

# KONVENCIONALNI AM SIGNAL (KAM)

Signali koji u sebi sadrže dva bočna opsega i nosilac. KAM signal može da se predstavi izrazom:

$$u(t) = [U_0 + k_U u_m(t)] \cos \omega_0 t$$

Izraz u uglastoj zagradi može se shvatiti kao *amplituda* prostoperiodične funkcije  $\cos \omega_0 t$ . Ona se sastoji od konstante  $U_0$  i člana  $k_U u_m(t)$  koji je direktno srazmjeran modulišućem signalu.

KAM signal može da se dobije na tri načina:

- modulator se realizuje pomoću nelinearnog sklopa kvadratne karakteristike na čiji ulaz se dovodi suma modulišućeg signala i nosioca
- pomoću poluprovodničkih dioda na čiji ulaz se dovodi suma modulišućeg signala i nosioca
- parametarskom modulacijom

$$u_{KAM}(t) = U_0 \cos \omega_0 t + k_U u_m(t) \cos \omega_0 t = [U_0 + k_U u_m(t)] \cos \omega_0 t$$

Modulišći signal se može napisati i u normalizovanoj formi:

$$u_m(t) = U_m m(t)$$

$$U_m = |u_m(t)|_{\max}$$

$$m(t) \leq 1$$

Pa se KAM signal može zapisati:

$$u_{KAM}(t) = U_0 \left[ 1 + \frac{k_U U_m}{U_0} m(t) \right] \cos \omega_0 t$$

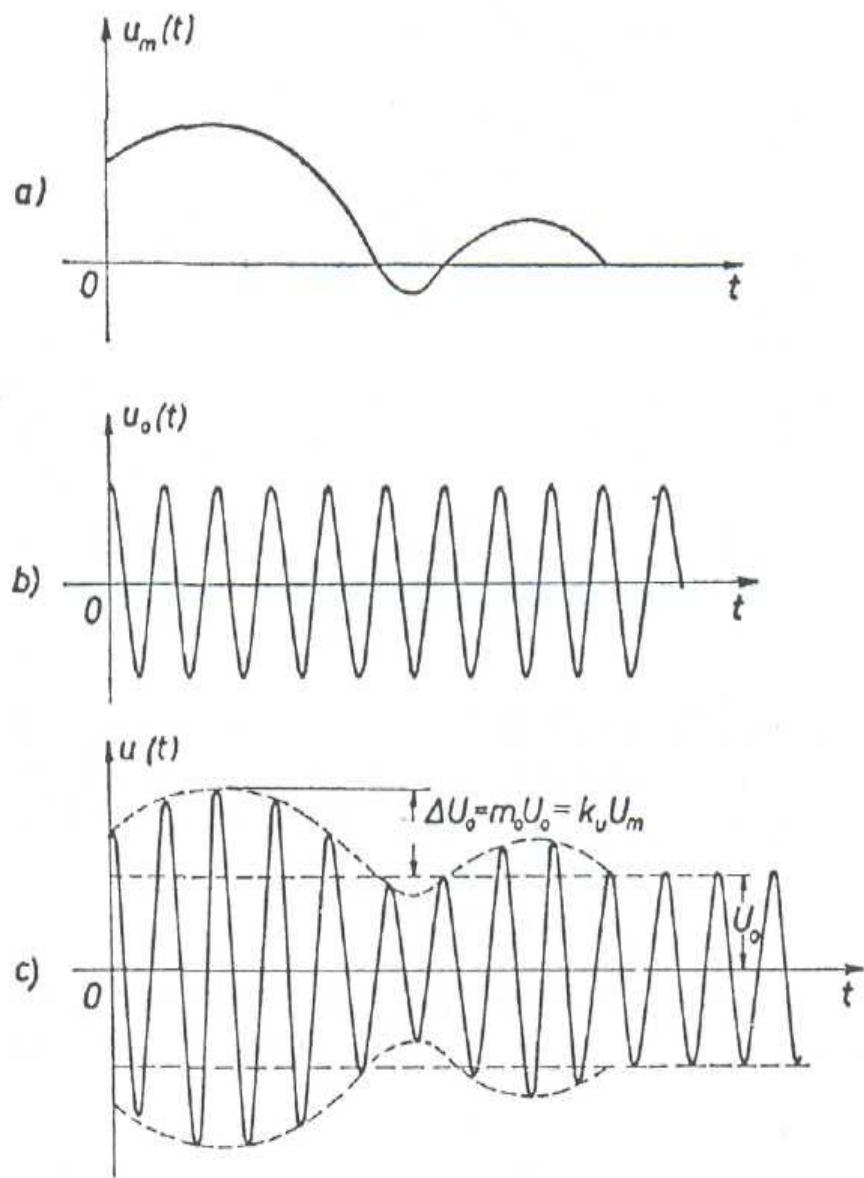
$$k_U U_m = \Delta U_0$$

$$\frac{k_U U_m}{U_0} = \frac{\Delta U_0}{U_0} = m_0$$

tako da je:

$$u_{KAM}(t) = U_0 \left[ 1 + \frac{\Delta U_0}{U_0} m(t) \right] \cos \omega_0 t = U_0 [1 + m_0 m(t)] \cos \omega_0 t$$

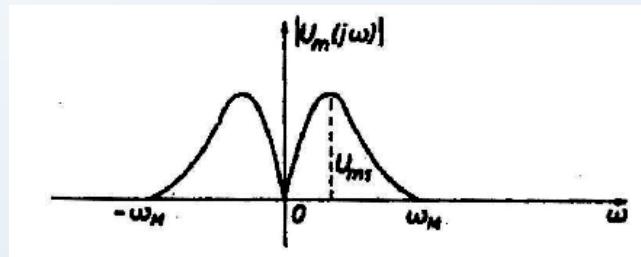
- $u_m(t)$  je modulišući signal
- nosilac je oblika  $u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$
- $u(t)$  je talasni oblik za KAM signal
- $\Delta U_0$  je maksimalna promjena amplitude modulisanog signala koja je  $k_U$  puta veća od maksimalne vrijednosti modulišućeg signala
- $m_0$  izražava maksimalnu relativnu promjenu amplitude modulisanog signala i naziva se ***stepen (indeks) modulacije*** ( $m_0$  se izražava i u procentima).



Slika: Talasni oblici: a) modulišući signal; b) nosilac; c) amplitudski modulisani signal KAM tipa

## Spektar KAM signala:

1.  $u_m(t)$  je aperiodičan signal
2.  $u_m(t)$  je periodičan signal.



1.  $u_m(t)$  je aperiodičan signal čija je jednosmjerna komponenta nula, a spektar je ograničen učestanošću  $\omega_m$ . Zadovoljen je i uslov:

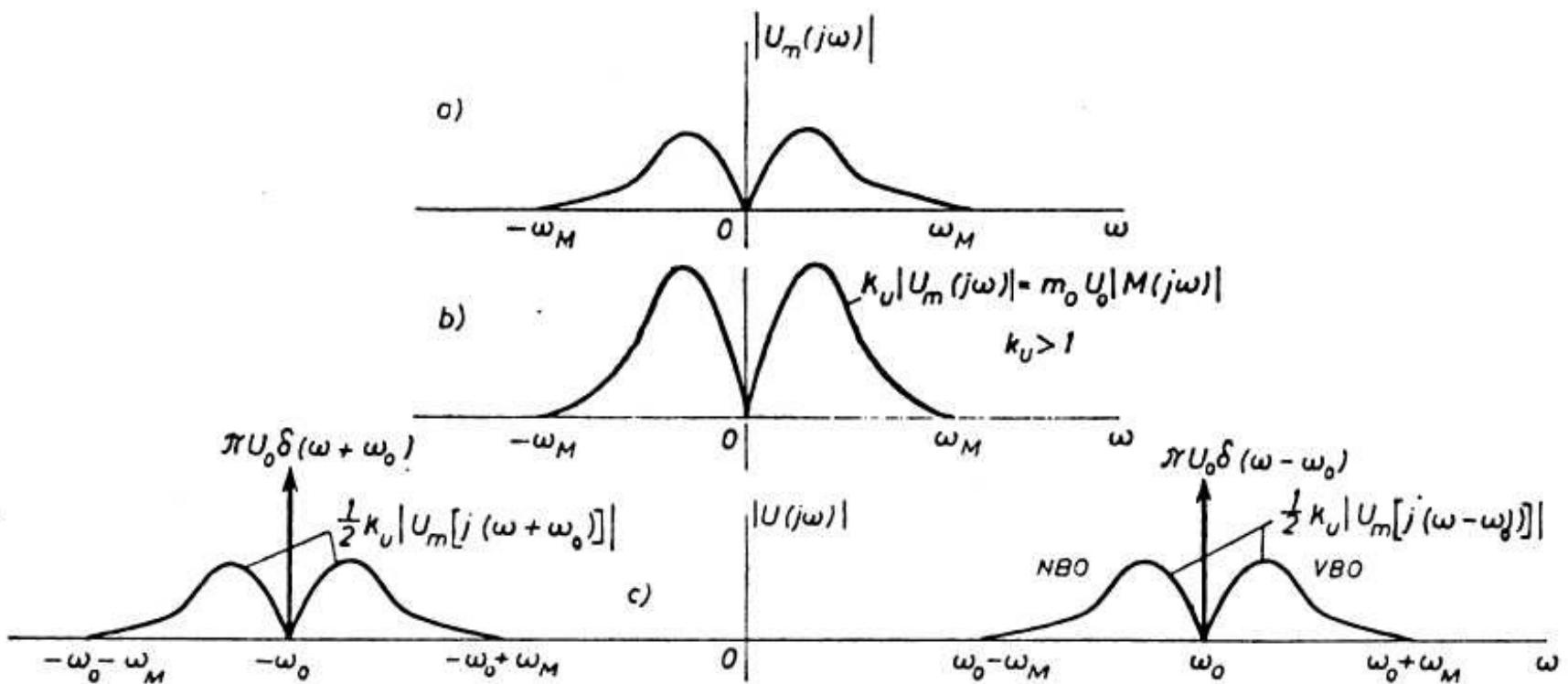
$$U_0 + k_U u_m(t) \geq 0, \text{ tj. } 1 + m_0 m(t) \geq 0$$

Spektar modulisanog signala  $u_{KAM}(t)$  dobiće se Fourierovom transformacijom izraza koji predstavlja KAM signal, pa je:

$$U(j\omega) = \pi U_0 \delta(\omega - \omega_0) + \pi U_0 \delta(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2} k_U U_m [j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} k_U U_m [j(\omega + \omega_0)]$$

Spektar KAM signala sastoji se od sinusoidalne komponente učestanosti  $\omega_0$  i nižeg i višeg bočnog opsega koji su smješteni simetrično u odnosu na  $\omega = \omega_0$ . Oblik krive spektralnih gustina svakog od bočnih opsega identičan je obliku krive spektralne gustine amplituda modulišućeg signala.

- ✓ U svakom od bočnih opsega sadržana je prenošena poruka.
- ✓ Za prenos poruka modulisanim signalom tipa KAM potreban je opseg učestanosti dvostruko veći od širine spektra modulišućeg signala  $f_M$ .



