

Testiranje razlika između aritmetičkih sredina



PREDAVANJE BR.1

Razlika između dvije aritmetičke sredine



- Statističko zaključivanje (inferencijalna statistika): na bazi uzorka nastojimo stvoriti zaključak o populaciji
- Značajnost razlike možemo provjeravati na 2 načina:
 - a) uz pomoć granica pouzdanosti
 - b) uz pomoć statističkih testova

Razlika između dvije aritmetičke sredine



Važne napomene:

- Gotovo nikad ne mjerimo populaciju, nego samo uzorke
- Svaka aritmetička sredina uzorka vezana je za neku grešku koju zovemo standardna greška aritm.sredine
- Veća je greška što je uzorak manji, a varijabilitet pojave koju mjerimo veći
- Ista logika važi i za razlike između aritmetičkih sredina (standardna greška razlike između aritmetičkih sredina)

Testiranje hipoteze zasnovano na jednom uzorku



$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Računa se statistika

$$t = \frac{M - \mu_0}{SD_M}$$

$$SD_M = \frac{SD}{\sqrt{N}}$$

Statistika ima Studentovu t distribuciju sa n-1 stepeni slobode.

$$P(|t| \geq t_{\text{dobijeno}} \mid H_0 \text{ tacno}) = \alpha$$

Ako je $\alpha \leq 0.05$ odbacuje se nulta hipoteza.

Testiranje hipoteze zasnovano na jednom uzorku



Primjer 1:

Analizira se psihomotorni razvoj (PMR) djece koja su na rođenju imala nisku tjelesnu težinu. Na uzorku od 56 takve djece, dobijena je prosječna vrijednost indeksa PMR 104,125 i standardna devijacija 12,584. Prema normi za indeks PMR, aritmetička sredina populacije bi trebala da bude 100. Da li uzorak pripada populaciji sa aritmetičkom sredinom 100 na varijabli PMR?

- a) Izračunati.
- b) Sprovesti testiranje u SPSS-u.

Primjer 1



$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S_{\bar{x}}} = \frac{M - \mu_0}{SD_M} = \frac{M - \mu_0}{\frac{SD}{\sqrt{N}}} = \frac{104,125 - 100}{\frac{12,584}{\sqrt{56}}} = \frac{4,125}{1,682} = 2,45$$

$$t - stat \quad n - 1 = 55 \quad \alpha = 0,05$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = 2,01$$

Primjer 1 u SPSS-u



SPSS: Analyze/Compare Means/One-Sample T test...

One-Sample Test

	Test Value = 100					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
PMR	2.453	55	.017	4.125	.75	7.50

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
PMR	56	104.13	12.584	1.682

Testiranje razlika između aritmetičkih sredina



1. Velikih nezavisnih uzoraka
2. Velikih zavisnih uzoraka
3. Malih nezavisnih uzoraka
4. Malih zavisnih uzoraka

Razlike između AS velikih nezavisnih uzoraka

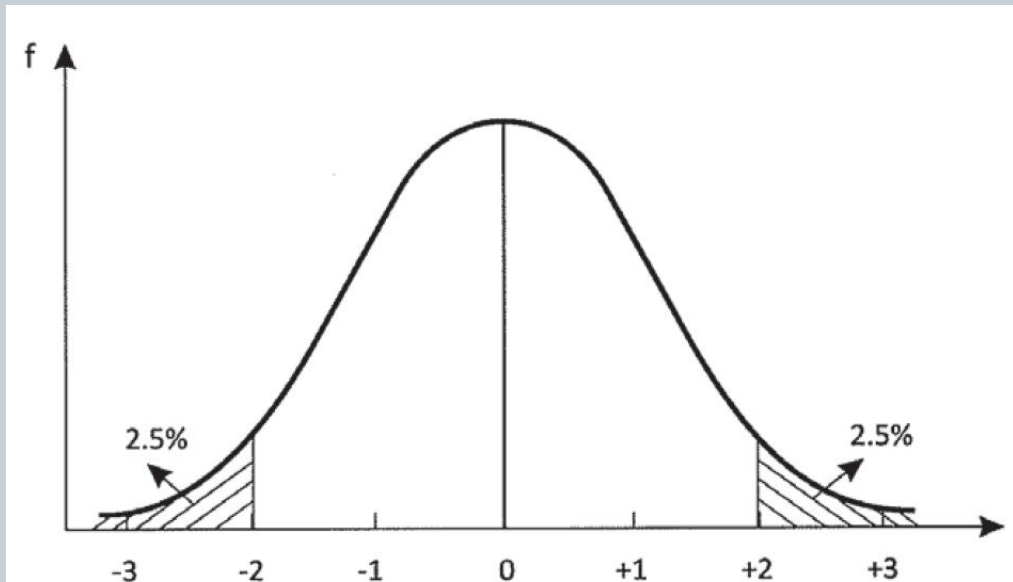


$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$SD_{M_1 - M_2} = \sqrt{\frac{SD_1^2}{N_1} + \frac{SD_2^2}{N_2}}$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SD_{M_1 - M_2}}$$



Slika 11.10 Razliku koja padne izvan 1.96 svoje pogreške, možemo smatrati statistički značajnom na "razini značajnosti" od 5%.

Razlike između AS velikih zavisnih uzoraka



$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$SD_{M_1-M_2} = \sqrt{SD_{M_1}^2 + SD_{M_2}^2 - 2r_{1,2}SD_{M_1}SD_{M_2}}$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SD_{M_1-M_2}}$$

Korelaciju između dva niza mjerenja možemo očekivati uvijek kada ista grupa ispitanika služi ujedno i kao kontrolna grupa.

