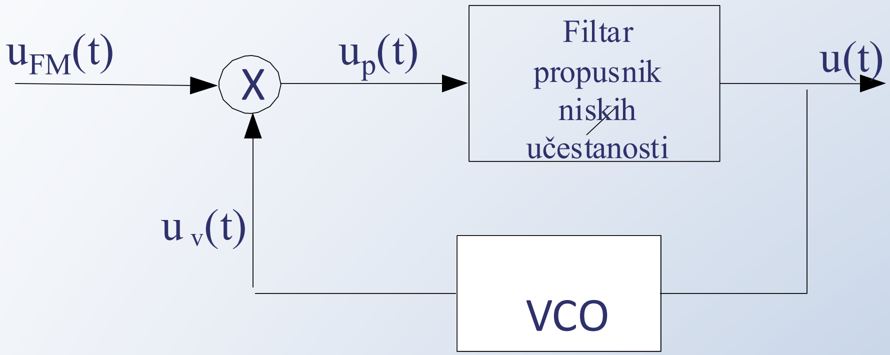
- PLL (Phase Locked Loop) detektor



Ovo je sistem sa pozitivnom povratnom spregom, sa naponski kontrolisanim oscilatorom (VCO) u povratnoj grani. u_p(t) je signal proporcionalan faznoj razlici FM signala na ulazu i signala na izlazu iz VCO.

Kada se trenutna faza u_{FM}(t) i u_v(t) izjednače, tada su ova dva signala ista:

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_1(t))$$

$$\varphi_1(t) = k_\omega \int u_m(t)dt$$

$$u_v(t) = U_v \sin(\omega_0 t + \varphi_2(t))$$

$$u_p(t) = K u_{FM}(t) u_v(t)$$

$$u_p(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v [\sin(\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) + \sin(2\omega_o t + \varphi_1(t) + \varphi_2(t))]$$

Prolaskom kroz NF filtar dobija se:

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v \sin(\varphi_2(t) - \varphi_1(t))$$

Kada su faze približno jednake:

$$\varphi_2(t) \approx \varphi_1(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v (\varphi_2(t) - \varphi_1(t))$$

Ovaj signal dolazi na ulaz VCO.

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_\omega u_m(t)$$

$$\varphi_2(t) = k_0 \int u(t) dt \qquad \frac{d\varphi_2(t)}{dt} = k_0 u(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v \left[k_0 \int u(t) dt - \varphi_1(t)\right] \Big/ \frac{d(.)}{dt}$$

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_0 \left[-\frac{2 \frac{du(t)}{dt}}{k_0 K U_0 U_v} + u(t) \right]$$

Ako pretpostavimo da je učestanost signala *u*(t) znatno manja od k_0K:

$$\frac{\frac{du(t)}{dt}}{k_0 K} << 1 \Rightarrow \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \approx k_0 u(t)$$

S obzirom na relaciju:

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_\omega u_m(t)$$

$$\Rightarrow u(t) \cong \frac{k_\omega}{k_0} u_m(t)$$

Izlazni signal je srazmjeran modulišućem signalu.

SLUČAJNI ŠUM U TELEKOMUNIKACIONIM SISTEMIMA

- Šum je neizbježna slučajna pojava koja utiče na prenošeni signal, superponira se signalu poruke, te na taj način mijenja njegove vrijednosti i oblik.

- Šum je slučajna elektromagnetna pojava koja se javlja u svim sistemima i manifestuje se na različite načine. Npr. neželjeni i nepravilni zvučni efekti u slušalici; slučajna svjetlucanja na televizijskom ekranu; greške nastale pri prenosu podataka prouzrokovane su šumom;

- Šum kao pojava u prenosu signala ima veliki značaj, jer maskiranje signala šumom i greške koje on izaziva su stalno prisutni faktori koji degradiraju kvalitet veza i ograničavaju njihov domet.

Veliki je broj uzroka zbog kojih dolazi do pojave šuma, pa je saglasno tome napravljena i klasifikacija šumova različitog porijekla:

- šum ambijenta - šum koji postoji u prostoriji korespondenta i koji se transformacijom preko mikrofona prenosi u sistem
- šum mikrofona - potiče od neregularnih struja koje protiču kroz mikrofon i kad nema signala
- termički šum - vodi porijeklo od nepravilnog kretanja elektrona u provodnicima usled toplotnih efekata; javlja se u ***svim*** komunikacionim sistemima
- šum izazvan nelinearnim izobličenjima složenih signala
- šum nastao zbog linearnog preslušavanja iz niza kanala u jedan posmatrani kanal
- atmosferski šum - izazvan prirodnim pražnjenjima u atmosferi
- čovjekom izazvan šum - nastaje zbog varničenja i pražnjenja u električnim uređajima i postrojenjima itd.

PRIRODA TERMIČKOG ŠUMA I NJEGOVE MANIFESTACIJE

Termički šum predstavlja pojavu koja je svojstvena svim sistemima čija je apsolutna temperatura T veća od 0°K.

Po svojoj prirodi, termički šum predstavlja ogroman skup pojedinačnih slučajnih događaja, ali u njemu mogu da se pronađu izvjesne statističke regularnosti koje su od velikog značaja u proučavanju problema prenosa signala.
Jedan od parametara koji, u statističkom smislu, može dovoljno dobro opisati ovaj šum je njegova srednja snaga, tj. spektralna gustina srednje snage šuma.

SPEKTRALNA GUSTINA SREDNJE SNAGE TERMIČKOG ŠUMA

Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma (bijelog aditivnog Gauss-ovog) je data izrazom:

$$p_N(f) = p_N = kT = const.$$

k - Bolcmanova konstanta k=1,38 10^{-23} J/K
T – apsolutna temperatura (u K)

Srednja snaga termičkog šuma u nekom opsegu učestanosti može se jednostavno odrediti:

$$\overline{P_N} = \int_{f_N}^{f_V} p_N(f)df = kT(f_V - f_N) = kTB$$

Srednja snaga termičkog šuma na konstantnoj temperaturi T zavisi samo od širine opsega B, a ne od učestanosti na kojoj se on nalazi.

Pošto je spektralna gustina konstantna, za ovakav termički šum se kaže da je ravnomjerno raspodijeljen u spektru i često se naziva ***ravnim*** ili ***bijelim*** šumom, jer i bijelu svjetlost karakteriše uniformna raspodjela u vidljivom dijelu spektra.