Slika: Spektralna gustina amplituda: a) modulišućeg signala, b) modulišućeg signala pomnožena sa  $k_U$ , c) KAM signala

2. Modulišući signal je periodičan, a amplitudski spektar je ograničen učestanošću  $\omega_M$ . Funkcija  $u_m(t)$ , koja opisuje ovakav signal, moći će da se predstavi u obliku Fourierovog reda:

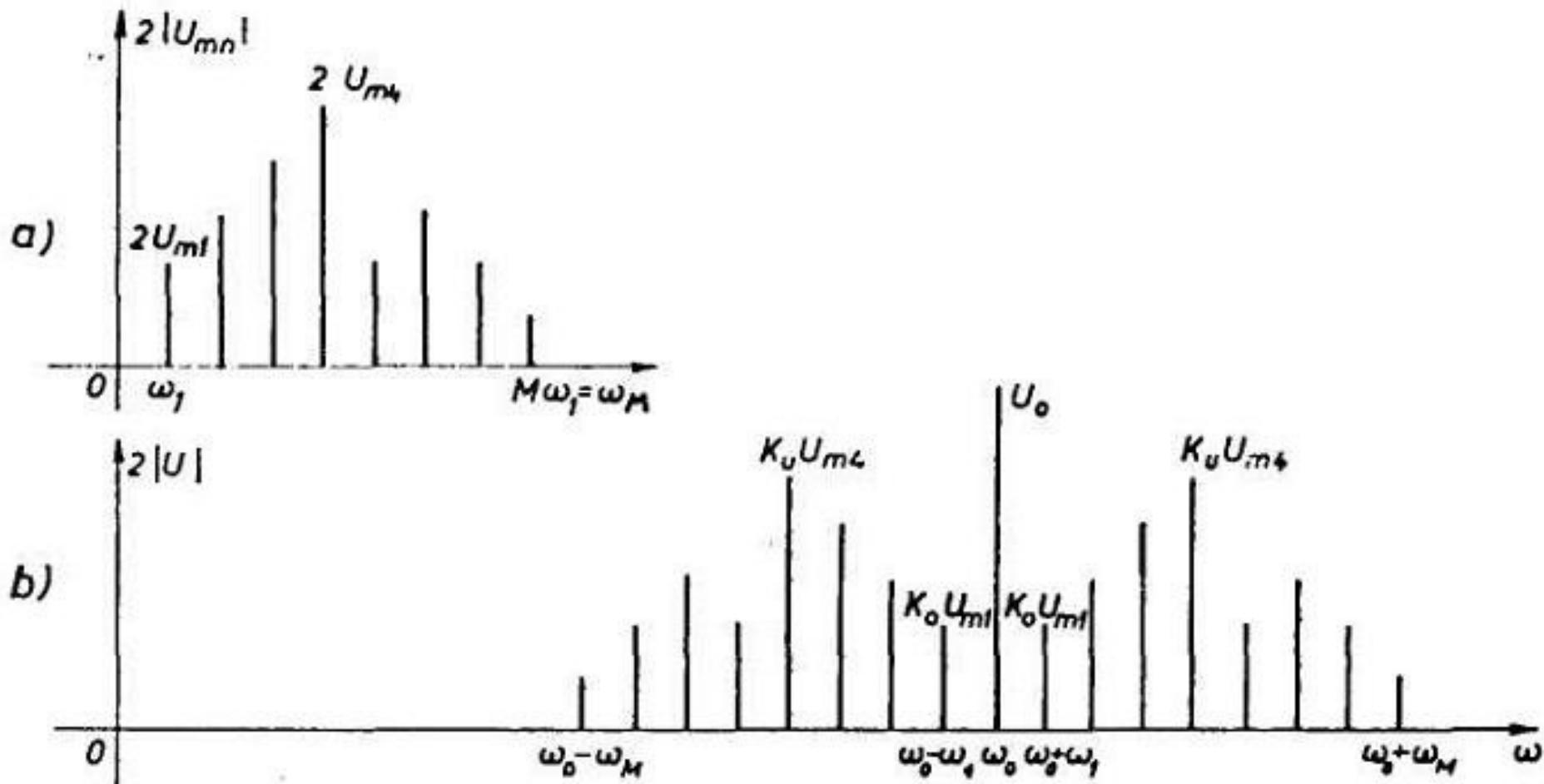
$$u_m(t) = \sum_{n=-M}^M U_{mn} e^{jn\omega_1 t} = 2 \sum_{n=1}^M |U_{mn}| \cos(n\omega_1 t + \theta_n)$$

$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi/T_1$ ,  $T_1$  je perioda periodične funkcije.

Pošto smo prepostavili da je spektar funkcije  $u_m(t)$  ograničen učestanošću  $\omega_M$ , to mora biti  $\omega_M = M \omega_1$ ,  $M$  predstavlja rang najvišeg harmonika u spektru. Sada je:

$$\begin{aligned} u_{KAM}(t) &= \left[ U_0 + k_U 2 \sum_{n=1}^M |U_{mn}| \cos(n\omega_1 t + \theta_n) \right] \cos \omega_0 t = \\ &= U_0 \cos \omega_0 t + k_U \sum_{n=1}^M |U_{mn}| \cos [(\omega_0 - n\omega_1)t - \theta_n] + k_U \sum_{n=1}^M |U_{mn}| \cos [(\omega_0 + n\omega_1)t + \theta_n] \end{aligned}$$

Na osnovu ovog izraza se lako određuje amplitudski spektar.



Slika: Amplitudski spektar: a) modulišućeg signala; b) modulisanog signala KAM tipa

Pošto je modulišući signal periodičan, njegov spektar je ***diskretan***. Amplitudski spektar modulisanog signala takođe je diskretan:

- Svakoj komponenti modulišućeg signala odgovaraju dvije komponente modulisanog signala (dva bočna opsega).
- Amplituda svake komponente iznosi  $1/2$  amplitude odgovarajuće komponente modulišućeg signala pomnožene koeficijentom  $k_U$ .
- Svaki od bočnih opsega u sebi sadrži kompletну poruku.
- U spektru se javlja i nosilac, koji ***ne nosi nikakvu poruku***.
- Opseg učestanosti potreban za prenos modulisanog signala tipa KAM je dva puta veći od najveće učestanosti u spektru modulišućeg signala.

Postavlja se pitanje: kakvog smisla ima koristiti ovu vrstu modulisanog signala za prenos poruka, kad je jasno da se prenosom nosioca ne prenosi nikakva informacija?

Odgovor na ovo pitanje će uslijediti nakon objašnjenja o demodulaciji ove vrste AM signala (prenos nosioca je opravдан radi vrlo jednostavne demodulacije modulisanog KAM signala).

## Energetski bilans KAM signala:

Pretpostavimo da je modulišući signal oblika  $u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$ . Tada je odgovarajući KAM signal oblika:

$$u_{KAM}(t) = U_0 [1 + m_0 m(t)] \cos \omega_0 t = U_0 [1 + m_0 \cos \omega_m t] \cos \omega_0 t = \\ = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{U_0 m_0}{2} \cos(\omega_0 + \omega_m)t + \frac{U_0 m_0}{2} \cos(\omega_0 - \omega_m)t$$

Srednja snaga na otporniku otpornosti R je:

$$P = \frac{U_0^2}{2R} \left[ 1 + \left( \frac{m_0}{2} \right)^2 + \left( \frac{m_0}{2} \right)^2 \right] = \frac{U_0^2}{2R} \left( 1 + \frac{m_0^2}{2} \right) = P_0 \left( 1 + \frac{m_0^2}{2} \right)$$

Sa  $P_0 = U_0^2 / 2R$  označena je snaga nosioca.

Srednja snaga u jednom bočnom opsegu u kom je sadržana prenošena poruka je:

$$P_{1BO} = \frac{1}{2R} \left( \frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 = \frac{m_0^2}{4} P_0$$

Stoga je stepen iskorišćenja:

$$\eta = \frac{P_{1BO}}{P} = \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{2 + m_0^2}$$

Stepen iskorišćenja je najveći onda kada je indeks modulacije  $m_0=1$ , i on iznosi  $1/6$ . Znači,  $5/6$  snage predajnika emituje se samo da bi demodulacija, odnosno prijemnik bili jednostavniji.

Za ispravnu demodulaciju KAM signala mora biti zadovoljen uslov da je:

$$\omega_0 \geq \omega_M$$

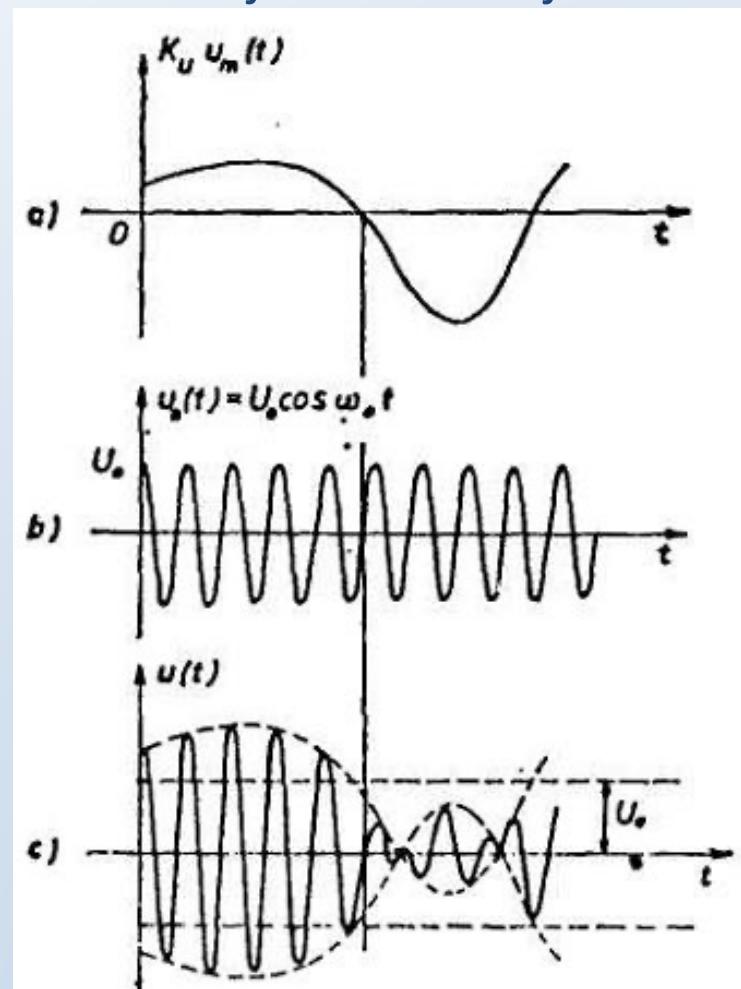
Postoji još jedan uslov:

$$U_0 + k_U u_m(t) \geq 0$$

U slučaju da nije ispunjen, talasni oblik modulisanog signala je kao na slici. Anvelopa modulisanog signala više nije srazmjerna modulišućem signalu. Za takav modulisani signal se kaže da je **premodulisan**.

