećanih troškova izgradnje odgovarajućih objekata i šteta koje bi mogle nastati u slučaju da pod uticajem velikih voda dođe do njihovog rušenja.

Četvrto, u nekim izuzetno značajnim slučajevima ima smisla da se prije donošenja odluke o usvajanju mjerodavne velike vode provjere uticaji hidrauličkih posljedica za slučaj rušenja objekta na sektoru nizvodno od njega.

Peto, i sa tim u vezi značajno pitanje, jeste provjera do sada izgrađenih objekata i povećanje njihove sigurnosti, koja bi bila dovedena na savremeni nivo i uslove. Naime, ranije primjenjivani kriterijumi za mjerodavne velike vode su manje strogi u odnosu na kriterijume koji se primjenjuju u posljednje vrijeme, pa se postavlja pitanje njihove rekonstrukcije, odnosno povećanja njihove sigurnosti.

Šesto, pošto ima više načina da se odredi mjerodavna velika voda, zbog prednosti koje neke metode imaju u odnosu na druge, preporučljivo je da se za proučavanu lokaciju (profil) koriste najmanje dvije ili više metoda a dobijeni rezultati uporede.

U zavisnosti od načina razmatranja i prilaza izbora mjerodavne velike vode razne zemlje na različite načine utvrđuju kriterijume koji čine osnovu kod određivanja mjerodavnih velikih voda, na primjer, visokih brana.

I dok je u nekim zemljama (na primjer Australija) osnovna postavka sadržana u tome da li su ljudski životi ugroženi ili nisu, za slučaj da dođe do rušenja brana, u zemljama bivšeg Sovjetskog saveza, na primjer, hidrotehnički objekti se dijele na pet klasa po značaju – veličini. Tako su stalni hidrotehnički objekti podijeljeni na četiri klase a privremeni na tri klase. Isto tako, od uslova eksploatacije koji mogu biti normalni i izuzetni (opasni), određeni su računski povratni periodi javljanja mjerodavne velike vode. Za normalne uslove, računski povratni period javljanja se kreće od 10000 do 10 godina, a za izuzetne uslove od 10000 do 100 godina /19/.

U nekim zemljama kategorija rizika od rušenja brana podijeljena je u tri klase:

- brane čije bi rušenje ugrozilo živote šire društvene zajednice i/ili gubitak značajnih materijalnih dobara,
- brane čije rušenje ne bi ugrozilo živote pojedinaca i/ili izazvalo značajne gubitke materijalnih dobara,
- brane čije rušenje ne bi izazvalo gubitak ljudskih života a izazvane štete bi bile male.

S druge strane, ostale relativno bogate države sa značajnim prirodnim resursima, mogu da visoko vrednuju ugroženost ljudskih života. Postoji takođe i želja da se finansira koncepcija koja suštinski isključuje rizik za ljudske živote. Tako, uputstva za obezbjeđenje sigurnosti brana u SAD su primjer takve filozofije.

Ne treba zaboraviti prije tridesetak godina i kod nas uvedenu praksu da se naročito za nasute visoke brane, a i za betonske, ako se nalaze uzvodno od većih naselja za mjerodavnu veliku vodu, primijeni koncept vjerovatno maksimalne velike vode. Iako razvijena i uvedena u SAD, primjenjivana je i u zemljama koje su bile pod njihovim uticajem ili kad su značajniji objekti finansirani od strane SAD, nekih zapadnih zemalja ili Međunarodne banke za obnovu i razvoj.

Kada su u pitanju kriterijumi za mjerodavne velike vode kod visokih brana, moglo bi se konstatovati da su tu kriterijumi nešto preciznije definirani. Prema kriterijumima Međunarodnog komiteta za visoke brane, pod visokom branom se podrazumijeva: (i) brana viša od 10 m, (ii) brana sa dužinom krune većom od 500 m, (iii) brana koja formira akumulaciju čija je zapremina veća od 1 hm³ i (iv) ako je maksimalni proticaj velike vode koja se evakuše preko brane veći od 1000 m³/s.

I dok je tzv. "maksimalno vjerovatna velika voda" (vidjeti literaturu /1/) kao mjerodavna velika voda uglavnom prisutna u razvijenim zemljama, izuzev u Japanu, J. Koreji i još nekim zemljama, dotle je u nerazvijenim i zemljama u razvoju uglavnom maksimalna norma za mjerodavne velike vode maksimalni proticaj povratnog perioda javljanja od 1000 do 10000 godina. Ova činjenica se može dovesti u vezu i sa visinom nacionalnog dohotka.

US Army Corps of Engineers /19/, maksimalno vjerovatne velike vode definiralo je kao ekstremne velike vode koje su fizički moguće na nekom prostoru u skladu sa najvažnijim kombinacijama kritičnih meteoroloških i hidroloških faktora koji se razumno mogu javiti nad tim prostorom. Maksimalno vjerovatne velike vode koriste se za dimenzioniranje svih važnih hidrotehničkih objekata. Ako se na primjer desi lom brane, kada je akumulacija puna vode, tako nastali vodni val će

Velike vode

vjerovatno uništiti sve nizvodno (ljudske živote i materijalna dobra). Rušenje takve brane izazvalo bi nenadoknдиви gubitak za tu društvenu zajednicu. Stvarno bi trebalo obezbijediti 100% sigurnost za takvo dešavanje rušenja brane. Maksimalno vjerovatnoj velikoj vodi nije moguće pridružiti i odgovarajući povratni period javljanja, kao što je to slučaj kod analize maksimalnih proticaja metodama matematske statistike i teorije vjerovatnoće. Vjerovatno maksimalna velika voda usko je vezana za vjerovatno maksimalne padavine, o čemu je detaljno moguće vidjeti u literaturi /1/.

Relativno jednostavan kriterijum za izbor mjerodavno velike vode, primjenjuje se u Australiji:

- veoma visok rizik: ako rušenje visoke brane ugrožava ljudske živote bilo gdje na nizvodnom sektoru, tada mjerodavno velika voda odgovara "maksimalno vjerovatnoj velikoj vodi" do maksimalnoj vodi povratnog perioda javljanja od 10000 godina,
- značajan rizik: ako rušenje visoke brane ne ugrožava ljudske živote a materijalne štete su značajne, mjerodavna velika voda je velika voda povratnog perioda javljanja od 10000 do 1000 godina,
- niski rizik: nema gubitaka ljudskih života, materijalne štete su neznatne, pa je mjerodavna velika voda, velika voda povratnog perioda javljanja od 1000 do 100 godina.

Naravno, naprijed navedeni kriterijumi nikako ne iscrpljuju niz drugih kriterijuma koji se primjenjuju u različitim zemljama svijeta.

U.S. Army Corps of Engineers /19/, vezano za rizik rušenja ili oštećenja, hidrotehničke objekte je klasificiralo na one sa malim, značajnim i visokim rizikom, zavisno od slijedećih kriterija:

Mali rizik: Gotovo da nema gubitka ljudskih života a nastaju minimalne materijalne štete. Tamo nema trajnih objekata u kojima žive ljudi i takvi regioni se uglavnom smatraju nerazvijenim.

Značajan rizik: Manji gubici ljudskih života su mogući. Na takvim područjima nema urbanog razvoja. Javlja se osjetni ekonomski gubici vezani za poljoprivredu, industriju ili objekte.

Veliki rizik: Javlja se značajniji gubici ljudskih života. Ekonomski gubici su vrlo veliki.

Klasifikacija hidrotehničkih objekata data u tabeli 12.8, data je u skladu sa visinom brane, zapreminom akumulacije koju ona formira i veličinom slivne površine do lokacije brane.

Tabela 12.8. Klasifikacija hidrotehničkih objekata u skladu sa odabirom mjerodavne velike vode /29/

| Objekat | Zapremina (hm ³) | Visina (m) | Metoda definiranja velike vode | | |
|----------------------------------|------------------------------|--|--------------------------------|-----|---|
| Na bazi veličine objekta | | | | | |
| (i) | Velike brane | > 60 | > 30 | (a) | Vjerovatno maksimalna velika voda određena na osnovu vjerovatno maksimalnih padavina, ili |
| | | | | (b) | Maksimalni proticaj povratnog perioda T=10000 godina ili više |
| (ii) | Male brane | <60 a >10 | 12 – 30 | (a) | Standardni projektni poplavni val iz standardnog projektnog pljuska |
| | | | | (b) | Maksimalni proticaj povratnog perioda T=100 godina |
| | | | | (c) | (a) ili (b) bilo koji da je veći |
| (iii) | Mali objekti | Propusti, mostovi, brane do 10 hm ³ | 7 - 12 | (a) | Maksimalni proticaj povratnog perioda T=50 ili 100 godina zavisno od važnosti objekta |
| Na bazi veličine slivne površine | | | | | |
| (i) | Male slivne površine | do 250 km ² | | (a) | Racionalna metoda |
| | | | | (b) | Analiza funkcije vjerovatnoće maksimalnih proticaja |
| | | | | (c) | Metoda jediničnog hidrograma |
| | | | | (d) | Regionalna zavisnost između maksimalnih proticaja i veličine slivne površine |
| (ii) | Srednje slivne površine | 250 – 5000 km ² | | (a) | Metoda jediničnog hidrograma |
| | | | | (b) | Regionalna zavisnost između maksimalnih proticaja i veličine slivne površine |
| (iii) | Velike slivne površine | > 5000 km ² | | (a) | Metoda jediničnog hidrograma uz praćenje propagacije vodnog vala |
| | | | | (b) | Analiza funkcije vjerovatnoće maksimalnih proticaja |
| | | | | (c) | Regionalna zavisnost između maksimalnih proticaja i veličine slivne površine |

12.5. LITERATURA

1. Anđelić, M., Bonacci, O., Đorđević, N., Hrelja, H., i drugi, 1986. *Maksimalno vjerovatne velike vode*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
2. Benson, M. A., 1962, *Evolution of Methods for Evaluating the Occurrence of Floods*, USGS Water Supply Paper 1580-A.
3. Bonacci, O., Roglić, S., 1981. *Određivanje velikih voda na neizučnim slivovima genetskom metodom*, Savjetovanje „Velike vode i poplave“, Jugoslavensko društvo za hidrologiju, Priština.
4. Bonacci, O., 1998, *Poplave devedesetih godina*, Hrvatska vodoprivreda, No. 68, Zagreb.
5. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
6. Cicioni, G., Giuliano, G. & Spaziani, M., 1973. *Best Fitting of Probability Functions to a Set of Data for Flood Studies*, Proc. Second International Symposium in Hydrology, Floods and Droughts, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.
7. Mc Carthy, G. T., 1938. *The unit hydrograph and flood routing*, Conference of US Army Corps of Engineers.
8. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
9. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
10. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
11. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
12. Gumbel, E. J., 1966, *Extreme Value Analysis of Hydrologic Data*, Proc. Hydrology Symposium No. 5, NCR, Ottawa, Canada.
13. Hrelja, H., 1984. *Analiza kiša kratkog trajanja za potrebe definiranja oticanja sa urbanih površina*, Radovi br. 24, Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
14. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
15. Hrelja, H., 1996. *Vodoprivredni sistemi*, “Svjetlost”, Sarajevo.
16. Hrelja, H., 2000. *Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji*, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
17. Hrelja, H., 2000. *Definiranje računskog rizika prevazilaženja velikih voda*, Zbornik sa VII Savjetovanja “Zaštita od voda i održivi razvoj”, Neum, BiH.

18. Hrelja, H., 2003. *Razvoj sistema hidrometeorološkog prognoziranja i ranog upozorenja na opasnost od poplava*, JP za „Vodno područje slivova rijeke Save“, Sarajevo.
19. Isailović, D., Janković, D., i drugi, 1988. *Preporuke za proračun velikih voda*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju i Jugoslovenski komitet za međunarodni hidrološki program, Beograd.
20. Isailović, D., Hrelja, H., 1989. *Korištenje „preistorijskih podataka u analizi poplava na primjeru rijeke Drine*, Zbornik sa Savjetovanja „Nagle poplave – uzroci i posljedice“, Jugoslovensko društvo za hidrologiju i Jugoslovenski komitet za međunarodni hidrološki program, Kopaonik, Srbija.
21. Jevđević, V., 1956. *Hidrologija-I deo*, Hidrotehnički institut „Jaroslav Černi“, Beograd.
22. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
23. Jovanović, S., 1974. *Metode za simuliranje i prognozu oticaja vode u slivu Velike Morave*, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd.
24. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
25. Kite, G. W., 1988, *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publications, Colorado, USA.
26. Kite, G. W., 1975, *Confidence Limits for Design Events*, Water Resources Research, Vol. 11, No. 1.
27. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1949. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
28. Nash, J. E. & Amorocho, J., 1966, *The Accuracy of the Prediction of Floods of High Return Period*, Water Resources Research, Vol. 2, No. 1.
29. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
30. Prohaska, S. J., 2003. *Hidrologija-I deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
31. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
32. Sutcliffe, J. V., 1978. *Methods of flood estimation: A guide to the flood studies report*, Institute of Hydrology, Wallingford, Report No. 49.
33. Vukmirović, V., 1990. *Analiza vjerovatnoće pojave hidroloških veličina*, Građevinski fakultet Beograd i Naučna knjiga, Beograd.
34. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
35. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.

„Dok se ne dožive patnje od žeđi, ne može se shvatiti šta za ljude znači dobra voda“

(Bajron)

13

PROPAGACIJA POPLAVNIH VALOVA

13.1. OPŠTA RAZMATRANJA

Propagacija poplavnih valova je proces kojim se definišu karakteristike poplavnih valova na lokaciji nizvodno od neke akumulacije ili na nekoj nizvodnoj dionici riječnog toka a na osnovu poznatih poplavnih valova na uzvodnoj dionici. Efekat uticaja akumulacionog prostora akumulacije (ili akumulacionih karakteristika dionice riječnog toka) je da modificira poznate, vodne valove na ulazu u akumulaciju ili na uzvodnoj dionici riječnog toka. Kada je pri tome interes da se definišu karakteristike vodnog vala na izlazu iz neke postojeće ili projektovane akumulacije, taj proces se naziva propagacija vodnog vala kroz akumulaciju. Nasuprot tome, kada je interes da se definišu karakteristike vodnog vala na nizvodnom profilu neke dionice riječnog toka, na osnovu poznatog vodnog vala na uzvodnom profilu te dionice, taj proces se naziva propagacija vodnog vala duž riječnog toka. Zbog toga, propagacija poplavnih valova se grubo dijeli u dvije grupe: (i) propagaciju poplavnih valova duž prirodnih vodotoka ili kanala i (ii) propagaciju poplavnih valova kroz akumulacije.

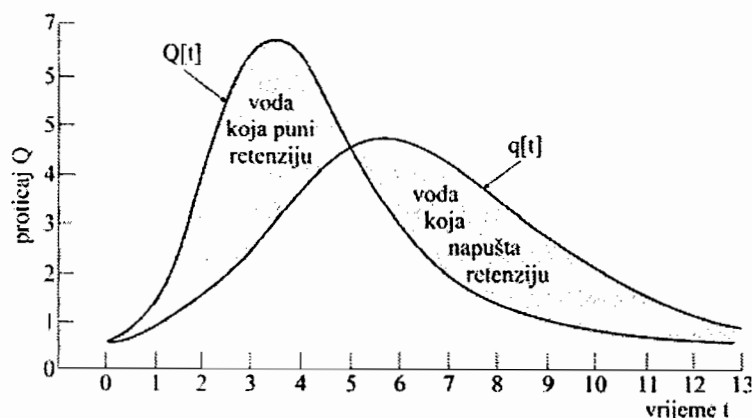
Transformacija poplavnih valova

Dakle, pod pojmom modela propagacije poplavnih valova, podrazumijevaju se postupci i metode koje se koriste u hidrologiji za proračun "napredovanja" vodnog vala duž toka, ili kroz akumulaciju u smislu proračuna vremena njegovog pojavljivanja i oblika poplavnog vala. Kod prirodnih vodotoka i kanala, kao i akumulacija, pri prolasku poplavnih valova, određena količina vode se privremeno zadržava, što ima za posljedicu promjenu oblika vodnog vala. Prostor u kome se voda zadržava ima efekat retenzije, što utiče na oblik poplavnog vala koji putuje nizvodno. Stepent akumulisanja vode zavisi od hidrauličkih i topografskih karakteristika dionice – kod vodnih tokova i zapreminskih karakteristika akumulacije – kod akumulacija. Efekat ovog zadržavanja na određenom sektoru vodotoka ili u akumulaciji je u funkciji veličine zapremine prostora gdje se ta voda zadržava. Evidentno, što je veća zapremina prostora između ulaznog i izlaznog profila riječne dionice ili veća zapremina akumulacije, veće su razlike u obliku ulaznog i izlaznog hidrograma. Ovaj uticaj se ogleda u tome što se vršni proticaj poplavnog vala smanjuje i istovremeno produžuje njegova vremenska baza, što se u hidrološkoj praksi uobičajeno naziva rasplinjavanje poplavnog vala.

Kretanje poplavnog talasa duž riječnog korita predstavlja složen proces ne samo zbog toga što proticaj varira u vremenu, nego i zato što su na potezu vodotoka hidrauličke i geometrijske karakteristike riječnog korita po pravilu vrlo promjenljive.

Osnovni problem kod prognoze izlaznog poplavnog vala se sastoji u matematičkom opisivanju transformacije ulaznog poplavnog vala.

U riječnom koritu ili akumulaciji može se privremeno akumulirati određena zapremina vode. Prostor u kome se voda akumulira (zadržava) ima efekat retenzije, što utiče na oblik poplavnog vala koji putuje nizvodno. Ovaj uticaj se ogleda u tome što se vršni proticaj vala smanjuje i istovremeno produžuje njegova vremenska baza (slika 13.1).



Slika 13.1.

Analize pojave velikih voda-poplavnih valova i njihove propagacije duž prirodnih vodotoka ili kanala, zauzimaju značajno mjesto u studijama i projektima uređenja sliva jednog vodotoka, koji u sebi sadrži i mjere uređenja riječnog korita. U okviru ovih analiza, tretiraju se uslovi nastanka poplavnih valova, njihovo putovanje niz riječnu dolinu i rasplinjavanje, kao i uticaj radova u slivu na ove pojave.

Svrha analize pojave i propagacije poplavnih valova u riječnom slivu može biti raznovrsna, ali kada je u pitanju uređenje riječnog korita, onda su najvažnija pitanja na koja bi projektant-istraživač trebalo da odgovori, slijedeća /14/:

- analiza uslova nastanka poplavnih valova,
- određivanje vjerovatnoće pojave poplavnih valova, koincidencija pojave i sukcesivnosti nailaska,
- uslovi putovanja i rasplinjavanja poplavnih valova u uslovima prirodnog režima,
- uticaj regulacionih radova u slivu (prosjecanje riječnih krivina, isključenje retenzija izgradnjom nasipa duž toka i sl.) na uslove putovanja i rasplinjavanja poplavnih valova,
- pitanje izbora akumulacija u slivu (lokacije i zapremine akumulacionog prostora za prijem poplavnih valova), s ciljem maksimalnog ublaženja poplavnog vala u dolini nizvodno,
- dimenzioniranje nasipa za sprečavanje izlivanja velikih voda.

Ovih nekoliko najznačajnijih pitanja, ukazuju nedvosmisleno na neophodnost poznavanja ove problematike, i što je još značajnije, na potrebu njenog razmatranja i rješavanja u okviru studija uz projekat uređenja prirodnih vodotoka.

Analize pojave velikih voda - poplavnih valova i njihove propagacije kroz akumulacije, takođe zauzimaju značajno mjesto u studijama i projektima izgradnje

Transformacija poplavnih valova

akumulacija, naročito onih namijenjenih, pored ostalog, i odbrani od poplava nizvodnih područja. Naime, regulisanje proticaja poplavnih valova akumulacijama, predstavlja aktivnu mjeru zaštite, pošto se akumulacijama po želji može uticati na smanjenje poplavnih valova (velikih voda), naravno u zavisnosti od odnosa slobodne zapremine akumulacije i zapremine poplavnog vala. Izgradnjom akumulacija u gornjim dijelovima sliva postižu se pored osnovnog efekta – smanjenja velikih voda u dolini nizvodno – višestruki efekti, od kojih je svakako najznačajniji taj, da akumulirana voda ne otiče neiskorištena, već se može iskoristiti kada se za to ukaže potreba. Ova činjenica ukazuje na nesumnjivu prednost ovakvog načina borbe protiv velikih voda.

Uticaj akumulacija na poplavne valove ogleda se u rasplinjavanju poplavnih valova – smanjenju maksimalnih proticaja i povećanju trajanja poplavnog vala na dionici nizvodno. Koliki će biti uticaj akumulacije, zavisi kako od načina njenog pražnjenja, tako i od dispečerskog plana rada akumulacije.

U okviru analize uticaja akumulacija, bilo postojećih bilo projektovanih, na transformaciju poplavnih valova javljaju se uglavnom tri slijedeća problema:

- određivanje maksimalnog oticanja iz akumulacije, dimenzija evakuacionih organa i korisne zapremine akumulacije,
- određivanje korisne zapremine akumulacije i širine prelivnih organa, za unaprijed usvojenu vrijednost maksimalnog oticanja i zadati tip evakuacionih organa,
- određivanje korisne zapremine akumulacije i maksimalnog oticanja za zadati tip evakuacionih organa i njihove dimenzije.

Pri ovim proračunima moraju unaprijed biti definisani izvjesni uslovi tehničko-ekonomske prirode, kao što su:

- maksimalno potrebno smanjenje ekstremnih proticaja,
- najmanje amplitude oscilacija nivoa vodnog ogledala u akumulaciji,
- najniži nivo vodnog ogledala u akumulaciji, odnosno minimalno potapanje priobalnih površina.

Način transformacije poplavnih talasa u akumulacijama zavisi od raspoložive zapremine za prijem talasa velikih voda, od tipa evakuacionih organa i od zakona pražnjenja akumulacije, u zavisnosti od nizvodnih uslova.

Kod rješavanja gore pobrojanih problema, radi se o neustaljenom – “talasnom ili valovitom” kretanju vode koje karakteriše promjenjivost hidrauličkih veličina

(proticaja, dubina, brzina itd.) u prostoru i vremenu. Ako je brzina promjene velika, kaže se da se radi o “naglo promjenljivim” neustaljenim tokovima. Tipični primjeri su valovi izazvani rušenjem brana ili ispuštanjem vode iz akumulacija, kao i poplavni valovi bujičnih vodotoka. S druge strane, poplavne valove velikih aluvijalnih rijeka karakterišu relativno spore promjene, pa kažemo da je riječ o “blago promjenljivim” neustaljenim tokovima.

Kako je to već razmatrano u poglavlju 4.8.1, strujanje vode u prirodnim tokovima je turbulentno, prostorno i neustaljeno, i ono se kao što je poznato opisuje Reynoldsovim jednačinama, koje u opštem slučaju nemaju rješenja. Ukoliko se prostorno strujanje zamjeni linijskim, i ako se uvedu određene pretpostavke (navedene u poglavlju 4.8.1), onda se ovakvo tečenje vode u otvorenim tokovima može opisati znatno jednostavnijim, dobro poznatim Saint-Venant-ovim jednačinama. Sen-Venanove jednačine opisuju linijsko neustaljeno strujanje vode u otvorenim tokovima, što znači da se pomoću njih može opisati i strujanje vode u prirodnim tokovima, uz određene aproksimacije.

S matematičke tačke gledišta, jednačine Sen-Venana spadaju u grupu parcijalnih diferencijalnih kvazilinearnih jednačina hiperboličnog tipa, za koje u najopštijem slučaju takođe ne postoji rješenje. Uvođenjem određenih aproksimacija, ove jednačine mogu biti riješene i tada mogu biti iskorištene za približne proračune neustaljenog strujanja vode u otvorenim tokovima, uključujući i prirodne. Daljim aproksimacijama-zanemarivanjem određenih članova, ove jednačine svode se na jednačine kojima se opisuje ustaljeno nejednoliko strujanje. To su obične diferencijalne jednačine za koje postoji rješenje u opštem slučaju.

Dakle, propagacije poplavnih talasa duž toka i njihova transformacija kroz akumulacije, sa hidrauličkog stanovišta, sastoji se u rješavanju diferencijalnih jednačina nestacionarnog tečenja (Saint Venant-ovih jednačina). One se pišu u različitim oblicima, u zavisnosti od namjene njihovog korištenja. Ovdje će se navesti samo po dva njihova oblika, pogodna za primjenu hidrauličkih metoda za rješavanje problema propagacije vodnih valova:

- jednačina kontinuiteta

$$A \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (13.1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (13.1-a)$$

Transformacija poplavnih valova

gdje je:

Q - proticaj (slika 4.59)

A - površina poprečnog presjeka (slika 4.59)

q - bočni dotok (slika 4.59)

V - prosječna brzina toka u poprečnom presjeku

t - vrijeme

x - dužina toka na posmatranoj dionici

Jednačina kontinuiteta (13.1-a) pominjana je ranije u okviru poglavlja 4.81, a slijedi iz jednačine (13.1), pošto je $Q = AV$.