RASPODJELA AMPLITUDA TERMIČKOG ŠUMA

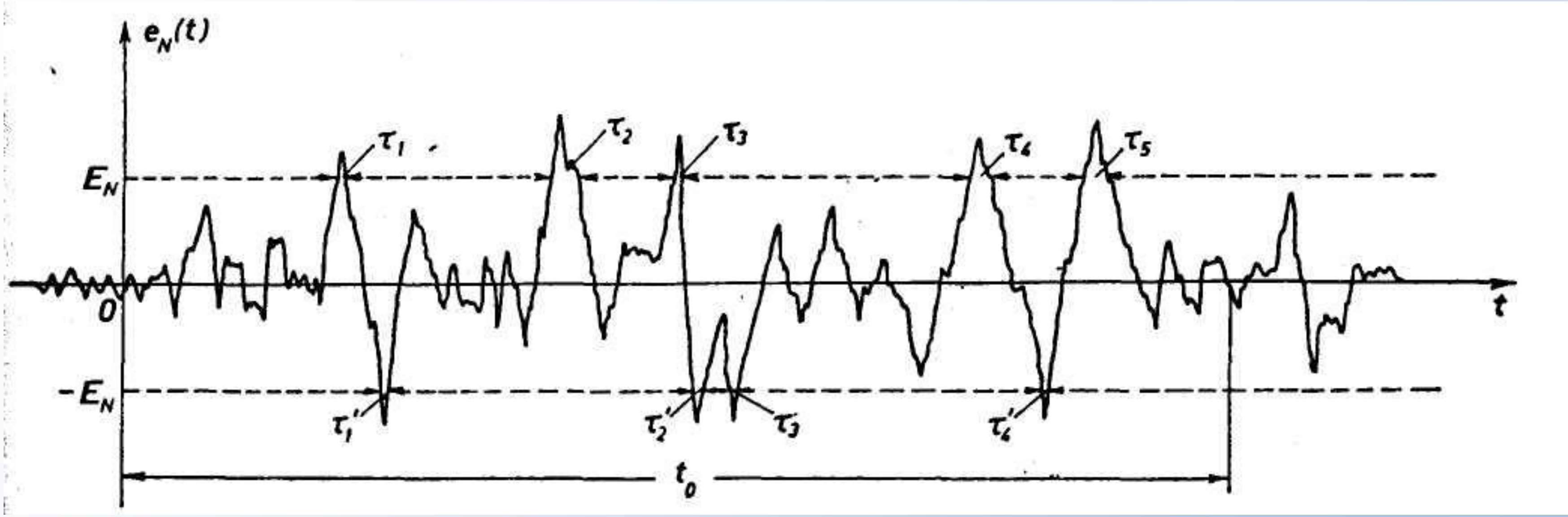
Pomoću spektralne gustine srednje snage termičkog šuma lako može da se izračuna srednja snaga šuma u nekom određenom opsegu učestanosti. Na taj način spektralna gustina, odnosno srednja snaga, karakteriše šum kao slučajnu pojavu, ***u prosjeku,*** u jednom dugom intervalu vremena.

Takav podatak je od značaja, ali ne kazuje ništa o trenutnim vrijednostima slučajne vremenske funkcije koja opisuje šum (postoji veliki broj različitih vremenskih talasnih oblika koji imaju istu srednju snagu).

Potrebno je opisati funkciju šuma i u vremenskom domenu. To je moguće samo na osnovu ***statističkog pristupa*** problemu pomoću kojeg se može procijeniti kakva je raspodjela trenutnih vrijednosti šuma u jednom dugom vremenskom intervalu.

U suštini, ne može se ništa reći o trenutnoj vrijednosti šuma u nekom trenutku (to je osnovna osobina slučajnih funkcija), ali se može reći da je vjerovatnoća da će u nekom dijelu jednog dugog vremenskog intervala amplituda šuma biti veća od neke unaprijed specificirane vrijednosti.

Pretpostavimo da funkcija $e_N(t)$ sa slike predstavlja vremensku funkciju koja opisuje neki slučajan proces. Neka je t_0 interval u kome se analizira funkcija relativno dug.



Slika: Vremenska funkcija slučajnog procesa

Označimo sa e_N bilo koju od trenutnu vrijednost funkcije $e_N(t)$. Tada e_N predstavlja slučajnu promjenljivu u skupu koji obrazuju trenutne vrijednosti ove funkcije iz intervala t_0.

Dio posmatranog vremena t_0 u kome je trenutna vrijednost $e_N > E_N$, E_N je neka unaprijed specificirana vrijednost, je:

$$\tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = \tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_n$$

Vjerovatnoća da trenutna vrijednost šuma bude veća ili jednaka nekoj unaprijed specificiranoj vrijednosti je:

$$P(e_N \geq E_N) = \frac{\tau}{t_0}$$

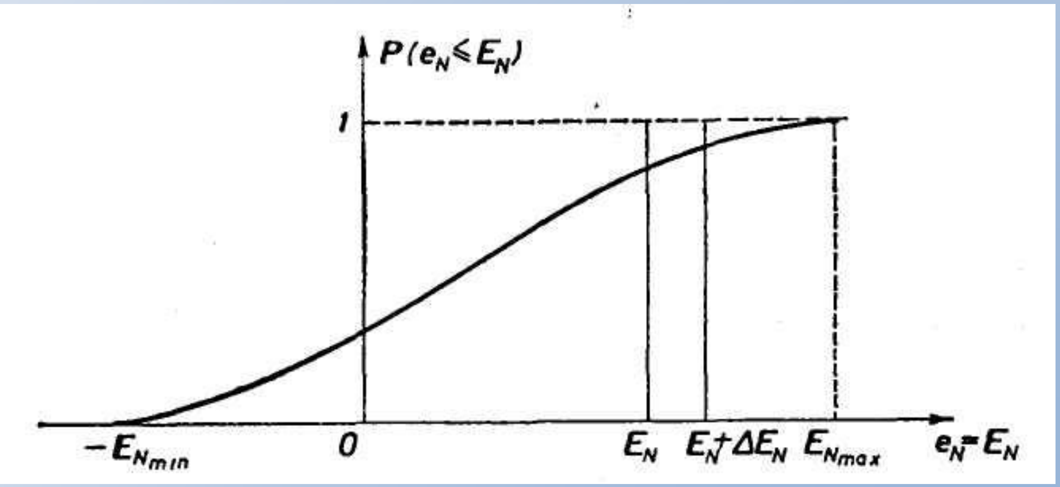
Odnosno, vjerovatnoća da amplituda šuma bude manja od neke unaprijed specificirane vrijednosti je:

$$P(e_N < E_N) = 1 - \frac{\tau}{t_0} = \frac{t_0 - \tau}{t_0}$$

Specificirajući čitav niz vrijednosti E_N, $E_N = E_{Nl}$, E_{N2} ..., moguće je pronaći njima odgovarajuće vrijednosti $P(e_N \leq E_{N1})$, $P(e_N \leq E_{N2})$ itd.

Dijagram koji predstavlja zavisnost $P(e_N \leq E_N)$ od neke specificirane vrijednosti $e_N = E_N$, je kriva na slici.

E_{Nmax}- maksimalna vrijednost e_N u intervalu t_0,
$-E_{Nmin}$- minimalna vrijednost e_N u intervalu t_0

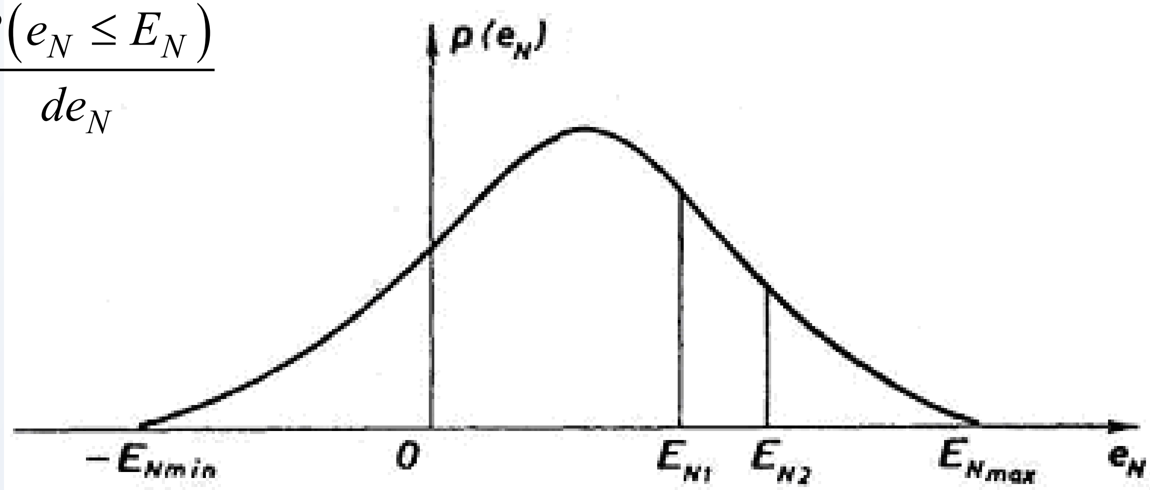


Slika: Funkcija raspodjele vjerovatnoće

Dobijena kriva koja predstavlja relativan iznos vremena u kome je $e_N \leq E_N$ naziva se ***kriva raspodjele funkcije*** $e_N(t)$, a veličina $P(e_N \leq E_N)$ ***funkcija raspodjele***.