KAM modulatori:

1. Pomoću nelinearnog sklopa, a KAM signal se izdvaja pomoću filtra koji propušta opseg učestanosti od  $\omega_0 - \omega_M$  do  $\omega_0 + \omega_M$ .
2. Pomoću linearног prekidačа
3. Pomoću parametarske modulacije



Slika: a) modulišući signal, b) nosilac, c) premodulisani KAM signal

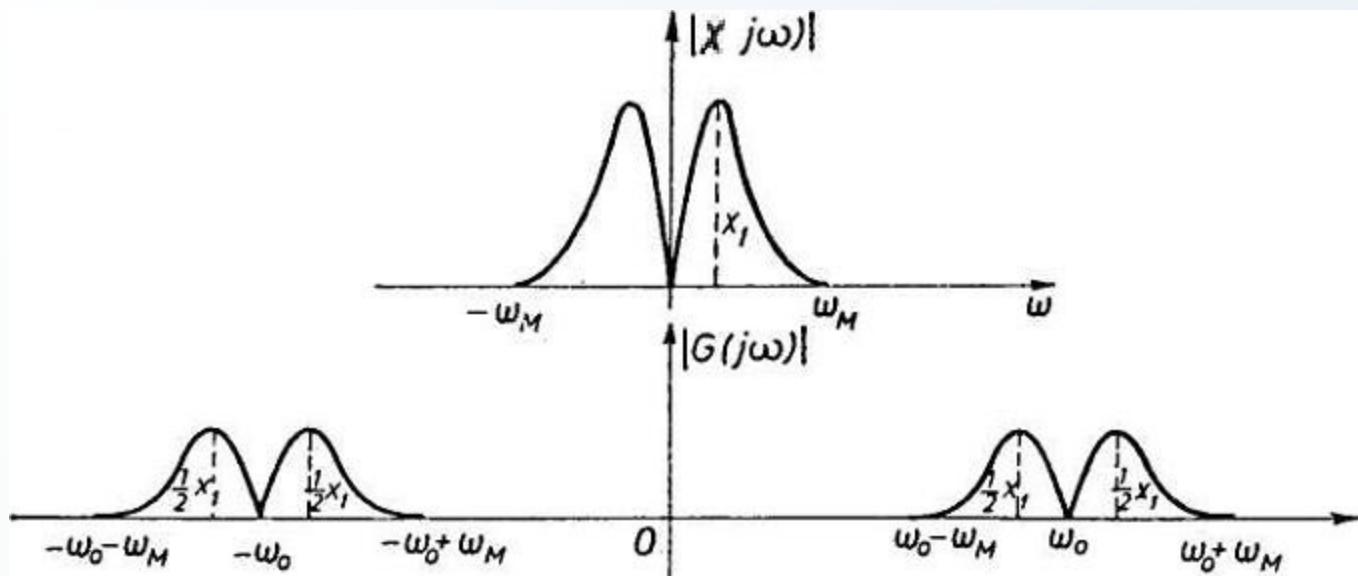
## AM SIGNALI SA JEDNIM BOČNIM OPSEGOM AM-1BO

AM-2BO signali u svakom od dva dobijena bočna opsega sadrže prenošenu poruku, a nosilac ne nosi poruku. Dakle, jasno je da se prenos poruke može realizovati i samo jednim bočnim opsegom. Prednosti:

- Sistem za prenos može da ima propusni opseg dva puta uži od opsega koji zahtijeva AM-2BO i KAM signal
- Snaga izlaznog stepena predajnika se ne troši na pojačanje nosioca i drugog bočnog opsega.

Prepostavimo da imamo vremensku funkciju  $x(t)$  čija je *Fourier*-ova transformacija  $X(j\omega)$ . Neka je spektar odgovarajućeg signala ograničen učestanošću  $\omega_M$ . Posmatrajmo sada jednu drugu funkciju definisanu na sledeći način:

$$\mathcal{F}[g(t)] = G(j\omega) = \frac{1}{2} X[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} X[j(\omega + \omega_0)]$$



Slika: Spektralne gustine amplituda funkcije  $x(t)$  i funkcije  $g(t)=x(t)\cos\omega_0t$

Prepostavimo sada da signal  $x(t)$  pobuđuje neki linearan četvoropol koji u svaku njegovu spektralnu komponentu unosi konstantan fazni pomeraj od  $-\pi/2$ , a pri tome intenzitet komponente ostaje nepromijenjen. Funkcija prenosa takvog sklopa je:

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\chi(\omega)} = \begin{cases} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j & \text{za } \omega > 0 \\ e^{j\frac{\pi}{2}} = j & \text{za } \omega < 0 \end{cases}$$

$$H(j\omega) = -j \operatorname{sgn} \omega$$

Ako na ulaz ovakvog sklopa dovedemo signal  $x(t)$ , na njegovom izlazu će se dobiti izlazni signal  $x_q(t)$ , čija je Fourier-ova transformacija:

$$X_q(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) = -jX(j\omega)\operatorname{sgn}\omega$$

Posmatrajmo sada drugi signal oblika:

$$g_q(t) = x_q(t)\sin\omega_0 t$$

Njegov spektar je:

$$\mathcal{F}[g_q(t)] = G_q(j\omega) = \frac{1}{2j} X_q[j(\omega - \omega_0)] - \frac{1}{2j} X_q[j(\omega + \omega_0)]$$

$$G_q(j\omega) = -\frac{1}{2} X[j(\omega - \omega_0)] \operatorname{sgn}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X[j(\omega + \omega_0)] \operatorname{sgn}(\omega + \omega_0)$$

Obrazuje li se sada razlika signala  $g(t)$  i  $g_q(t)$ , dobija se signal:

$$u(t) = \frac{1}{2} g(t) - \frac{1}{2} g_q(t) = \frac{1}{2} x(t) \cos \omega_0 t - \frac{1}{2} x_q(t) \sin \omega_0 t$$

Spektar signala  $u(t)$  biće:

$$\mathcal{F}[u(t)] = U(j\omega) = \frac{1}{2} \mathcal{F}[g(t)] - \frac{1}{2} \mathcal{F}[g_q(t)] = \frac{1}{2} G(j\omega) - \frac{1}{2} G_q(j\omega)$$

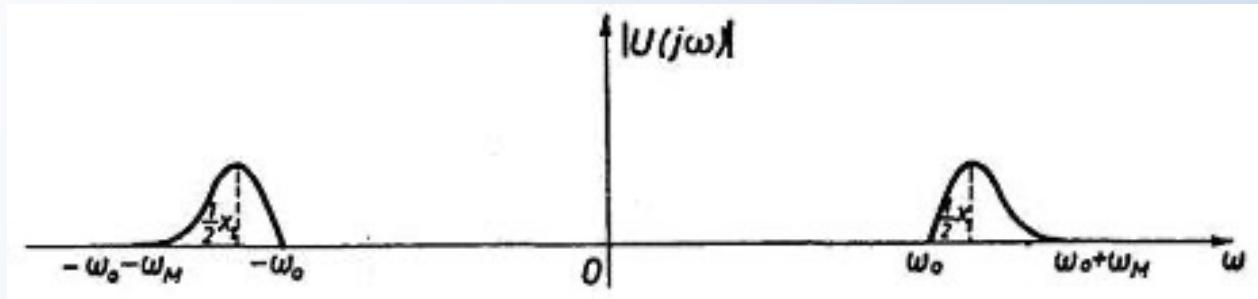
$$U(j\omega) = \frac{1}{4} X[j(\omega - \omega_0)] [1 + \text{sgn}(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{4} X[j(\omega + \omega_0)] [1 - \text{sgn}(\omega + \omega_0)]$$

Kako je:

$$\text{sgn}(\omega - \omega_0) = \begin{cases} 1 & \text{za } \omega > \omega_0 \\ -1 & \text{za } \omega < \omega_0 \end{cases}$$

$$\text{sgn}(\omega + \omega_0) = \begin{cases} 1 & \text{za } \omega > -\omega_0 \\ -1 & \text{za } \omega < -\omega_0 \end{cases}$$

to  $U(j\omega)$  predstavlja spektar signala koji ima samo viši bočni opseg.



*Slika: Spektralna gustina amplituda signala koji ima samo viši bočni opseg*

Signal  $u(t)$  je vremenski oblik signala čiji spektar sadrži samo viši bočni opseg, tj. signal tipa AM-1BO.

$$u(t) = \frac{1}{2} x(t) \cos \omega_0 t - \frac{1}{2} x_q(t) \sin \omega_0 t$$

Potrebno je odrediti analitičku vezu između  $x(t)$  i  $x_q(t)$ :

Ako je  $x_q(t)$  odziv linearog četvoropola na pobudu  $x(t)$ , onda će taj odziv biti jednak konvoluciji pobudne funkcije  $x(t)$  i odziva  $h(t)$  tog istog sistema na pobudu u vidu delta funkcije.

$$x_q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Ako se uzme u obzir funkcija prenosa onako kako je definisana, dobija se:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^0 e^{j\omega t} d\omega - \frac{j}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{j\omega t} d\omega = \frac{j}{2\pi} \left( - \int_{-\infty}^0 e^{-j\omega t} d\omega + \int_0^{\infty} e^{-j\omega t} d\omega \right)$$

$$h(t) = \frac{j}{2\pi} \cdot \frac{2}{jt} = \frac{1}{\pi t}$$

Konačno se dobija da je:

$$x_q(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

$x_q(t)$  predstavlja **Hilbertovu transformaciju** funkcije  $x(t)$ . Ona se označava:

$$\hat{x}(t) \equiv x_q(t)$$

Znači, analitički izraz koji jednoznačno u vremenskom domenu predstavlja amplitudski modulisani signal kojim se prenosi poruka opisana funkcijom  $x(t)$  i čiji spektar ima samo viši bočni opseg, je:

$$u(t) = \frac{1}{2} x(t) \cos \omega_0 t - \frac{1}{2} \hat{x}(t) \sin \omega_0 t$$

Slično, izraz koji predstavlja niži bočni opseg je:

$$u(t) = \frac{1}{2} x(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} \hat{x}(t) \sin \omega_0 t$$

Modulišući signal možemo predstaviti i u obliku:

$$x(t) = 2 \alpha(t) \cos \varphi(t)$$

$$\hat{x}(t) = 2 \alpha(t) \sin \varphi(t)$$

AM-1BO sada može da se opiše na sledeći način:

$$u(t) = \alpha(t) \cos [\omega_0 t \mp \varphi(t)]$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$$

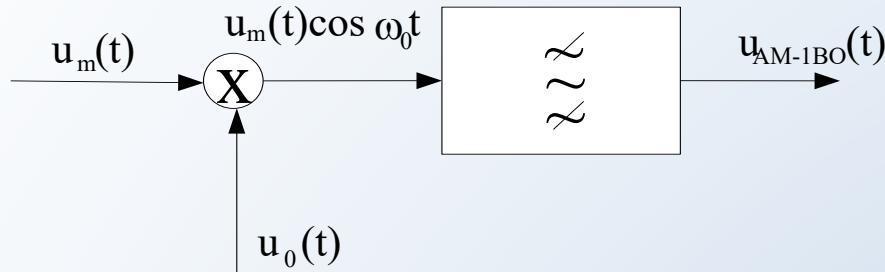
$$\varphi(t) = \tan^{-1} \frac{\hat{x}(t)}{x(t)}$$

✓ **Zaključak:**

- anvelopa  $\alpha(t)$  nije proporcionalna modulišućem signalu  $x(t)$
- AM-1BO je istovremeno modulisani i po amplitudi i po fazi, tj. riječ je o hibridnoj amplitudsko-faznoj modulaciji