- dinamička jednačina

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{g}{A} \frac{\partial(hA)}{\partial x} + \frac{Vq}{A} = g(J_d - J_e) \quad (13.2)$$

$$J_e = J_d - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (13.2-a)$$

gdje je:

h - osrednjena dubina proticajnog profila

J_e, J_d - pad linije energije i pad dna vodotoka, respektivno,

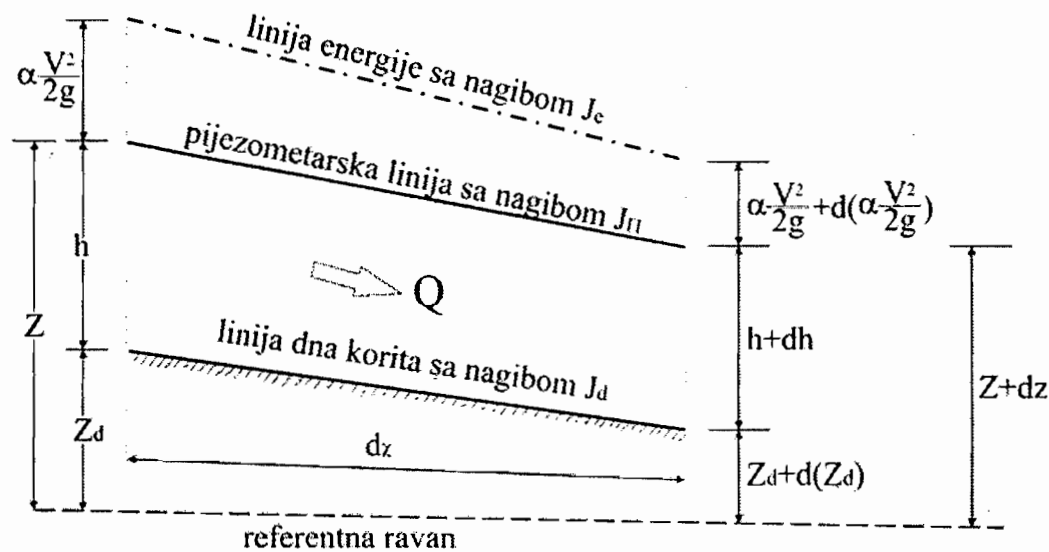
g - konstanta gravitacije,

$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$ - inercijalni član ili gradijent lokalnog ubrzanja,

$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right)$ - brzinski član ili gradijent kinetičke energije duž toka,

ostale oznake kao u jednačinama (13.1) i (13.1-a).

Dinamička jednačina (13.2-a) pominjana je ranije u okviru poglavlja 4.81, gdje se mogu naći njena detaljnija pojašnjenja.



Slika 13.2.

Sistem Saint-Venant-ovih jednačina može se riješiti na slijedeće načine:

- analitički uz dopunske pretpostavke
- numerički uz dopunske pretpostavke
- hidrauličkim modelima, i
- hidrološkim modelima

Izbor optimalne metode proračuna zavisi od karaktera problema, raspoloživih ulaznih podataka i od raspoloživih sredstava za obavljanje proračuna (primjenom računara ili ručno).

Prvi od ova četiri načina vezan je za integrisanje osnovnih diferencijalnih jednačina (linearizovanje Saint-venant-ovih jednačina), dok drugi predstavlja njihovo numeričko rješavanje (metoda karakteristika, metoda konačnih priraštaja i dr.). Od matematskih metoda proračuna, najznačajnija je metoda karakteristika i metoda konačnih priraštaja. Metoda karakteristika nije podesna za proračune vezane za prirodne tokove. Metode konačnih priraštaja su najpodesnije za proračune ove vrste, a doživjele su punu afirmaciju sa primjenom računara u hidrauličkim proračunima. Suština metode konačnih priraštaja leži u tome što se diferencijali u osnovnim jednačinama zamjenjuju sa diferencijama-konačnim priraštajima, odakle i potiče naziv metode. U zavisnosti od načina zamjene diferencijala diferencijama, nastale su dvije osnovne grupe grupe numeričkih postupaka u proračunu neustaljenog tečenja vode u otvorenim tokovima, poznatih pod nazivom eksplicitne i implicitne varijante metode konačnih priraštaja.

Hidraulički proračuni tečenja vode u prirodnim tokovima mogu biti izvršeni primjenom numeričkog ili fizičkog modela. U izvjesnim, posebno složenim

Transformacija poplavnih valova

slučajevima, primjenjuju se paralelno i numerički i fizički modeli, s tim što se rezultati dobijeni po jednom ili drugom modelu dopunjuju i služe za tariranje, upoređenje i provjeru. Pri praktičnom korišćenju prva tri načina potrebno je precizno poznavanje morfoloških karakteristika toka duž koga se računa propagacija poplavnih talasa, kao i poznavanje ulaznog i izlaznog hidrograma. Kod hidroloških metoda detaljna morfologija toka nije potrebna, već se svi parametri određuju na bazi poznatih ulaznih i izlaznih hidrograma.

Hidrološke metode transformacije su skoncentrisane na proračun preraspodjele mase vode u akumulaciji ili retenziji, i ne uzimaju u obzir sile trenja koje mogu imati uticaja na kretanje vodnih masa. S tim u vezi može se zaključiti da se one baziraju samo na jednačini kontinuiteta. Za razliku od njih, hidrauličke metode proračuna propagacije poplavnih talasa obuhvataju oba aspekta i predstavljaju rezultat približnog rješavanja obje jednačine kretanja - dinamičke jednačine i jednačine kontinuiteta.

Problem transformacije se može riješiti i pomoću modela jednostavne strukture, čiji se parametri određuju na bazi osmotrenih talasa, i koji predstavljaju uprošćeno rješenje osnovnih diferencijalnih jednačina kretanja. Ove metode su u literaturi poznate pod nazivom *hidrološke metode za proračun transformacije poplavnih valova*.

Hidrološke metode, predstavljaju uprošćeno rješenje osnovnih diferencijalnih jednačina kretanja. Prednost uprošćenih metoda je u tome što omogućavaju da se brzo dođe do rezultata. Naravno, ti rezultati su manje tačnosti od onih koji se dobijaju rješavanjem kompletnih jednačina, ali su za hidrotehničku praksu često prihvatljivi, posebno u preliminarnim analizama ili u slučajevima kada nema dovoljno snimljenih poprečnih profila za ozbiljne analize. Međutim, primjena uprošćenih modela zavisi od mogućnosti njihove kalibracije, koja zahtijeva registrovane hidrograme ili obilježene tragove velikih voda iz prošlosti.

U tekstu koji slijedi, dati su teorijski prikazi najpoznatijih (najčešće primjenjivanih) hidroloških metoda za proračun transformacije vodnog vala koje se koriste u hidrološkoj praksi. Pri tome, polazi se od pretpostavke da se proticaj u riječnom koritu mijenja postepeno, i da je zapremina vode u koritu na posmatranoj dionici riječnog toka funkcija samo ulaza (doticaja) ili/i izlaza (oticanja).

Prije prelaska na objašnjenje hidroloških modela/metoda propagacije vodnog vala, duž vodotoka i kroz akumulacije, neophodno je podsjetiti se konstrukcije krive proticaja za neustaljeno tečenje uzrokovano nailaskom poplavnog vala dato u poglavlju 5.83. Sa tamo date slike 5.66, jasno se može uočiti da u tom slučaju kriva

proticaja nije jednoznačna, što znači da istoj koti nivoa (vodostaja) mogu odgovarati različite vrijednosti proticaja, u zavisnosti od toga da li je poplavni talas u fazi porasta ili opadanja. Pojava petlje (“histerezisa”) opisana je jednačinom 4.176 – poglavlje 4.8.3.

13.2. HIDROLOŠKI MODELI PROPAGACIJE VODNOG VALA

Kao što je to pomenuto u opštim razmatranjima ovog problema, egzaktne matematske metode hidrauličkih proračuna vezanih za proučavanje putovanja i rasplinjavanja poplavnih talasa u prirodnim tokovima, vrlo su složene u primjeni, jer zahtijevaju vrlo kvalitetne ulazne podatke. Zbog toga, nastale su tzv. “inženjerske” – hidrološke metode koje još uvijek nisu izgubile svoj značaj, pošto omogućavaju da se relativno lahko i brzo dođe do dovoljno tačnih rezultata.

Uglavnom se sve ove metode baziraju isključivo na jednačini kontinuiteta, dok se izostavljena dinamička jednačina zamjenjuje zavisnošću zapremine korita od kote nivoa, odnosno proticaja. Ta zavisnost se zove “kriva zapremine”. Hidrološke metode se razlikuju po formulaciji jednačine kontinuiteta i po načinu na koji se definiše kriva zapremine.

Zajedničko obilježje ovih metoda jeste uprošćenje dinamičke jednačine (13.2-a), što se postiže zanemarivanjem inercijalnog člana $\left(\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}\right)$ i člana koji obuhvata

uticaj promjene brzinske visine $\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g}\right)\right]$. Ovo uprošćenje ima smisla kod onih

riječnih tokova za koje su ovi članovi zanemarljivo mali u odnosu na član trenja

$J_e = \frac{V^2}{C^2 R}$ (jednačina 4.158), a to su većinom aluvijalni ravničarski tokovi.

Izostavljenjem inercijalnog člana dinamička jednačina pretvara se u Šezijevu, dok jednačina kontinuiteta zadržava svoju punu važnost.

Dakle, za potrebe proračuna propagacije poplavnog talasa hidrološkim metodama, San Venanove jednačine (13.1-a) i (13.2-a) poprimaju slijedeću formu:

Transformacija poplavnih valova

- jednačina kontinuiteta

Obzirom da ga je, kada su u pitanju prirodni tokovi, praktično nemoguće definisati, uticaj bočnog jediničnog doticaja (q) se zanemaruje, pa jednačina (13.1-a) poprima oblik

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (13.3)$$

Prelaskom na konačne priraštaje, jednačina (13.3) prelazi u jednačinu:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} \Delta x = \Delta Q, \text{ odnosno} \quad (13.4)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \Delta Q \quad (13.5)$$

- dinamička jednačina

Zanemarivanjem inercijalnog člana $\left(\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \right)$ i člana koji obuhvata uticaj promjene

brzinske visine $\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \right]$, jednačina (13.2-a) poprima oblik:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = J_d - J_e \quad (13.6)$$

Kako je po definiciji

$$\frac{\partial h}{\partial x} - J_d = -\frac{\partial Z}{\partial x} \quad (13-7)$$

to se dinamička jednačina transformiše u dobro poznatu Šezijevu jednačinu (jednačina 4.158):

$$\frac{dZ}{dx} = J_e = \frac{V^2}{C^2 R} \quad (13.8)$$

odnosno u zavisnost:

$$Q = Q(Z). \quad (13.9)$$

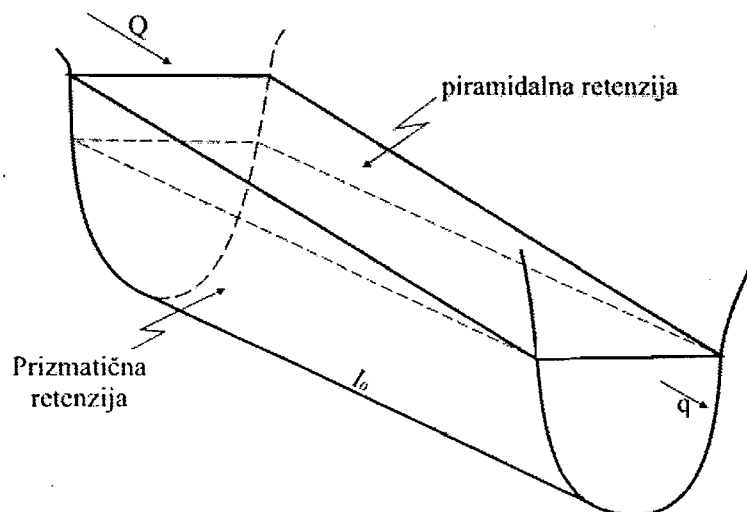
gdje (Z) predstavlja kotu nivoa vode u poprečnom profilu toka, odnosno vodostaj (slika 4.60).

Kako je i zapremina (V) riječnog korita funkcija ispunjenosti riječnog korita vodom, to je i $V = V(Z)$. Iz ovoga se može zaključiti da je i zapremina funkcija proticaja, u šta se konačno transformiše dinamička jednačina:

$$V = V(Q) \quad (13.10)$$

gdje je V – zapremina riječnog korita.

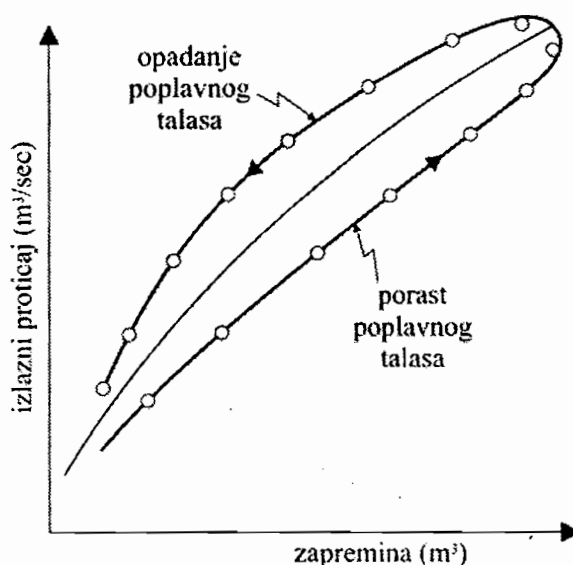
Linsley i ostali /12/ su pokazali da se zapremina riječnog korita na dionici toka može razmatrati kao suma dva dijela: tzv, prizmatične zapremine ili vodenog tijela ispod jedne imaginarne linije povučene paralelno sa dnom rijeke, i piramidalne zapremine ili vodenog tijela između te (imaginarne linije) i aktuelnog vodnog lica (slika 13.3).



Slika 13.3.

Transfromacija poplavnih valova

Piramidalna zapremina povećava ukupnu zapreminu tokom porasta i smanjuje je tokom opadanja vodostaja. Odatle, ako se nacрта dijagram $q_j = f(V_j)$ - zavisnost izlaznog proticaja i zapremine vode u posmatranoj dionici, pojaviće se tzv. "petlja" koja je posljedica neustaljenog tečenja vode na posmatranoj dionici (slika 13.4).



Slika 13.4.

Zbog toga, za proračun piramidalne zapremine moraju se razmatrati i ulazni (Q) i izlazni (q) proticaj riječne dionice.

13.2.1. Kvazi – stacionarna metoda

Propagacija duž prirodnih vodotoka ili kanala

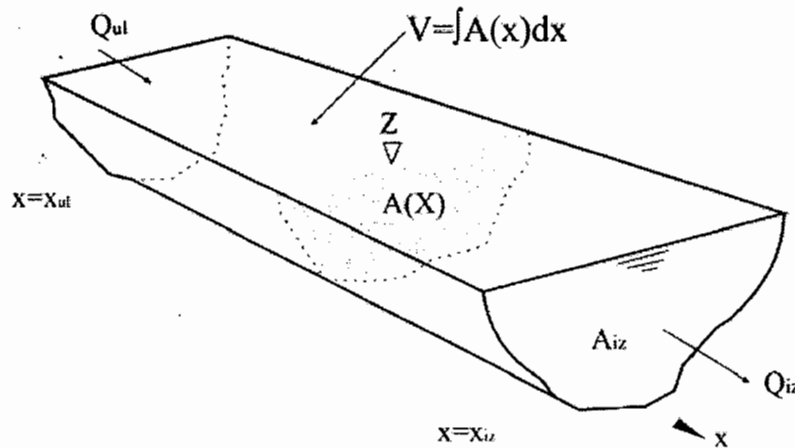
Ako se jednačina kontinuiteta (13.1-a), integriše za jednu dionicu riječnog toka, dobija se:

$$\int_{x_{ul}}^{x_{iz}} \frac{\partial A(t, x)}{\partial t} \cdot dx + \int_{x_{ul}}^{x_{iz}} \frac{\partial Q(t, x)}{\partial x} \cdot dx = 0, \text{ ili} \quad (13.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_{ul}}^{x_{iz}} A(x,t) dx + Q_{iz}(t) - Q_{ul}(t) = 0 \quad (13.12)$$

pri čemu indeksi "ul" i "iz" označavaju ulazni (uzvodni), odnosno izlazni (nizvodni) profil. Integral u jednačini (13.12) predstavlja zapreminu riječnog korita $V(t)$, pa se jednačina kontinuiteta može napisati kao obična diferencijalna jednačina prvog reda:

$$Q_{ul} - Q_{iz} = \frac{dV}{dt} \quad (13.13)$$



Slika 13.5.

Za rješavanje početnog problema definisanog jednačinom (13.12), neophodno je zadati početni uslov: $V(t = 0) = V_0$.

U opštem slučaju zapremina je funkcija oba proticaja, ulaznog i izlaznog:

$$V = V(Q_{ul}, Q_{iz}) \quad (13.14)$$

Radi lakšeg računa, u ovoj metodi se uvodi pretpostavka da je zapremina isključivo funkcija izlaznog proticaja:

$$V = V(Q_{iz}) \quad (13.15)$$

Transfromacija poplavnih valova

Ako se ova zavisnost unaprijed definiše za posmatranu dionicu riječnog toka, početni problem (13.13) se može riješavati po izlaznom proticaju, što je i cilj proračuna.

Prelaskom na konačne priraštaje, jednačina (13.13) prelazi u jednačinu:

$$Q_{ul} - Q_{iz} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (13.16)$$

koja predstavlja ranije pokazanu jednačinu (13.5).

Ako se proticaji na ulaznom i izlaznom profilu posmatraju u suskcesivnim vremenskim intervalima Δt , te radi preglednijeg označavanja za Q_{ul} uvede oznaka Q a za Q_{iz} uvede oznaka q , jednačina (13.16) se može predstaviti u formi:

$$\bar{Q} - \bar{q} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (13.17)$$

gdje su \bar{Q} i \bar{q} prosječni proticaji u intervalu $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ a ΔV promjena zapremine retenzije u tom intervalu:

$$\frac{Q_{j-1} + Q_j}{2} - \frac{q_{j-1} + q_j}{2} = \frac{V_j - V_{j-1}}{\Delta t} \quad (13.18)$$

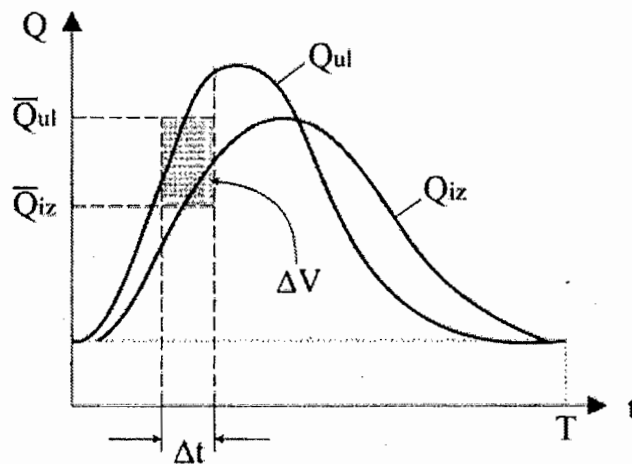
U jednačini (13.18) poznate su sve varijable osim q_j i V_j . Obzirom na cilj proračuna, da se odredi propagirani proticaj q_j , mora se uvesti dodatna veza između proticaja i zapremine. Obzirom na to da je q_j promjenljiva koju tražimo, očigledno je da dodatna jednačina treba da ima formu:

$$q_j = f(V_j) \quad (13.19)$$

U slučaju akumulacija ova jednačina je eksplicitno definirana, o čemu će biti riječi u nastavku.

Jednačina (13.18) se ne može direktno rješavati jer sadrži dvije nepoznate q_j i V_j , čija je međusobna zavisnost nelinearna. Postupak iterativnog rješavanja uz pomoć unaprijed definisane veze $q = f(V)$, zavisi od toga da li se proračun obavlja “ručno” ili pomoću računara; u prvom slučaju se jednačina može rješavati probanjem, ili grafoanalitički. U drugom slučaju se račun algoritamski zasniva na nekom od numeričkih postupaka za rješavanje nelinearnih jednačina, kao što su na primjer metoda Njutna ili metoda polovljenja intervala /8/.

Kada je u pitanju upotreba kvazi-stacionarne metode za proračun propagacije poplavnog vala kroz otvorene vodne tokove, za određivanje krive zapremine neophodno je raspolagati hidrogramima registrovanim u graničnim profilima posmatrane dionice (ulazni i izlazni profil). Ti hidrogrami pokazuju stepen usputne transformacije (rasplinjavanja) vala. Zapremina korita koja “prihvata” val određena je površinom između registrovanog ulaznog i izlaznog hidrograma. Ta površina se može približno odrediti numeričkom integracijom, tako što se sumiraju priraštaji zapremine ΔV po vremenskim intervalima Δt , kao što je to šematski prikazano na slici 13.6. Dôbijena kriva ima izgled petlje (slika 13.4), čiji oblik zavisi od konkretnog poplavnog vala. U proračunima se petlja (ili više petlji, ako je na raspolaganju više registrovanih talasa), zamjenjuje osrednjenom krivom i koristi kao jednoznačna zavisnost, čime se zanemaruju efekti nestacionarnosti).



Slika 13.6.

Ako se jednačina (13.18) uredi tako da su sve poznate veličine na desnoj strani jednačine a nepoznate na lijevoj, jednačina (13.3) poprima oblik:

Transformacija poplavnih valova

$$(V_j + q_j \cdot \frac{\Delta t}{2}) = (Q_j + Q_{j-1}) \cdot \frac{\Delta t}{2} + (V_{j-1} - q_{j-1} \cdot \frac{\Delta t}{2}) \quad (13.20)$$

Jednačina (13.20) predstavlja osnovnu jednačinu za proračun transformacije poplavnog talasa. Treba imati u vidu da računski vremenski interval Δt mora da bude dovoljno kratak kako bi se sačuvala realna forma ulaznog i izlaznog hidrograma. Ovdje je od naročitog značaja da se sa odgovarajućom dužinom intervala Δt obuhvati i vršni proticaj ulaznog hidrograma; zbog toga Δt mora da bude kraće nego što je vrijeme putovanja poplavnog talasa na posmatranoj dionici vodotoka.

Da bi se jednačina (13.20) mogla iskoristiti za proračun ordinata izlaznog hidrograma na osnovu poznatog ulaznog hidrograma, potrebno je poznavati zapreminu retenzije u koritu na dionici dužine (L), što uslovljava poznavanje geometrijskih i hidrauličkih karakteristika vodotoka. Kako kod prirodnih tokova ove karakteristike mogu varirati u širokim granicama, ova se zapremina u funkciji proticaja određuje indirektno, bilansiranjem poplavnih talasa, kako je to ilustrovano na slici 13.6.

U primjeni Kvazi-stacionarne metode jedan od osnovnih problema jeste upravo definicija krive zapremine $q_j = f(V_j)$, od čije tačnosti zavisi i tačnost rezultata proračuna putovanja i rasplinjavanja poplavnih talasa. Kada je riječ o prirodnim tokovima, funkcija $q_j = f(V_j)$ nije jednoznačna i što je isto tako važno, na istoj riječnoj dionici razlikuje se za svaki pojedini poplavni talas. Nejednoznačnost funkcije $q_j = f(V_j)$ objašnjava se jednim dijelom činjenicom da je hidraulički režim u prirodnim tokovima neustaljen. Međutim, ovo nije i jedini razlog. Nejednoznačnost ove funkcije svakako potiče i od toga što se retenzija ne puni po cijeloj dužini riječnog toka, već samo na izvjesnim mjestima. Ova mjesta, po pravilu niža, predstavljaju u stvari uska grla koja dovode do kašnjenja u punjenju i pražnjenju inundacije u odnosu na glavno korito. Pri tome je voda u inundaciji-retenziji niža pri porastu nivoa, a pri opadanju viša od nivoa u glavnom koritu. Zapremina dijela korita pod vodom je prema tome veća u periodu nailaska poplavnog talasa, a manja u periodu njegovog povlačenja, pri čemu maksimalna vrijednost zapremine ne odgovara i maksimalnoj vrijednosti proticaja na hidrogramu.

Kriva zapremine $q_j = f(V_j)$ za jednu riječnu dionicu može se definisati na više načina u zavisnosti od raspoloživih podloga. Jedan od najčešće primjenjivanih

postupaka jeste bilansiranje ulaznih i izlaznih proticaja na posmatranoj dionici korišćenjem jednačine kontinuiteta $\left(\frac{\Delta V}{\Delta t} = Q - q \right)$. Pri tome se na granicama posmatrane dionice moraju nalaziti hidrometrijski profili sa dobro definisanim krivama proticaja, tako da se ulazni i izlazni hidrogrami koji odgovaraju jednom te istom poplavnom talasu mogu tačno definisati. Razlika između sume proticaja na ulazu i izlazu puni korito u određenom vremenskom intervalu.

Kada se bilansiranjem poznatih poplavnih talasa na ulaznoj i izlaznoj dionici, definira zavisnost izlaznog proticaja i zapremine retenzije $q = f(V)$, dobija se zavisnost oblika prikazanog na slici 13.4. Ova zavisnost se zamjenjuje osrednjenom krivom i u daljim proračunima koristi jednoznačna zavisnost.

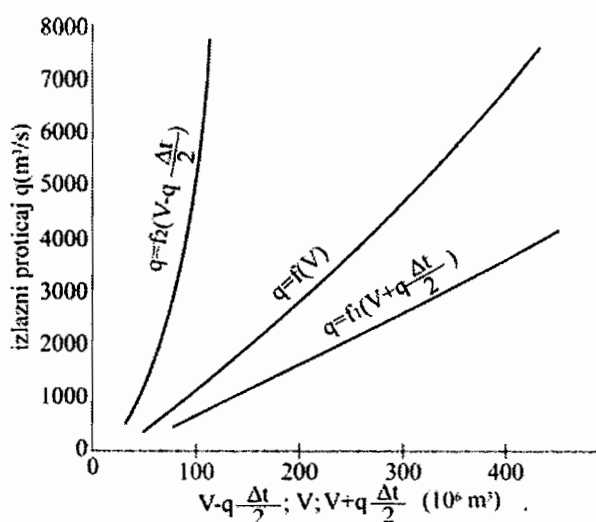
Obzirom da je metoda grafoanalitička, za određivanje ordinata izlaznog hidrograma potrebno je konstruisati još dvije pomoćne krive (zavisnosti):

$$q = f_1\left(V + q \cdot \frac{\Delta t}{2}\right) \text{ i } q = f_2\left(V - q \cdot \frac{\Delta t}{2}\right)$$

Sve tri pomenute zavisnosti crtaju se na jedan dijagram (slika 13.7), koji, uz jednačinu (13.20) omogućava da se provede procedura proračuna ordinata izlaznog hidrograma, na osnovu poznatog ulaznog hidrograma, odnosno njegovih ordinata, što će biti pokazano u narednom primjeru.

Prikazana metoda je poznata kao Puls-ova metoda, obzirom da ju je razvio Puls još 1928. godine, u okviru institucije U.S. Army Corps of Engineers.