Strmina krive raspodjele amplituda se zove ***funkcija gustine vjerovatnoće amplituda*** $e_N(t)$:

$$p(e_N) = \frac{dP(e_N \leq E_N)}{de_N}$$



Slika: Funkcija gustine vjerovatnoće

Vjerovatnoća da se trenutna vrijednost šuma e_N nalazi između vrijednosti E_{N1} i E_{N2} je:

$$P(E_{N1} \leq e_N \leq E_{N2}) = \int_{E_{N1}}^{E_{N2}} p(e_N)\,de_N$$

Važi:

$$P(-E_{N\min} \leq e_N \leq E_{N\max}) = \int_{-E_{N\min}}^{E_{N\max}} p(e_N)\,de_N = 1$$

Srednja vrijednost napona termičkog šuma e_N(t) je:

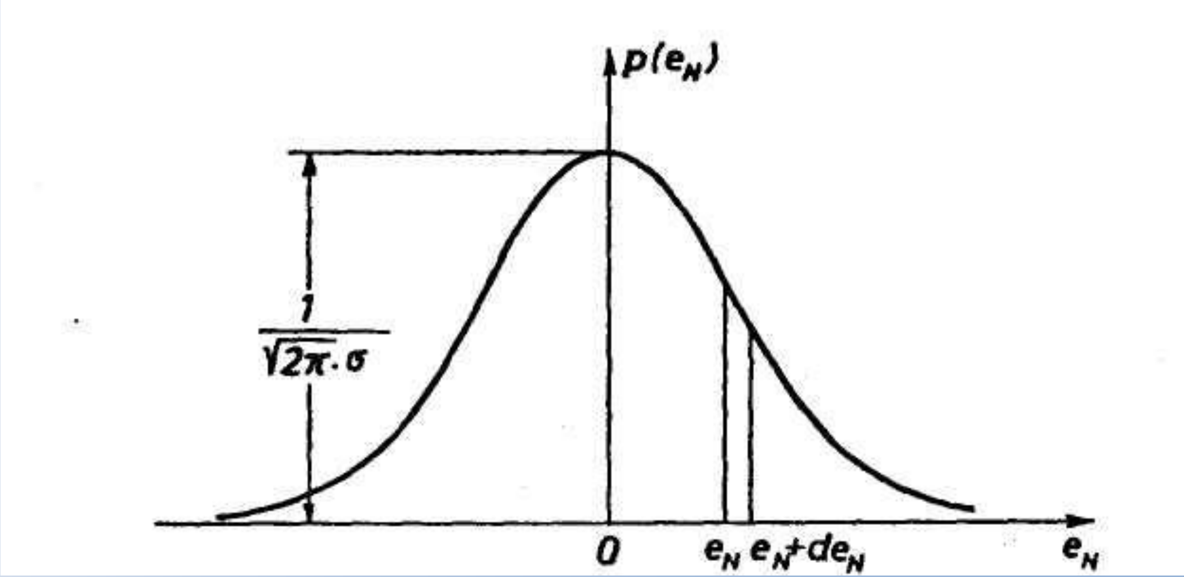
$$\overline{e_N(t)} = \overline{e_N} = \lim_{t_0 \to \infty} \frac{1}{2t_0} \int_{-t_0}^{t_0} e_N(t)dt = 0$$

Ovakav zaključak je donijet intuitivno. Ako bi srednja vrijednost napona termičkog šuma bila različita od nule, tada bi voltmetar vezan za bilo koji uređaj u izolovanom sistemu pokazivao neku vrijednost različitu od nule, što nije moguće.

Razni eksperimenti su pokazali da funkcija raspodjele amplituda termičkog šuma slijedi **Gauss-ov** ili **normalni zakon raspodjele amplituda**.

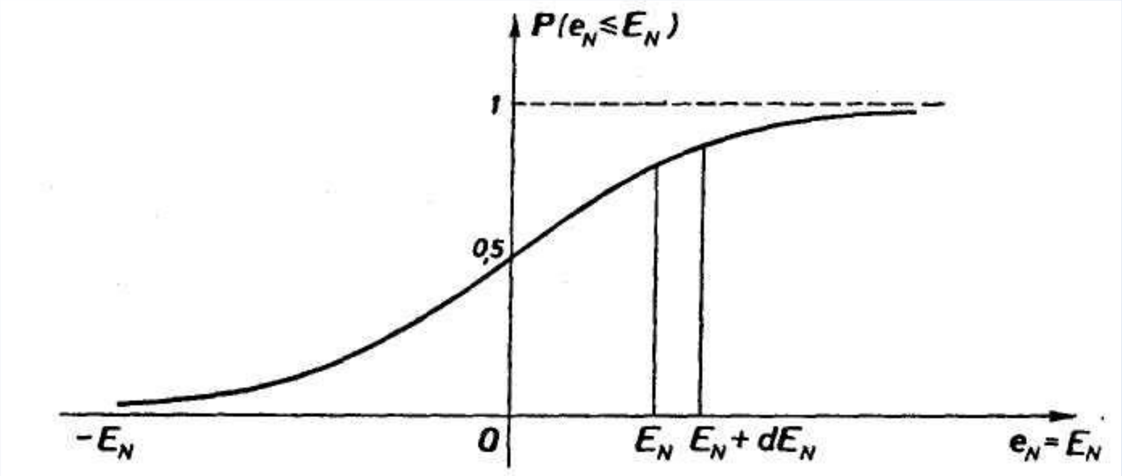
Funkcija gustine vjerovatnoće je data izrazom:

$$p(e_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}}$$



Slika: Gauss-ova funkcija gustine vjerovatnoće

Odgovarajuća funkcija raspodjele je:



Slika: Gauss-ova funkcija raspodjele vjerovatnoće

U izrazu za $p(e_N)$ je:

σ =const. – standardna devijacija

$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2}$ - srednje kvadratno odstupanje slučajno promjenjive e_N od svoje srednje vrijednosti; varijansa:

$$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e_N - \overline{e_N}\right)^2 p(e_N) de_N =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e_N{}^2 p(e_N) de_N - 2\overline{e_N} \int_{-\infty}^{\infty} e_N p(e_N) de_N + \overline{e_N}^2 \int_{-\infty}^{\infty} p(e_N) de_N$$

- prvi integral predstavlja po definiciji srednju kvadratnu vrijednost slučajne promenljive;
- drugi integral jednak je srednjoj vrijednosti slučajne promjenljive;
- treći integral je jednak 1

$$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2} = \overline{e_N^2} - 2\overline{e_N}\,\overline{e_N} + \overline{e_N}^2 = \overline{e_N^2} - \overline{e_N}^2$$

$$\overline{e_N} = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \overline{e_N^2} = E_{Neff}^2$$

• ***Centralna granična teorema***

Raspodjela vjerovatnoće sume velikog broja nezavisnih slučajnih veličina, od kojih svaka može imati bilo kakvu sopstvenu raspodjelu, teži Gauss-ovoj raspodjeli.

$$P\left(|e_N| \le E_N\right) = P\left(-E_N \le e_N \le E_N\right) = \int_{-E_N}^{E_N} p\left(e_N\right) de_N = 2\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^{E_N} e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}} de_N$$

Integral tipa:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt = erfx$$

erfx je ***funkcija greške***. Konačno je:

$$P(|e_N| \le E_N) = P(-E_N \le e_N \le E_N) = erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}\sigma}$$

Tražena vjerovatnoća (procenat vremena u kome je $|e_N| \geq E_N$) je:

$$P(|e_N| \ge E_N) = 1 - P(|e_N| \le E_N) = 1 - erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}\sigma} = 1 - erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}E_{Neff}} = erfc\,\frac{E_N}{\sqrt{2}E_{Neff}}$$

Procenat vremena u kome je amplituda napona termičkog šuma veća od efektivne vrijednosti napona šuma je:

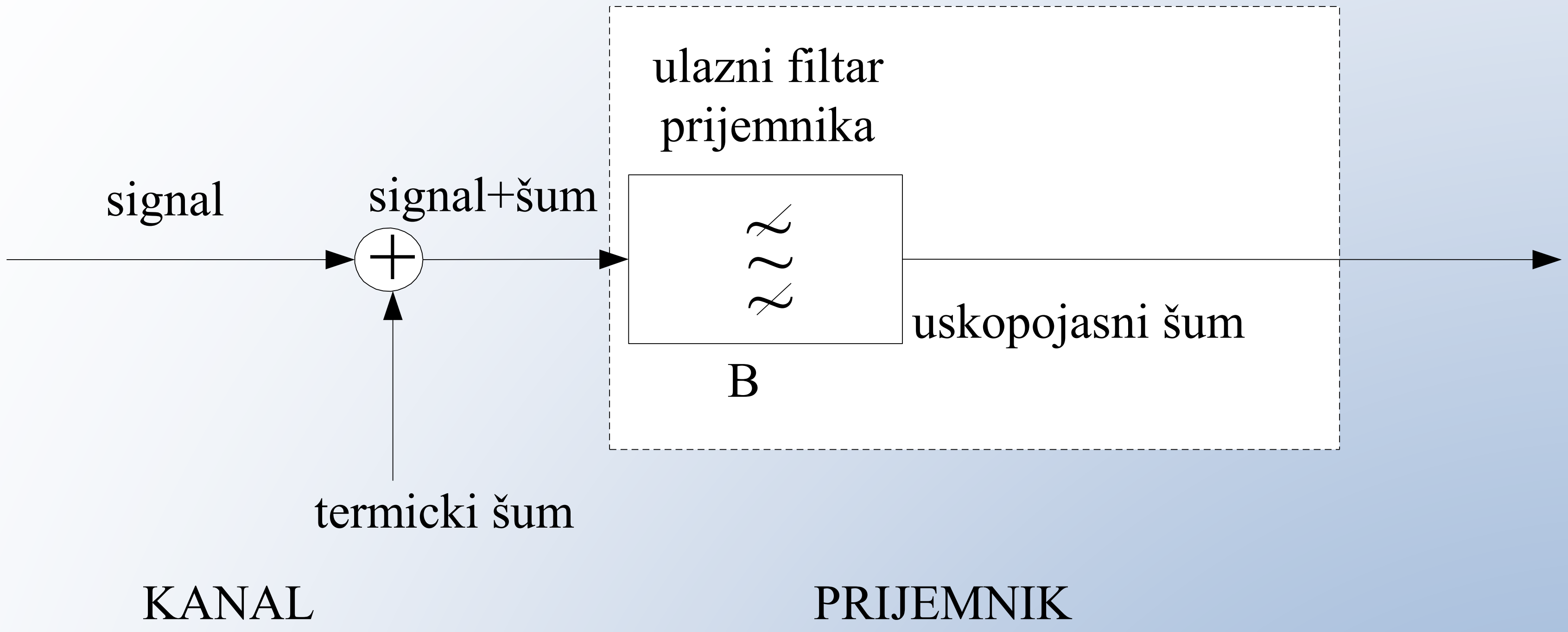
$$P(|e_N| \ge E_{Neff}) = 1 - erf\,\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 0,68 = 0,32$$

USKOPOJASNI SLUČAJNI ŠUM

Svi signali posle modulacije mogu se smatrati signalima čiji se spektar praktično nalazi u jednom konačnom opsegu učestanosti u okolini neke centralne učestanosti f_0. *Pri tome,* telekomunikacioni sistemi ili pojedinačni sklopovi kroz koje se prenose ovakvi signali predstavljaju ***propusnike opsega učestanosti*** (izlazni filtar u predajniku, ulazni filtar u prijemniku, međufrekvencijski pojačavači...).

Tokom prenosa i na ulazu u prijemnik, prenošenim signalima superponira se slučajan šum. Njegov spektar je mnogo širi od spektra korisnog signala. Zato je i osnovni zadatak prijemnog filtra da propusti signal i samo onoliko šuma koliko to diktira širina spektra signala. Pošto je širina tog spektra (širina propusnog opsega) relativno mala u odnosu na centralnu učestanost f_0, šum koji prođe kroz ovakve propusnike opsega naziva se ***uskopojasni šum****.*

Ovakav šum je potrebno analitički opisati i odrediti neke njegove statističke karakteristike.



Prijemni filtar je podešen širini spektra signala, tako da on propušta signal, a ograničava šum.

Neka slučajna vremenska funkcija *n*(t) opisuje neki uskopojasni šum i neka se njegov spektar nalazi u opsegu učestanosti f_0-f_m do f_0+f_m. Taj slučajan proces se može opisati izrazom:

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t$$

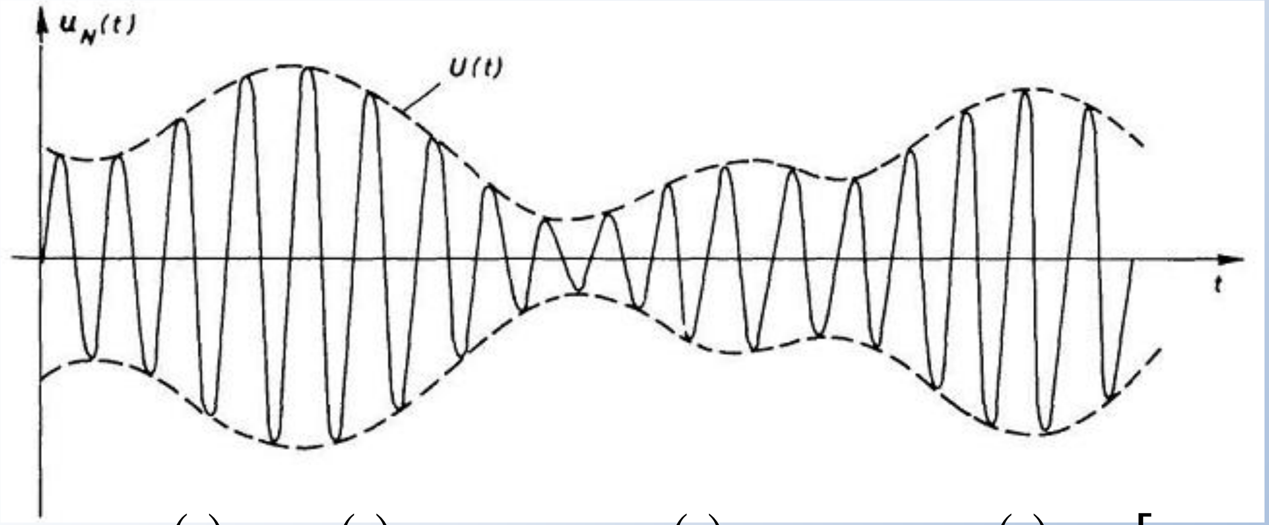
$n_c(t)$ i $n_s(t)$ su slučajni procesi sporo promjenljivog karaktera i nazivaju se ***komponente šuma u kvadraturi***. Njihov spektar je ograničen i nalazi se u opsegu učestanosti od 0 do f_m. Srednje kvadratne vrijednosti šuma i njegovih komponenti su međusobno jednake, tj:

$$\overline{n^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)}$$

Snage komponenata su međusobno jednake i izjednačene su sa snagom šuma.