# PRINCIPI REALIZACIJE MODULATORA ZA AM-1BO SIGNALE

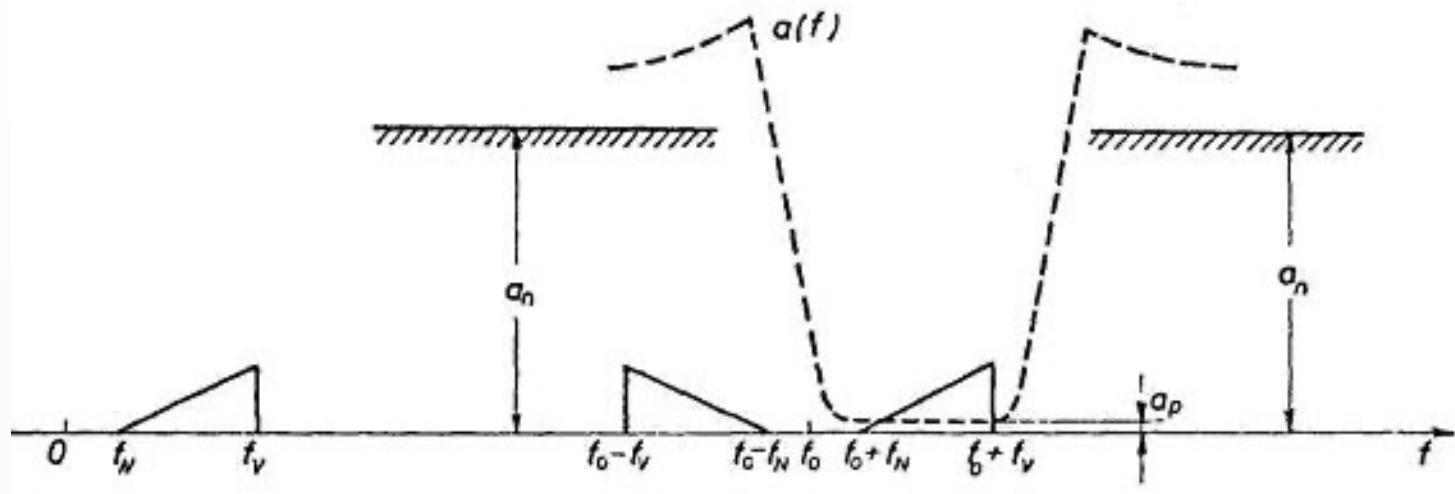
## 1. BALANSNI MODULATOR SA FILTROM ZA IZDVAJANJE BOČNOG OPSEGA



Princip rada: iz spektra AM-2BO signala na izlazu modulatora filter treba da propusti izabrani bočni opseg i da oslabi sve ostale dijelove spektra.

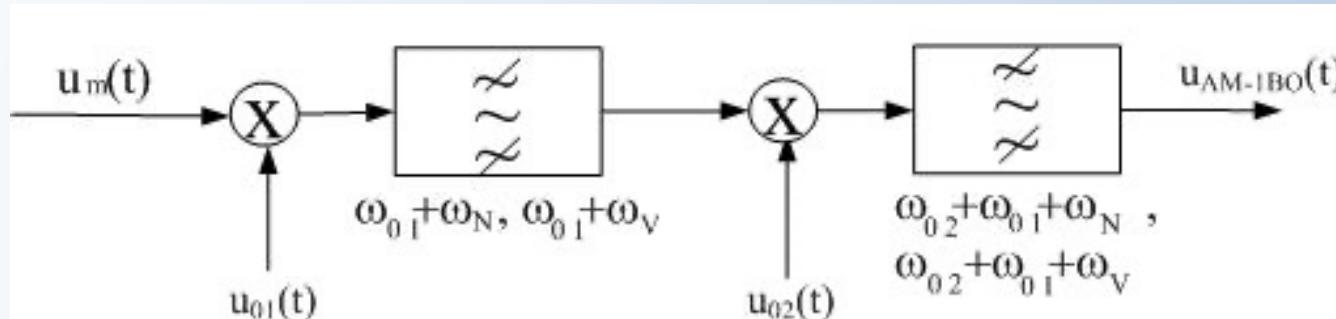
Međutim, postoji problem u realizaciji ove jednostavne ideje- filter mora da zadovolji određene uslove.

Neka spektar modulišućeg signala zauzima opseg učestanosti od  $f_N$  do  $f_V$ , a učestanost nosioca je  $f_0$ . Ako želimo da izdvojimo viši bočni opseg, granične učestanosti filtra će biti  $f_0+f_N$  i  $f_0+f_V$ . Karakteristika slabljenja filtra je takva da maksimalno slabi komponente u neželjenom dijelu spektra, a minimalno slabi one u željenom dijelu. Problem je realizovati takvu karakteristiku na uskom opsegu ( $f_0-f_N, f_0+f_N$ ). Ako je  $f_N=0$  potrebno je realizovati filter čija karakteristika slabljenja ima trenutni prelaz sa maksimalne na minimalnu vrijednost.

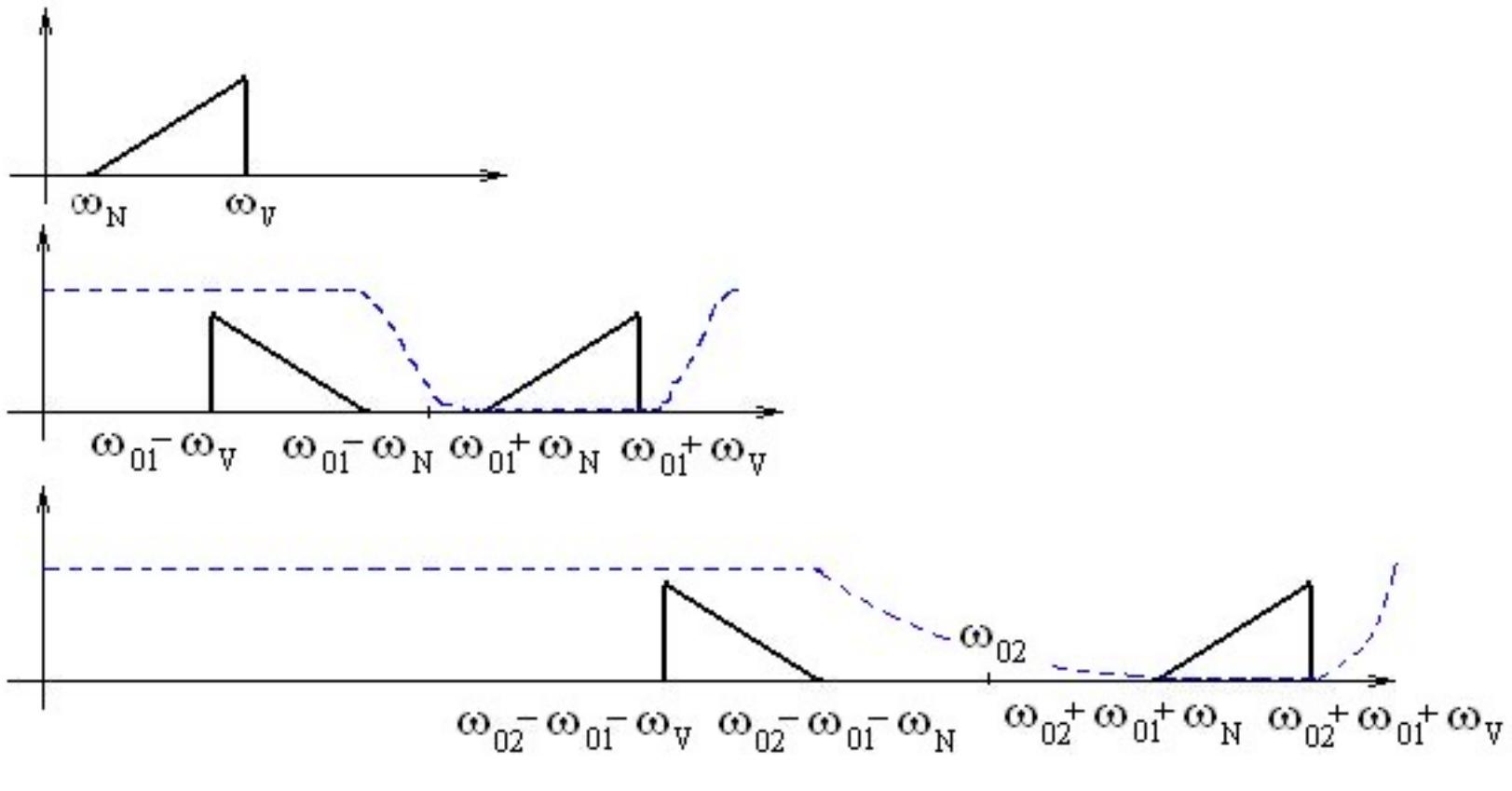


*Slika: Spektar modulišućeg signala ( $f_N, f_V$ ), spektar modulisanog signala u okolini  $f_0$  i karakteristika slabljenja filtra kojim se izdvaja viši bočni opseg*

## 2. VIŠESTRUKA MODULACIJA (POMOĆU BALANSNIH MODULATORA I FILTARA ZA IZDVAJANJE BOČNOG OPSEGA)



$u_{01}(t)$  i  $u_{02}(t)$  su nosioci na učestanostima  $\omega_{01}$  i  $\omega_{02}$ .

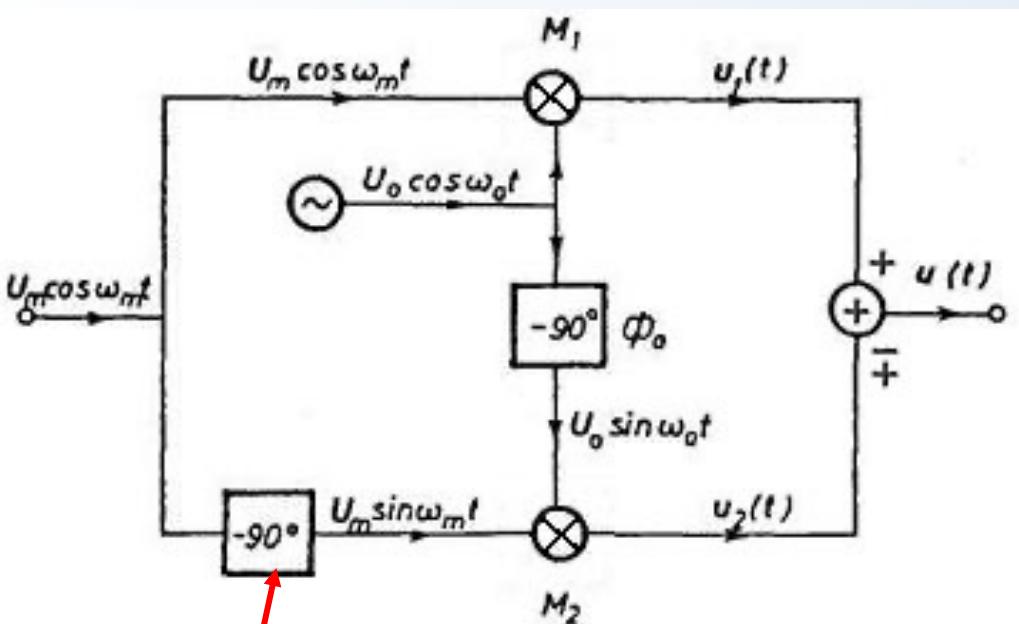


Modulišući signal moduliše jedan pomoćni nosilac na učestanosti  $\omega_{01}$  koja je relativno niska i filtrom se izdvaja jedan bočni opseg. Sada se ovim signalom, čiji se spektar nalazi u opsegu  $(\omega_{01}+\omega_N, \omega_{01}+\omega_V)$ , moduliše drugi nosilac na učestanosti  $\omega_{02}$ . Odgovarajućim filtrom izdvaja se jedan bočni opseg čije su granice  $(\omega_{02}+\omega_{01}+\omega_N, \omega_{02}+\omega_{01}+\omega_V)$ .