Transfromacija poplavnih valova



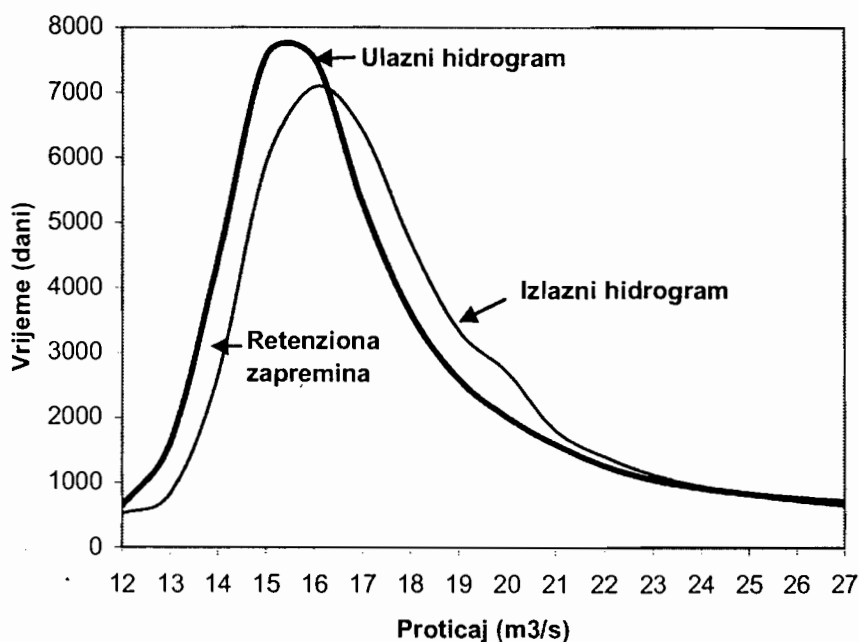
Slika 13.7.

PRIMJER 13.1.

Na jednoj dionici vodotoka, bez pritoka, u jednom vremenskom periodu, registrovani su poplavni valovi na ulazu u posmatranu dionicu i izlazu iz te dionice (tabela 1 i slika 1). Iz slike 1. je očigledno da se na razmatranoj dionici vodni val transformiše. Ako je početna zapremina korita (prije nailaska vala) iznosila $66,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, na osnovu tih valova odrediti krivu zapremine i odgovarajuće pomoćne krive, te pomoću njih prognozirati propagaciju (transformaciju) vala koji je registriran na ulaznoj dionici toka u drugom vremenskom periodu (tabela 2).

Tabela 1. Ulazni i izlazni poplavni val iz vremenskog perioda 1

| Vrijeme | Ulazni proticaj Q (m ³ /s) | Izlazni proticaj q (m ³ /s) | Vrijeme | Ulazni proticaj Q (m ³ /s) | Izlazni proticaj q (m ³ /s) |
|----------|---------------------------------------|--|----------|---------------------------------------|--|
| April 12 | 638 | 518 | April 20 | 2013 | 2710 |
| 13 | 1605 | 826 | 21 | 1590 | 1806 |
| 14 | 4438 | 2646 | 22 | 1263 | 1406 |
| 15 | 7549 | 5914 | 23 | 1044 | 1120 |
| 16 | 7510 | 7582 | 24 | 918 | 952 |
| 17 | 5298 | 6420 | 25 | 829 | 851 |
| 18 | 3623 | 4718 | 26 | 745 | 784 |
| 19 | 2598 | 3352 | 27 | 675 | 734 |



Slika 1. Ulazni i izlazni poplavni val iz vremenskog perioda 1

Tabela 2. Ulazni poplavni val iz vremenskog perioda 2

| Vrijeme (Novembar) | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|--------------------------------|-----|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Proticaj Q (m ³ /s) | 560 | 3170 | 5040 | 1988 | 1134 | 896 | 700 | 630 | 560 | 532 | 490 |

Vrijednosti kumulativne zapremine (V) određene su iz slijedeće jednačine (tabela 3):

$$V_t - V_0 = \Delta V \Rightarrow V_t = V_0 + \Delta V = V_0 + (\bar{Q}_t - \bar{q}_t) \cdot \Delta t$$

Primjer:

$$V_{13} = V_0 + \left[\left(\frac{Q_{13} + Q_{12}}{2} \right) - \left(\frac{q_{13} + q_{12}}{2} \right) \right] \cdot \Delta t = V_0 + (\bar{Q}_{13} - \bar{q}_{13}) \cdot \Delta t =$$

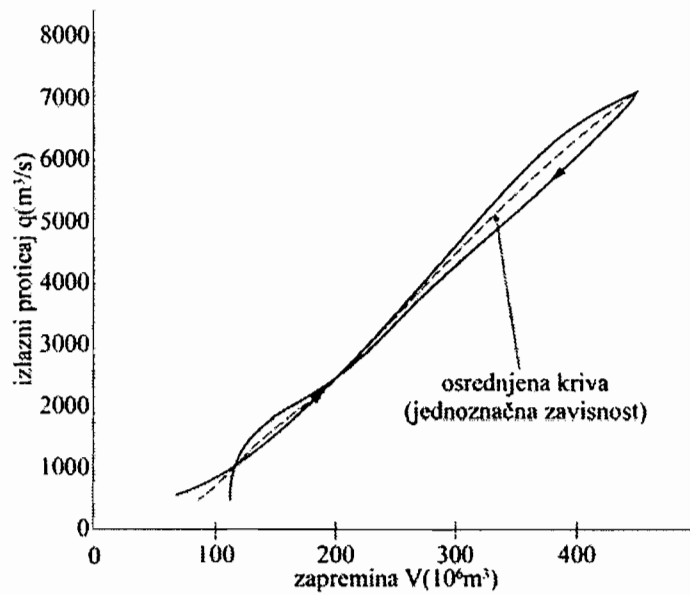
$$= 66,5 + (1122 - 672) \cdot 86400 = 105,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Transfromacija poplavnih valova

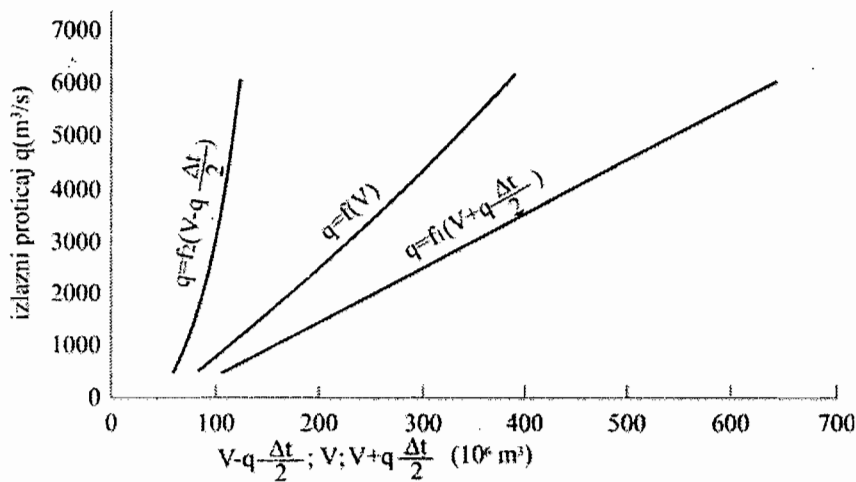
Na osnovu sračunatih vrijednosti kumulativnih zapremina V (kolona 7. tabele 3.) i odgovarajućih vrijednosti izlaznog proticaja q (kolona 3. tabele 3.), definisana je zavisnost $q = f(V)$, predstavljena na slici 2. Ova zavisnost se zamjenjuje osrednjenom krivom i u daljim proračunima koristi za definiranje pomoćnih zavisnosti: $q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$. i $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$, koje su prikazane na slici 3. Pomoćne zavisnosti se konstruišu jednostavnim odabirom pojedinih vrijednosti izlaznog proticaja (q) na osnovu kojih se računa promjena zapremine $\left(q \frac{\Delta t}{2} \right)$, koja se dodaje, odnosno oduzima od krive $q = f(V)$.

Tabela 3. Proračun krive zapremine

| Vrijeme | Proticaj | | Srednji proticaj | | Promjena zapremine $\Delta V \cdot 10^6$ (m^3) | Kumulativna zapremina $V \cdot 10^6$ (m^3) |
|----------|--------------------|--------------------|--------------------------|--------------------------|--|--|
| | Q (m^3/s) | q (m^3/s) | \bar{Q} (m^3/s) | \bar{q} (m^3/s) | | |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| April 12 | 638 | 518 | | | | 66,5 |
| 13 | 1605 | 826 | 1122 | 672 | 38,8 | 105,3 |
| 14 | 4438 | 2646 | 3022 | 1736 | 111,0 | 216,4 |
| 15 | 7549 | 5914 | 5994 | 4280 | 148,0 | 364,4 |
| 16 | 7510 | 7082 | 7530 | 6739 | 89,1 | 453,5 |
| 17 | 5298 | 6420 | 6404 | 7001 | -29,9 | 423,5 |
| 18 | 3623 | 4718 | 4461 | 5569 | -95,7 | 327,8 |
| 19 | 2598 | 3352 | 3111 | 4035 | -79,8 | 247,9 |
| 20 | 2013 | 2710 | 2306 | 3031 | -62,6 | 185,2 |
| 21 | 1590 | 1806 | 1802 | 2258 | -39,4 | 145,8 |
| 22 | 1263 | 1406 | 1427 | 1606 | -15,5 | 130,3 |
| 23 | 1044 | 1120 | 1154 | 1263 | -9,4 | 120,8 |
| 24 | 918 | 952 | 981 | 1036 | -4,7 | 116,0 |
| 25 | 829 | 851 | 874 | 902 | -2,4 | 113,6 |
| 26 | 745 | 784 | 787 | 818 | -2,6 | 111,0 |
| 27 | 675 | 734 | 710 | 759 | -4,2 | 106,8 |



Slika 2.



Slika 3.

Osnovu za proračun propagacije vodnog vala čine jednačina (13.20) i zavisnosti $q = f(V)$, $q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$ i $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$ prikazane u odgovarajućoj razmjeri na slici 3.

Proračun se obavlja u slijedećim koracima, koji su prikazani u tabeli 4. Naravno, da bi se otpočelo sa proračunom, neophodno je poznavati vrijednost izlaznog proticaja u vremenskom trenutku prije nailaska poplavnog vala, koja je, u ovom slučaju, jednaka vrijednosti ulaznog proticaja.

Transformacija poplavnih valova

Korak 1. Sračunati prirast zapremine u prvom vremenskom koraku

$$(Q_j + Q_{j-1}) \cdot \frac{\Delta t}{2} = (Q_4 + Q_3) \cdot \frac{86400}{2} = 161 \cdot 10^6 \text{ m}^3 - \text{kolona 3. tabele 4.}$$

Korak 2. Sa krive $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$ za $q_{j-1} = q_3 = 560 \text{ m}^3 / \text{s}$ očitati

vrijednost $V_{j-1} - q_{j-1} \frac{\Delta t}{2} = V_3 - q_3 \frac{\Delta t}{2}$, koja iznosi $62 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ - kolona 4 tebele 4.

Korak 3. Na osnovu jednačine (13.20) slijedi:

$$V_j + q_j \frac{\Delta t}{2} = (Q_j + Q_{j-1}) \frac{\Delta t}{2} + V_{j-1} - q_{j-1} \frac{\Delta t}{2} =$$

$$(V_4 + q_4 \frac{\Delta t}{2}) = (Q_4 + Q_3) \frac{\Delta t}{2} + (V_3 - q_3 \frac{\Delta t}{2}) = 161 \cdot 10^6 + 62 \cdot 10^6 = \\ = 222 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

(kolona 5 = kolona 3 + kolona 4 – tabela 4.)

Korak 4. Za $V_j + q_j \frac{\Delta t}{2} = V_4 + q_4 \frac{\Delta t}{2} = 222 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ sa krive

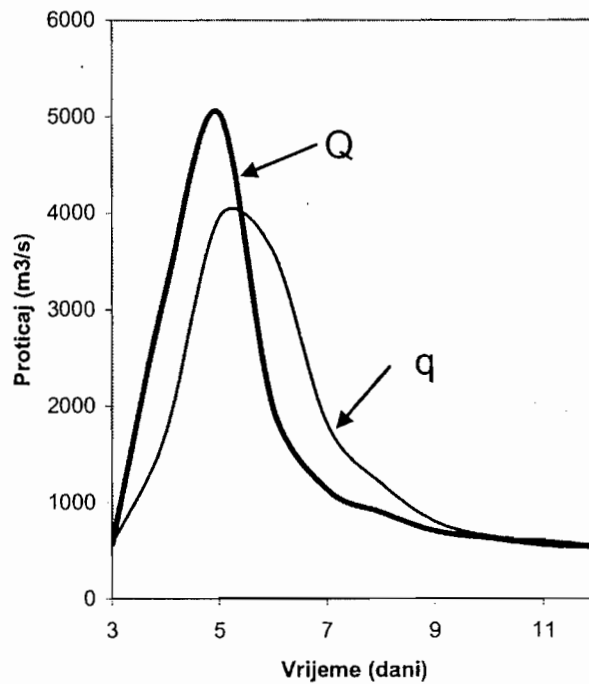
$q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$, očitati vrijednost $q_j = q_4 = 1700 \text{ m}^3 / \text{s}$ - kolona 6. tabele 4.

Procedura za računanje vrijednosti izlaznih proticaja q_j u narednim vremenima, odnosno koracima, se ponavlja po istoj proceduri.

Ulazni i izlazni (transformisani) hidrogram ilustrovani su grafički na slici 4.

Tabela 4. Proračun propagacije ulaznog poplavnog vala

| Vrijeme t (dana) | Q_j (m ³ /s) | $(Q_j + Q_{j-1}) \frac{\Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | $V_{j-1} - q_{j-1} \frac{\Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | $V_j + q_j \frac{\Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | q_j (m ³ /s) |
|---------------------|------------------------------|---|---|---|------------------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
| Novembar 03 | 560 | | | | 560 |
| 04 | 3170 | 161 | 62 | 222 | 1700 |
| 05 | 5040 | 355 | 87 | 442 | 3950 |
| 06 | 1988 | 304 | 108 | 412 | 3620 |
| 07 | 1134 | 135 | 102 | 237 | 1820 |
| 08 | 896 | 88 | 87 | 175 | 1200 |
| 09 | 700 | 61 | 78 | 139 | 800 |
| 10 | 630 | 57 | 70 | 127 | 650 |
| 11 | 560 | 51 | 68 | 119 | 600 |
| 12 | 530 | 47 | 66 | 113 | 550 |



Slika 4.

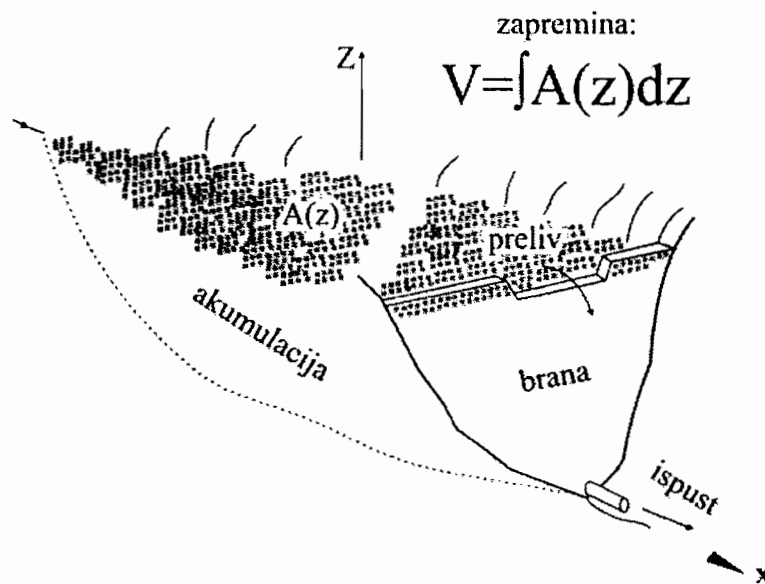
Propagacija kroz akumulacije

Transformacija poplavnih talasa kroz akumulaciju je najjednostavniji vid propagacije poplavnih talasa. Zbog malih brzina kretanja vode, za praktične proračune se može pretpostaviti da je nivo vode u akumulaciji horizontalan. S tim u vezi proizilazi da se zapremina vode u akumulaciji i proticaj mogu direktno izraziti preko nivoa vode. Uporednim rješavanjem jednačina kontinuiteta i funkcionalne zavisnosti zapremina – izlazni proticaj, dolazi se do numeričkog rješenja transformacije poplavnih talasa. Kako je to već rečeno u prethodnom tekstu, izvršeno je prethodno uprošćenje osnovnih jednačina nestacionarnog tečenja. Uprošćenje je izvršeno na način da su u dinamičkoj jednačini zanemareni inercijalni član i član koji obuhvata uticaj promjene brzinske visine koji su znatno manji od ostalih članova. Pomenutim zanemarivanjem dinamička jednačina se svodi na Šezijevz jednačinu, umjesto koje se koristi kriva zapremine. Dakle, model za proračun propagacije vodnog vala kroz akumulaciju, sastavljen je iz diferencijalne jednačine kontinuiteta (diferencijalni oblik jednačine bilansa vode) i dinamičke jednačine zamijenjene krivom zapremine akumulacije.

U slučaju akumulacija i retenzija koje su snabdjevene evakuacionim objektima u vidu preliva i temeljnih ispusta, pogodno je jednačinu kontinuiteta (13.13) formulisati preko kote nivoa, odnosno rješavati početni problem:

$$A(Z) \frac{dZ}{dt} = Q_{ul} - Q_{iz}, \quad Z(0) = Z_0 \quad (13.21)$$

gdje je Z – kota nivoa vode u akumulaciji, A – površina vodnog ogledala akumulacije, a Z_0 - kota nivoa u trenutku t_0 . Za proračun je neophodno prethodno odrediti zavisnost $A = A(Z)$.



Slika 13.8. /8/

Zapremina vode u akumulaciji je, takođe, funkcija nivoa vode u akumulaciji:

$$V = \int_0^Z A(Z) dZ \quad (13.22)$$

gdje je $A(Z)$ površina vodnog ogledala akumulacije za nivo vode (Z).
Kod velikih akumulacija može se pretpostaviti da je:

$$V \cong A \cdot Z \quad (13.23)$$

što znači da se isticanje iz akumulacije može izraziti u funkciji zapremine akumulacije, tj.:

$$Q_{iz} = f(V) \quad (13.24)$$

Desna strana jednačine (13.21) predstavlja funkciju vremena; $Q_{ul}(t)$ je zadati ulazni hidrogram u akumulaciju, a $Q_{iz}(t)$ je izlazni hidrogram u profilu brane, koji se računa na osnovu nivograma u akumulaciji i na osnovu tipa i karakteristika evakuacionih objekata. Na primjer, za preliv bez ustava je $Q_{iz} = f_1(Z^{3/2})$ (slobodno preljevanje), a za temeljni ispust, $Q_{iz} = f_2(Z^{1/2})$ (isticanje).

Transformacija poplavnih valova

Rješavanje jednačine (13.21) se obično obavlja pomoću računara, nekom od numeričkih metoda za rješavanje običnih diferencijalnih jednačina.

U hidrologiji se najčešće koristi tzv. modifikovana Puls metoda transformacije poplavnih talasa kroz akumulacije. Suština metode sastoji se u iterativnom rješavanju jednačine kontinuiteta (13.20) uz postojanje dvije pretpostavke:

- a) horizontalan nivo vode u akumulaciji, i
- b) ispuštanje iz akumulacije je jednoznačna funkcija zapremine.

Za potrebe proračuna neophodno je raspolagati sa slijedećim zavisnostima:

- zapremina - nivo vode u akumulaciji, $V = f(Z)$
- izlazni proticaj - nivo vode u akumulaciji, $Q_{iz} = f(Z)$

Dakle, klasični hidrološki prilaz se sastoji u korišćenju jednačine kontinuiteta (13.20):

$$(V_j + Q_j^{iz} \cdot \frac{\Delta t}{2}) = (Q_j^{ul} + Q_{j-1}^{ul}) \cdot \frac{\Delta t}{2} + (V_{j-1} - Q_{j-1}^{iz} \cdot \frac{\Delta t}{2}) \quad (13.25)$$

i zavisnosti: $V = f(Z)$ i $Q_{iz} = f(Z)$, na osnovu kojih se definiše druga potrebna zavisnost za proračun transformacije vodnog vala:

$$Q_{iz} = f(V). \quad (13.26)$$

Kao i kod primjene ove metode za proračun transformacije poplavnog vala duž riječnog korita, pored zavisnosti $Q_{iz} = f(V)$, za određivanje ordinata izlaznog hidrograma potrebno je konstruisati još dvije pomoćne krive (zavisnosti):

$$Q_{iz} = f_1\left(V + q \cdot \frac{\Delta t}{2}\right) \text{ i } Q_{iz} = f_2\left(V - q \cdot \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (13.27)$$

Kada je riječ o definisanju zavisnosti $Q_{iz} = f(Z)$ i $Q_{iz} = f(V)$, one su funkcija samo broja i vrste evakuacionih organa na brani pomoću koje je formirana data akumulacija.

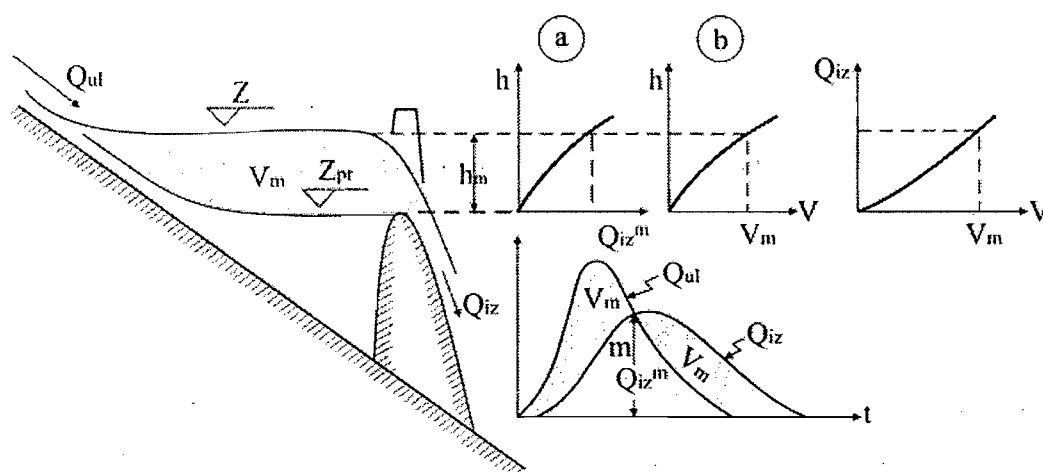
Na primjer, ako se na brani voda evakuše samo pomoću/preko slobodnog preljeva, onda je izlazni proticaj Q_{iz} funkcija samo visine prelivnog mlaza (h), koji opet zavisi od kote nivoa vode u akumulaciji (Z):

$$q_1 = Q_{iz} = mbh^{3/2} \quad (13.28)$$

gdje je m – koeficijent preljevanja, (b) širina preljeva a (h) visina preljevanja ($h = Z - Z_{pr}$) – slika 13.9.

Zapremina akumulacije (V) je funkcija kote nivoa vode u akumulaciji $V = f(Z)$, i može se dorediti na osnovu topografske karte akumulacionog prostora.

Na slici 13.9 pokazan je uobičajeni izgled zavisnosti $Q_{iz} = f(Z)$, $Q_{iz} = f(V)$ i $V = f(Z)$ za akumulaciju formiranu branom na kojoj se voda evakuše samo pomoću slobodnog preljeva i kada je nivo vode u akumulaciji (Z) veći ili jednak koti krune preljeva Z_{pr} .



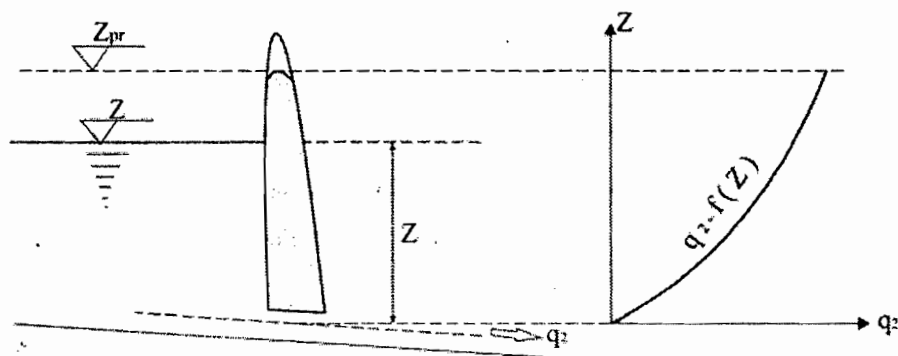
Slika 13.9.

Akumulacioni bazeni (retenzije) čija je jedina uloga da zadržavaju i transformišu poplavne talase, formiraju se pomoću brana koje, pored slobodnog preliva, imaju i donji (temeljni) ispust koji može biti a i ne mora, opremljen zatvaračem. Ako se sa q_2 označi proticaj kroz donji ispust, onda je:

$$q_2 = n\omega Z^{1/2} \quad (13.29)$$

Transfromacija poplavnih valova

gdje je (n) koeficijent isticanja, (ω) površina poprečnog presjeka temeljnog ispusta, a (Z) kota niva vode u akumulaciji. Kako nivo vode može dostići i preći krunu preljeva, onda voda izlazi iz akumulacije i preko preljeva pa važi i jednačina (13.28). U ovom slučaju, čitav akumulacioni prostor predstavlja aktivnu zapreminu akumulacije, koja se računa od osovine temeljnog ispusta. U slučaju kada je temeljni ispust zatvoren, onda voda izlazi samo preko preljeva pa se problem svodi na prvi slučaj, odnosno za izlaz važi jednačina (13.25).



Slika 13.10.