STATISTIČKE KARAKTERISTIKE USKOPOJASNOG ŠUMA

Kada se slučajan šum propusti kroz filtar propusnik opsega učestanosti čija je širina propusnog opsega $B=2f_m<<f_0$, na izlazu se dobija šum koji možemo predstaviti kao kosinusoidu promjenjive anvelope i faze, kao na slici.



$$n(t)=n_c(t)\cos\omega_0 t+n_s(t)\sin\omega_0 t=U(t)\cos[\omega_0 t-\psi(t)]=u_N(t)$$

$$U(t)=\sqrt{n_c^2(t)+n_s^2(t)}$$

$$\psi(t)=arctg\frac{n_s(t)}{n_c(t)}$$

$n_c(t)$ i $n_s(t)$ su Gauss-ovi slučajni procesi čije su funkcije gustine vjerovatnoće:

$$p(n_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_c^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(n_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_s^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma_{n_s}^2 = \overline{n_s^2(t)} = \sigma_{n_c}^2 = \overline{n_c^2(t)} = \sigma^2 = \overline{n^2(t)}$$

Kako su slučajne promjenljive n_c i n_s nezavisne, združena funkcija gustine vjerovatnoće može se odrediti na sledeći način:

$$p_{cs}(n_c, n_s) = p(n_c)p(n_s) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{n_c^2 + n_s^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}}$$

Moguće je naći funkciju združene gustine vjerovatnoće dvije slučajne promjenljive koje predstavljaju amplitudu i fazu $q(U, \psi)$.

Vjerovatnoća da se amplituda komponente $n_c(t)$ nalazi između n_c i n_c+dn_c i amplituda komponente $n_s(t)$ između n_s i n_s+dn_s jednaka je vjerovatnoći da se amplituda anvelope U(t) nalazi između U i U+dU, a faza $\psi(t)$ između ψ i $\psi+d\psi$:

$$p_{cs}(n_c, n_s) = dn_c dn_s = q(U, \psi) dU d\psi$$

$$n_c = U\cos\psi$$

$$n_s = U\sin\psi$$

n_c i n_s predstavljaju koordinate pravougaonog koordinatnog sistema, dok U i ψ odgovaraju koordinatama u polarnom sistemu. Izjednačavajući elementarnu površinu u jednom i drugom sistemu dobija se:

$$dn_c dn_s = UdUd\psi \Rightarrow$$

$$q(U,\psi) = \begin{cases} \dfrac{U}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U \geq 0 \text{ i } 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{van navedenih granica} \end{cases}$$

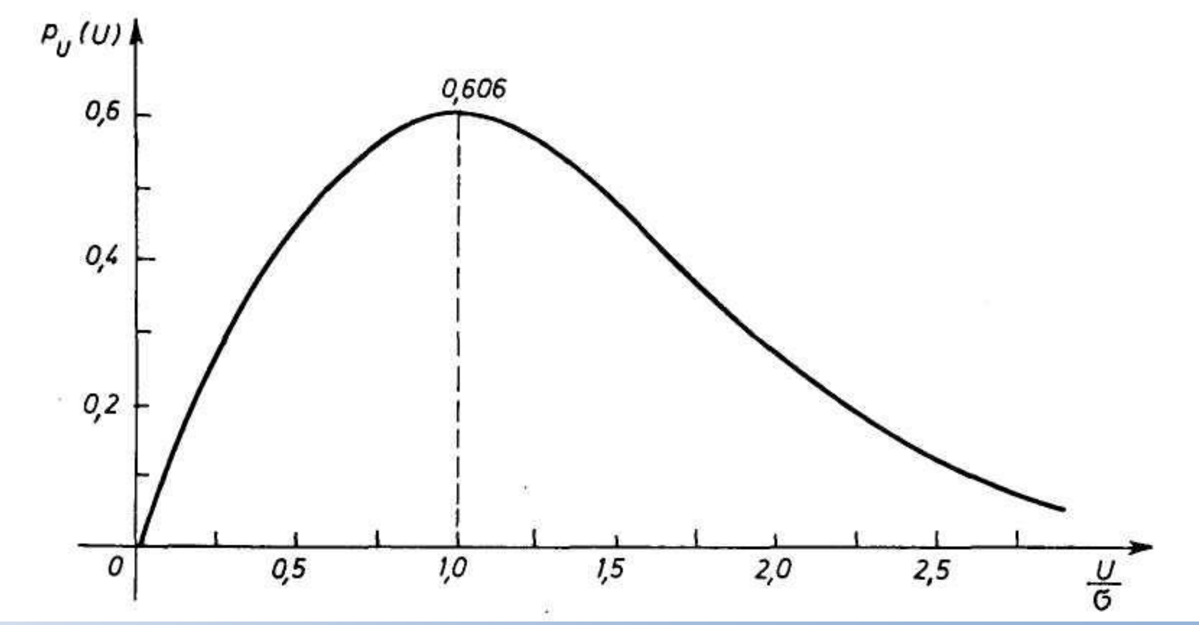
Na osnovu ovog izraza mogu lako da se odrede funkcije gustine vjerovatnoće amplitude anvelope U i faze ψ:

$$p_U(U)=\int_0^{2\pi} q(U,\psi)d\psi;\;\; p_\psi(\psi)=\int_0^{\infty} q(U,\psi)dU$$

$$p_U(U)=\begin{cases}\dfrac{U}{\sigma^2}e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U\geq 0\\ 0 & U<0\end{cases}$$

$$p_\psi(\psi)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\pi} & 0\leq\psi\leq 2\pi\\ 0 & \text{ostalo}\end{cases}$$

Funkcija gustine vjerovatnoće p_U(U) karakteriše *Rayleigh-evu raspodjelu* i prikazana je na slici:

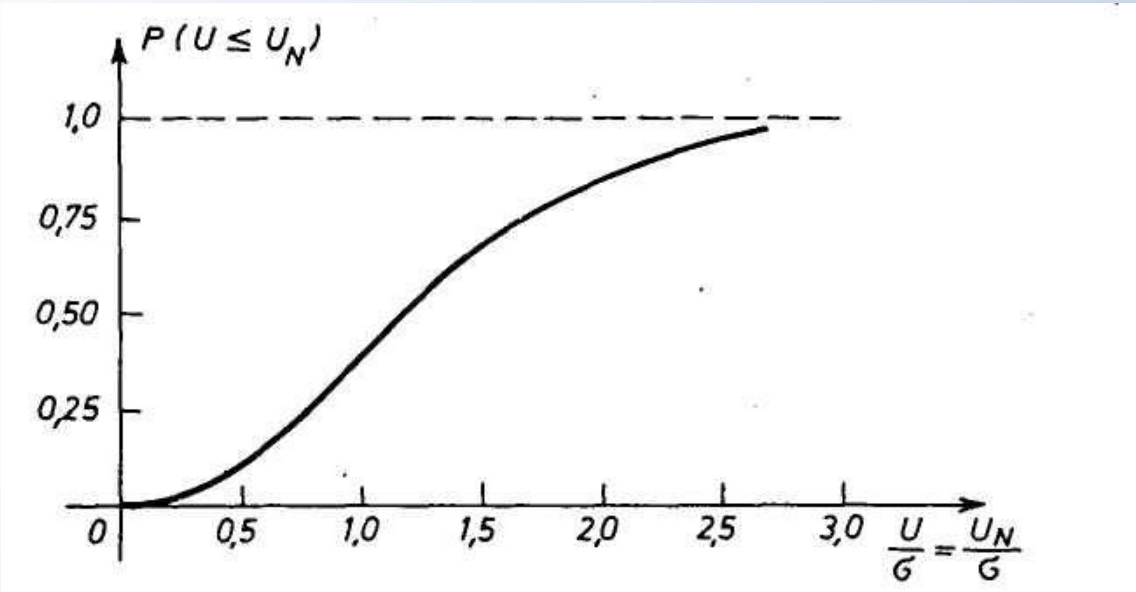


Slika: Rayleigh-eva funkcija gustine vjerovatnoće

Vjerovatnoća da amplituda anvelope uskopojasnog šuma bude manja od neke specificirane vrijednosti U_N je:

$$P(U \le U_N) = \int_0^{U_N} p_U(U)dU = \int_0^{U_N} \frac{U}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = 1 - e^{-\frac{U_N^2}{2\sigma^2}}$$

Dobijeni izraz predstavlja Rayleigh-evu raspodjelu koja je prikazana na slici:



Slika: Rayleigh-eva funkcija raspodjele vjerovatnoće

Srednja vrijednost amplitude U je:

$$\overline{U} = \int_0^{\infty} U p_U(U)dU = \int_0^{\infty} \frac{U^2}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1{,}25\sigma$$

Srednja kvadratna vrijednost slučajne promjenljive U je:

$$\overline{U^2} = \int_0^{\infty} U^2 p_U(U)\,dU = \int_0^{\infty} \frac{U^3}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = 2\sigma^2$$

Efektivna vrijednost slučajne promjenljive U je:

$$U_{eff} = \sqrt{\overline{U^2}} = \sqrt{2}\sigma$$

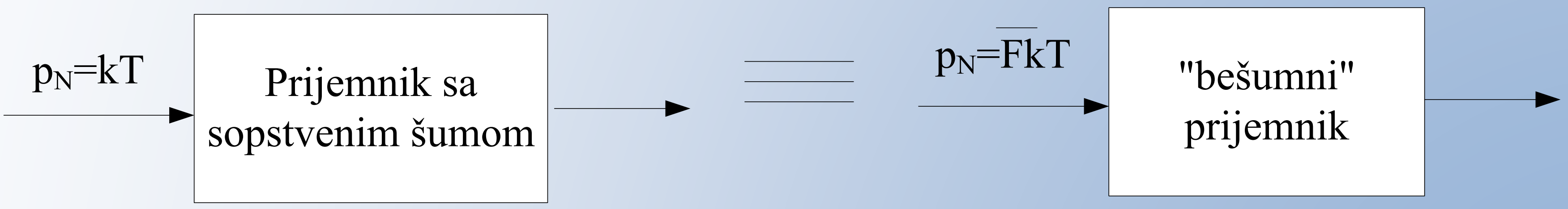
Jasno je da parametri slučajnog procesa (srednja vrijednost i srednja kvadratna vrijednost) zavise od statističke raspodjele.

UTICAJ ŠUMA NA PRENOS ANALOGNIH SIGNALA

Uticaj šuma koji se superponira signalu u analognim sistemima prenosa definiše se parametrom ***odnos signal-šum*** (S/N). On predstavlja odnos srednje snage signala i srednje snage šuma, na izlazu prijemnika.

Odgovarajućom strukturom prijemnika može se uticati na ovaj odnos, koji treba da bude što je moguće veći.

Pretpostavimo da prijemnik ima faktor šuma $\overline{F}$ i da na ulazu prijemnika postoji aditivni bijeli Gauss-ov šum. Šum prijemnika se može ekvivalentirati šumom na ulazu, tako da se prijemnik može smatrati “bešumnim”.



$\overline{F} > 1$ Faktor šuma koji ekvivalentira ukupni šum sistema.

SISTEMI MODULACIJE I SLUČAJAN ŠUM

ODNOS SIGNAL/ŠUM

Prisustvo šuma u telekomunikacionim sistemima je neizbježno, i uvijek degradira kvalitet ostvarene veze.
Svaki sklop, u pogledu slučajnog šuma može da se okarakteriše bilo ***efektivnom temperaturom šuma na ulazu***, bilo ***faktorom šuma***. Na taj način, sklop postaje „bešuman", ali se na njegovom ulazu nalazi ***ekvivalentan izvor šuma***.

Koliko se u nekom telekomunikacionom sklopu pojača signal, toliko se pojača i šum. Naredni sklop dodaje svoj šum šumu prethodnog sklopa, pa pojačati signal znači opet pojačati i šum, itd.

Pri tome, za jedan telekomunikacioni sistem na njegovom izlazu, u principu nije važno znati koliki je intenzitet samog signala ili samog šuma. Bitan je njihov ***odnos***, jer se on tokom prenosa od predajnika ka prijemniku degradira.

Odnos signal/šum (*S/N*) predstavlja numerički kriterijum kojim se ocjenjuju performanse sistema u pogledu uticaja šuma na prenos signala.
Uticaj šuma u raznim sistemima prenosa nije isti. Neki su više, a neki manje imuni na šum.
Potrebno je proučiti kako slučajan šum utiče na prenos signala pri različitim postupcima njihove obrade.
Slučajan šum postoji na ulazu u predajnik i u samom predajniku, zatim na ulazu u prijemnik i u samom prijemniku. Ono što je potrebno, sa aspekta utvrđivanja kvaliteta prenosa, je da se odredi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika $(S/N)_i$.

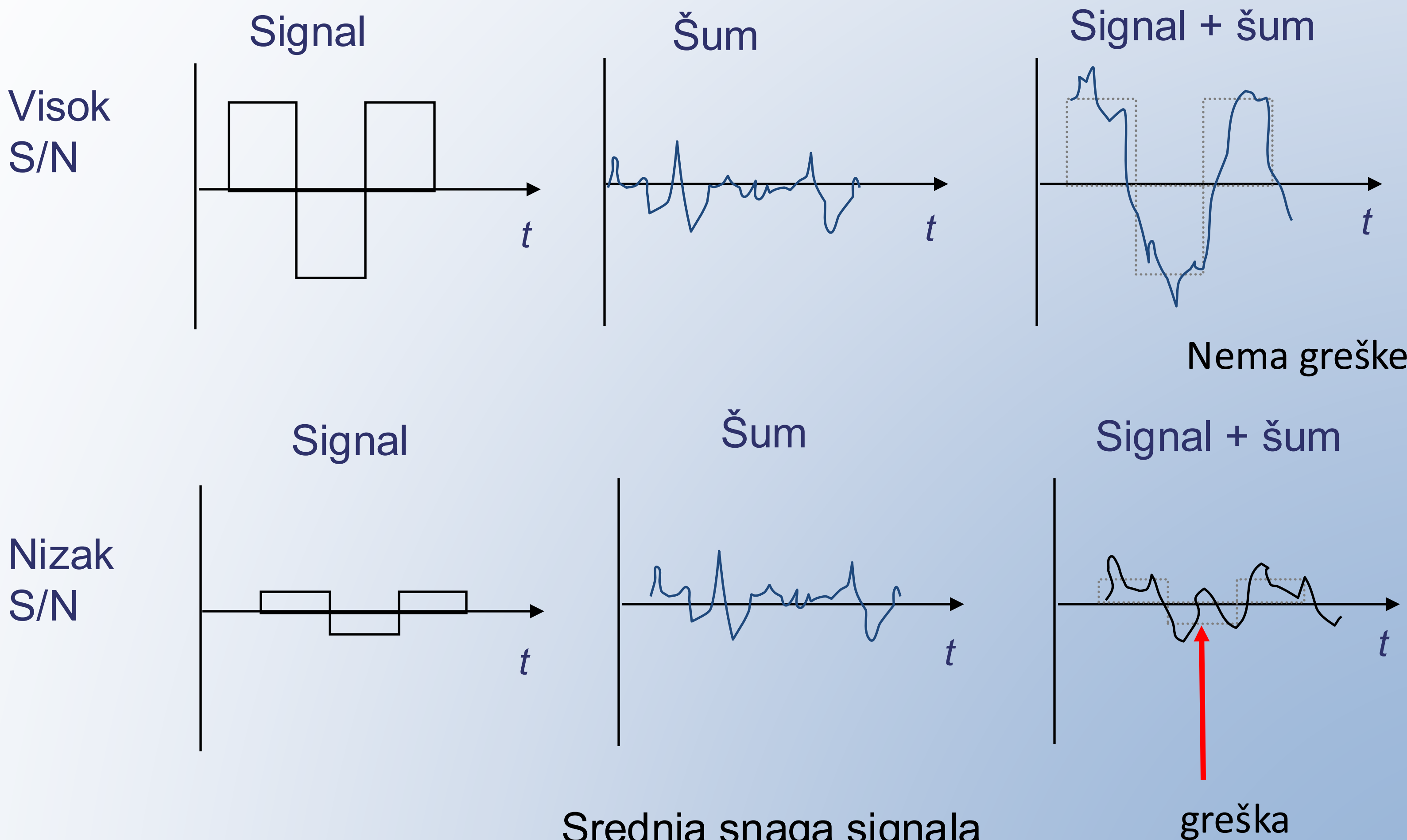
Odnos $(S/N)_i$ zavisi od odnosa signal/šum na ulazu u prijemnik $(S/N)_u$, kao i od primijenjenog postupka modulacije i demodulacije.