Opseg u kome treba izvršiti diskriminaciju je  $2(\omega_{01}+\omega_N)$  što je znatno šire od  $2\omega_N$ .

### 3. MODULATOR ZA DOBIJANJE AM-1BO SIGNALA METODOM FAZNOG POMJERAJA

Modulator je sastavljen od dva identična balansna modulatora  $M_1$  i  $M_2$ . Modulišući signal  $u_m(t)$  se dovodi direktno na ulaz modulatora  $M_1$ , a preko sklopa koji unosi fazni pomeraj od  $-90^\circ$  na ulaz modulatora  $M_2$ . Nosilac  $u_0(t)$  direktno napaja modulator  $M_1$ , a fazno pomjereni za  $90^\circ$  napaja modulator  $M_2$ .



$$u_1(t) = k_U U_m \cos \omega_m t \cdot \cos \omega_0 t$$

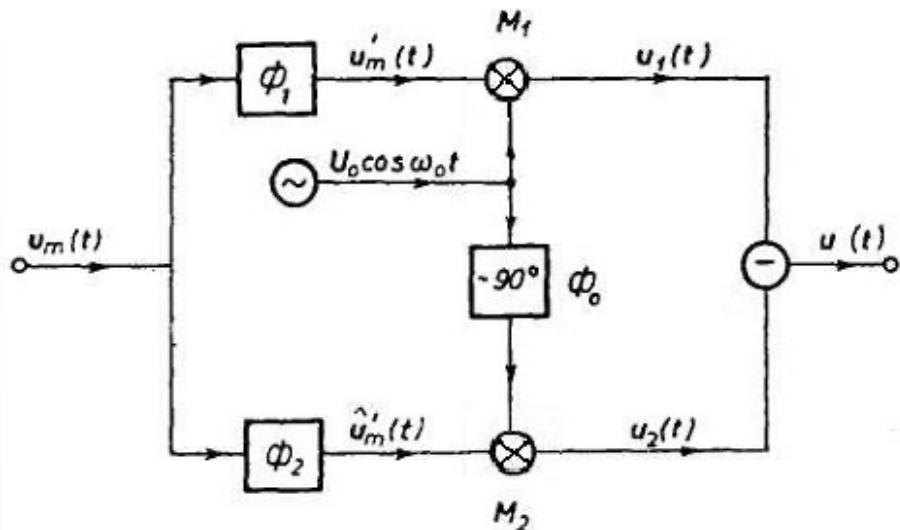
$$u_2(t) = k_U U_m \sin \omega_m t \cdot \sin \omega_0 t$$

AM-1BO sa gornjim bočnim opsegom se dobija sabiranjem ova dva signala, a AM-1BO sa donjim bočnim opsegom se dobija njihovim oduzimanjem.

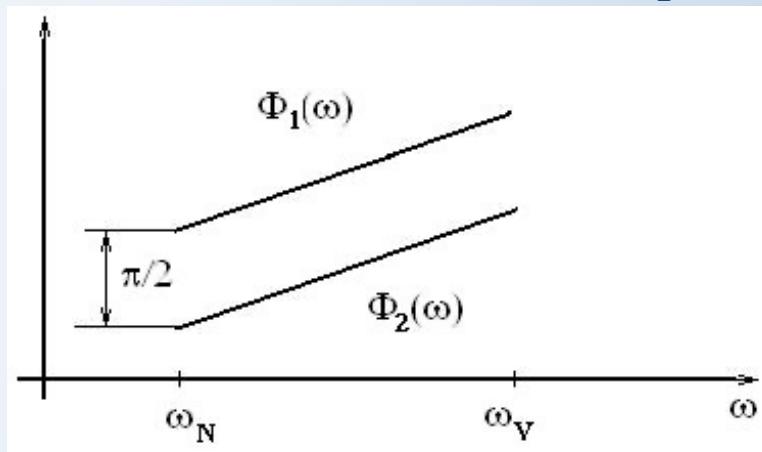
Prednost: u konstrukciji ovakvog modulatora ne koriste se filtri i ne postavljaju se nikakvi uslovi u pogledu donje granične učestanosti u spektru modulišućeg signala.

Problem: konstrukcija sklopa koji treba da unese konstantan fazni pomeraj od  $-90^\circ$  na čitavom opsegu učestanosti modulišućeg signala.

Navedena šema se modifikuje na sledeći način:



Mreže  $\Phi_1(\omega)$  i  $\Phi_2(\omega)$  imaju fazne karakteristike koje su linearne funkcije učestanosti  $\omega$ , tj. one unose kašnjenje u modulišući signal i jednog i drugog modulatora, a pri tom intenzitet spektralnih komponenti ulaznog modulišućeg signala ostaje nepromijenjen. Ove mreže fizički mogu da se realizuju i biraju se tako da u opsegu učestanosti koji zauzima spektar modulišućeg signala, razlika faza  $\Phi_1(\omega) - \Phi_2(\omega) = 90^\circ$ .



Za ovako definisane parametre mreže, izlazni signal je oblika:

$$u_1(t) = k_U u'_m(t) \cos \omega_0 t$$

$$u_2(t) = k_U \hat{u}'_m(t) \sin \omega_0 t$$

$$u(t) = u_1(t) - u_2(t) = k_{IJ} u'_m(t) \cos \omega_0 t - k_U \hat{u}'_m(t) \sin \omega_0 t$$

Dakle, dobija se amplitudski modulisan signal koji ima samo viši bočni opseg. Sabiranjem signala  $u_1(t)$  i  $u_2(t)$ , na izlazu modulatora se dobija AM signal koji ima samo niži bočni opseg.

# AMPLITUDSKI MODULISAN SIGNAL SA NESIMETRIČNIM BOČNIM OPSEZIMA (AM—NBO)

Spektar KAM signala sastavljen je od dva bočna opsega i nosioca. Ovakav signal može da se obradi tako da sadrži jedan bočni opseg, nosilac i dio drugog bočnog opsega. Takav signal naziva se ***AM signal sa nesimetričnim bočnim opsezima*** ili ***AM signal sa djelimično potisnutim bočnim opsegom***. Pošto sadrži jedan bočni opseg, sadrži i prenošenu poruku.

Prednosti ovakvog prenosa poruka:

- širina propusnog opsega sistema za prenos je manja nego u slučaju kada se prenose oba bočna opsega (obično se uzima proširenje od 25%)
- zahvaljujući ne tako velikom povećanju opsega, izgradnja filtra nije kritična.
- prenos nosioca ima smisla ako je u pitanju veliki broj prijemnika, jer se demodulacija može izvesti na prost način.
- ovakav sistem prenosa je naročito zastupljen u radio-difuznim telekomunikacijama, pri analognom prenosu televizijskog signala.

# DEMODULACIJA AMPLITUDSKI MODULISANIH SIGNALA

Demodulacija je proces inverzan modulaciji.

Cilj demodulacije je da se amplitudski modulisani signal tako obradi da se iz njega dobije originalan modulišući signal.

Pošto amplitudska modulacija predstavlja operaciju množenja, demodulacija treba da predstavlja operaciju dijeljenja (ako se modulisani signal dobija u »produktnom« modulatoru kao proizvod modulišućeg signala i nosioca, onda dijeljenjem modulisanog signala nosiocem u »kvocijentnom« demodulatoru treba da se dobije modulišući signal, nosilac poruke).

Opšti oblik AM signala:

$$u_{AM}(t) = (U_0 + U_N m(t) + U_V \hat{m}(t)) \cos \omega_0 t + \left( U_N \hat{m}(t) - U_V \hat{m}(t) \right) \sin \omega_0 t$$

AM-2BO: za  $U_0=0$  i  $U_N=U_V$

KAM: za  $U_0 \neq 0$  i  $U_N=U_V$

AM-1BO (GBO): za  $U_0=0$  i  $U_N \neq 0$

AM-1BO (DBO): za  $U_0 \neq 0$  i  $U_V=0$

AM-NBO: za  $U_0 \neq 0$  i  $U_N \neq U_V$

Ako se na ulaz idealnog kvocijentnog demodulatora dovede AM signal:

$$u(t) = u_m(t) \cos \omega_0 t$$

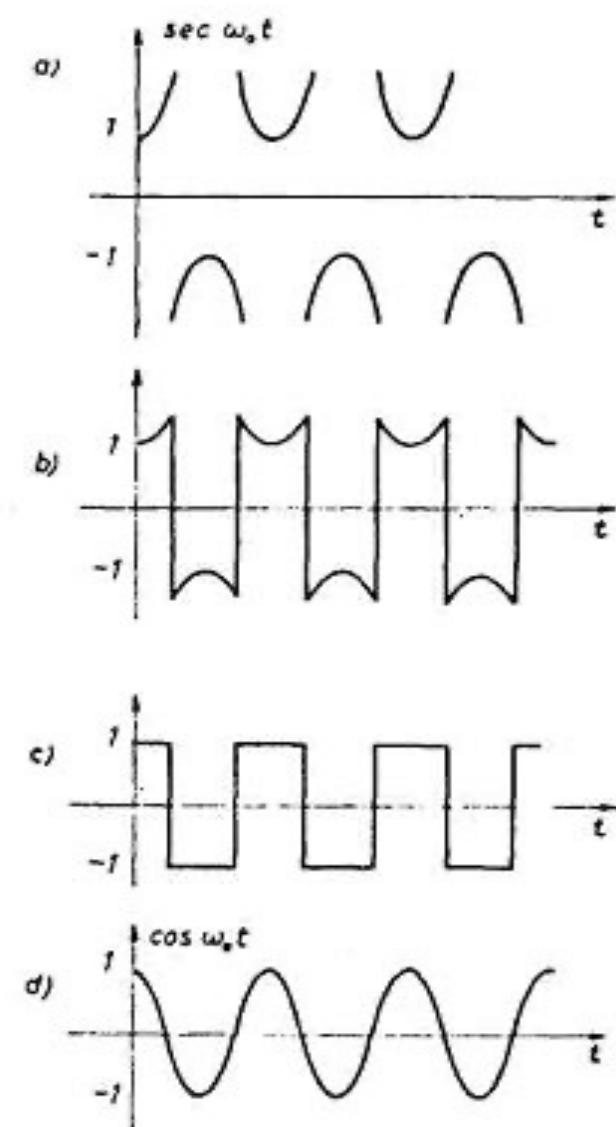
onda bi se "dijeljenjem" ovog signala sa  $\cos \omega_0 t$  dobio originalan modulišući signal  $u_m(t)$ . Isti efekat se dobija ako se izvrši množenje funkcijom  $1/\cos \omega_0 t$ , koja je prikazana na slici a).

Vrijednosti amplituda ove funkcije u određenim tačkama su beskonačne, što se ne može fizički realizovati. Dakle, idealni kvocijentni demodulator nije moguće konstruisati, ali su moguće izvjesne aproksimacije.