Naravno, treba imati u vidu da ako se radi o višenamjenskim akumulacijama, one pored preljeva i temeljnog ispusta, na brani posjeduju i otvore kojim se voda odvodi do korisnika akumulacije. U tom slučaju, ukupna izlazna količina zbir je količine vode koja se preljeva, vode koja se ispušta kroz temeljni ispust i vode koja se odvodi do korisnika, ukoliko ona nije zanemarljivo mala u odnosu na kapacitet evakuacionih organa (temeljni ispust i preliv).

U početku proračuna potrebno je poznavati vrijednosti doticaja Q_j^{ul} i Q_{j-1}^{ul} , kao i zapreminu akumulacije V_{j-1} , te izlazni proticaj Q_{j-1}^{iz} . Na taj način može se sračunati vrijednost “desne” strane jednačine (13.24). Odgovarajuća vrijednost izlaznog proticaja u vremenskom trenurku (j) dobije se preko pomoćne zavisnosti

$$Q_{iz} = f_1 \left(V + Q_{iz} \frac{\Delta t}{2} \right).$$

PRIMJER 13.2.

Na jednom vodotoku izgrađena je akumulacija iz koje se voda evakuše samo pomoću slobodnog pravougaonog preljeva bez ustave, širine 30 m. Količina vode koja se preljeva funkcija je nivoa vode u akumulaciji (Z) i može se izraziti preko slijedeće jednačine:

$$q = C_p \cdot B \cdot \sqrt{2g(Z - Z_{pr})^3} = 0,52 \cdot 30 \cdot \sqrt{2g} \cdot (Z - Z_{pr})^{3/2} =$$

$$= 70 \cdot (Z - Z_{pr})^{3/2}$$

u (m^3/s), za visinu preljevanja $h = (Z - Z_{pr})$ u (m).

Zapremina akumulacije (V) može se izraziti u funkciji nivoa vode u akumulaciji kao:

$$V(Z) = V(Z_{pr}) + \alpha \cdot (Z - Z_{pr}), \text{ za } Z > Z_{pr}$$

$$\text{ako je } V(Z_{pr}) = 15 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ i } V(Z_{max}) = 20 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Ako se kao posljedica jake kiše na ulazu u akumulaciju oformi poplavni val, za koji su vrijednosti proticaja date u koloni 2. tabele 2, odrediti:

- Ordinate poplavnog vala na izlazu (vrijednosti izlaznih proticaja) iz akumulacije,
- Maksimalnu kotu nivoa vode u akumulaciji pri nailasku poplavnog vala.

Proračun provesti pod pretpostavkom da se kota nivoa vode u akumulaciji u početku porasta hidrograma (06 sati), nalazi na koti krune preljeva $Z_{pr} = 250 \text{ m n.m.}$, te da je maksimalna kota preljevanja $Z_{max} = 252 \text{ m n.m.}$

Ako se proticaji na ulaznom i izlaznom profilu posmatraju u suscesivnim vremenskim intervalima Δt , te radi preglednijeg označavanja za Q_{ul} uvede oznaka Q a za Q_{iz} uvede oznaka q , proračun propagacije poplavnog vala obavlja se pomoću slijedeće jednačine (13.24) i zavisnosti (13.25) i (13.26):

Transformacija poplavnih valova

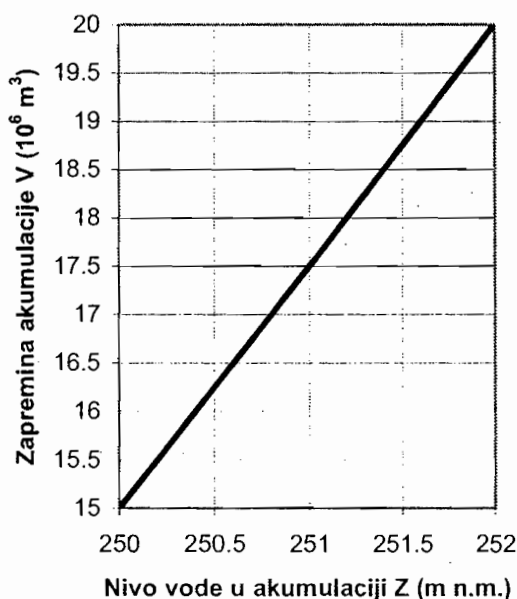
$$(V_j + q_j \cdot \frac{\Delta t}{2}) = (Q_j + Q_{j-1}) \cdot \frac{\Delta t}{2} + (V_{j-1} - q_{j-1} \cdot \frac{\Delta t}{2}) \quad (1)$$

$q = f(V)$, $q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$ i $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$ prikazanih u odgovarajućoj razmjeri.

Prvi korak u rješavanju zadatka je određivanje/crtanje zavisnosti $V = V(Z)$. Ona je data jednačinom $V(Z) = V(Z_{pr}) + \alpha \cdot (Z - Z_{pr})$, za $Z > Z_{pr}$, iz koje za date konturne uslove slijedi:

$$20 \cdot 10^6 = 15 \cdot 10^6 + \alpha \cdot (252 - 250) \Rightarrow \alpha = 2,5 \cdot 10^6$$

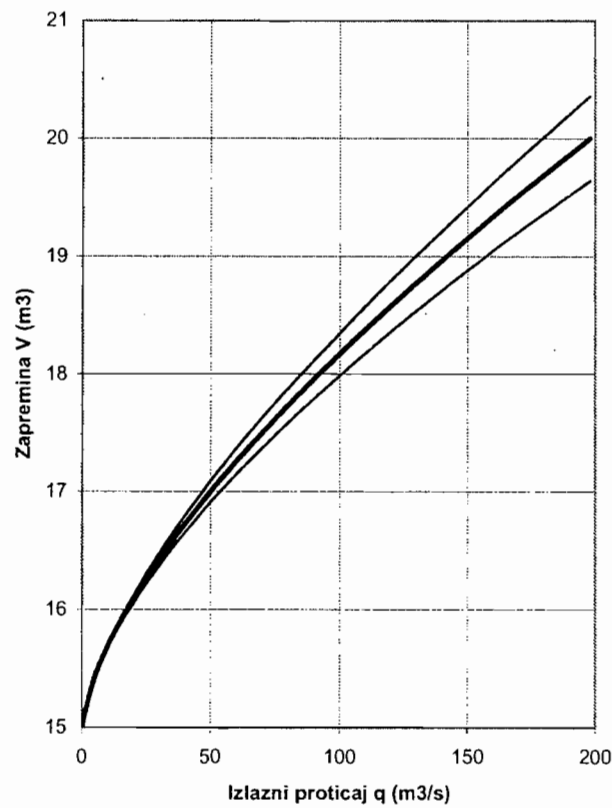
Za poznato (α) u tabeli 1. sračunati su potrebni ulazni podaci za konstruisanje zavisnosti $V = V(Z)$, koja je prikazana na slici 1., te zavisnosti $q = f(V)$, $q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$ i $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$ koje su prikazane na slici 2. Pri tome je izlazni proticaj (q) za pojedine nivoe vode u akumulaciji određen preko jednačine $q = 70 \cdot (Z - Z_{pr})^{3/2}$.



Slika 1.

Tabela 1.

| Z (m n.m.) | q (m ³ /s) | V (10 ⁶ m ³) | $V - q \frac{\Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | $V + q \frac{\Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) |
|---------------|--------------------------|--|---|---|
| 250,0 | 0,00 | 15,0 | 15,0 | 15,0 |
| 250,2 | 6,26 | 15,5 | 15,49 | 15,51 |
| 250,4 | 17,70 | 16,0 | 15,97 | 16,03 |
| 250,6 | 32,53 | 16,5 | 16,44 | 16,56 |
| 250,8 | 50,08 | 17,0 | 16,91 | 17,09 |
| 251,0 | 70,00 | 17,5 | 17,37 | 17,63 |
| 251,2 | 92,01 | 18,0 | 17,83 | 18,16 |
| 251,4 | 115,95 | 18,5 | 18,29 | 18,71 |
| 251,6 | 141,67 | 19,0 | 18,74 | 19,25 |
| 251,8 | 169,04 | 18,5 | 19,19 | 19,80 |
| 252,0 | 198,00 | 20,0 | 19,64 | 20,36 |



Slika 2.

Transformacija poplavnih valova

Proračun se obavlja u slijedećim koracima, koji su prikazani u tabeli 2. Naravno, da bi se otpočelo sa proračunom neophodno je poznavati vrijednost izlaznog proticaja u vremenskom trenutku prije nailaska poplavnog vala (06 sati) koja je, u ovom slučaju jednaka nuli zato što se nivo vode u tom vremenskom trenutku nalazi na koti krune preljeva, te je visina preljevanja jednaka nuli.

Korak 1. Sračunati prirast zapremine u prvom vremenskom koraku $(Q_t + Q_{t-1}) \cdot \frac{\Delta t}{2} = (Q_7 + Q_6) \cdot \frac{3600}{2} = 0,079 \cdot 10^6 m^3$ - kolona 3. tabele 2.

Korak 2. Sa krive $q = f_2(V - q \frac{\Delta t}{2})$ za $q_{t-1} = q_6 = 0 m^3 / s$ očitati vrijednost $V_{t-1} - q_{t-1} \frac{\Delta t}{2} = V_6 - q_6 \frac{\Delta t}{2}$, koja iznosi $15 \cdot 10^6 m^3$ - kolona 4 tebele 4.

Korak 3. Na osnovu jednačine (1) slijedi:

$$V_j + q_j \frac{\Delta t}{2} = (Q_j + Q_{j-1}) \frac{\Delta t}{2} + V_{j-1} - q_{j-1} \frac{\Delta t}{2} =$$

$$(V_7 + q_7 \frac{\Delta t}{2}) = (Q_7 + Q_6) \frac{\Delta t}{2} + (V_6 - q_6 \frac{\Delta t}{2}) = 0,079 \cdot 10^6 + 15 \cdot 10^6 = \\ = 15,079 \cdot 10^6 m^3$$

(kolona 5 = kolona 3 + kolona 4 – tabela 2.)

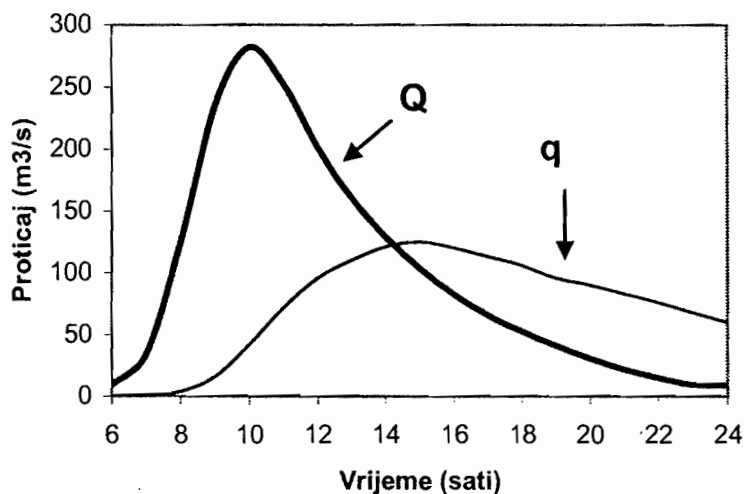
Korak 4. Za $V_j + q_j \frac{\Delta t}{2} = V_7 + q_7 \frac{\Delta t}{2} = 15,079 \cdot 10^6 m^3$ sa krive $q = f_1(V + q \frac{\Delta t}{2})$, očitati vrijednost $q_j = q_7 = 1 m^3 / s$ - kolona 6. tabele 4.

Procedura za računanje vrijednosti izlaznih proticaja q_j u narednim vremenima, odnosno koracima, se ponavlja po istoj proceduri.

Ulazni i izlazni (transformisani) hidrogram ilustrovani su grafički na slici 3.

Tabela 2.

| Vrijeme t (sati) | Q_t (m ³ /s) | $\frac{(Q_t + Q_{t-1}) \cdot \Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | $\frac{(V_{t-1} - q_{t-1}) \cdot \Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | $\frac{(V_t + q_t) \cdot \Delta t}{2}$ (10 ⁶ m ³) | q_t (m ³ /s) | V (10 ⁶ m ³) | Z (mn.m.) |
|---------------------|------------------------------|---|---|---|------------------------------|--|--------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 6 | 9,00 | 0,032 | | | 0 | 15,00 | 250,00 |
| 7 | 34,74 | 0,079 | 15.000 | 15.079 | 1 | 15.10 | 250.04 |
| 8 | 125,21 | 0,288 | 15.075 | 15.363 | 4 | 15.35 | 250.16 |
| 9 | 235,79 | 0,650 | 15.330 | 15.980 | 16 | 15.97 | 250.40 |
| 10 | 281,71 | 0,931 | 15.920 | 16.851 | 42 | 16.79 | 250.72 |
| 11 | 251,99 | 0,961 | 16.700 | 17.661 | 72 | 17.55 | 251.03 |
| 12 | 200,91 | 0,815 | 17.430 | 18.245 | 96 | 18.10 | 251.24 |
| 13 | 160,39 | 0,650 | 17.920 | 18.570 | 110 | 18.40 | 251.36 |
| 14 | 128,83 | 0,520 | 18.200 | 18.720 | 121 | 18.60 | 251.45 |
| 15 | 103,21 | 0,417 | 18.380 | 18.797 | 125 | 18.68 | 251.48 |
| 16 | 82,43 | 0,334 | 18.450 | 18.784 | 120 | 18.59 | 251.44 |
| 17 | 65,51 | 0,266 | 18.370 | 18.636 | 113 | 18.45 | 251.40 |
| 18 | 52,55 | 0,212 | 18.250 | 18.462 | 106 | 18.30 | 251.32 |
| 19 | 40,98 | 0,168 | 18.100 | 18.268 | 96 | 18.10 | 251.24 |
| 20 | 30,49 | 0,129 | 17.950 | 18.079 | 90 | 17.98 | 251.20 |
| 21 | 21,71 | 0,094 | 17.850 | 17.944 | 83 | 17.87 | 251.14 |
| 22 | 14,99 | 0,066 | 17.680 | 17.746 | 76 | 17.67 | 251.07 |
| 23 | 9,55 | 0,044 | 17.520 | 17.564 | 68 | 17.46 | 251.00 |
| 24 | 9,00 | 0,033 | 17.33 | 17.363 | 60 | 17.26 | 250.91 |

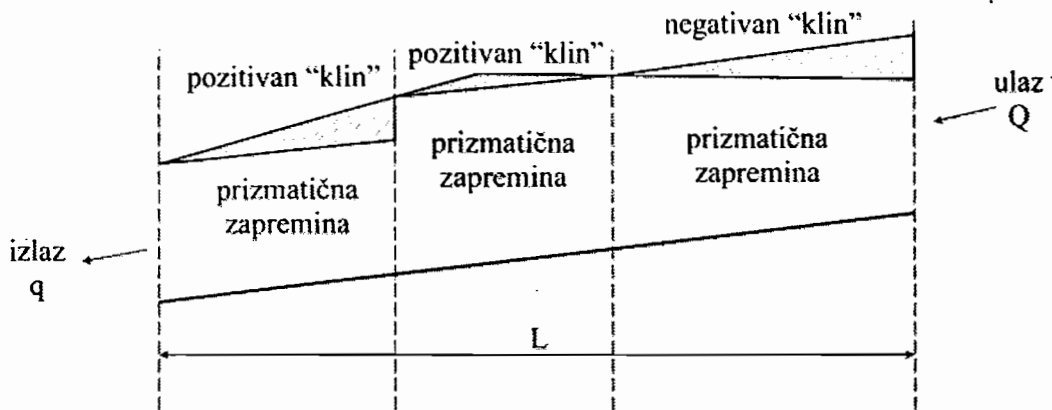


Slika 3.

13.2.2. Metoda Muskingum

Proračun propagacije poplavnih talasa duž prirodnih vodotoka i kanala, po ovoj metodi polazi od pretpostavke da zapremina vode na riječnoj dionici nije samo funkcionalno vezana sa izlaznim proticajima, već zavisi i od drugih parametara. Na primjer, u slučaju da se proticaj na ulaznom profilu dionice promijeni, a na izlaznom ostane konstantan, zapremina vode na dionici se mijenja, pa je prema tome ona funkcija oba proticaja. U tom slučaju se pojavljuje "petlja" kod zavisnosti između vodostaja i proticaja (krive proticaja). Kada se proticaji na ulaznom i izlaznom profilu riječne dionice mijenjaju po vremenu (nestacionarno tečenje), zapremina vode na sektoru se može podijeliti na prizmatični i klinasti dio, kako je to prikazano na slici 13.3. Zapremina ispod linije, koja je paralelna sa riječnim dnom, naziva se prizmatični dio zapremine, a zapremina između paralelne linije i linije nivoa vodnog ogledala naziva se klinasti dio zapremine.

U toku porasta nivoa na riječnoj dionici pojavljuju se pozitivni klinasti dijelovi zapremine. Međutim, u trenutku kada opadanje ulaznog hidrograma postane intenzivnije od opadanja izlaznog hidrograma, pojavljuju se negativni klinasti dijelovi zapremine (slika 13.11). Postupak proračuna propagacije poplavnih talasa zahtijeva da se adekvatno sagleda uticaj zapremine, a prije svega klinastog dijela. To je razlog što se u proračun propagacije moraju istovremeno uključiti proticaji na ulaznom i izlaznom profilu dionice.



Slika 13.11. Elementi zapremine vode na riječnoj dionici za vrijeme prolaska poplavnog vala

Metoda Muskingam ima široku upotrebu u hidrološkoj praksi. Razradio ju je Mc Carthy (1938), pri izradi studije poplava u slivu rijeke Muskingam, po čemu je dobila ime. Metoda koristi linearnu zavisnost između zapremine vode i proticaja (Q) na ulaznom, te proticaja (q) na izlaznom profilu riječne dionice, sa dva parametra (K) i (x). Po metodi Muskingam zapremina vode se može izraziti kao težinska funkcija srednjih proticaja na graničnim profilima riječne dionice, što će biti pokazano u nastavku.

Generalno, izlazni proticaj je funkcija zapremine i izlaznog proticaja ili, obrnuto, zapremina je funkcija ulaznog i izlaznog proticaja. Pretpostavimo da je ukupna zapremina:

$$V = x \cdot V_Q + (1 - x) \cdot V_q \quad (13.30)$$

ili zapremina je ponderisana (ponder $x \leq 1$) preko zapremine koja se odnosi na ulaz V_Q i zapremine koja se odnosi na izlaz V_q . Dakle, težinski koeficijent (x) pokazuje relativni uticaj ulaznog i izlaznog proticaja na zapreminu retenzije.

Ako izrazimo izlazne i ulazne proticaje kao eksponencijalnu funkciju dubine vode, što je opravdana pretpostavka (Šezijeva i Maningova jednačina su ovog tipa), odnosno za ustaljeno, uniformno tečenje u kanalu ulazni proticaj (Q), izlazni proticaj (q) i zapremina retenzije (V) će biti funkcija dubine vode u kanalu (d). Tako je:

$$Q = ad^n \quad \text{i} \quad q = ad^n \quad (13.31)$$

$$V_Q = bd^m \quad \text{i} \quad V_q = bd^m \quad (13.32)$$

Transformacija poplavnih valova

gdje indeksi (Q) i (q) se odnose na ulazni i izlazni proticaj, a (a), (b), (n) i (m) su koeficijenti i eksponenti. Ako se V_Q i V_q izraze preko (Q) i (q) dobije se:

$$V_Q = b \left(\frac{Q}{a} \right)^{\frac{m}{n}} \quad \text{i} \quad V_q = b \left(\frac{q}{a} \right)^{\frac{m}{n}} \quad (13.33)$$

Kombinujući jednačine (13.30), (13.31) i (13.32) dobije se:

$$V = xb \left(\frac{Q}{a} \right)^{\frac{m}{n}} + (1-x)b \left(\frac{q}{a} \right)^{\frac{m}{n}} \quad (13.34)$$

Jednačina (13.34) zajedno sa jednačinom kontinuiteta (13.18), omogućava određivanje V_{j+1} i Q_{j+1} . Treba uočiti da za $x=0$ (ulazni proticaj nema uticaja na zapreminu) i $m/n=1$, jednačina (13.34) poprima oblik jednačine za linearni rezervoar ($b/a=K$ vremenska konstanta) koja je razmatrana u poglavlju 9., kada je diskutovano o konceptualnom trenutnom jediničnom hidrogramu.

Za uniformni proticaj u prizmatičnom kanalu, $m=1$ i $n=5/3$, jednačina (13.34) postaje:

$$V = xb \left(\frac{Q}{a} \right)^{0,6} + (1-x)b \left(\frac{q}{a} \right)^{0,6} \quad (13.35)$$

dok u prirodnim tokovima vrijednost eksponenta m/n može preći jedinicu.

Ako je zapremina samo funkcija izlaznog proticaja, kao što je to slučaj kod akumulacija, vrijednost koeficijenta (x) iznosi nula, tako da jednačina (13.19) ima oblik

$$V = b \left(\frac{q}{a} \right)^{\frac{m}{n}} \quad (13.36)$$

Ako se pretpostavi linearni odgovor zapremine na ulazni i izlazni proticaj ($m/n=1$), jednačina (13.34) poprima oblik:

$$V = x \frac{b}{a} Q + (1-x) \frac{b}{a} q = K[xQ + (1-x)q] \quad (13.37)$$

gdje je $K = b/a$. Parametar (K) je poznat kao konstanta zapremine, i približno odgovara vremenu putovanja vodnog vala od ulaznog do izlaznog profila.

Jednačina (13.37) se može napisati i u slijedećem obliku:

$$V = Kq + Kx(Q - q) \quad (13.38)$$

gdje drugi član na desnoj strani jednačine predstavlja piramidalnu zapreminu (koja je dakle, funkcija razlike ulaza i izlaza), dok se prvi član na desnoj strani jednačine odnosi na prizmatičnu zapreminu.

Druga potrebna jednačina za primjenu metode Muskingam je već više puta pominjana jednačina kontinuiteta (13.18), odnosno:

$$\frac{Q_{j-1} + Q_j}{2} - \frac{q_{j-1} + q_j}{2} = \frac{V_j - V_{j-1}}{\Delta t} \quad (13.39)$$

Kako je $V_j - V_{j-1}$, na osnovu jednačine (13.37):

$$V_j - V_{j-1} = K[xQ_j + (1-x)q_j - xQ_{j-1} - (1-x)q_{j-1}] \quad (13.40)$$

to se njegovim uvrštavanjem u jednačinu (13.39) dobije:

$$\frac{Q_{j-1} + Q_j}{2} - \frac{q_{j-1} + q_j}{2} = \frac{K[xQ_j + (1-x)q_j - xQ_{j-1} - (1-x)q_{j-1}]}{\Delta t} \quad (13.41)$$

što nakon određenih sređivanja daje:

$$q_j = C_0 Q_j + C_1 Q_{j-1} + C_2 q_{j-1} \quad (13.42)$$

gdje su:

Transformacija poplavnih valova

$$C_0 = - \left[\frac{Kx - 0,5 \Delta t}{K - Kx + 0,5 \Delta t} \right] \quad (13.43)$$

$$C_1 = \left[\frac{Kx + 0,5 \Delta t}{K - Kx + 0,5 \Delta t} \right] \quad (13.44)$$

$$C_2 = \left[\frac{K - Kx - 0,5 \Delta t}{K - Kx + 0,5 \Delta t} \right] \quad (13.45)$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (13.46)$$

Jednačina (13.42) predstavlja tzv. Muskingum metodu za proračun propagacije poplavnih valova.

Pošto se odrede vrijednosti koeficijenata (x) i (K), izračunaju se koeficijenti C_0, C_1 i C_2 . Kada je poznat ulazni hidrogram sa ordinatama Q_j i početna vrijednost izlaza q_0 , pomoću rekurentne jednačine (13.42) lahko se izračunavaju ordinate izlaznog hidrograma q_j .

U slučajevima gdje je piramidalna zapremina značajna, tada je generalno (x) veće od nule sa gornjom granicom od 0,5, kada ulazni i izlazni proticaji imaju istu težinu. Za manje prirodne tokove (x) varira između 0,4 i 0,5, ali u slučaju većih poplavnih površina na riječnoj dionici, dešava se da je zapremina (V) više funkcija izlaznog proticaja (q) nego ulaznog (Q), što reducira vrijednost (x) na 0,3 i niže.

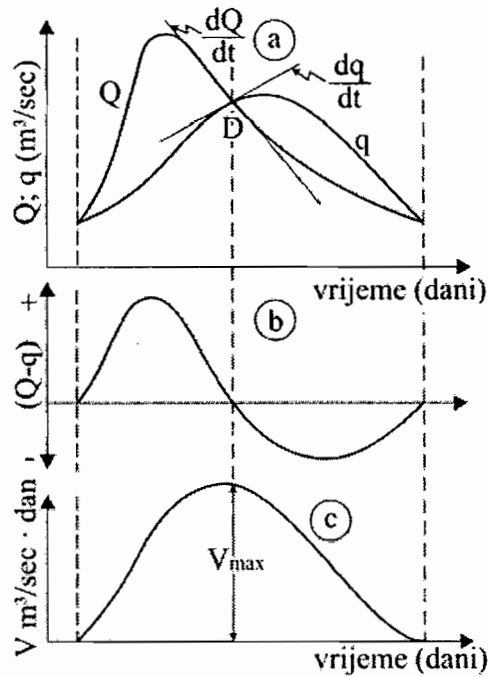
U proračun se može uzeti i uticaj lateralnog (bočnog) doticaja na razmatranoj dionici riječnog toka, koji može biti koncentrisan blizu ulaza ili izlaza ili raspoređen ravnomjerno na cijeloj dionici. U prvom slučaju, bočni doticaj se dodaje ulaznom hidrogramu, pa se ukupni proticaj propagira nizvodno. U drugom slučaju, prvo se izvrši proračun propagacije, pa se bočni doticaj dodaje izlaznom hidrogramu. U trećem slučaju, probanjem se utvrđuje koji od dva prva načina daje bolje rezultate.

Za određivanje Muskingam-ovih koeficijenata (x) i (K) koristi se izloženi iterativni postupak po sektorima rijeke. Međutim, za slučaj riječnog sistema, koji se sastoji od više pritoka, potrebno je, za svaku dionicu glavnog vodotoka koju određuju ušća pritoka, odrediti koeficijente (x) i (K).