Prethodno je potrebno je definisati šta se podrazumijeva pod signalom na izlazu iz prijemnika, a šta na njegovom ulazu:
- signal na izlazu biće preneseni signal
- signal na ulazu u prijemnik je modulisani signal, a kako u nekim slučajevima samo dio spektra signala sadrži prenošenu poruku, to je od slučaja do slučaja potrebno precizirati šta se podrazumijeva pod signalom na ulazu u prijemnik.

U odnosu S/N, pod šumom se podrazumijeva raspoloživa srednja snaga šuma P_n, odnosno efektivna vrijednost napona slučajnog šuma. Kad je u pitanju signal, on je takođe slučajna veličina, ali za razne vrste prenošenih poruka različite su i veličine koje ga najbolje opisuju. Zato se pod signalom S u izrazu za odnos S/N na izlazu iz prijemnika uvijek podrazumijeva test signal. Ovako definisan odnos S/N, pomoću test signala, mora da se dovede u vezu sa prenosom realnih poruka, što se postiže statističkim ispitivanjima.

Kada je riječ o mjerenju odnosa S/N, srednja snaga šuma na izlazu iz sistema se lako mjeri, ali pri mjerenju srednje snage signala izmjeriće se suma srednjih snaga signala i šuma (pošto se šum ne može izdvojiti). Pošto je šum obično znatno manji od signala, izmjerena snaga se može smatrati snagom signala.

Odnos signal/šum



$$S/N = \frac{\text{Srednja snaga signala}}{\text{Srednja snaga šuma}}$$

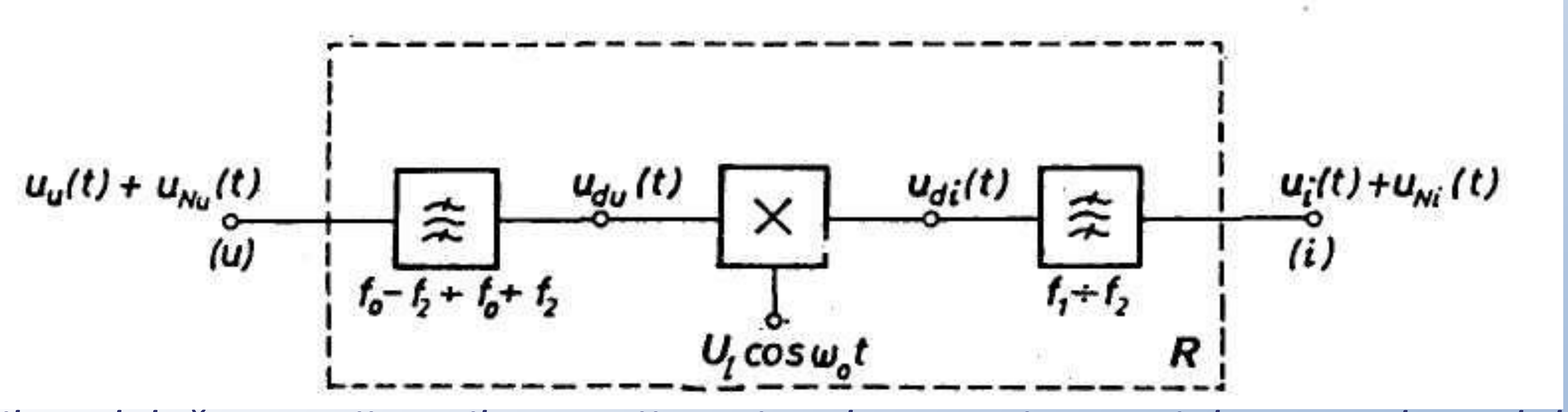
$$S/N\ (\text{dB}) = 10 \log_{10} S/R$$

ODNOS SIGNAL/ŠUM U SISTEMIMA PRENOSA SA AMPLITUDSKOM MODULACIJOM

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA KAM SIGNALOM

- KAM signal sa sinhronom demodulacijom

Blok šema prijemnika je na slici.



Slika: Blok-šema prijemnika za prijem signala KAM tipa sa sinhronom demodulacijom

Na ulazu u prijemnik postavljen je filtar propusnik opsega učestanosti. Ako se spektar prenošenog signala nalazi u opsegu učestanosti od f_1 do f_2, propusni opseg filtra je f_0-f_2 do f_0+ f_2, gdje je f_0 učestanost nosioca.

Na izlazu demodulatora je filtar kojim se izdvaja prenošeni signal. Granice njegovog propusnog opsega su f_1 i f_2.
Neka je modulišući signal dat u obliku sinusoidalnog test tona :

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t, \quad \omega_1 \le \omega_m \le \omega_2$$

Tada će KAM signal na ulazu u prijemnik biti opisan izrazom:

$$u_u(t) = U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t)\cos \omega_0 t =$$

$$= U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

Indeks modulacije m_0:

$$m_0 = \frac{k_U U_m}{U_0} = \frac{\Delta U_0}{U_0}$$

Ako je ulazna otpornost prijemnika R, srednja snaga signala u_u(t) biće:

$$P_{KAM} = \frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{4}\frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{4}\frac{U_0^2}{2R} = \frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{2}\frac{U_0^2}{2R} = P_0 + P_m$$

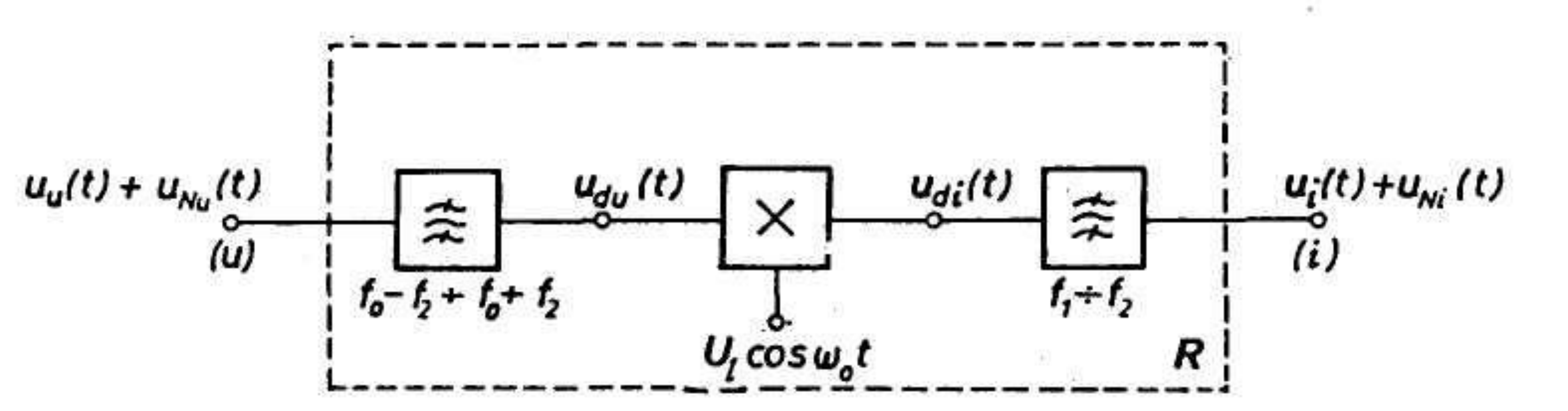
P_0 predstavlja snagu nosioca, P_m ukupnu snagu dvije bočne komponente, a P_{m1}=0,5P_m je snaga jedne bočne komponente.

$$P_m = 2P_{m1} = \frac{m_0^2}{2}\frac{U_0^2}{2R} = \frac{m_0^2}{2}P_0$$

Pošto je poruka sadržana samo u bočnim komponentama, snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik predstavljena je snagom bočnih komponenti:

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1} = \frac{m_0^2}{2}P_0$$

Uz pretpostavku da ulazni filtar ne unosi nikakvo slabljenje, istu snagu će imati i koristan signal i na ulazu u demodulator.