Ako kao nosilac pri demodulaciji koristimo aproksimaciju idealnog slučaja, prikazanu na slici b) (takav signal može da se realizuje), dobija se demodulisani signal koji odstupa od originalnog, ali postavljanjem filtra propusnika niskih učestanosti iza demodulatora obezbjedilo bi se da se na izlazu iz filtra dobije originalan modulišući signal.

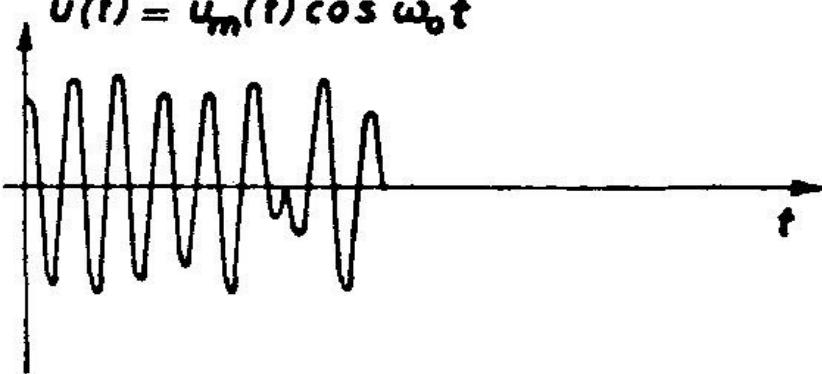
*Slika: Odstupanja od idealne demodulacije:*

- a) idealan talasni oblik nosioca u produktnom demodulatoru;
- b) aproksimacija funkcije  $\sec \omega_0 t$ ;
- c) komutaciona funkcija;
- d) kosinusna funkcija.

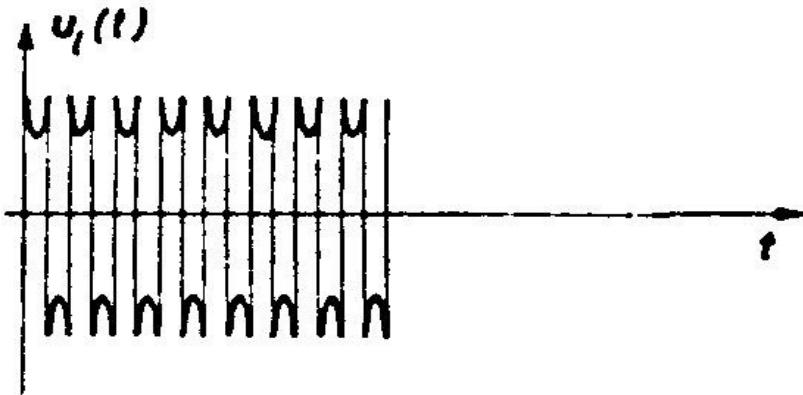


$$u(t) = u_m(t) \cos \omega_0 t$$

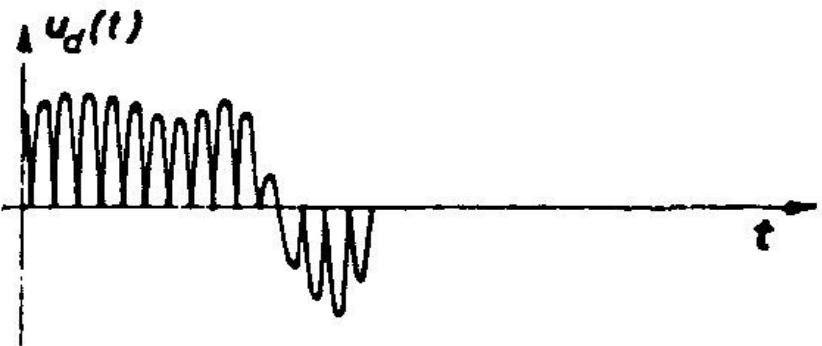
a)



b)



c)



Pored ovakvog oblika nosioca (aproksimacije funkcije  $\sec \omega_0 t$ ) mogu se koristiti i drugi oblici (npr. signal pravougaonog oblika ili signal oblika  $\cos \omega_0 t$ ). Oni su bliži praksi, jer se sasvim lako realizuju.

✓ Zaključak:

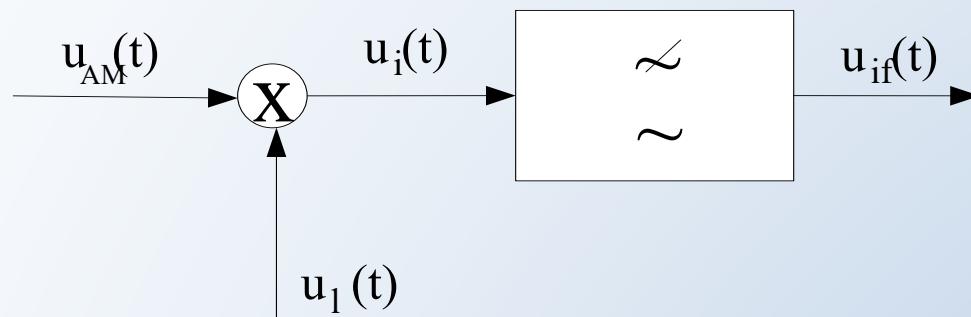
Produktni modulator može da bude i produktni demodulator. To je aproksimacija kvocijentnom demodulatoru. Demodulisani signal će imati više neželjenih komponenti (paraziti) ali se one mogu eliminisati filtrom.

Slika: Ostvarljiva aproksimacija idealne demodulacije

# PRODUKTNA DEMODULACIJA

## SINHRONA ILI KOHERENTNA DEMODULACIJA

Postupak demodulacije u kojoj se pomoći signal generiše iz lokalnog oscilatora naziva se ***sinhrona, koherentna ili homodinska*** demodulacija.



$u_i(t)$  je pomoći signal koji aproksimira funkciju  $1/\cos\omega_0 t$ . Neka je  $u_i(t)$  oblika:

$$u_i(t) = U_i \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Ako se na ulaz demodulatora dovodi AM signal, opšteg oblika, na izlazu će se dobiti signal oblika:

$$u_i(t) = u_{AM}(t) u_i(t)$$

$$\begin{aligned}
u_i(t) = u(t) u_l(t) = & \frac{1}{2} U_0 U_I \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 U_I \cos(2 \omega_0 t + \varphi) + \\
& + \left( \frac{1}{2} U_N U_I \cos \varphi \right) m(t) + \frac{1}{2} U_N U_I m(t) \cos(2 \omega_0 t + \varphi) + \\
& + \left[ \frac{1}{2} U_N U_I \sin(-\varphi) \right] \hat{m}(t) + \frac{1}{2} U_N U_I \hat{m}(t) \sin(2 \omega_0 t + \varphi) + \\
& + \left( \frac{1}{2} U_V U_I \cos \varphi \right) m(t) + \frac{1}{2} U_V U_I m(t) \cos(2 \omega_0 t + \varphi) - \\
& - \left[ \frac{1}{2} U_V U_I \sin(-\varphi) \right] \hat{m}(t) - \frac{1}{2} U_V U_I \hat{m}(t) \sin(2 \omega_0 t + \varphi)
\end{aligned}$$

Filtar eliminiše komponente na učestanosti  $2\omega_0$ , pa je filtrirani signal:

$$\begin{aligned}
u_i(t) = u(t) u_l(t) = & \frac{1}{2} U_0 U_I \cos \varphi + \left( \frac{1}{2} U_N U_I \cos \varphi \right) m(t) + \\
& + \left[ \frac{1}{2} U_N U_I \sin(-\varphi) \right] \hat{m}(t) + \left( \frac{1}{2} U_V U_I \cos \varphi \right) m(t) - \left[ \frac{1}{2} U_V U_I \sin(-\varphi) \right] \hat{m}(t)
\end{aligned}$$

Konačan oblik izlaznog signala zavisi od tipa izvršene modulacije.

## KAM:

$$u_i(t) = \frac{1}{2} U_0 U_I \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 U_I \cos(2\omega_0 t + \varphi) + \left( \frac{1}{2} m_0 U_0 U_I \cos \varphi \right) m(t) + \frac{1}{2} m_0 U_0 U_I m(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi)$$

Prvi član - komponenta konstantnog intenziteta nezavisna od vremena;

Drugi član - drugi harmonik napona iz lokalnog oscilatora;

Treći član - signal koji je srazmjeran modulišućem signalu;

Četvrti član - AM signal čija je učestanost dvostruko veća od učestanosti nosioca Nakon filtriranja viših harmonika i blokiranja jednosmjerne komponente dobija se:

$$u_F(t) = \left( \frac{1}{2} m_0 U_0 U_I \cos \varphi \right) m(t)$$

Dakle, dobija se signal koji je proporcionalan modulišućem signalu, tj. nosiocu poruke. Konstanta proporcionalnosti zavisi od faznog stava između nosioca  $U_0 \cos \omega_0 t$  kojim se napaja modulator na strani predaje i napona  $U_I \cos(\omega_0 t + \varphi)$  kojim se napaja demodulator na strani prijema. Ako su ta dva napona u fazi ( $\varphi=0$ ) demodulisani signal biće najveći mogući, a ako je  $\varphi=\pi/2$ , demodulisani signal biće stalno jednak nuli i prenos neće moći da se obavi.

### ✓ Zaključak:

Pri sinhronoj demodulaciji KAM signala neophodno je da nosilac na strani predaje i lokalni pomoći nosilac na strani prijema imaju iste učestanosti i da budu strogo u fazi.

## AM-2BO:

$U_0=0$  i  $U_N=U_V$ , pa je signal na izlazu iz demodulatora:

$$u_d(t) = (U_m U_l \cos \varphi) m(t) + U_m U_l m(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi)$$

Prvi član može da se izdvoji filtrom propusnikom niskih učestanosti, pa će se na njegovom izlazu dobiti signal:

$$u_F(t) = (U_m U_l \cos \varphi) m(t)$$

Dobijeni signal je direktno srazmjeran modulišućem signalu. Konstanta proporcionalnosti zavisi od faznog stava  $\varphi$ .

Kao i u prethodnom slučaju, demodulisani signal će biti najveći ako je  $\varphi=0$ .

### ✓ Zaključak:

Za demodulaciju signala AM-2BO potrebno je da nosilac na strani predaje i napon lokalnog oscilatora u prijemniku imaju istu učestanost i da budu u fazi.

## AM-1BO:

Za signal sa gornjim bočnim opsegom ( $U_0=0$  i  $U_N=0$ ), izlaz iz demodulatora je:

$$u_d(t) = \left( \frac{1}{2} U_V U_I \cos \varphi \right) m(t) + \frac{1}{2} (U_V U_I \sin \varphi) \hat{m}(t) + \\ + \frac{1}{2} U_V U_I m(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi) - \frac{1}{2} U_V U_I \hat{m}(t) \sin(2\omega_0 t + \varphi)$$

Prva dva člana predstavljaju signal  $m(t)$  i njegovu Hilbertovu transformaciju čiji je spektar ograničen učestanostu  $\omega_M$ . Druga dva člana predstavljaju viši bočni opseg transliran za  $2\omega_0$ . Uz uslov  $\omega_0 > \omega_M$ , filtrom se može izdvojiti signal opisan sa prva dva člana, tj. na izlazu filtra biće:

$$u_F(t) = \frac{1}{2} U_V U_I [m(t) \cos \varphi + \hat{m}(t) \sin \varphi]$$

Ovaj signal ne predstavlja poslati modulišući signal. Uz ispunjen uslov  $\phi=0$  demodulisani signal biće proporcionalan modulišućem signalu :

$$u_F(t) = \frac{1}{2} U_V U_I m(t)$$

### ✓ Zaključak:

Obavezan uslov za prenos poruka AM-1BO signalom je identičnost učestanosti nosioca i lokalnog oscilatora i njihova sinfaznost (uslov da demodulisani signal ne bude izobličen)

## AM-NBO:

Kod njega je  $U_0 \neq 0$  i  $U_N \neq U_V$ .