Definiranje konstanti i parametara modela

Vrijednosti parametara (x) i (K) se određuju na osnovi analize registrovanog ulaznog i izlaznog hidrograma riječne dionice. U primjeni su obično dva postupka, od kojih je ovaj drugi češći.

Prvi postupak vidljiv je iz slike 13.12.



Slika 13.12. Određivanje parametara (x) i (K) na osnovu ulaznog i izlaznog hidrograma riječne dionice

Zapremina je najveća u vremenskom trenutku (tačka D), kada je $Q = q$, odnosno kada je $Q - q = 0$. U toj tački je $dV/dt = 0$.

Ako se jednačina (13.37) diferencira po vremenu, biće:

$$\frac{1}{K} \frac{dV}{dt} = x \frac{dQ}{dt} + (1-x) \frac{dq}{dt} \quad (13.47)$$

odakle, je za tačku D:

$$x \left(\frac{dQ}{dt} \right)_D = -(1-x) \left(\frac{dq}{dt} \right)_D \quad (13.48)$$

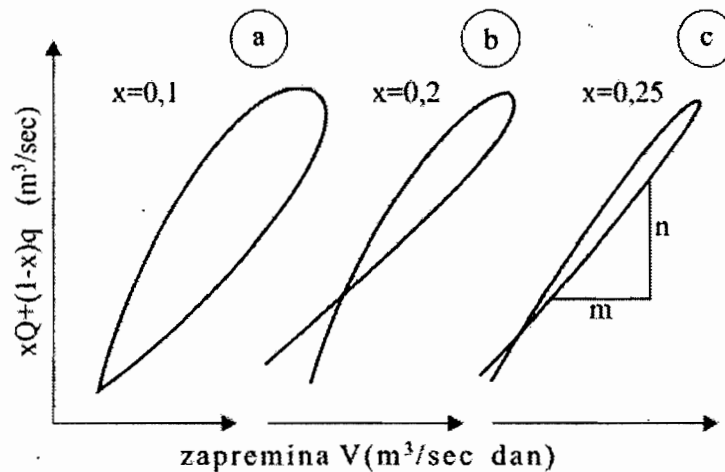
Transformacija poplavnih valova

$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_D$ i $\left(\frac{dq}{dt}\right)_D$ mogu se odrediti na osnovu tangenti na hidrograme u tački D.

Zatim se pomoću jednačine (13.48) određuje vrijednost konstante (x).

Drugi češći postupak je da se bezdimenzionalna konstanta (x) određuje tzv. metodom postepenog približavanja.

Ako se zapremina retenzije (V) nanese u funkciji izlaznog proticaja (q), dobije se petlja kao na slici 13.4. Petlja sličnog oblika se dobija ako se zapremina (V) nanosi u funkciji izraza, $[xQ + (1-x)q]$ (desna strana jednačine 13.37). Variranjem vrijednosti za x ($0 < x \leq 1$), dvije grane ove petlje se približuju dotle dok se ne dobije skoro jednoznačna zavisnost $V = f[xQ + (1-x)q]$, što je ilustrativno pokazano na slici 13.13.



Slika 13.13. Određivanje konstante (x) metodom postepenog približavanja

Kako se zapremina (V) obično izražava u jedinici ($m^3/s/dan$), a dimenzija izraza $[xQ + (1-x)q]$ je (m^3/s), to faktor (K) ima dimenziju vremena (dana).

Zavisnost $V = f_1\{[xQ + (1-x)q]; x\}$ se konstruiše za različite vrijednosti konstante (x) - slika 13.13. Skoro po pravilu, ove zavisnosti se pojavljuju u obliku petlje. Metoda Muskingam pretpostavlja da je zavisnost između zapremine i i izraza $[xQ + (1-x)q]$ linearna. U konkretnom slučaju usvaja se ona eksperimentalna zavisnost $V = f_1\{[xQ + (1-x)q]; x\}$, odnosno konstanta (x), koja obezbjeđuje najmanje rasturanje eksperimentalnih tačaka oko jednačine prave,

koja prolazi kroz njihovo težište (određuje se po metodi najmanjih kvadrata ili grafički). Za ovako usvojenu vrijednost konstante (x), parametar (K) se dobija iz nagiba pravca pomoću odnosa, koji slijedi iz jednačine (13.41):

$$K = \frac{\frac{\Delta t}{2} [(Q_j + Q_{j-1}) - (q_j - q_{j-1})]}{x(Q_j - Q_{j-1}) + (1-x)(q_j - q_{j-1})} \quad (13.49)$$

Praktično, vrijednost parametra (K) se proračunava tako što se za nekoliko različitih (pretpostavljenih) vrijednosti parametra (x) sračunaju uzastopne sumarne vrijednosti brojnika (povećanje zapremine) i istovremene uzastopne sumarne vrijednosti nazivnika (ponderisano povećanje protoka). Težinski koeficijent, odnosno koeficijent ponderisanja za ulaz (Q) je (x) a za izlaz (q) je ($1-x$).

Za svaku pretpostavljenu vrijednost (x), sračunate uzastopne sumarne vrijednosti brojnika i nazivnika, nanose se u koordinatnom sistemu sa abcisom koja predstavlja nazivnik (ponderisano povećanje protoka) i ordinatom koja predstavlja brojnik (povećanje zapremine). Za svako pretpostavljeno (x) dobija se po jedna nejednoznačna zavisnost u obliku petlje (slika 13.13). Ta nejednoznačnost je rezultat pogrešno pretpostavljene veličine za parametar (x). Usvaja se ona vrijednost (x) koja daje približno jednoznačan odnos, tj. kada se grane petlje najviše približe jedna drugoj.

Vrijednost perioda diskretizacije se određuje iz uslova da koeficijent C_0 ne bude negativan, tj.:

$$\Delta t \geq 2Kx \quad (13.50)$$

PRIMJER 13.3.

Na dionici vodotoka, bez pritoka, u vremenskom periodu A, registrovan je val velike vode na uzvodnoj stanici/profilu (ulaz Q) i na nizvodnoj stanici (izlaz q). Veličine ordinata hidrograma date su u tabeli 1 i grafički predstavljene na slici 1. Iz slike 1. je očigledno da se na razmatranoj dionici vodni val transformiše.

Potrebno je metodom Muskingam-a odrediti ordinate transformisanog hidrograma (na izlazu iz posmatrane dionice) u vremenskom periodu B kada je registrovan samo vodni val na ulazu u tu dionicu. Zadatak riješiti pod pretpostavkom da su parametri računskog modela određeni na bazi podataka iz perioda A, mjerodavni za bilo koji drugi ulazni vodni val.

Transformacija poplavnih valova

Za određivanje ordinata transformisanog hidrograma iz vremenskog perioda B, pomoću jednačine (13.42), odnosno:

$$q_j = C_0 Q_j + C_1 Q_{j-1} + C_2 q_{j-1} \quad (1)$$

potrebno je prethodno odrediti parametre modela (K) i (x). Kao što je to prethodno rečeno, ovi parametri se određuju probanjem na osnovu osmotrenih hidrograma Q (t) i q (t) iz vremenskog perioda A.

Proračun se vrši na osnovu jednačine (13.49), odnosno:

$$K = \frac{\frac{\Delta t}{2} [(Q_j + Q_{j-1}) - (q_j - q_{j-1})]}{x(Q_j - Q_{j-1}) + (1-x)(q_j - q_{j-1})} \quad (2)$$

Vrijednost parametra (K) se proračunava tako, što se za nekoliko različitih (pretpostavljenih) vrijednosti parametra (x) sračunaju uzastopne sumarne vrijednosti brojnika gornjeg izraza (povećanje zapremine), i istovremene uzastopne sumarne vrijednosti nazivnika gornjeg izraza (ponderisano povećanje proticaja). Težinski koeficijent, odnosno koeficijent ponderisanja za ulaz Q, je (x) a za izlaz q, je (1-x). Odgovarajući proračun prikazan je u kolonama (6), (7) i (8) tabele 2.

Na primjer, za pretpostavljeno $x = 0,15$ i vrijeme $t = 36$ sati povećanje zapremine iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{2} [(Q_j + Q_{j-1}) - (q_j + q_{j-1})] &= \frac{\Delta t}{2} [(Q_3 + Q_2) - (q_3 + q_2)] = \\ &= \frac{12}{2} [(82 + 52) - (65 + 52)] = 102 \end{aligned}$$

a ponderisano povećanje proticaja (nazivnik):

$$\begin{aligned} x(Q_j - Q_{j-1}) + (1-x)(q_j - q_{j-1}) &= x(Q_3 - Q_2) + (1-x)(q_3 - q_2) = \\ &= 0,15(82 - 52) + 0,85(65 - 52) = 16 \end{aligned}$$

Za pretpostavljeno $x = 0,15$ i vrijeme $t = 48$ sati povećanje zapremine iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{2} [(Q_j + Q_{j-1}) - (q_j + q_{j-1})] &= \frac{\Delta t}{2} (Q_4 + Q_3) - (q_4 + q_3) = \\ &= \frac{12}{2} [(240 + 82) - (120 + 65)] = 822 \end{aligned}$$

Sumarno povećanje $822 + 102 = 924$

a ponderisano povećanje proticaja (nazivnik):

$$\begin{aligned} x(Q_j - Q_{j-1}) + (1-x)(q_j - q_{j-1}) &= x(Q_4 - Q_3) + (1-x)(q_4 - q_3) = \\ &= 0,15(240 - 82) + 0,85(120 - 65) = 70 \end{aligned}$$

Sumarno povećanje $70 + 16 = 86$

Za svaku pretpostavljenu vrijednost (x) sračunate uzastopne sumarne vrijednosti brojnika i nazivnika (tabela 2. – kolone 5. i 6, 5 i 7, te 5 i 8), nanose se u koordinatnom sistemu sa abcisom koja predstavlja nazivnik (ponderisano povećanje proticaja) i ordinatom koja predstavlja brojnik (povećanje zapremine), što je učinjeno na slici 2. Sa ove slike se vidi da zavisnost brojnika i nazivnika nije jednoznačna i da je predstavljena petljom. Ova nejednoznačnost je rezultat pogrešno pretpostavljene veličine za parametar (x). Usvaja se ona vrijednost (x) koja daje približno jednoznačan odnos, tj. kada se grane petlje najviše približe jedna drugoj. Za ovaj primjer, najuža petlja se dobije za $x = 0,10$. Iz jednačine (2) slijedi da osrednjenu vrijednost parametra (K) predstavlja nagib linije koja se povuče kroz sredinu petlje (crtkana linija na slici 2) i u razmatranom primjeru je određeno:

$$K = \frac{18000}{700} \cong 25,5 \text{ sati}$$

Za usvojene vrijednosti $K = 25,5$ sati, $x = 0,10$ i $\Delta t = 12$ sati, na osnovu jednačina (13.43) do (13.45), sračunate su vrijednosti koeficijenata C_0, C_1 i C_2 :

$$C_0 = 0,11917; C_1 = 0,29534 \text{ i } C_2 = 0,58549$$

Sa određenim vrijednostima C_0, C_1 i C_2 izvršen je proračun transformacije ulaznog hidrograma iz perioda A (tabela 1. – kolona 5). Iz tabele 1. – kolone 4 i 5

Transformacija poplavnih valova

je očigledno da se proračunate vrijednosti izlaznog hidrograma q dobro slažu sa njegovim osmotrenim vrijednostima \hat{q} .

Proračun transformacije ulaznog hidrograma iz vremenskog perioda B, koristeći jednačinu (1) i uz pretpostavku da su parametri modela određeni na osnovu osmotrenih hidrograma iz perioda A mjerodavni, izvršeni su u tabeli 1 – kolona 7 i predstavljeni na slici 3. Iz ove slike se vidi da se maksimalni proticaj zbog transformacije umanjuje sa oko 2560 m³/s, na oko 2300 m³/s.

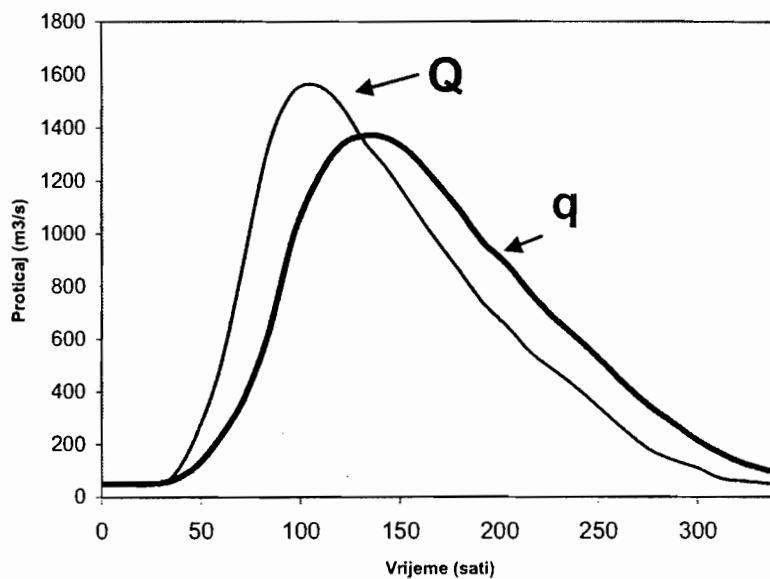
Na primjer, za vrijeme $t = 24$ sata:

$$\begin{aligned}q_j &= q_2 = C_0Q_j + C_1Q_{j-1} + C_2q_{j-1} = C_0Q_2 + C_1Q_1 + C_2q_1 = \\ &= 0,11917 \cdot 120 + 0,29534 \cdot 100 + 0,58549 \cdot 100 = 102\end{aligned}$$

Tabela 1.

| j | t (sati) | PERIOD A | | | PERIOD B | |
|-----|-------------|---|--|--|---|--|
| | | Osmotreni ulaz Q (m ³ /s) | Osmotreni izlaz q (m ³ /s) | Sračunati izlaz \bar{q} (m ³ /s) | Osmotreni ulaz Q (m ³ /s) | Sračunati izlaz \bar{q} (m ³ /s) |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| 0 | 0 | 52 | 52 | 52 | 100 | 100 |
| 1 | 12 | 52 | 52 | 52 | 100 | 100 |
| 2 | 24 | 52 | 52 | 52 | 120 | 102 |
| 3 | 36 | 82 | 65 | 56 | 370 | 139 |
| 4 | 48 | 240 | 120 | 85 | 920 | 301 |
| 5 | 60 | 500 | 230 | 180 | 1330 | 606 |
| 6 | 72 | 910 | 380 | 362 | 1460 | 922 |
| 7 | 84 | 1330 | 625 | 639 | 1345 | 1131 |
| 8 | 96 | 1530 | 980 | 949 | 1230 | 1206 |
| 9 | 108 | 1560 | 1200 | 1194 | 1340 | 1229 |
| 10 | 120 | 1490 | 1330 | 1337 | 1930 | 1345 |
| 11 | 132 | 1350 | 1370 | 1384 | 2460 | 1651 |
| 12 | 144 | 1240 | 1360 | 1357 | 2560 | 1998 |
| 13 | 156 | 1110 | 1300 | 1293 | 2460 | 2219 |
| 14 | 168 | 980 | 1200 | 1202 | 2220 | 2290 |
| 15 | 180 | 860 | 1090 | 1095 | 2000 | 2235 |
| 16 | 192 | 740 | 970 | 984 | 1800 | 2114 |
| 17 | 204 | 650 | 885 | 872 | 1640 | 1965 |
| 18 | 216 | 550 | 775 | 768 | 1460 | 1809 |
| 19 | 228 | 480 | 680 | 669 | 1300 | 1645 |
| 20 | 240 | 410 | 600 | 582 | 1140 | 1483 |
| 21 | 252 | 330 | 515 | 501 | 1000 | 1324 |
| 22 | 264 | 250 | 425 | 421 | 870 | 1174 |
| 23 | 276 | 180 | 345 | 342 | 740 | 1033 |
| 24 | 288 | 140 | 280 | 270 | 620 | 897 |
| 25 | 300 | 110 | 215 | 212 | 520 | 770 |
| 26 | 312 | 70 | 165 | 165 | 415 | 654 |
| 27 | 324 | 60 | 125 | 125 | 325 | 544 |
| 28 | 336 | 50 | 100 | 97 | 255 | 445 |

Transformacija poplavnih valova

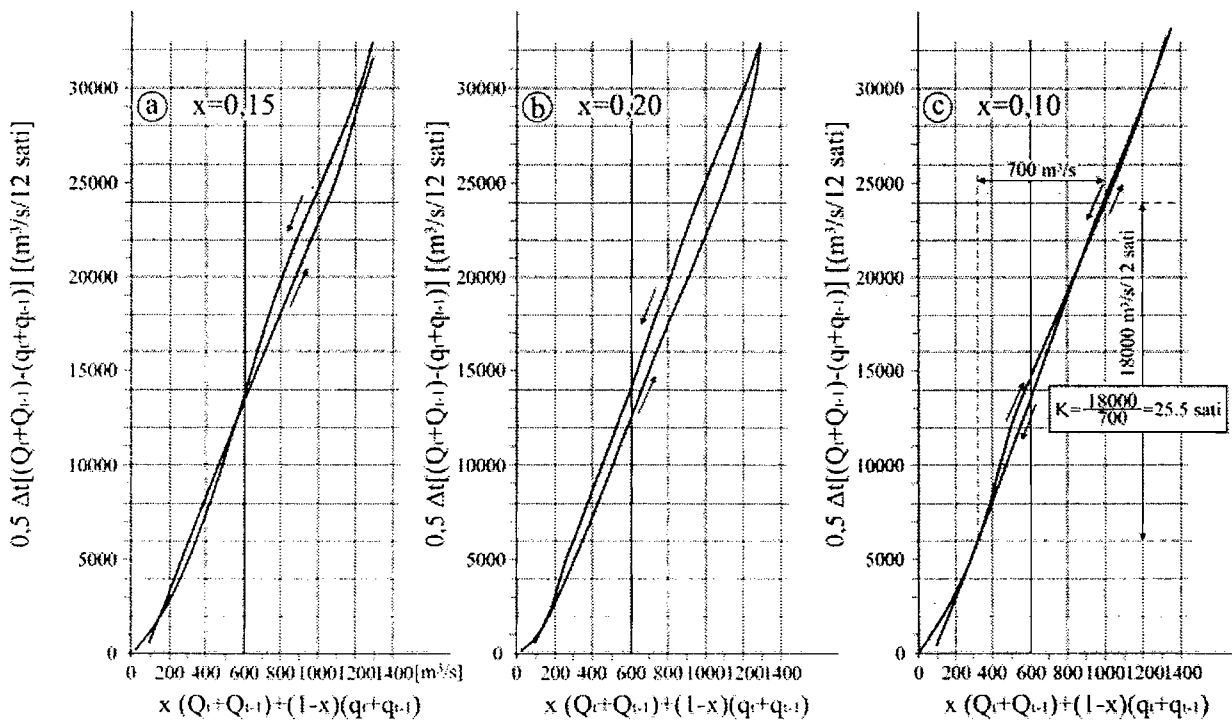


Slika 1. Hidrogrami iz vremenskog perioda A

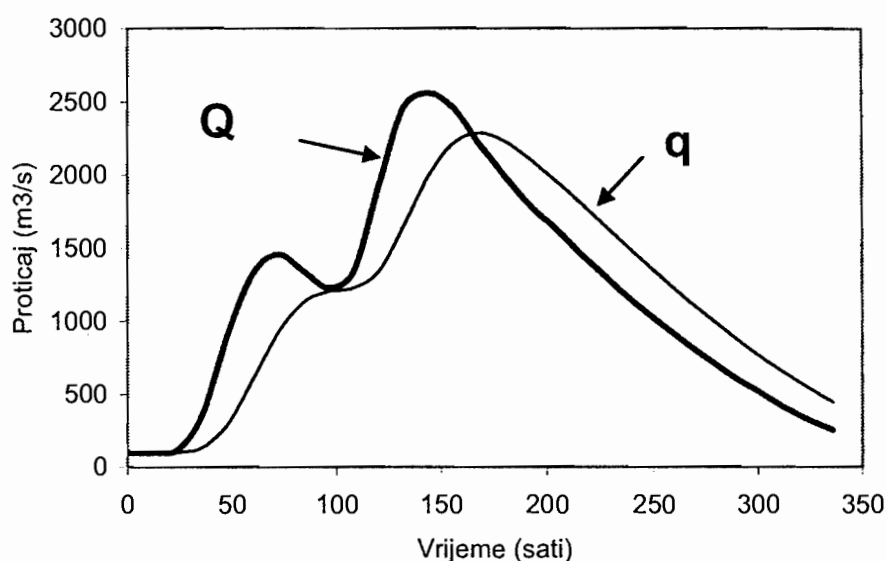
Tabela 2.

| j | T (sati) | Osmotreni ulaz Q (m ³ /s) | Osmotreni izlaz q (m ³ /s) | Sumarno povećanje zapremine (brojnik – jed. 13.49) | Sumarno ponderisano povećanje proticaja (nazivnik – jed.13.49) | | |
|-----|-------------|---|--|---|--|----------|----------|
| | | | | | x = 0,15 | x = 0,20 | x = 0,10 |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| 0 | 0 | 52 | 52 | | | | |
| 1 | 12 | 52 | 52 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 24 | 52 | 52 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 36 | 82 | 65 | 102 | 16 | 16 | 15 |
| 4 | 48 | 240 | 120 | 924 | 86 | 92 | 80 |
| 5 | 60 | 500 | 230 | 3264 | 219 | 232 | 205 |
| 6 | 72 | 910 | 380 | 8064 | 408 | 434 | 381 |
| 7 | 84 | 1330 | 625 | 15474 | 679 | 714 | 644 |
| 8 | 96 | 1530 | 980 | 23004 | 1011 | 1038 | 983 |
| 9 | 108 | 1560 | 1200 | 28464 | 1202 | 1220 | 1184 |
| 10 | 120 | 1490 | 1330 | 31584 | 1302 | 1310 | 1294 |

| | | | | | | | |
|----|-----|------|------|--------|------|------|------|
| 11 | 132 | 1350 | 1370 | 32424 | 1315 | 1314 | 1316 |
| 12 | 144 | 1240 | 1360 | 31584 | 1290 | 1284 | 1296 |
| 13 | 156 | 1110 | 1300 | 29724 | 1220 | 1210 | 1229 |
| 14 | 168 | 980 | 1200 | 27264 | 1115 | 1104 | 1126 |
| 15 | 180 | 860 | 1090 | 24564 | 1004 | 992 | 1015 |
| 16 | 192 | 740 | 970 | 21804 | 884 | 872 | 895 |
| 17 | 204 | 650 | 885 | 19014 | 798 | 786 | 810 |
| 18 | 216 | 550 | 775 | 16254 | 689 | 678 | 701 |
| 19 | 228 | 480 | 680 | 13704 | 598 | 588 | 608 |
| 20 | 240 | 410 | 600 | 11364 | 520 | 510 | 529 |
| 21 | 252 | 330 | 515 | 9114 | 435 | 426 | 445 |
| 22 | 264 | 250 | 425 | 6954 | 347 | 338 | 356 |
| 23 | 276 | 180 | 345 | 4914 | 268 | 260 | 277 |
| 24 | 288 | 140 | 280 | 3084 | 207 | 200 | 214 |
| 25 | 300 | 110 | 215 | 1614 | 147 | 142 | 153 |
| 26 | 312 | 70 | 165 | 414 | 99 | 94 | 104 |
| 27 | 324 | 60 | 125 | - 546 | 63 | 60 | 67 |
| 28 | 336 | 50 | 100 | - 1236 | 41 | 38 | 43 |



Slika 2. Određivanje parametara modela (K) i (x)



Slika 3. Hidrogrami iz vremenskog perioda B

13.3. LITERATURA

1. Anđelić, M., Bonacci, O., Đorđević, N., Hrelja, H., i drugi, 1986. *Maksimalno vjerovatne velike vode*, Jugoslavensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
1. Bras, R. L., 1990. *Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, SAD/Canada.
2. Mc Carthy, G. T., 1938. *The unit hydrograph and flood routing*, Conference of US Army Corps of Engineers.
3. Chow, V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
4. Dyck, S., 1983. *Grundlagen der Hydrologie*, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin.
5. Eagleson, P.S., 1970. *Dynamic Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
6. Gray, D. M. (Editor in Chief), 1970. *Handbook on the Principles of Hydrology-A General Text With Special Emphasis on Canadian Conditions*, Water Information Center, Inc., NY.
7. Hrelja, H. 1984. *Hidrologija-Zbirka riješenih zadataka*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
8. Hrelja, H., 1990. *Inženjerska hidrologija – skripta*, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.
9. Jovanović, M., 2002. *Regulacija reka – Rečna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet Beograd, Beograd.

10. Jovanović, S., 1974. *Parametarska hidrologija*, Jugoslovensko društvo za hidrologiju, Beograd.
11. Jovanović, S., 1974. *Metode za simuliranje i prognozu oticaja vode u slivu Velike Morave*, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd.
12. Jovanović, S., 1989. *Tehničar 6-Građevinski priručnik (Poglavlje Hidrologija)*, Građevinska knjiga, Beograd.
13. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus., 1949. *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York.
14. Muškatirović, D., 1979. *Regulacija reka*, Građevinski fakultet Beograd, Beograd.
15. Patra, K. C., 2001. *Hydrology and Water Resources Engineering*, Alpha Science International Ltd., UK.
16. Prohaska, S. J., 2006. *Hidrologija-II deo*, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
17. Srebrenović, D., 1986. *Primjenjena hidrologija*, Tehnička knjiga, Zagreb.
18. Zelenhasić, E., Ruski, M., 1991. *Inženjerska hidrologija*, Naučna knjiga, Beograd.
19. Wilson, E.M., 1974. *Engineering Hydrology*, A Halsted Press Book, Great Britan.