Razlike između AS malih nezavisnih uzoraka



- Do sada, kod velikih uzoraka, koristili smo jednostavnije metode. Kod malih uzoraka, moramo koristiti izvorne formule.
- Iako se razlike između aritmetičkih sredina uzoraka distribuiraju po normalnoj raspodjeli oko “prave” razlike, izračunati t-odnosi se distribuiraju po Studentovoj t-raspodjeli, koja je šira što je uzorak manji.
- Pod pretpostavkom da oba uzorka potiču iz iste populacije, računa se zajednička SD za oba uzorka. I to, samo onda, ukoliko ne obje SD ne razlikuju značajno, što treba prvo provjeriti.

Razlike između AS malih nezavisnih uzoraka



- Značajnost razlike između SD malih uzoraka računa se pomoću F testa.

$$F = \frac{\text{veća } SD^2}{\text{manja } SD^2}$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SD_{M_1 - M_2}}$$

- Ukoliko je dobijeni F manji, možemo smatrati da se obje varijanse ne razlikuju značajno.

$$\text{Zajednička } SD = \sqrt{\frac{SD_1^2(N_1 - 1) + SD_2^2(N_2 - 1)}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}} \quad SD_{M_1 - M_2} = \text{zajednička } SD \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}}$$

- Međutim, u slučaju postojanja razlika između SD, ne smije se računati zajednička SD, nego se koristi npr. aproksimativna metoda Cochranova i Cox.

Primjer 2 u SPSS-u



- Primjer 2

Uzete su 2 grupe studenata koje postižu izvanredne rezultate iz statistike i kojima je jako stalo a urade dobro. 11 studenata je odabrano za kontrolnu grupu i traženo im je da urade teške zadatke iz statistike. Grupi od 12 studenata je saopšteno da azijski studenti uobičajeno pokazuju bolje rezultate na testovima od ostalih i da je cilj ovog ispitivanja da se pokušaju razumjeti te razlike. Da li će osjećaj prijetnje umanjiti performanse studenata?

Napomena: Pretnja stereotipima je situaciona zabrinutost u kojoj se ljudi osećaju izloženi riziku da se usklade sa stereotipima o svojoj društvenoj grupi. Taj osjećaj uglavnom doprinosi smanjenim performansama u odnosu da nijesu pod prijetnjom.

Primjer 2



$$t = \frac{M_1 - M_2}{SD_{zaj} \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}}} = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\frac{SD_z^2}{N_1} + \frac{SD_z^2}{N_2}}} = \frac{9,64 - 6,58}{\sqrt{\frac{9,5942^2}{11} + \frac{9,5942^2}{12}}} = \frac{3,06}{1,2929} = 2,37$$

$2,37 > 2,08 \Rightarrow$ Odbacujemo H_0

$$SD_z^2 = \frac{SD_1^2(N_1 - 1) + SD_2^2(N_2 - 1)}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)} \Rightarrow SD_z = \sqrt{\frac{10 * 3,17^2 + 11 * 3,03^2}{11 + 12 - 2}} = 9,5942$$

$$t_{0,025;21} = 2,08$$

Primjer 2 u SPSS-u



SPSS: Analyze/Compare Means/Independent-Samples T test...

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation
Kontrolna_g	11	9.64	3.171
Prijetnja_g	12	6.58	3.029
Valid N (listwise)	11		

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

- a) Računski obaviti postupak testiranja.
- b) Sprovesti proceduru u SPSS-u.
- c) Do kakvih zaključaka možemo doći?

Primjer 3 u SPSS-u



Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Kontrolna_g	Equal variances assumed	.431	.519	2.361	21	.028	3.053	1.293	.364	5.742
	Equal variances not assumed			2.356	20.614	.028	3.053	1.296	.356	5.750

Razlike između AS malih zavisnih uzoraka



- Metoda diferencijacije – koristiti individualne razlike parova kao uzorak za obrađivanje

$$t = \frac{M_D}{SD_{MD}}$$

$$t = \frac{M_D}{\sqrt{\frac{\sum d^2}{N(N-1)}}}$$

M_D – aritmetička sredina razlika

SD_{MD} - standardna greška aritmetičke sredine razlika

Razlike između AS malih zavisnih uzoraka



Primjer 3:

Sprovedeno je istraživanje o porodičnoj terapiji u liječenju anoreksije. U eksperimentu je učestvovalo 17 djevojaka čija je tjelesna težina mjerena prije i poslije tretmana. U tabeli su prikazane aritmetička sredina, st.devijacija prije i poslije tretmana, kao razlika. Negativna razlika predstavlja gubitak težine, a pozitivna dobitak.

	Aritmetička sredina	Standardna devijacija
Prije tretmana	83.23	5.02
Poslije tretmana	90.49	8.48
Razlika	7.26	7.16

- Da li dobijanje kilaže rezultat terapije?
 - a) Sprovesti račun.
 - b) Sprovesti testiranje u SPSS-u.

Primjer 3



$$t = \frac{\bar{M}_D - 0}{S_{MD}} = \frac{\bar{M}_D}{\frac{SD_D}{\sqrt{N}}} = \frac{7,26}{\frac{7,16}{\sqrt{17}}} = \frac{7,26}{1,74} = 4,18$$

$$t_{0,025;(16)} = 2,12$$

Primjer 3 u SPSS-u



SPSS: Analyze/Compare Means/Paired-Samples T test...

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Poslije_t	90.494	17	8.4751	2.0555
	Prije_t	83.229	17	5.0167	1.2167

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Poslije_t & Prije_t	17	.538	.026

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Poslije_t - Prije_t	7.2647	7.1574	1.7359	3.5847	10.9447	4.185	16	.001