Sinhronom demodulacijom, uz neke određene uslove, moguće je demodulisati amplitudski modulisani signal sa nesimetričnim bočnim opsezima.

$$u_F(t) = \frac{1}{2} U_l (U_0 + U_N m(t) + U_V \hat{m}(t)) \cos \varphi - \frac{1}{2} U_l \left( U_N \hat{\bar{m}}(t) + U_V \hat{\bar{m}}(t) \right) \sin \varphi$$

### ✓ Zaključak:

Za demodulaciju AM-NBO signala potrebno je obezbijediti identičnost učestanosti nosioca i lokalnog oscilatora u prijemniku, kao i njihovu sinfaznost ( $\phi=0$ )

# ASINHRONA DEMODULACIJA

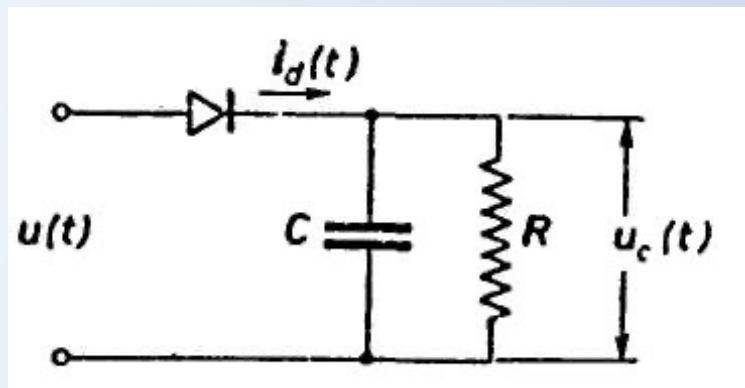
**Demodulacija** - operacija obrnuta modulaciji u kojoj se iz *produkata modulacije* rekonstruiše modulišući signal.

**Detekcija** - reprodukcija modulišućeg signala koja se ostvaruje pomoću asimetrično provodnog sklopa bez upotrebe lokalnog oscilatora.

Detektor envelope je sklop koji bez upotrebe lokalnog oscilatora na svom izlazu daje signal identičan anvelopi ulaznog signala.

Koristi se za ekstrakciju modulišućeg signala iz KAM signala, za druge vrste AM signala ne može da se koristi.

Detektor envelope je vrlo jednostavan, realizuje se pomoću diode i RC kola.



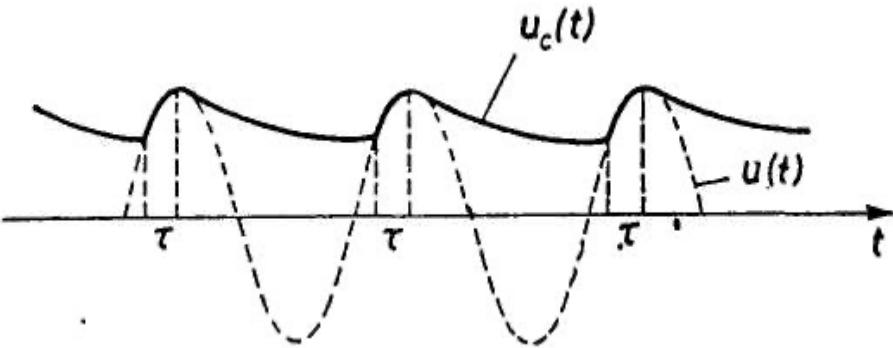
Slika: Detektor envelope

## Princip rada:

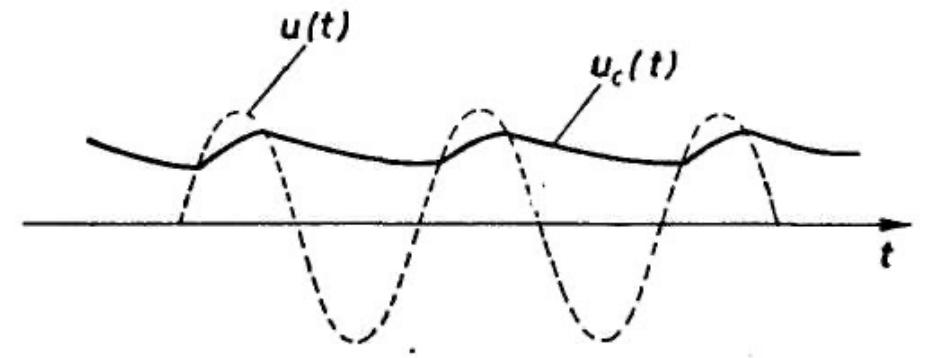
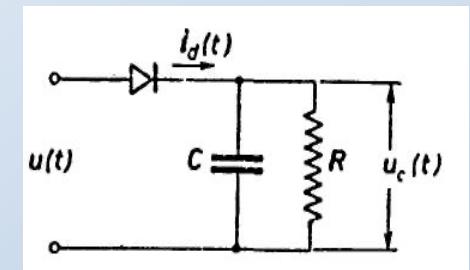
Neka na ulaz detektora anvelope dolazi nemodulisani nosilac. Neka je dioda idealna (otpornost u smjeru propuštanja je nula, a u obrnutom smjeru je beskonačno velika). Kada dioda provodi, kondenzator  $C$  se vrlo brzo napuni i napon na njegovim krajevima dostiže maksimalnu vrijednost ulaznog sinusoidalnog napona. Kada dioda ne provodi, kondenzator  $C$  se prazni preko otpornika  $R$ .

Struja diode  $i_d(t)$  postoji samo u vremenskim intervalima  $\tau$ . Talasni oblik napona  $u_c(t)$  zavisi od vremenske konstante  $RC$ . Što je ona veća, to je  $u_c(t)$  bliži maksimalnoj vrijednosti  $U_0$  napona  $u(t)=U_0\cos\omega_0 t$ . Zato se ovaj sklop još naziva i **vršni detektor**.

a)

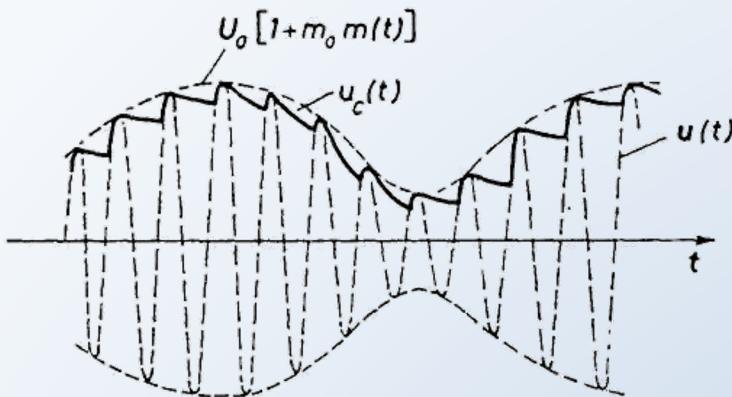


b)



Slika: Sinusoidalan napon  $u(t)$  na ulazu u detektor anvelope i napon  $u_c(t)$  na krajevima kondenzatora  $C$ , a) uz uslov da je dioda idealna, b) u slučaju kad dioda nije idealna

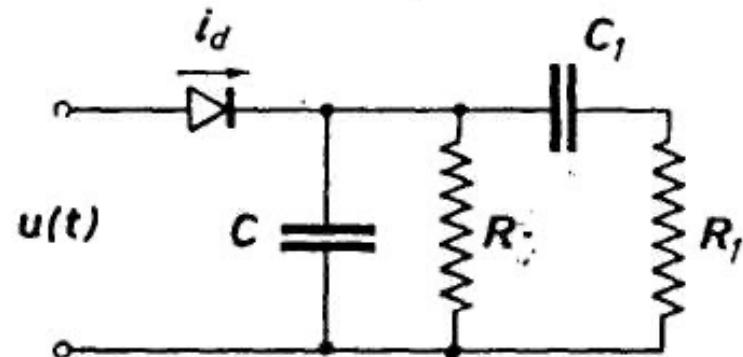
Kada na ulaz detektora dolazi amplitudski modulisani signal tipa KAM, odvijaće se isti proces, samo se sada mijenja amplituda ulaznog signala. Uz uslov da je vremenska konstanta  $RC$  povoljno izabrana, napon  $u_c(t)$  će se mijenjati tako da prati ove promjene.



*Slika: Amplitudski modulisani signal tipa KAM (isprekidano izvučena kriva) i detektovani napon  $u_c(t)$  (puno izvučena kriva)*

Izlazni napon prati anvelopu signala sa malim promjenama. Upotrebom jednostavnog  $RC$  filtra, nepoželjne komponente mogu da se odstrane, tako da se na krajevima otpornika  $R_1$  dobija željeni detektovani napon.

Uslov: učestanost nosioca  $\omega_0$  mora da bude mnogo veća od učestanosti  $\omega_M$  kojom je ograničen spektar modulišućeg signala.



*Slika: Detektor anvelope sa jednostavnim filtarskim kolom  $R_1C_1$*

Analiza rada detektora anvelope:

Prepostavimo da je  $\omega_0 \gg \omega_M$ . Tada se u prvoj aproksimaciji može smatrati da kroz otpornik  $R$  protiče korisna komponenta struje diode superponirana komponenti konstantnog intenziteta, a kroz kondenzator  $C$  sve one komponente koje imaju visoku učestanost.

Da bismo izveli željenu analizu posmatrajmo prvo slučaj kada se na ulaz detektora dovodi nemodulisani nosilac.