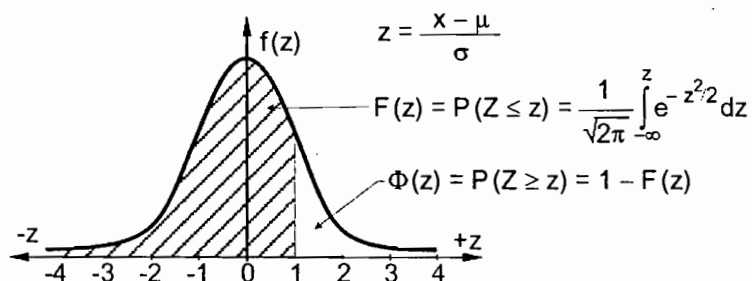
“... Ljudi su izmislili idol slučaja da bi prikriili svoju nemoć pri otkrivanju uzroka.”

(Demokrit)

STATISTIČKE TABELE

1. Vrijednosti kumulativne vjerovatnoće $F(z)$ za standardnu Normalnu (Gausovu) funkciju raspodjele vjerovatnoće
2. Vrijednosti kumulativne vjerovatnoće $F(z)$ za standardnu Gumbelovu funkciju raspodjele vjerovatnoće
3. Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za Pearson III funkciju raspodjele vjerovatnoće (koeficijent asimetrije C_s ima pozitivnu vrijednost)
4. Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za Pearson III funkciju raspodjele vjerovatnoće (koeficijent asimetrije C_s ima negativnu vrijednost)
5. Vrijednosti varijable χ_0^2 za HI – kvadrat funkciju raspodjele vjerovatnoće u zavisnosti od kumulativne vjerovatnoće $F(\chi_0^2)$ i broja stepeni slobode v
6. Kritične vrijednosti $D_0 = \lambda_0 / \sqrt{n}$, za test Kolmogorova u funkciji obima uzorka (n) i kumulativne vjerovatnoće $\Phi(D_0)$ – koeficijenta rizika α
7. Vrijednosti varijable (t) za Studentovu funkciju raspodjele vjerovatnoće u zavisnosti od kumulativne vjerovatnoće $F(t)$ i broja stepeni slobode v

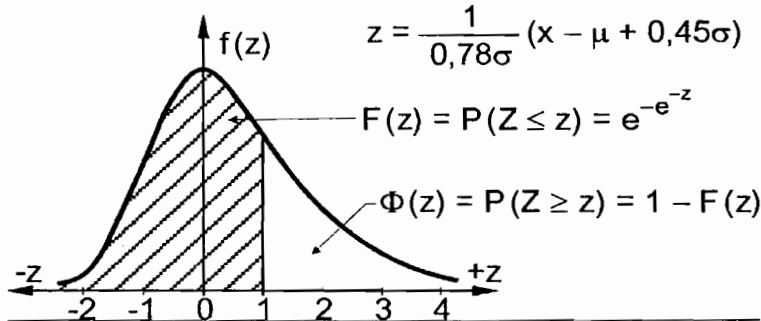
Tabela 1. Vrijednosti kumulativne vjerovatnoće $F(z)$ za standardnu Normalnu (Gausovu) funkciju raspodjele vjerovatnoće



| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -0.0 | .5000 | .4960 | .4920 | .4880 | .4841 | .4801 | .4761 | .4721 | .4681 | .4641 |
| -0.1 | .4602 | .4562 | .4522 | .4483 | .4443 | .4404 | .4364 | .4325 | .4286 | .4247 |
| -0.2 | .4207 | .4168 | .4129 | .4090 | .4052 | .4013 | .3974 | .3936 | .3897 | .3859 |
| -0.3 | .3821 | .3783 | .3745 | .3707 | .3669 | .3632 | .3594 | .3557 | .3520 | .3483 |
| -0.4 | .3446 | .3409 | .3372 | .3336 | .3300 | .3264 | .3228 | .3192 | .3156 | .3121 |
| -0.5 | .3085 | .3050 | .3015 | .2981 | .2946 | .2912 | .2877 | .2843 | .2810 | .2776 |
| -0.6 | .2743 | .2709 | .2676 | .2643 | .2611 | .2578 | .2546 | .2514 | .2482 | .2451 |
| -0.7 | .2420 | .2389 | .2358 | .2327 | .2296 | .2266 | .2236 | .2206 | .2177 | .2148 |
| -0.8 | .2119 | .2090 | .2061 | .2033 | .2005 | .1977 | .1949 | .1922 | .1894 | .1867 |
| -0.9 | .1841 | .1814 | .1788 | .1762 | .1736 | .1711 | .1685 | .1660 | .1635 | .1611 |
| -1.0 | .1587 | .1562 | .1539 | .1515 | .1492 | .1469 | .1446 | .1423 | .1401 | .1379 |
| -1.1 | .1357 | .1335 | .1314 | .1292 | .1271 | .1251 | .1230 | .1210 | .1190 | .1170 |
| -1.2 | .1151 | .1131 | .1112 | .1093 | .1075 | .1056 | .1038 | .1020 | .1003 | .0985 |
| -1.3 | .0968 | .0951 | .0934 | .0918 | .0901 | .0885 | .0869 | .0853 | .0838 | .0823 |
| -1.4 | .0808 | .0793 | .0778 | .0764 | .0749 | .0735 | .0721 | .0708 | .0694 | .0681 |
| -1.5 | .0668 | .0655 | .0643 | .0630 | .0618 | .0606 | .0594 | .0582 | .0570 | .0559 |
| -1.6 | .0548 | .0537 | .0526 | .0515 | .0505 | .0495 | .0485 | .0475 | .0465 | .0455 |
| -1.7 | .0446 | .0436 | .0427 | .0418 | .0409 | .0401 | .0392 | .0384 | .0375 | .0367 |
| -1.8 | .0359 | .0351 | .0344 | .0336 | .0329 | .0322 | .0314 | .0307 | .0301 | .0294 |
| -1.9 | .0287 | .0281 | .0274 | .0268 | .0262 | .0256 | .0250 | .0244 | .0238 | .0233 |
| -2.0 | .0228 | .0222 | .0217 | .0212 | .0207 | .0202 | .0197 | .0192 | .0188 | .0183 |
| -2.1 | .0179 | .0174 | .0170 | .0165 | .0162 | .0158 | .0154 | .0150 | .0146 | .0143 |
| -2.2 | .0139 | .0135 | .0132 | .0129 | .0125 | .0122 | .0119 | .0116 | .0113 | .0110 |
| -2.3 | .0107 | .0104 | .0102 | .0099 | .0096 | .0094 | .0091 | .0089 | .0087 | .0084 |
| -2.4 | .0082 | .0080 | .0078 | .0075 | .0073 | .0071 | .0069 | .0068 | .0066 | .0064 |
| -2.5 | .0062 | .0060 | .0059 | .0057 | .0055 | .0054 | .0052 | .0051 | .0049 | .0048 |
| -2.6 | .0047 | .0045 | .0044 | .0043 | .0041 | .0040 | .0039 | .0038 | .0037 | .0036 |
| -2.7 | .0035 | .0034 | .0033 | .0032 | .0031 | .0030 | .0029 | .0028 | .0027 | .0026 |
| -2.8 | .0026 | .0025 | .0024 | .0023 | .0023 | .0022 | .0021 | .0020 | .0020 | .0019 |
| -2.9 | .0019 | .0018 | .0017 | .0017 | .0016 | .0016 | .0015 | .0015 | .0014 | .0014 |
| -3.0 | .0014 | .0013 | .0013 | .0012 | .0012 | .0011 | .0011 | .0011 | .0010 | .0010 |
| -3.1 | .0010 | .0009 | .0009 | .0009 | .0008 | .0008 | .0008 | .0008 | .0007 | .0007 |
| -3.2 | .0007 | .0007 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0006 | .0005 | .0005 | .0005 |
| -3.3 | .0005 | .0005 | .0005 | .0005 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0004 | .0003 |
| -3.4 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0003 | .0002 |
| -3.5 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 | .0002 |
| -3.6 | .0002 | .0002 | .0002 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |
| -3.7 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 | .0001 |

| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5159 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7518 | .7549 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9430 | .9441 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9485 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9656 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9762 | .9767 |
| 2.0 | .9772 | .9778 | .9783 | .9788 | .9793 | .9798 | .9803 | .9808 | .9812 | .9817 |
| 2.1 | .9821 | .9826 | .9830 | .9835 | .9838 | .9842 | .9846 | .9850 | .9854 | .9857 |
| 2.2 | .9861 | .9865 | .9868 | .9871 | .9875 | .9878 | .9881 | .9884 | .9887 | .9890 |
| 2.3 | .9893 | .9896 | .9898 | .9901 | .9904 | .9906 | .9909 | .9911 | .9913 | .9916 |
| 2.4 | .9918 | .9920 | .9922 | .9925 | .9927 | .9929 | .9931 | .9932 | .9934 | .9936 |
| 2.5 | .9938 | .9940 | .9941 | .9943 | .9945 | .9946 | .9948 | .9949 | .9951 | .9952 |
| 2.6 | .9953 | .9955 | .9956 | .9957 | .9959 | .9960 | .9961 | .9962 | .9963 | .9964 |
| 2.7 | .9965 | .9966 | .9967 | .9968 | .9969 | .9970 | .9971 | .9972 | .9973 | .9974 |
| 2.8 | .9974 | .9975 | .9976 | .9977 | .9977 | .9978 | .9979 | .9980 | .9980 | .9981 |
| 2.9 | .9981 | .9982 | .9983 | .9983 | .9984 | .9984 | .9985 | .9985 | .9986 | .9986 |
| 3.0 | .9986 | .9987 | .9987 | .9988 | .9988 | .9989 | .9989 | .9989 | .9990 | .9990 |
| 3.1 | .9990 | .9991 | .9991 | .9991 | .9992 | .9992 | .9992 | .9992 | .9993 | .9993 |
| 3.2 | .9993 | .9993 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9995 | .9995 | .9995 |
| 3.3 | .9995 | .9995 | .9995 | .9995 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9997 |
| 3.4 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9998 |
| 3.5 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 | .9998 |
| 3.6 | .9998 | .9998 | .9998 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.7 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |

Tabela 2. Vrijednosti kumulativne vjerovatnoće $F(z)$ za standardnu Gumbelovu funkciju raspodjele vjerovatnoće

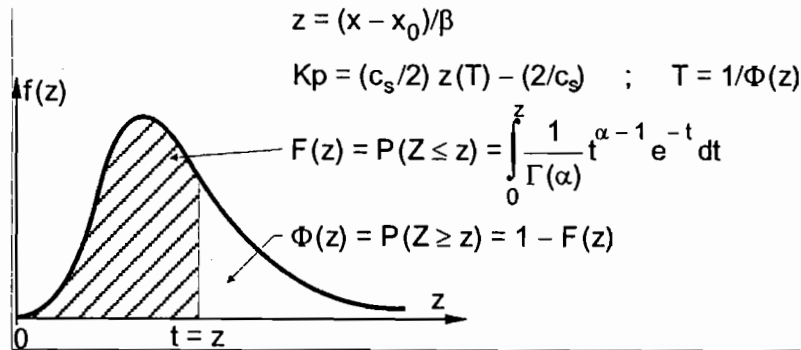


| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -2.00 | 0.00062 | 0.00057 | 0.00053 | 0.00049 | 0.00046 | 0.00042 | 0.00039 | 0.00036 | 0.00033 | 0.00031 |
| -1.90 | 0.00125 | 0.00117 | 0.00109 | 0.00102 | 0.00095 | 0.00089 | 0.00083 | 0.00077 | 0.00072 | 0.00067 |
| -1.80 | 0.00236 | 0.00222 | 0.00209 | 0.00196 | 0.00184 | 0.00173 | 0.00162 | 0.00152 | 0.00143 | 0.00133 |
| -1.70 | 0.00419 | 0.00397 | 0.00376 | 0.00355 | 0.00335 | 0.00317 | 0.00299 | 0.00282 | 0.00266 | 0.00251 |
| -1.60 | 0.00706 | 0.00672 | 0.00639 | 0.00607 | 0.00577 | 0.00548 | 0.00520 | 0.00493 | 0.00467 | 0.00443 |
| -1.50 | 0.01131 | 0.01082 | 0.01033 | 0.00987 | 0.00942 | 0.00899 | 0.00858 | 0.00818 | 0.00779 | 0.00742 |
| -1.40 | 0.01733 | 0.01664 | 0.01597 | 0.01532 | 0.01469 | 0.01408 | 0.01349 | 0.01292 | 0.01236 | 0.01183 |
| -1.30 | 0.02549 | 0.02457 | 0.02367 | 0.02280 | 0.02195 | 0.02112 | 0.02032 | 0.01954 | 0.01878 | 0.01805 |
| -1.20 | 0.03615 | 0.03496 | 0.03380 | 0.03267 | 0.03157 | 0.03049 | 0.02944 | 0.02841 | 0.02742 | 0.02644 |
| -1.10 | 0.04958 | 0.04811 | 0.04666 | 0.04525 | 0.04386 | 0.04250 | 0.04117 | 0.03988 | 0.03860 | 0.03736 |
| -1.00 | 0.06599 | 0.06421 | 0.06246 | 0.06075 | 0.05906 | 0.05740 | 0.05578 | 0.05418 | 0.05262 | 0.05108 |
| -0.90 | 0.08547 | 0.08338 | 0.08133 | 0.07930 | 0.07731 | 0.07534 | 0.07341 | 0.07151 | 0.06964 | 0.06780 |
| -0.80 | 0.10801 | 0.10562 | 0.10326 | 0.10093 | 0.09863 | 0.09636 | 0.09412 | 0.09191 | 0.08973 | 0.08759 |
| -0.70 | 0.13349 | 0.13081 | 0.12817 | 0.12555 | 0.12296 | 0.12039 | 0.11786 | 0.11535 | 0.11288 | 0.11043 |
| -0.60 | 0.16168 | 0.15875 | 0.15584 | 0.15296 | 0.15010 | 0.14726 | 0.14445 | 0.14167 | 0.13892 | 0.13619 |
| -0.50 | 0.19230 | 0.18914 | 0.18600 | 0.18288 | 0.17978 | 0.17671 | 0.17366 | 0.17063 | 0.16762 | 0.16464 |
| -0.40 | 0.22496 | 0.22161 | 0.21828 | 0.21497 | 0.21167 | 0.20840 | 0.20514 | 0.20190 | 0.19868 | 0.19548 |
| -0.30 | 0.25928 | 0.25578 | 0.25230 | 0.24883 | 0.24538 | 0.24194 | 0.23851 | 0.23510 | 0.23171 | 0.22833 |
| -0.20 | 0.29482 | 0.29122 | 0.28763 | 0.28405 | 0.28048 | 0.27692 | 0.27337 | 0.26983 | 0.26630 | 0.26278 |
| -0.10 | 0.33115 | 0.32750 | 0.32384 | 0.32019 | 0.31655 | 0.31291 | 0.30928 | 0.30565 | 0.30203 | 0.29842 |
| 0.00 | 0.36788 | 0.37156 | 0.37524 | 0.37891 | 0.38259 | 0.38627 | 0.38994 | 0.39361 | 0.39728 | 0.40094 |
| 0.10 | 0.40461 | 0.40827 | 0.41192 | 0.41557 | 0.41922 | 0.42286 | 0.42650 | 0.43013 | 0.43376 | 0.43738 |
| 0.20 | 0.44099 | 0.44460 | 0.44820 | 0.45179 | 0.45538 | 0.45896 | 0.46253 | 0.46609 | 0.46964 | 0.47319 |
| 0.30 | 0.47672 | 0.48025 | 0.48377 | 0.48728 | 0.49077 | 0.49426 | 0.49774 | 0.50121 | 0.50466 | 0.50811 |
| 0.40 | 0.51154 | 0.51497 | 0.51838 | 0.52178 | 0.52517 | 0.52854 | 0.53191 | 0.53526 | 0.53860 | 0.54193 |
| 0.50 | 0.54524 | 0.54854 | 0.55183 | 0.55510 | 0.55836 | 0.56161 | 0.56484 | 0.56806 | 0.57127 | 0.57446 |
| 0.60 | 0.57764 | 0.58080 | 0.58395 | 0.58708 | 0.59020 | 0.59331 | 0.59640 | 0.59947 | 0.60253 | 0.60558 |
| 0.70 | 0.60861 | 0.61162 | 0.61462 | 0.61760 | 0.62057 | 0.62352 | 0.62646 | 0.62938 | 0.63229 | 0.63518 |
| 0.80 | 0.63806 | 0.64092 | 0.64376 | 0.64659 | 0.64940 | 0.65219 | 0.65497 | 0.65774 | 0.66048 | 0.66322 |
| 0.90 | 0.66593 | 0.66863 | 0.67131 | 0.67398 | 0.67663 | 0.67927 | 0.68189 | 0.68449 | 0.68708 | 0.68965 |
| 1.00 | 0.69220 | 0.69474 | 0.69726 | 0.69977 | 0.70226 | 0.70473 | 0.70719 | 0.70963 | 0.71206 | 0.71447 |
| 1.10 | 0.71686 | 0.71924 | 0.72160 | 0.72395 | 0.72628 | 0.72860 | 0.73089 | 0.73318 | 0.73545 | 0.73770 |
| 1.20 | 0.73993 | 0.74215 | 0.74436 | 0.74655 | 0.74872 | 0.75088 | 0.75303 | 0.75516 | 0.75727 | 0.75937 |
| 1.30 | 0.76145 | 0.76352 | 0.76557 | 0.76761 | 0.76963 | 0.77164 | 0.77363 | 0.77561 | 0.77757 | 0.77952 |
| 1.40 | 0.78146 | 0.78338 | 0.78528 | 0.78717 | 0.78905 | 0.79091 | 0.79276 | 0.79459 | 0.79641 | 0.79822 |
| 1.50 | 0.80001 | 0.80179 | 0.80355 | 0.80530 | 0.80704 | 0.80876 | 0.81047 | 0.81217 | 0.81385 | 0.81552 |

Nastavak tabele 2

| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1.60 | 0.81718 | 0.81882 | 0.82045 | 0.82207 | 0.82367 | 0.82527 | 0.82684 | 0.82841 | 0.82996 | 0.83150 |
| 1.70 | 0.83303 | 0.83455 | 0.83605 | 0.83754 | 0.83902 | 0.84049 | 0.84194 | 0.84338 | 0.84481 | 0.84623 |
| 1.80 | 0.84764 | 0.84904 | 0.85042 | 0.85179 | 0.85315 | 0.85450 | 0.85584 | 0.85717 | 0.85848 | 0.85979 |
| 1.90 | 0.86108 | 0.86236 | 0.86363 | 0.86489 | 0.86614 | 0.86738 | 0.86861 | 0.86983 | 0.87104 | 0.87224 |
| 2.00 | 0.87342 | 0.87460 | 0.87577 | 0.87692 | 0.87807 | 0.87921 | 0.88033 | 0.88145 | 0.88256 | 0.88366 |
| 2.10 | 0.88474 | 0.88582 | 0.88689 | 0.88795 | 0.88900 | 0.89004 | 0.89108 | 0.89210 | 0.89311 | 0.89412 |
| 2.20 | 0.89511 | 0.89610 | 0.89708 | 0.89805 | 0.89901 | 0.89997 | 0.90091 | 0.90185 | 0.90277 | 0.90369 |
| 2.30 | 0.90460 | 0.90551 | 0.90640 | 0.90729 | 0.90817 | 0.90904 | 0.90990 | 0.91076 | 0.91160 | 0.91244 |
| 2.40 | 0.91328 | 0.91410 | 0.91492 | 0.91573 | 0.91653 | 0.91732 | 0.91811 | 0.91889 | 0.91967 | 0.92043 |
| 2.50 | 0.92119 | 0.92195 | 0.92269 | 0.92343 | 0.92416 | 0.92489 | 0.92561 | 0.92632 | 0.92703 | 0.92772 |
| 2.60 | 0.92842 | 0.92910 | 0.92978 | 0.93046 | 0.93113 | 0.93179 | 0.93244 | 0.93309 | 0.93373 | 0.93437 |
| 2.70 | 0.93500 | 0.93563 | 0.93625 | 0.93686 | 0.93747 | 0.93807 | 0.93867 | 0.93926 | 0.93985 | 0.94043 |
| 2.80 | 0.94100 | 0.94157 | 0.94214 | 0.94269 | 0.94325 | 0.94380 | 0.94434 | 0.94488 | 0.94541 | 0.94594 |
| 2.90 | 0.94646 | 0.94698 | 0.94749 | 0.94800 | 0.94851 | 0.94901 | 0.94950 | 0.94999 | 0.95048 | 0.95096 |
| 3.00 | 0.95143 | 0.95190 | 0.95237 | 0.95283 | 0.95329 | 0.95375 | 0.95419 | 0.95464 | 0.95508 | 0.95552 |
| 3.10 | 0.95595 | 0.95638 | 0.95680 | 0.95722 | 0.95764 | 0.95805 | 0.95846 | 0.95887 | 0.95927 | 0.95966 |
| 3.20 | 0.96006 | 0.96045 | 0.96083 | 0.96121 | 0.96159 | 0.96197 | 0.96234 | 0.96271 | 0.96307 | 0.96343 |
| 3.30 | 0.96379 | 0.96414 | 0.96449 | 0.96484 | 0.96518 | 0.96552 | 0.96586 | 0.96619 | 0.96653 | 0.96685 |
| 3.40 | 0.96718 | 0.96750 | 0.96782 | 0.96813 | 0.96844 | 0.96875 | 0.96906 | 0.96936 | 0.96966 | 0.96996 |
| 3.50 | 0.97025 | 0.97055 | 0.97083 | 0.97112 | 0.97140 | 0.97168 | 0.97196 | 0.97224 | 0.97251 | 0.97278 |
| 3.60 | 0.97305 | 0.97331 | 0.97357 | 0.97383 | 0.97409 | 0.97434 | 0.97460 | 0.97485 | 0.97509 | 0.97534 |
| 3.70 | 0.97558 | 0.97582 | 0.97606 | 0.97629 | 0.97653 | 0.97676 | 0.97699 | 0.97721 | 0.97744 | 0.97766 |
| 3.80 | 0.97788 | 0.97810 | 0.97831 | 0.97852 | 0.97874 | 0.97895 | 0.97915 | 0.97936 | 0.97956 | 0.97976 |
| 3.90 | 0.97996 | 0.98016 | 0.98035 | 0.98055 | 0.98074 | 0.98093 | 0.98112 | 0.98130 | 0.98149 | 0.98167 |
| 4.00 | 0.98185 | 0.98203 | 0.98221 | 0.98238 | 0.98256 | 0.98273 | 0.98290 | 0.98307 | 0.98323 | 0.98340 |
| 4.50 | 0.98895 | 0.98906 | 0.98917 | 0.98928 | 0.98938 | 0.98949 | 0.98959 | 0.98970 | 0.98980 | 0.98990 |
| 5.00 | 0.99328 | 0.99335 | 0.99342 | 0.99348 | 0.99355 | 0.99361 | 0.99367 | 0.99374 | 0.99380 | 0.99386 |
| 5.50 | 0.99592 | 0.99596 | 0.99600 | 0.99604 | 0.99608 | 0.99612 | 0.99616 | 0.99620 | 0.99623 | 0.99627 |
| 6.00 | 0.99752 | 0.99755 | 0.99757 | 0.99760 | 0.99762 | 0.99764 | 0.99767 | 0.99769 | 0.99771 | 0.99774 |
| 6.50 | 0.99850 | 0.99851 | 0.99853 | 0.99854 | 0.99856 | 0.99857 | 0.99859 | 0.99860 | 0.99861 | 0.99863 |
| 7.00 | 0.99909 | 0.99910 | 0.99911 | 0.99912 | 0.99912 | 0.99913 | 0.99914 | 0.99915 | 0.99916 | 0.99917 |
| 7.50 | 0.99945 | 0.99945 | 0.99946 | 0.99946 | 0.99947 | 0.99947 | 0.99948 | 0.99948 | 0.99949 | 0.99949 |
| 8.00 | 0.99966 | 0.99967 | 0.99967 | 0.99967 | 0.99968 | 0.99968 | 0.99968 | 0.99969 | 0.99969 | 0.99969 |
| 8.50 | 0.99980 | 0.99980 | 0.99980 | 0.99980 | 0.99980 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99981 |
| 9.00 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99989 | 0.99989 |

Tabela 3. Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za Pearson 3 funkciju raspodjele vjerovatnoće (Koeficijent asimetrije C_s ima pozitivnu vrijednost)



| C_s | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(z)$ - (%) | | | | | | | | | |
|-------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | 0.01 | 0.1 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 1.0001 | 1.001 | 1.01 | 1.05 | 1.11 | 1.25 | 1.43 | 1.67 | 2 | 2.5 |
| 0.0 | -3.72 | -3.09 | -2.33 | -1.64 | -1.28 | -0.84 | -0.52 | -0.25 | 0.00 | 0.25 |
| 0.1 | -3.52 | -2.95 | -2.25 | -1.61 | -1.27 | -0.85 | -0.53 | -0.27 | -0.02 | 0.24 |
| 0.2 | -3.32 | -2.81 | -2.18 | -1.58 | -1.26 | -0.85 | -0.55 | -0.28 | -0.03 | 0.22 |
| 0.3 | -3.12 | -2.76 | -2.10 | -1.55 | -1.24 | -0.85 | -0.56 | -0.30 | -0.05 | 0.20 |
| 0.4 | -2.92 | -2.54 | -2.04 | -1.52 | -1.23 | -0.85 | -0.57 | -0.31 | -0.07 | 0.19 |
| 0.5 | -2.72 | -2.40 | -1.96 | -1.49 | -1.22 | -0.85 | -0.58 | -0.33 | -0.08 | 0.17 |
| 0.6 | -2.53 | -2.27 | -1.88 | -1.45 | -1.20 | -0.85 | -0.59 | -0.34 | -0.10 | 0.16 |
| 0.7 | -2.36 | -2.14 | -1.81 | -1.42 | -1.18 | -0.85 | -0.60 | -0.36 | -0.12 | 0.14 |
| 0.8 | -2.18 | -2.02 | -1.74 | -1.38 | -1.17 | -0.86 | -0.60 | -0.37 | -0.13 | 0.12 |
| 0.9 | -2.03 | -1.90 | -1.66 | -1.35 | -1.15 | -0.85 | -0.61 | -0.38 | -0.15 | 0.11 |
| 1.0 | -1.88 | -1.79 | -1.59 | -1.32 | -1.13 | -0.85 | -0.62 | -0.39 | -0.16 | 0.09 |

| C_s | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(z)$ - (%) | | | | | | | | | |
|-------|--|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | 70 | 80 | 90 | 95 | 96 | 98 | 99 | 99.5 | 99.9 | 99.99 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 3.33 | 5 | 10 | 20 | 25 | 50 | 100 | 200 | 1000 | 10000 |
| 0.0 | 0.52 | 0.84 | 1.28 | 1.64 | 1.75 | 2.04 | 2.33 | 2.58 | 3.09 | 3.72 |
| 0.1 | 0.51 | 0.84 | 1.29 | 1.67 | 1.78 | 2.11 | 2.40 | 2.67 | 3.23 | 3.94 |
| 0.2 | 0.50 | 0.83 | 1.30 | 1.70 | 1.81 | 2.16 | 2.47 | 2.76 | 3.38 | 4.16 |
| 0.3 | 0.48 | 0.82 | 1.31 | 1.72 | 1.84 | 2.21 | 2.54 | 2.86 | 3.52 | 4.38 |
| 0.4 | 0.47 | 0.82 | 1.32 | 1.75 | 1.87 | 2.26 | 2.61 | 2.95 | 3.66 | 4.61 |
| 0.5 | 0.46 | 0.81 | 1.32 | 1.77 | 1.90 | 2.31 | 2.68 | 3.05 | 3.81 | 4.83 |
| 0.6 | 0.44 | 0.80 | 1.33 | 1.80 | 1.94 | 2.35 | 2.76 | 3.14 | 3.96 | 5.05 |
| 0.7 | 0.43 | 0.79 | 1.33 | 1.82 | 1.97 | 2.40 | 2.82 | 3.23 | 4.10 | 5.28 |
| 0.8 | 0.41 | 0.78 | 1.34 | 1.84 | 2.00 | 2.45 | 2.89 | 3.32 | 4.24 | 5.50 |
| 0.9 | 0.40 | 0.77 | 1.34 | 1.86 | 2.03 | 2.50 | 2.96 | 3.41 | 4.38 | 5.73 |
| 1.0 | 0.38 | 0.76 | 1.34 | 1.88 | 2.05 | 2.54 | 3.02 | 3.50 | 4.53 | 5.96 |

Nastavak tabele 3.