Pored signala u_u(t) na ulazu u prijemnik postoji i slučajan šum n(t). On potiče od spoljnjeg izvora šuma i sopstvenog šuma prijemnika. Oba ova šuma mogu da se okarakterišu srednjim faktorom šuma $\overline{F}$. Spektralna gustina srednje snage ukupnog šuma na ulazu u prijemnik je:

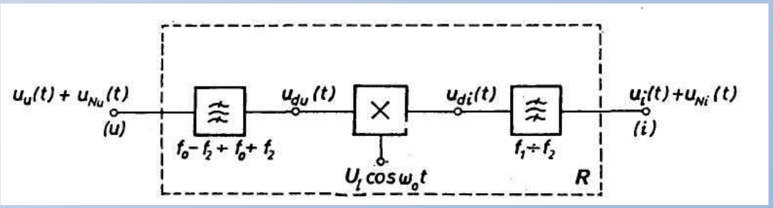
$$p_N = \overline{F}kT$$

Ukupan šum je sveden na ulaz prijemnika, pa ostatak sistema do izlaza iz prijemnika smatramo „bešumnim".

- Zavisnost „izlaz—ulaz" koja važi za demodulator

Kada bi se na ulaz demodulatora dovela jedna sinusoidalna komponenta čiji je napon:

$$u_{du}(t) \propto \frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$



na izlazu iz demodulatora bi se dobio signal:

$$u_{di}(t) \propto \frac{1}{2} U_m U_l \cos(\omega_0 + \omega_m)t \cos\omega_0 t$$

a na izlazu iz izlaznog filtra:

$$u_i(t) \propto \frac{1}{2}\frac{1}{2} U_m U_l \cos\omega_m t$$

Amplituda napona izlaznog signala na izlazu iz izlaznog filtra U_i je direktno srazmjerna amplitudi napona ulaznog signala u demodulator:

$$U_i \propto U_{du}$$

Snaga signala na ulazu u prijemnik je srazmjerna kvadratu amplitude napona signala na ulazu u demodulator, pa je:

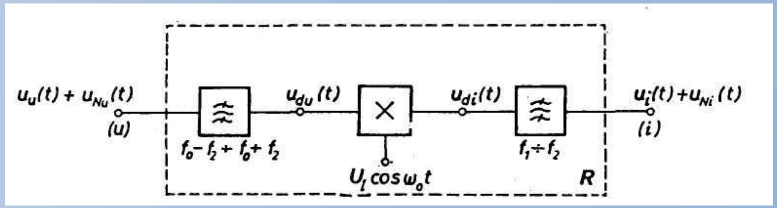
$$P_i = D_p P_u, \qquad D_p = const.$$

Napon na ulazu u demodulator sastoji se od napona KAM signala i napona šuma, tj. ukupan napon na ulazu u demodulator će biti:

$$u_{du}(t) = \alpha u_u(t) + n(t) =$$
$$= \alpha U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{1}{2}\alpha m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t + n(t)$$

α je konstanta proporcionalnosti.
Napon na izlazu iz produktnog demodulatora biće:

$$u_{di}(t) \propto u_{du}(t) U_l \cos \omega_0 t$$



$$u_{di}(t) \propto \alpha U_0 \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t \cdot \cos\omega_0 t +$$

$$+\frac{1}{2}\alpha m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t \cdot \cos\omega_0 t + n(t) \cdot \cos\omega_0 t$$

Kako se spektar korisnog signala nalazi u opsegu učestanosti od f_1 do f_2, a filtar iza demodulatora propušta samo opseg učestanosti od f_1 do f_2, signal na izlazu ima dvije sinusoidalne komponente na osnovnoj učestanosti signala, koje su u fazi:

$$u_{is}(t) \propto \frac{1}{2}\alpha m_0 U_0 \cos\omega_m t$$

pa ih možemo jednostavno sabrati. Snaga signala na izlazu iz prijemnika je 4 puta veća od snage koju bi imala samo jedna sinusoidalna komponenta. To znači da je izlazna snaga demodulisanog test tona:

$$P_{si} = 4 D_p P_{Su1} = 2 D_p P_m$$

Kad je u pitanju šum, možemo ga aproksimirati diskretnim spektrom koji sačinjava vrlo veliki broj sinusoidalnih komponenata. Ako usvojimo da se te komponente nalaze na međusobno jednakim rastojanjima df, onda će amplitude svih komponenata biti jednake i infinitezimalne, a snaga svake od njih će biti $p_N df$. Faze ovih komponenata su ***slučajne veličine***.

Posmatrajmo jednu takvu komponentu, i neka je njena učestanost f_0+f_N, pri čemu je $f_1 \leq f_N \leq f_2$. Ova komponenta koja je prisutna na ulazu demodulatora, demodulisaće se, proći će kroz izlazni filtar i pojaviće se na izlazu kao sinusoidalna komponenta učestanosti f_N, infinitezimalne amplitude i slučajne faze. Međutim, postoji i komponenta šuma na ulazu čija je učestanost f_0-f_N, koja poslije demodulacije prolazi kroz filtar i na izlazu takođe ima učestanost f_N.

Znači, kad je u pitanju šum, postoje dvije komponente istih učestanosti, jednakih infinitezimainih amplituda, ali slučajnih faza.

Sve ostale komponente šuma sa ulaza koje se nalaze u opsegu od f_0+f_1 do f_0+f_2 i f_0-f_2 do f_0-f_1 pojaviće se u ovakvim parovima na izlazu iz prijemnika. Ostale komponente šuma, van ovih opsega, ne prolaze kroz filtar.

Pošto su faze ove dvije komponente slučajne, ne mogu da se saberu po naponu, već po snazi, to je snaga ove dvije komponente šuma na izlazu 2 puta veća od snage samo jedne komponente, pa je:

$$dP_{Ni} = 2D_p dP_{Nu1} = 2D_p \cdot p_N df = 2D_p \overline{F} kTdf$$

Ukupan šum na izlazu iz prijemnika se dobija integraljenjem u granicama od f_1 do f_2:

$$P_{Ni} = \int_{f_1}^{f_2} dP_{Ni} = 2D_p \int_{f_1}^{f_2} p_N df = 2D_p \overline{F} kT(f_2 - f_1) = 2D_p \overline{F} kTB$$

Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_m}{\overline{F} kTB}$$

Traženi odnos na ulazu je:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_u = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \frac{P_m}{2\overline{F} kTB} = \frac{1}{2}\left(\frac{S}{N}\right)_i$$

Kao što se vidi, <u>za slučaj prenosa signalom KAM tipa, odnos S/N na izlazu iz prijemnika je 2 puta veći od odnosa S/N na ulazu u prijemnik.</u>

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKE AM-2BO SIGNALOM

Ovaj slučaj razlikuje se od prenosa signalom KAM tipa jedino po tome što u izrazu za signal tipa AM-2B0 ne postoji nosilac.

Izraz za napon na izlazu demodulatora biće isti kao i izraz za KAM signal, samo u njemu neće postojati prvi član, $U_0\cos^2\omega_0 t$, ali on nema nikakav uticaj na snagu korisnog signala.

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1}$$
$$P_{Si} = 4D_p P_{m1} = 2D_p P_{Su}$$

Pošto su u pitanju isti filtri, analiza koja se odnosi na šum je ista, pa je i u slučaju AM-2BO modulacije odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika isti kao i za KAM signal, tj.:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{i_{KAM}} ; \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{KAM}}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = 2\left(\frac{S}{N}\right)_u$$