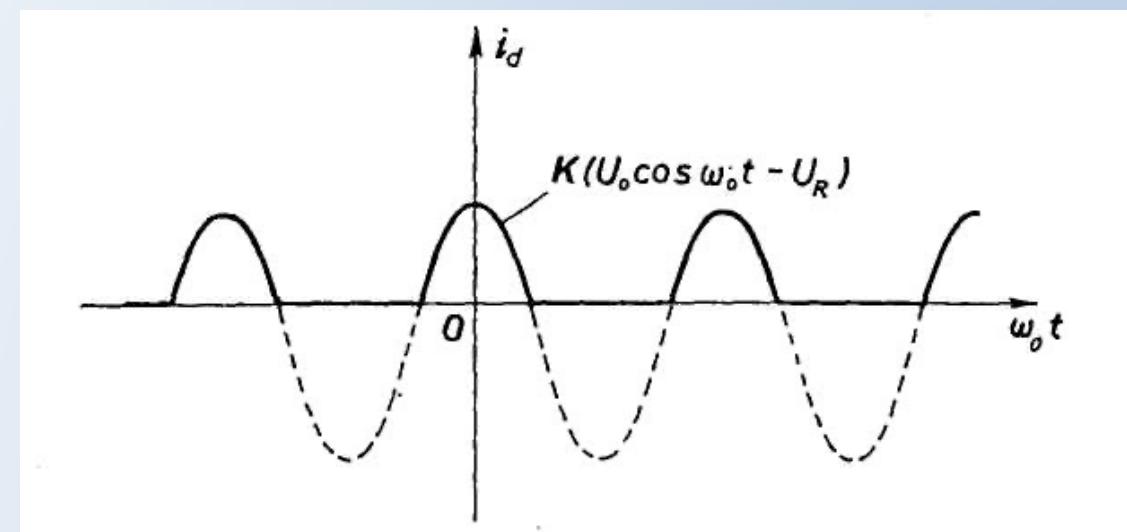
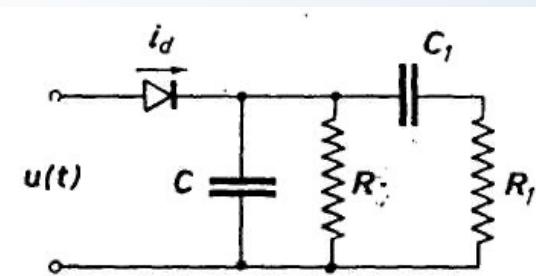
Za  $u_d(t) > 0$  dioda provodi, pa je struja kroz diodu  $i_d(t) = u_d(t)/R_d$ .

$$i_d(t) = \frac{1}{R_d} (U_0 \cos \omega_0 t - U_R)$$

Za  $u_d(t) < 0$  dioda ne provodi, pa je struja kroz diodu  $i_d(t) = 0$ .

Struja  $i_d(t)$  je prikazana puno izvučenom linijom na slici. Postoji kada je ispunjen uslov:

$$\cos \omega_0 t > \frac{U_R}{U_0}$$



Pošto je struja kroz diodu periodična, može se predstaviti u obliku Fourierovog reda:

$$i_d = i_d(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

$a_0/2 = I_0$  predstavlja konstantnu (jednosmjernu komponentu) struju diode.

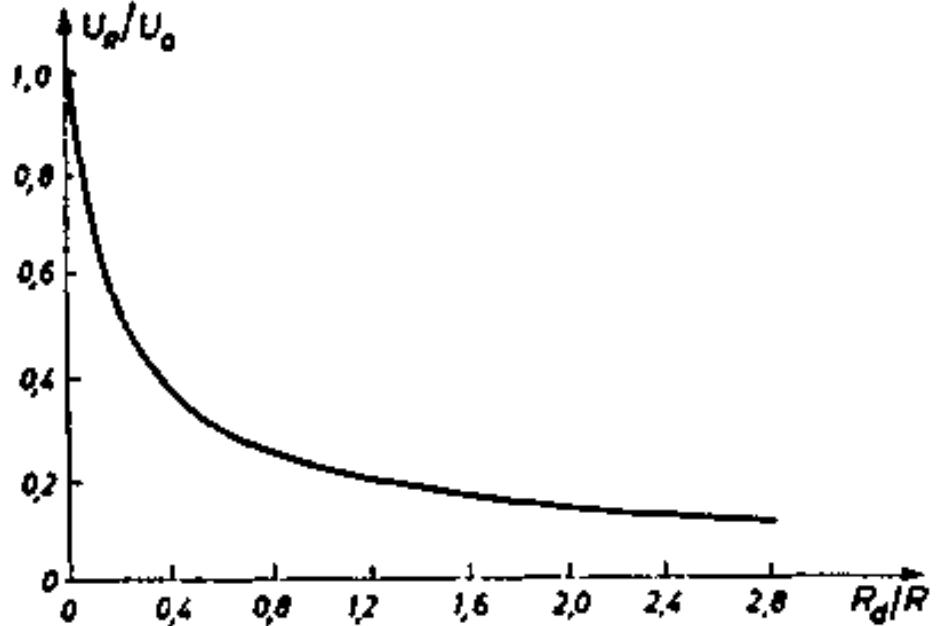
$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} i_d(t) dt = \frac{K}{\pi} \int_0^{\arccos U_R/U_0} (U_0 \cos \omega_0 t - U_R) d\omega_0 t = \\ &= \frac{K}{\pi} \left[ (U_0^2 - U_R^2)^{\frac{1}{2}} - U_R \arccos \frac{U_R}{U_0} \right] \end{aligned}$$

Pošto je  $U_R = RI_0$ , biće:

$$U_R = \frac{KR}{\pi} \left[ (U_0^2 - U_R^2)^{\frac{1}{2}} - U_R \arccos \frac{U_R}{U_0} \right] \quad , \quad K = 1/R_d$$

Odnosno:

$$\frac{\pi R_d}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_0}{U_R}\right)^2 - 1} - \arccos \frac{U_R}{U_0}$$



Slika: Izlazni napon detektora anvelope u funkciji odnosa otpornosti diode u smjeru propuštanja  $R_d$  i otpornosti opterećenja  $R$

$U_R/U_0 \rightarrow 1$  kada  $R_d/R \rightarrow 0$ , tj. kada je otpornost diode u smjeru propuštanja veoma mala u odnosu na otpornost opterećenja. U tom režimu je dakle napon na ovom otporniku  $R$  vrlo približno jednak naponu  $U_0$ .

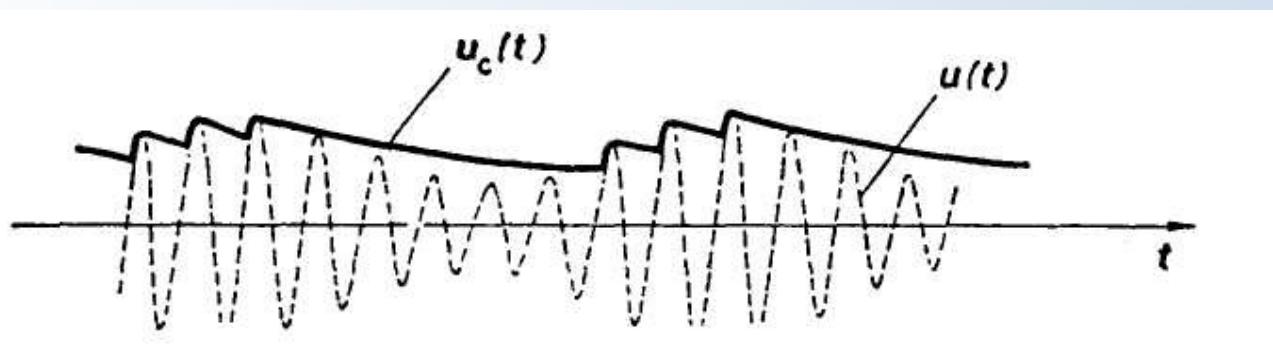
Ako se govori o KAM signalu, u izrazu za anvelopu umjesto  $U_0$  figuriše izraz  $U_0 + U_0 m_0 m(t)$ , pa će se na otporniku  $R$  dobiti napon čije su promjene vrlo približno jednake modulišućem signalu  $U_0 m_0 m(t)$ .

Uloga nosioca je jasna. Konstanta  $U_0$  u izrazu za amplitudu KAM signala obezbjeđuje da anvelopa modulisanog signala nikad ne mijenja znak. Taj uslov omogućuje da se na otporniku  $R$  dobije napon identičan anvelopi modulisanog signala.

Odstupanja od idealnog slučaja:

1. Dijagonalno odsijecanje
2. Odsijecanje negativnih vrhova

1. Javlja se u slučaju kada RC konstanta nije dobro izabrana. Ako je vrijednost ove konstante suviše velika, kondenzator ne može dovoljno brzo da se isprazni kroz otpornik R, pa napon na njemu ne slijedi tok anvelope ulaznog modulisanog signala, tj. izlazni detektovani signal postaje izobličen. Ova pojava se naziva **dijagonalno odsijecanje**.

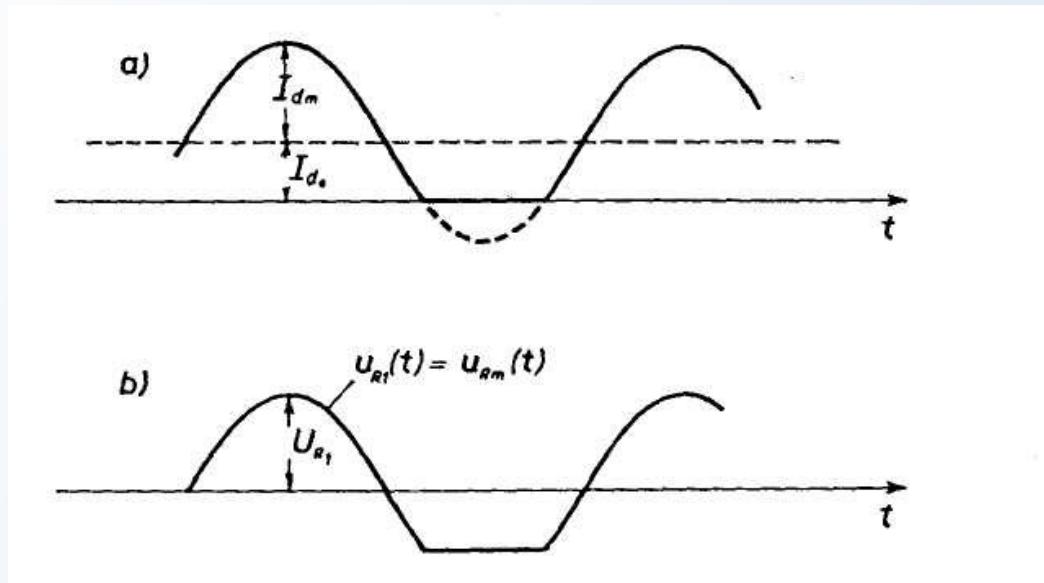


Slika: Talasni oblik detektovanog signala sa dijagonalnim odsijecanjem izazvanim suviše velikom RC konstantom u kolu detektora anvelope

Da bi se izbjegla ova neželjena pojava, RC treba izabrati tako da je:

$$RC \leq \frac{1}{\omega_m} \sqrt{\frac{1}{{m_0}^2} - 1}$$

2. Druga vrsta izobličenja do koje može da dođe u detektoru envelope je ***odsijecanje negativnih vrhova***.



Da ne bi došlo do ove vrste izobličenja, mora da se zadovolji uslov da je:

$$m_0 \leq \frac{|Z|}{R}$$

## ✓ Zaključak:

- Za AM-2BO signale, modulatori su balansni, realizuju se pomoću nelinearnih ili prekidačkih sklopova
- Za AM-1BO signale koriste se:
  - odgovarajući modulatori koji na svom izlazu daju samo jedan bočni opseg
  - modulatori AM-2BO signala u kombinaciji sa filtrom
- Za AM-NBO modulatori su:
  - produktni modulator i filter
  - odgovarajuća šema modulatora koji na svom izlazu daje signal sa nejednakim bočnim opsezima
- Za KAM signale, modulator je produktni
  
- Demodulacija AM signala može biti:
  - sinhrona – važi za sve tipove AM signala, kombinacija kvocijentnog modulatora i filtra
  - asinhrona – sa detektorom envelope, i može se primijeniti za modulisane signale koji u sebi sadrže nosilac.