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | | | |
|-----|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.01 | 0.1 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 1.0001 | 1.001 | 1.01 | 1.05 | 1.11 | 1.25 | 1.43 | 1.67 | 2 | 2.5 |
| 1.1 | -1.76 | -1.68 | -1.52 | -1.28 | -1.10 | -0.85 | -0.62 | -0.41 | -0.18 | 0.07 |
| 1.2 | -1.63 | -1.58 | -1.45 | -1.24 | -1.08 | -0.84 | -0.63 | -0.42 | -0.19 | 0.05 |
| 1.3 | -1.53 | -1.48 | -1.38 | -1.20 | -1.06 | -0.84 | -0.63 | -0.43 | -0.21 | 0.04 |
| 1.4 | -1.42 | -1.39 | -1.32 | -1.17 | -1.04 | -0.83 | -0.64 | -0.44 | -0.22 | 0.02 |
| 1.5 | -1.34 | -1.31 | -1.26 | -1.14 | -1.02 | -0.82 | -0.64 | -0.45 | -0.24 | 0.00 |
| 1.6 | -1.25 | -1.24 | -1.20 | -1.10 | -0.99 | -0.81 | -0.64 | -0.46 | -0.25 | -0.02 |
| 1.7 | -1.18 | -1.17 | -1.14 | -1.06 | -0.97 | -0.81 | -0.64 | -0.47 | -0.27 | -0.03 |
| 1.8 | -1.11 | -1.11 | -1.09 | -1.02 | -0.94 | -0.80 | -0.64 | -0.48 | -0.28 | -0.05 |
| 1.9 | -1.06 | -1.05 | -1.04 | -0.98 | -0.92 | -0.79 | -0.64 | -0.48 | -0.29 | -0.07 |
| 2.0 | -1.00 | -1.00 | -0.99 | -0.95 | -0.90 | -0.78 | -0.64 | -0.49 | -0.31 | -0.08 |

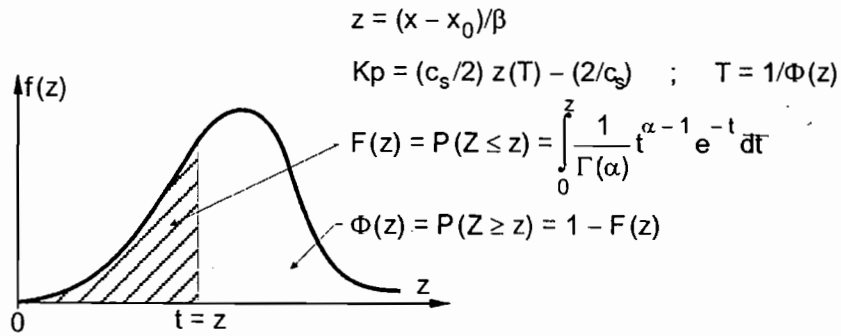
| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | | | |
|-----|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | 70 | 80 | 90 | 95 | 96 | 98 | 99 | 99.5 | 99.9 | 99.99 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 3.33 | 5 | 10 | 20 | 25 | 50 | 100 | 200 | 1000 | 10000 |
| 1.1 | 0.36 | 0.74 | 1.34 | 1.89 | 2.05 | 2.58 | 3.09 | 3.59 | 4.67 | 6.18 |
| 1.2 | 0.35 | 0.73 | 1.34 | 1.91 | 2.09 | 2.62 | 3.15 | 3.67 | 4.88 | 6.41 |
| 1.3 | 0.33 | 0.72 | 1.34 | 1.92 | 2.11 | 2.67 | 3.21 | 3.76 | 4.96 | 6.64 |
| 1.4 | 0.31 | 0.71 | 1.34 | 1.94 | 2.13 | 2.71 | 3.27 | 3.84 | 5.10 | 6.87 |
| 1.5 | 0.30 | 0.69 | 1.33 | 1.95 | 2.15 | 2.74 | 3.33 | 3.92 | 5.26 | 7.09 |
| 1.6 | 0.28 | 0.68 | 1.33 | 1.96 | 2.17 | 2.78 | 3.39 | 4.00 | 5.38 | 7.31 |
| 1.7 | 0.26 | 0.66 | 1.32 | 1.97 | 2.19 | 2.82 | 3.44 | 4.08 | 5.52 | 7.54 |
| 1.8 | 0.24 | 0.64 | 1.32 | 1.98 | 2.20 | 2.85 | 3.50 | 4.15 | 5.65 | 7.76 |
| 1.9 | 0.22 | 0.63 | 1.31 | 1.99 | 2.22 | 2.88 | 3.55 | 4.23 | 5.78 | 7.98 |
| 2.0 | 0.20 | 0.61 | 1.30 | 2.00 | 2.23 | 2.91 | 3.60 | 4.30 | 5.91 | 8.21 |

Nastavak tabele 3.

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | | | |
|-----|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.01 | 0.1 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 1.0001 | 1.001 | 1.01 | 1.05 | 1.11 | 1.25 | 1.43 | 1.67 | 2 | 2.5 |
| 2.1 | -0.95 | -0.95 | -0.95 | -0.92 | -0.87 | -0.77 | -0.64 | -0.49 | -0.32 | -0.10 |
| 2.2 | -0.91 | -0.91 | -0.90 | -0.90 | -0.85 | -0.75 | -0.63 | -0.49 | -0.33 | -0.11 |
| 2.3 | -0.87 | -0.87 | -0.87 | -0.85 | -0.82 | -0.74 | -0.62 | -0.49 | -0.31 | -0.12 |
| 2.4 | -0.83 | -0.83 | -0.83 | -0.82 | -0.79 | -0.71 | -0.62 | -0.50 | -0.35 | -0.14 |
| 2.5 | -0.80 | -0.80 | -0.80 | -0.79 | -0.77 | -0.70 | -0.61 | -0.50 | -0.36 | -0.15 |
| 2.6 | -0.77 | -0.77 | -0.77 | -0.76 | -0.74 | -0.68 | -0.60 | -0.50 | -0.37 | -0.17 |
| 2.7 | -0.74 | -0.74 | -0.74 | -0.73 | -0.72 | -0.67 | -0.60 | -0.60 | -0.38 | -0.18 |
| 2.8 | -0.71 | -0.71 | -0.71 | -0.71 | -0.70 | -0.65 | -0.59 | -0.50 | -0.38 | -0.20 |
| 2.9 | -0.69 | -0.69 | -0.69 | -0.68 | -0.67 | -0.64 | -0.58 | -0.50 | -0.39 | -0.21 |
| 3.0 | -0.67 | -0.67 | -0.67 | -0.66 | -0.65 | -0.62 | -0.57 | -0.50 | -0.40 | -0.23 |

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | | | |
|-----|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | 70 | 80 | 90 | 95 | 96 | 98 | 99 | 99.5 | 99.9 | 99.99 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 3.33 | 5 | 10 | 20 | 25 | 50 | 100 | 200 | 1000 | 10000 |
| 2.1 | 0.19 | 0.60 | 1.29 | 2.00 | 2.24 | 2.94 | 3.65 | 4.38 | 6.06 | 8.43 |
| 2.2 | 0.17 | 0.58 | 1.28 | 2.01 | 2.25 | 2.97 | 3.70 | 4.45 | 6.20 | 8.65 |
| 2.3 | 0.15 | 0.56 | 1.27 | 2.01 | 2.26 | 2.99 | 3.75 | 4.55 | 6.43 | 8.87 |
| 2.4 | 0.13 | 0.54 | 1.25 | 2.01 | 2.27 | 3.02 | 3.79 | 4.59 | 6.47 | 9.08 |
| 2.5 | 0.12 | 0.53 | 1.24 | 2.01 | 2.28 | 3.04 | 3.38 | 4.65 | 6.60 | 9.30 |
| 2.6 | 0.10 | 0.51 | 1.23 | 2.01 | 2.28 | 3.07 | 3.87 | 4.72 | 6.73 | 9.51 |
| 2.7 | 0.08 | 0.49 | 1.21 | 2.01 | 2.29 | 3.10 | 3.91 | 4.78 | 6.86 | 9.73 |
| 2.8 | 0.06 | 0.47 | 1.20 | 2.02 | 2.29 | 3.12 | 3.95 | 4.83 | 6.99 | 9.94 |
| 2.9 | 0.04 | 0.45 | 1.19 | 2.02 | 2.30 | 3.14 | 3.99 | 4.91 | 7.12 | 10.15 |
| 3.0 | 0.03 | 0.42 | 1.18 | 2.02 | 2.30 | 3.16 | 4.02 | 4.98 | 7.25 | 10.35 |

Tabela 4. Vrijednosti faktora frekvencije $K_p(T)$ za Pearson 3 funkciju raspodjele vjerovatnoće (Koficijent asimetrije C_s ima negativnu vrijednost)



| C_s | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(z)$ - (%) | | | | | | | |
|-------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,1 | 0,5 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 1,001 | 1,005 | 1,01 | 1,05 | 1,11 | 1,25 | 1,43 | 1,67 |
| -0,0 | -3,09 | -2,58 | -2,33 | -1,64 | -1,28 | -0,84 | -0,52 | -0,25 |
| -0,1 | -3,23 | -2,69 | -2,40 | -1,67 | -1,29 | -0,84 | -0,51 | -0,23 |
| -0,2 | -3,38 | -2,78 | -2,47 | -1,70 | -1,30 | -0,83 | -0,50 | -0,22 |
| -0,3 | -3,52 | -2,85 | -2,54 | -1,73 | -1,31 | -0,82 | -0,49 | -0,21 |
| -0,4 | -3,66 | -2,95 | -2,61 | -1,75 | -1,32 | -0,82 | -0,47 | -0,19 |
| -0,5 | -3,82 | -3,04 | -2,68 | -1,77 | -1,32 | -0,81 | -0,46 | -0,18 |
| -0,6 | -3,96 | -3,13 | -2,75 | -1,80 | -1,33 | -0,80 | -0,44 | -0,16 |
| -0,7 | -4,11 | -3,23 | -2,82 | -1,82 | -1,33 | -0,79 | -0,43 | -0,15 |
| -0,8 | -4,24 | -3,31 | -2,89 | -1,84 | -1,34 | -0,78 | -0,41 | -0,12 |
| -0,9 | -4,41 | -3,41 | -2,96 | -1,86 | -1,34 | -0,77 | -0,40 | -0,10 |
| -1,0 | -4,53 | -3,49 | -3,02 | -1,88 | -1,34 | -0,76 | -0,38 | -0,09 |

| C_s | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(z)$ - (%) | | | | | | | |
|-------|--|------|------|------|------|------|------|------|
| | 50 | 70 | 80 | 90 | 95 | 99 | 99,5 | 99,9 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 2 | 3,33 | 5 | 10 | 20 | 100 | 200 | 1000 |
| -0,0 | 0,00 | 0,52 | 0,84 | 1,28 | 1,64 | 2,33 | 2,58 | 3,09 |
| -0,1 | 0,02 | 0,54 | 0,85 | 1,27 | 1,62 | 2,25 | 2,48 | 2,93 |
| -0,2 | 0,03 | 0,55 | 0,85 | 1,26 | 1,58 | 2,18 | 2,39 | 2,81 |
| -0,3 | 0,05 | 0,56 | 0,85 | 1,24 | 1,56 | 2,10 | 2,29 | 2,78 |
| -0,4 | 0,07 | 0,57 | 0,85 | 1,23 | 1,52 | 2,03 | 2,20 | 2,54 |
| -0,5 | 0,08 | 0,58 | 0,85 | 1,22 | 1,50 | 1,95 | 2,11 | 2,40 |
| -0,6 | 0,10 | 0,59 | 0,86 | 1,20 | 1,45 | 1,88 | 2,02 | 2,27 |
| -0,7 | 0,11 | 0,59 | 0,86 | 1,18 | 1,41 | 1,81 | 1,93 | 2,12 |
| -0,8 | 0,13 | 0,60 | 0,86 | 1,17 | 1,38 | 1,74 | 1,84 | 2,02 |
| -0,9 | 0,15 | 0,61 | 0,85 | 1,15 | 1,36 | 1,66 | 1,75 | 1,92 |
| -1,0 | 0,16 | 0,62 | 0,85 | 1,13 | 1,32 | 1,59 | 1,66 | 1,79 |

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | |
|-------|--------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0,1 | 0,5 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 1,001 | 1,005 | 1,01 | 1,05 | 1,11 | 1,25 | 1,43 | 1,67 |
| - 1.1 | - 4.67 | - 3.57 | - 3.09 | - 1.89 | - 1.34 | - 0.74 | - 0.37 | - 0.07 |
| - 1.2 | - 4.81 | - 3.66 | - 3.15 | - 1.91 | - 1.34 | - 0.73 | - 0.35 | - 0.05 |
| - 1.3 | - 4.96 | - 3.75 | - 3.21 | - 1.92 | - 1.34 | - 0.72 | - 0.33 | - 0.03 |
| - 1.4 | - 5.09 | - 3.83 | - 3.27 | - 1.92 | - 1.34 | - 0.71 | - 0.31 | - 0.02 |
| - 1.5 | - 5.24 | - 3.92 | - 3.33 | - 1.95 | - 1.35 | - 0.69 | - 0.30 | - 0.02 |
| - 1.6 | - 5.37 | - 3.99 | - 3.39 | - 1.96 | - 1.33 | - 0.68 | - 0.28 | 0.02 |
| - 1.7 | - 5.55 | - 4.08 | - 3.44 | - 1.97 | - 1.32 | - 0.66 | - 0.26 | 0.03 |
| - 1.8 | - 5.64 | - 4.15 | - 3.50 | - 1.98 | - 1.32 | - 0.64 | - 0.24 | 0.05 |
| - 1.9 | - 5.79 | - 4.23 | - 3.55 | - 1.99 | - 1.31 | - 0.63 | - 0.22 | 0.06 |
| - 2,0 | - 5,91 | - 4,30 | - 3,60 | - 2,00 | - 1,30 | - 0,61 | 0,20 | 0,08 |

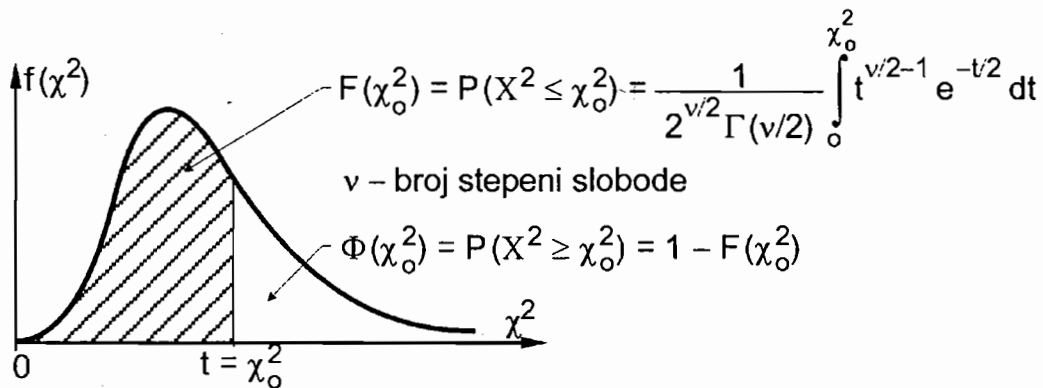
| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | |
|-------|--------------------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| | 50 | 70 | 80 | 90 | 95 | 99 | 99,5 | 99,9 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 2 | 3,33 | 5 | 10 | 20 | 100 | 200 | 1000 |
| - 1.1 | 0.18 | 0.62 | 0.85 | 1.10 | 1.29 | 1.52 | 1.58 | 1.68 |
| - 1.2 | 0.19 | 0.63 | 0.84 | 1.08 | 1.24 | 1.45 | 1.50 | 1.58 |
| - 1.3 | 0.21 | 0.63 | 0.84 | 1.06 | 1.21 | 1.38 | 1.42 | 1.49 |
| - 1.4 | 0.23 | 0.64 | 0.83 | 1.04 | 1.17 | 1.32 | 1.35 | 1.39 |
| - 1.5 | 0.24 | 0.64 | 0.82 | 1.02 | 1.14 | 1.26 | 1.28 | 1.31 |
| - 1.6 | 0.25 | 0.64 | 0.81 | 0.99 | 1.10 | 1.20 | 1.22 | 1.24 |
| - 1.7 | 0.27 | 0.64 | 0.81 | 0.97 | 1.08 | 1.14 | 1.15 | 1.16 |
| - 1.8 | 0.28 | 0.64 | 0.80 | 0.94 | 1.02 | 1.09 | 1.10 | 1.11 |
| - 1.9 | 0.29 | 0.64 | 0.79 | 0.92 | 0.98 | 1.04 | 1.04 | 1.10 |
| - 2.0 | 0.31 | 0.64 | 0.78 | 0.90 | 0.95 | 0.99 | 0.995 | 0.999 |

Nastavak tabele 4.

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | |
|-------|--------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
| | 0,1 | 0,5 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 1,001 | 1,005 | 1,01 | 1,05 | 1,11 | 1,25 | 1,43 | 1,67 |
| - 2.1 | - 6.06 | - 4.39 | - 3.65 | - 2.00 | - 1.29 | - 0.59 | - 0.18 | 0.10 |
| - 2.2 | - 6.21 | - 4.47 | - 3.70 | - 2.00 | - 1.28 | - 0.57 | - 0.16 | 0.11 |
| - 2.3 | - 6.35 | - 4.53 | - 3.75 | - 2.01 | - 1.27 | - 0.55 | - 0.15 | 0.13 |
| - 2.4 | - 6.48 | - 4.60 | - 3.80 | - 2.01 | - 1.26 | - 0.54 | - 0.13 | 0.15 |
| - 2.5 | - 6.62 | - 4.66 | - 3.84 | - 2.01 | - 1.25 | - 0.52 | - 0.11 | 0.16 |
| - 2.6 | - 6.75 | - 4.72 | - 3.89 | - 2.01 | - 1.24 | - 0.50 | - 0.09 | 0.17 |
| - 2.7 | - 6.89 | - 4.78 | - 3.93 | - 2.01 | - 1.22 | - 0.48 | - 0.08 | 0.19 |
| - 2.8 | - 7.02 | - 4.85 | - 3.97 | - 2.00 | - 1.21 | - 0.46 | - 0.07 | 0.20 |
| - 2.9 | - 7.14 | - 4.90 | - 4.01 | - 2.00 | - 1.19 | - 0.44 | - 0.04 | 0.21 |
| - 3.0 | - 7.27 | - 4.95 | - 4.05 | - 2.00 | - 1.18 | - 0.42 | - 0.02 | 0.23 |

| Cs | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(z) – (%) | | | | | | | |
|-------|--------------------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| | 50 | 70 | 80 | 90 | 95 | 99 | 99,5 | 99,9 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | |
| | 2 | 3,33 | 5 | 10 | 20 | 100 | 200 | 1000 |
| - 2.1 | 0.32 | 0.63 | 0.76 | 0.87 | 0.92 | 0.94 | 0.949 | 0.952 |
| - 2.2 | 0.33 | 0.63 | 0.75 | 0.84 | 0.88 | 0.90 | 0.907 | 0.920 |
| - 2.3 | 0.34 | 0.63 | 0.74 | 0.82 | 0.85 | 0.86 | 0.869 | 0.890 |
| - 2.4 | 0.35 | 0.62 | 0.72 | 0.79 | 0.83 | 0.83 | 0.833 | 0.852 |
| - 2.5 | 0.36 | 0.62 | 0.71 | 0.77 | 0.79 | 0.80 | 0.808 | 0.812 |
| - 2.6 | 0.37 | 0.61 | 0.70 | 0.75 | 0.76 | 0.76 | 0.766 | 0.772 |
| - 2.7 | 0.37 | 0.61 | 0.68 | 0.72 | 0.73 | 0.74 | 0.741 | 0.751 |
| - 2.8 | 0.38 | 0.60 | 0.67 | 0.70 | 0.70 | 0.71 | 0.714 | 0.718 |
| - 2.9 | 0.39 | 0.60 | 0.65 | 0.68 | 0.68 | 0.69 | 0.690 | 0.700 |
| - 3.0 | 0.40 | 0.59 | 0.64 | 0.66 | 0.66 | 0.66 | 0.667 | 0.686 |

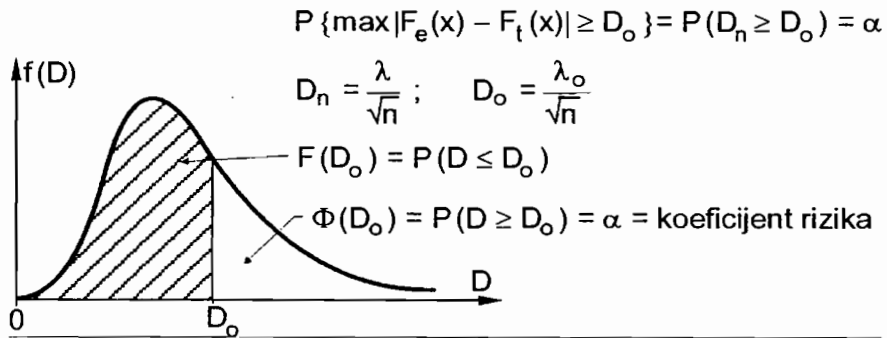
Tabela 5. Vrijednosti varijable χ_0^2 za HI – kvadrat funkciju raspodjele vjerovatnoće u zavisnosti od kumulativne vjerovatnoće $F(\chi_0^2)$ i broja stepeni slobode ν



| Broj step. slob. ν | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(\chi_0^2)$ – (%) | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.5 | 1 | 2.5 | 5 | 10 | 25 | 50 | 75 | 90 | 95 | 97.5 | 99 | 99.5 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | | | | |
| | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.05 | 1.11 | 1.33 | 2 | 4 | 10 | 20 | 40 | 100 | 200 |
| 1 | .000 | .0002 | .0010 | .0039 | .0158 | .102 | .455 | 1.32 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2 | .010 | .0201 | .0506 | .103 | .211 | .575 | 1.39 | 2.77 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.6 |
| 3 | .072 | .115 | .216 | .352 | .584 | 1.21 | 2.37 | 4.11 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.3 | 12.8 |
| 4 | .207 | .297 | .484 | .711 | 1.06 | 1.92 | 3.36 | 5.39 | 7.78 | 9.49 | 11.1 | 13.3 | 14.9 |
| 5 | .412 | .554 | .831 | 1.15 | 1.61 | 2.67 | 4.35 | 6.63 | 9.24 | 11.1 | 12.8 | 15.1 | 16.7 |
| 6 | .676 | .872 | 1.24 | 1.64 | 2.20 | 3.45 | 5.35 | 7.84 | 10.6 | 12.6 | 14.4 | 16.8 | 18.5 |
| 7 | .989 | 1.24 | 1.69 | 2.17 | 2.83 | 4.25 | 6.35 | 9.04 | 12.0 | 14.1 | 16.0 | 18.5 | 20.3 |
| 8 | 1.34 | 1.65 | 2.18 | 2.73 | 3.49 | 5.07 | 7.34 | 10.2 | 13.4 | 15.5 | 17.5 | 20.1 | 22.0 |
| 9 | 1.73 | 2.09 | 2.70 | 3.33 | 4.17 | 5.90 | 8.34 | 11.4 | 14.7 | 16.9 | 19.0 | 21.7 | 23.6 |
| 10 | 2.16 | 2.56 | 3.25 | 3.94 | 4.87 | 6.74 | 9.34 | 12.5 | 16.0 | 18.3 | 20.5 | 23.2 | 25.2 |
| 11 | 2.60 | 3.05 | 3.82 | 4.57 | 5.58 | 7.58 | 10.3 | 13.7 | 17.3 | 19.7 | 21.9 | 24.7 | 26.8 |
| 12 | 3.07 | 3.57 | 4.40 | 5.23 | 6.30 | 8.44 | 11.3 | 14.8 | 18.5 | 21.0 | 23.3 | 26.2 | 28.3 |
| 13 | 3.57 | 4.11 | 5.01 | 5.89 | 7.04 | 9.30 | 12.3 | 16.0 | 19.8 | 22.4 | 24.7 | 27.7 | 29.8 |
| 14 | 4.07 | 4.66 | 5.63 | 6.57 | 7.79 | 10.2 | 13.3 | 17.1 | 21.1 | 23.7 | 26.1 | 29.1 | 31.3 |
| 15 | 4.60 | 5.23 | 6.26 | 7.26 | 8.55 | 11.0 | 14.3 | 18.2 | 22.3 | 25.0 | 27.5 | 30.6 | 32.8 |
| 16 | 5.14 | 5.81 | 6.91 | 7.96 | 9.31 | 11.9 | 15.3 | 19.4 | 23.5 | 26.3 | 28.8 | 32.0 | 34.3 |
| 17 | 5.70 | 6.41 | 7.56 | 8.67 | 10.1 | 12.8 | 16.3 | 20.5 | 24.8 | 27.6 | 30.2 | 33.4 | 35.7 |
| 18 | 6.26 | 7.01 | 8.23 | 9.39 | 10.9 | 13.7 | 17.3 | 21.6 | 26.0 | 28.9 | 31.5 | 34.8 | 37.2 |
| 19 | 6.84 | 7.63 | 8.91 | 10.1 | 11.7 | 14.6 | 18.3 | 22.7 | 27.2 | 30.1 | 32.9 | 36.2 | 38.6 |
| 20 | 7.43 | 8.26 | 9.59 | 10.9 | 12.4 | 15.5 | 19.3 | 23.8 | 28.4 | 31.4 | 34.2 | 37.6 | 40.0 |
| 21 | 8.03 | 8.90 | 10.3 | 11.6 | 13.2 | 16.3 | 20.3 | 24.9 | 29.6 | 32.7 | 35.5 | 38.9 | 41.4 |
| 22 | 8.64 | 9.54 | 11.0 | 12.3 | 14.0 | 17.2 | 21.3 | 26.0 | 30.8 | 33.9 | 36.8 | 40.3 | 42.8 |
| 23 | 9.26 | 10.2 | 11.7 | 13.1 | 14.8 | 18.1 | 22.3 | 27.1 | 32.0 | 35.2 | 38.1 | 41.6 | 44.2 |
| 24 | 9.89 | 10.9 | 12.4 | 13.8 | 15.7 | 19.0 | 23.3 | 28.2 | 33.2 | 36.4 | 39.4 | 43.0 | 45.6 |
| 25 | 10.5 | 11.5 | 13.1 | 14.6 | 16.5 | 19.9 | 24.3 | 29.3 | 34.4 | 37.7 | 40.6 | 44.3 | 46.9 |
| 26 | 11.2 | 12.2 | 13.8 | 15.4 | 17.3 | 20.8 | 25.3 | 30.4 | 35.6 | 38.9 | 41.9 | 45.6 | 48.3 |
| 27 | 11.8 | 12.9 | 14.6 | 16.2 | 18.1 | 21.7 | 26.3 | 31.5 | 36.7 | 40.1 | 43.2 | 47.0 | 49.6 |
| 28 | 12.5 | 13.6 | 15.3 | 16.9 | 18.9 | 22.7 | 27.3 | 32.6 | 37.9 | 41.3 | 44.5 | 48.3 | 51.0 |

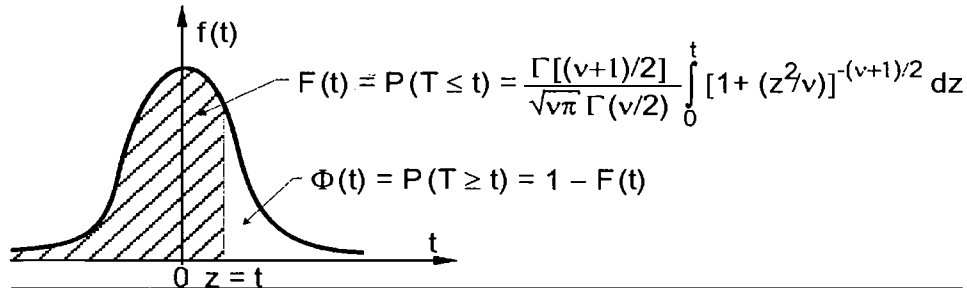
| Broj step. slob. v | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(\chi_o^2) - (\%)$ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|---|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.5 | 1 | 2.5 | 5 | 10 | 25 | 50 | 75 | 90 | 95 | 97.5 | 99 | 99.5 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | | | | |
| | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.05 | 1.11 | 1.33 | 2 | 4 | 10 | 20 | 40 | 100 | 200 |
| 29 | 13.1 | 14.3 | 16.0 | 17.7 | 19.8 | 23.6 | 28.3 | 33.7 | 39.1 | 42.6 | 45.7 | 49.6 | 52.3 |
| 30 | 13.8 | 15.0 | 16.8 | 18.5 | 20.6 | 24.5 | 29.3 | 34.8 | 40.3 | 43.8 | 47.0 | 50.9 | 53.7 |
| 40 | 20.7 | 22.2 | 24.4 | 26.5 | 29.1 | 33.7 | 39.3 | 45.6 | 51.8 | 55.8 | 59.3 | 63.7 | 66.8 |
| 50 | 28.0 | 29.7 | 32.4 | 34.8 | 37.7 | 42.9 | 49.3 | 56.3 | 63.2 | 67.5 | 71.4 | 76.2 | 79.5 |
| 60 | 35.5 | 37.5 | 40.5 | 43.2 | 46.5 | 52.3 | 59.3 | 67.0 | 74.4 | 79.1 | 83.3 | 88.4 | 92.0 |
| 70 | 43.3 | 45.4 | 48.8 | 51.7 | 55.3 | 61.7 | 69.3 | 77.6 | 85.5 | 90.5 | 95.0 | 100.4 | 104.2 |
| 80 | 51.2 | 53.5 | 57.2 | 60.4 | 64.3 | 71.1 | 79.3 | 88.1 | 96.6 | 101.9 | 106.6 | 112.3 | 116.3 |
| 90 | 59.2 | 61.8 | 66.6 | 69.1 | 73.3 | 80.6 | 89.3 | 98.6 | 107.6 | 113.1 | 118.1 | 124.1 | 128.3 |
| 100 | 67.3 | 70.1 | 74.2 | 77.9 | 82.4 | 90.1 | 99.3 | 109.1 | 118.5 | 124.3 | 129.6 | 135.8 | 140.2 |

Tabela 6. Kritične vrijednosti $D_0 = \lambda_0 / \sqrt{n}$ za test Kolmogorova u funkciji obima uzorka (n) i kumulativne vjerovatnoće $\Phi(D_0)$ – koeficijenta rizika α



| OBIM UZORKA n | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA $F(D)$ – (%) | | | | |
|-----------------------|---------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 80 | 85 | 90 | 95 | 99 |
| | KOEFIČIJENT RIZIKA α – (%) | | | | |
| | 20 | 15 | 10 | 5 | 1 |
| 1 | 0.900 | 0.925 | 0.950 | 0.975 | 0.995 |
| 2 | 0.684 | 0.726 | 0.776 | 0.842 | 0.929 |
| 3 | 0.565 | 0.597 | 0.642 | 0.708 | 0.829 |
| 4 | 0.494 | 0.525 | 0.564 | 0.624 | 0.734 |
| 5 | 0.446 | 0.474 | 0.510 | 0.563 | 0.669 |
| 6 | 0.410 | 0.436 | 0.470 | 0.521 | 0.618 |
| 7 | 0.381 | 0.405 | 0.438 | 0.486 | 0.577 |
| 8 | 0.358 | 0.381 | 0.411 | 0.457 | 0.543 |
| 9 | 0.339 | 0.360 | 0.388 | 0.432 | 0.514 |
| 10 | 0.322 | 0.342 | 0.368 | 0.409 | 0.486 |
| 11 | 0.307 | 0.326 | 0.352 | 0.391 | 0.468 |
| 12 | 0.295 | 0.313 | 0.338 | 0.375 | 0.450 |
| 13 | 0.284 | 0.302 | 0.325 | 0.361 | 0.433 |
| 14 | 0.274 | 0.292 | 0.314 | 0.349 | 0.418 |
| 15 | 0.266 | 0.283 | 0.304 | 0.338 | 0.404 |
| 16 | 0.258 | 0.274 | 0.295 | 0.328 | 0.391 |
| 17 | 0.250 | 0.266 | 0.286 | 0.318 | 0.380 |
| 18 | 0.244 | 0.259 | 0.278 | 0.309 | 0.370 |
| 19 | 0.237 | 0.252 | 0.272 | 0.301 | 0.361 |
| 20 | 0.231 | 0.246 | 0.264 | 0.294 | 0.352 |
| 25 | 0.210 | 0.220 | 0.240 | 0.264 | 0.320 |
| 30 | 0.190 | 0.200 | 0.220 | 0.242 | 0.290 |
| 35 | 0.180 | 0.190 | 0.210 | 0.230 | 0.270 |
| 40 | 0.170 | 0.180 | 0.190 | 0.190 | 0.230 |
| 50 | 0.150 | 0.160 | 0.170 | 0.190 | 0.230 |
| 60 | 0.140 | 0.150 | 0.160 | 0.170 | 0.210 |
| 70 | 0.130 | 0.140 | 0.150 | 0.160 | 0.190 |
| 80 | 0.120 | 0.130 | 0.140 | 0.150 | 0.180 |
| 90 | 0.110 | 0.120 | 0.130 | 0.140 | 0.170 |
| 100 | 0.100 | 0.110 | 0.120 | 0.140 | 0.160 |
| Asimp. izraz | $1.07/\sqrt{n}$ | $1.14/\sqrt{n}$ | $1.22/\sqrt{n}$ | $1.36/\sqrt{n}$ | $1.63/\sqrt{n}$ |

Tabela 7. Vrijednosti varijable (t) za Studentovu funkciju raspodjele vjerovatnoće u zavisnosti od kumulativne vjerovatnoće F(t) i broja stepeni slobode v



| Broj step. slob. v | KUMULATIVNA VJEROVATNOĆA F(t) - (%) | | | | | | | | | |
|--------------------|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| | 55 | 60 | 70 | 75 | 80 | 90 | 95 | 97.5 | 99 | 99.5 |
| | POVRATNI PERIOD JAVLJANJA T (godina) | | | | | | | | | |
| | 2.22 | 2.5 | 3.33 | 4 | 5 | 10 | 20 | 40 | 100 | 200 |
| 1 | 0.158 | 0.325 | 0.727 | 1.000 | 1.376 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 |
| 2 | 0.142 | 0.289 | 0.617 | 0.816 | 1.061 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 |
| 3 | 0.137 | 0.277 | 0.584 | 0.765 | 0.978 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 |
| 4 | 0.134 | 0.271 | 0.569 | 0.741 | 0.941 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 |
| 5 | 0.132 | 0.267 | 0.559 | 0.727 | 0.920 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 |
| 6 | 0.131 | 0.265 | 0.553 | 0.718 | 0.906 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 |
| 7 | 0.130 | 0.263 | 0.549 | 0.711 | 0.896 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 |
| 8 | 0.130 | 0.262 | 0.546 | 0.706 | 0.889 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 |
| 9 | 0.129 | 0.261 | 0.543 | 0.703 | 0.883 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 |
| 10 | 0.129 | 0.260 | 0.542 | 0.700 | 0.879 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 |
| 11 | 0.129 | 0.260 | 0.540 | 0.697 | 0.876 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 |
| 12 | 0.128 | 0.259 | 0.539 | 0.695 | 0.873 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 |
| 13 | 0.128 | 0.259 | 0.538 | 0.694 | 0.870 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 |
| 14 | 0.128 | 0.258 | 0.537 | 0.692 | 0.868 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 |
| 15 | 0.128 | 0.258 | 0.536 | 0.691 | 0.866 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 |
| 16 | 0.128 | 0.258 | 0.535 | 0.690 | 0.865 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 |
| 17 | 0.128 | 0.257 | 0.534 | 0.689 | 0.863 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 |
| 18 | 0.127 | 0.257 | 0.534 | 0.688 | 0.862 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 |
| 19 | 0.127 | 0.257 | 0.533 | 0.688 | 0.861 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 |
| 20 | 0.127 | 0.257 | 0.533 | 0.687 | 0.860 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 |
| 21 | 0.127 | 0.257 | 0.532 | 0.686 | 0.859 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 |
| 22 | 0.127 | 0.256 | 0.532 | 0.686 | 0.858 | 1.32 | 1.72 | 2.07 | 2.51 | 2.82 |
| 23 | 0.127 | 0.256 | 0.532 | 0.685 | 0.858 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 |
| 24 | 0.127 | 0.256 | 0.531 | 0.685 | 0.857 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 |
| 25 | 0.127 | 0.256 | 0.531 | 0.684 | 0.856 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 |
| 26 | 0.127 | 0.256 | 0.531 | 0.684 | 0.856 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 |
| 27 | 0.127 | 0.256 | 0.531 | 0.684 | 0.855 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 |
| 28 | 0.127 | 0.256 | 0.530 | 0.683 | 0.855 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 |
| 29 | 0.127 | 0.256 | 0.530 | 0.683 | 0.854 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 |
| 30 | 0.127 | 0.256 | 0.530 | 0.683 | 0.854 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 |
| 40 | 0.126 | 0.255 | 0.529 | 0.681 | 0.851 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 |
| 60 | 0.126 | 0.254 | 0.527 | 0.679 | 0.848 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 |
| 120 | 0.126 | 0.254 | 0.526 | 0.677 | 0.845 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 |
| ∞ | 0.126 | 0.253 | 0.524 | 0.674 | 0.842 | 1.28 | 1.645 | 1.96 | 2.33 | 2.58 |

INDEX**A**

Akumulisanje snijega 416
 Akvifer 362
 Albedo 38, 40
 Analiza sistema 443
 Anticikloni 52
 Atmosfera 34
 Atmosferska cirkulacija 37
 Atmosferski pritisak 51

B

Baza hidrograma
 direktnog oticanja 773
 Bazno oticanje 740, 759
 Bifurkacioni faktor 340
 Binomna funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 544
 Bruto padavine 768
 Brzina vode 187, 202
 Bujične rijeke 337

C

Cikličnost godišnjih
 proticaja 888
 Cikloni 52
 Ciklus oticanja 26, 737
 Clark-ov model 838
 CN – krive 403

D

Daltonov zakon 52
 Deficit saturacije 47
 Deficit vlažnosti 376
 Desorpcija zemljišta 360

Deterministički sistemi 436
 Dijagram vjerovatnoće 571
 Direktno oticanje 740, 759
 Dubina vode 175

E

Efektivne padavine 768
 Efluentni vodotoci 739
 Ehosonder 178
 Ekološki minimum 951
 Elementarni događaj 464
 Empirijska funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 526
 Empirijske raspodjele
 slučajnih promjenljivih 518
 Erozijska tla 239
 - dubinska 240
 - površinska 239
 Evaporacija 55
 Evapotranspiracija 55, 73
 - empirijske formule 76

F

Faktor frekvencije 570
 Faktor oblika sliva 333
 Filtracija 375
 Fizička svojstva zemljišta 350
 Fizički faktori oticanja 329
 Fizički vezana voda 353
 Funkcija raspodjele
 gustine vjerovatnoće 473

G

Gama funkcije
 raspodjele vjerovatnoće 586
 Garantovani minimum 951

Index

Gausova funkcija
raspodjele vjerovatnoće 554
Genetička formula
oticanja 787
Geneza površinskog
oticanja 784
Geometrijska funkcija
raspodjele vjerovatnoće 549
Grad (tuča) 97
Granulometrijska kriva
nanosa 247
Gravitaciona voda 354
Gumbelova funkcija
raspodjele vjerovatnoće 602
Gustina riječne mreže 343

H

Heterosfera 36
Hidraulički radijus 181
Hidrogeologija 8, 10
Hidrogeologija krša 8
Hidrografska mreža 336
Hidrogram direktnog oticanja 770
Hidrogram oticanja 737, 741
Hidrogram u obliku
trougla 774
Hidrologija 5, 10, 16

- empirijska 8
- inženjerska 6, 7
- komparativna 9
- matematska 8
- naučna 6, 7
- numerička 8
- operativna 8
- primjenjena 6, 7
- statistička 8
- stohastička 8

Hidrologija ekstrema 9
Hidrologija kvaliteta voda 9
Hidrologija zaštite okoline 9

Hidrološka ekonomija 9
Hidrološke mreže 25
Hidrološke stanice 268
Hidrološki ciklus 17
Hidrološki modeli 436
Hidrološki modeli
propagacije vodnog vala 1073
Hidrometeorologija 7, 9, 10, 33
Hidrometrija 163
Hidrometrijski plovci 202
Hidrometrijsko krilo 205
Hidroskopna voda 353
Higrograf 49
Higrometar 49
Hi-kvadrat funkcija
Hi-kvadrat test 647
Hijetogram 122
Hipsometrijska kriva sliva 348
Homogenost godišnjih
proticaja 888
Homosfera 36
Hortonova jednačina 391
raspodjele vjerovatnoće 599
Hortonovi zakoni 341

I

Infiltracija 375
Infiltracioni indeks 398
Infiltracioni kapacitet 388
Infiltrimetar 404
Influentni vodotoci 739
Integral konvolucije 444, 799
Intercepcija padavina 408
Interval povjerenja 618, 628, 697
Intenzitet infiltracije 380
Inje 97
Isparavanje 54
Isparitelji 56
Izdan (vodena) 361
Izmaglica 96

Izohijete 145
 Izohrone 785
 Izotermija 35

J

Jedinični hidrogram 788
 Jonosfera 36

K

Kapilarna voda 353
 Karmanova konstanta 193
 Kiša 94

- frontalna 94
- sipeća 94

 Kiše – jake 149
 Kišomjer 110
 Klima 33

- aridna 49
- humidna 49
- perhumidna 49
- subhumidna 49
- semiaridna 49

 Klimatologija 33
 Koeficijent asimetrije 517, 537
 Koeficijent direktnog
 oticanja 768, 776
 Koeficijent filtracije 366
 Koeficijent koncentrisanosti
 sliva 335
 Koeficijent korelacije 677, 724
 Koeficijent propusnosti
 (transimibilnosti) 369
 Koeficijent recesije 763
 Koeficijent varijacije 512, 537
 Kolmogorov – test 655
 Korelacija 661
 Kriologija 10

Kriva proticaja 276, 283

- ekstrapolacija
 krivih proticaja 298

 Kriva infiltracije 381, 383
 Krupa 96
 Kumulativna funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 473
 Kvazi-stacionarna metoda
 propagacije vodnog vala 1076

L

Latentna toplota
 isparavanja 47, 54
 Linearna korelacija 685
 Linearni sistemi 440
 Linija proticaja 276
 Limnigraf 170

- pneumatski 172
- sa plovkom 171
- sa senzorom 172

 Limnologija 8, 10
 Linearni rezervoar 834
 Lizimetri 74
 Linija trajanja 319
 Linija trajanja proticaja 906, 949
 Linija učestalosti 319
 Log-Normalna funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 576
 Log-Pearson 3 funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 599

M

Male vode 917
 Malovodni periodi 937
 Marginalna vjerovatnoća 485
 Matematska statistika 460
 Medijana 503, 535
 Mehanički sastav zemljišta 351
 Metoda godišnjih ekstrema 981

Index

Metoda izohrona 857
Metoda momenata 541
Metoda najmanjih kvadrata 542
Metoda najveće
vjerodostojnosti 541
Metoda pikova 934, 988
Metoda SCS-krivih 1011
Metoda S – krive 817, 821
Metoda superpozicije
(jediničnog hidrograma) 817
Mezopauza 36
Mezosfera 36
Mjerenje proticaja 210

- elektromagnetna metoda 233
- indirektna metoda pada 236
- metoda mješavina 225
- metoda „površina-brzina“ 211, 214
- metoda „površina-pad“ 235
- mjerni objekti 228
- zapreminska metoda 213

Mjerodavna velika voda 1056
Mod 505, 535
Modul oticanja 885
Mraz 98
Muskingam metoda
propagacije vodnog vala 1098

N

Nanos 238

- granulometrijski sastav 244
- krupnoća 242
- suspendovani 238
- vučeni 238

Nanos – pronos

- vučenog nanosa 254
- suspendovanog nanosa 257, 265

Nanos – suspendovani (mjerenje) 259
Nanos – vučeni (mjerenje)

- pomoću hvatača 249
- pomoću obilježivača 252
- specijalne metode 253

Nash-ov model 847
Nelinearna korelacija 703
Nelinearna regresija 703
Nelinearni rezervoar 834
Neustaljeno tečenje 277
Nifograf 113
Nivogram 167, 168
Nula vodomjera 166
Numeričke karakteristike
slučajne promjenljive 497

O

Oblik sliva 330
Očekivana vrijednost 499
Okeanologija 8
Okvašeni obim 180
Ombrograf 112
Ozonsfera 35

P

Pad sliva 344
Pad toka 344
Padavine 91

- ciklonske 128
- efektivne 26
- frontalne 93
- intenzitet 120
- konvekcijske 94
- konvergentne 93
- orografske 94, 128

- tipovi 93
- trajanje 120
- tropske 128
- visina 120

Padavine-mjerenje 103, 108
 Padavine-mreža stanica 105
 Padavine-prosječne 138
 Pad vodnog ogledala 184
 Papir vjerovatnoće 571
 Pearson 3 funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 591
 Perkolacija 376
 Planinske rijeke 337
 Pljusak 95
 Poasonova funkcija
 raspodjele vjerovatnoće 550
 Podpovršinsko oticanje 738
 Podsistem 437
 Podzemno oticanje 738
 Pokazatelji disperzije 506
 Poledica 97
 Poljski kapacitet zemljišta 358
 Poniranje vode 375
 Poplave 962
 Populacija 493
 Poroznost 248
 Potamologija 8, 10
 Povratni period 491
 Površina sliva 330
 Prihvatljivi minimum 951
 Pritisak atmosfere 51
 Procèsni parametri 373
 Propagacija poplavnih
 valova 1065
 Prosječna visina sliva 347
 Prosječne vode 881
 Proticaj vode 210
 Proticajni profil 180
 Pulzacija brzina 187

R

Racionalna metoda 1020
 Racionalna teorija 861
 Računski rizik 1046
 Radijacija 37

- neto dugotalasna 64
- odbijena solarna 64
- solarna 63

 Raspodjela oticanja 898
 Ravničarske rijeke 377
 Ravnomjerno tečenje 277
 Recesiona kriva 744
 Regionalna analiza
 oticanja 911, 940
 Regresija 661
 Retardaciona kriva 762, 945
 Riječna mreža 336
 Rizik prevazilaženja
 velikih voda 1043
 Rosa 97
 Rosulja (padavina) 96

S

SCS-metoda 402
 SCS – metoda (grafička) 1023
 Sintetički jedinični hidrogram 857
 Sinteza sistema 443
 S – kriva 817, 821
 Sistem (definicija) 433
 Sistemi 436

- linearni stacionarni 436
- linearni nestacionarni 436
- nelinearni nestacionarni
 436

 Slobodna voda 354
 Slučajna pojava 461
 Slučajna promjenljiva 461, 471
 Slučajni događaj 463
 Snijeg-mjerenje 115

Index

Solarna konstanta 38
Sorpcija zemljišta 360
Specifična izdašnost 364, 885
Specifična retenzija 365
Srednja dubina 181
Srednje vrijednosti 498, 534
Standardna devijacija 508, 536
Standardna normalna funkcija
raspodjele vjerovatnoće 560
Statistička vjerovatnoća 467
Statistički momenti 513
Statističko ocjenjivanje 611
Stohastički sistemi 436
Stratosfera 35
Struktura zemljišta 351
Sunčevo zračenje 37
Susnježica 96
Suša 917

T

Tačka rose 46
Temperatura vazduha 41
Teorija vjerovatnoće 458
Teorijske funkcije
raspodjele vjerovatnoće 538

- binomna 544
- gama 586
- Gausova 554
- geometrijska 549
- Gumbelova 602
- log-normalna 576
- log-Pearson 3 599
- Pearson 3 591
- Poasonova 550
- standardna
normalna 560

Termograf 42
Termosfera 36
Testiranje statističkih
hipoteza 636

Thiessenovi poligoni 142
Topljenje snijega 416
Topologija hidrografske
mreže 339
Totalna vjerovatnoća 469
Transpiracija 55
Trenutni jedinični
hidrogram 828
Tropopauza 35
Troposfera 35

U

Učestalost riječnih tokova 343
Uslovna vjerovatnoća 470
Ustaljeno tečenje 277

- neravnomjerno 277
- ravnomjerno 277

Uzorak 493

V

Varijansa 508
Velike vode 961
Velike vode (metode) 970

- empirijske formule 1038
- probabilističke 975
- proračun v.v. pomoću
kiša jakog
intenziteta 1004
- regionalne zavisnosti
1029

Višedimenzionalne
slučajne promjenljive 483
Višestruka korelacija 716
Višestruka regresija 716
Vjerovatnoća 466
Vjerovatnoća apriori 466
Vjetar 53

- ruža učestalosti 53
- ruža brzina 53

Vlaga u vazduhu 44
Vlažni front 382
Vlažnost 48
 - apsolutna 48
 - relativna 49
Vlažnost zemljišta 356
Vodena para 44
Vodena izdan 361
Vodna svojstva zemljišta 350
Vodni bilans 26, 30
Vododjelnica 330
 - hidrološka 330
 - topografska 330
Vodomjerna letva 168
Vodostaj 165
Vodoprivredni minimum 951
Volfov broj 41
Vrijeme koncentracije
sliva 874
Vrijeme 34
Vrijeme zakašnjenja
sliva 867

Z

Zadržavanje padavina 408
Zapremina otekle vode 771
Zapremina pale vode 770
Zapreminska masa 248
Zasićenje 45
Zbir konvolucije 444, 797
Zemljišni kapacitet 376
Zemljište 350
Zona aeracije 355
Zona prenošenja 382
Zona saturacije 356, 382
Zona vlaženja 382

