Post-hoc testovi

PREDAVANJE BR.5

Prisjetimo se...

- Ukoliko se pokaže da je ocjena sistemske (faktorske) varijanse dovoljno veća od ocjene slučajne varijanse, tako da se sistemska varijansa ne može tretirati kao posljedica djelovanja slučajnih faktora, odbacujemo nultu hipotezu što znači da se subpopulacije definisane kategorijama kategoričke varijable međusobno razliku.
- Međutim, još uvijek ne znamo koje se grupe međusobno statistički razlikuju!
- U te svrhe upotrebljavaju se naknadni testovi za višestruka poređenja, npr. Duncanov, Tuckeyev, Scheffeov itd.

Metodi višestruke komparacije

- Tuckey-ev test je zasnovan na kriterijumu T
- U slučaju kad uzorci imaju jednak broj elemenata, kriterijum T se određuje po formuli:

$$T = Q_{\alpha}\sqrt{\frac{V_R}{n}}$$

Q – kritična vrijednost iz tablica Tukey-evog testa

V_R – rezidualna varijansa (varijacije unutar grupa)

n – veličina pojedinačnog uzorka

Metodi višestruke komparacije

- Tuckey-ev test omogućuje simultano upoređivanje parova aritmetičkih sredina
- Koliko ima parova?

$$\frac{g(g-1)}{2}$$

- Postupak: izračunato T se poredi sa apsolutnom razlikom aritmetičkih sredina uzoraka
- Ako je T manje, zaključujemo da se odgovarajuće aritmetičke sredine populacija među sobom razlikuju

Metodi višestruke komparacije

- C.W.Dunnett (1955) – izradio tablice slične t-tablicama, ali se većim kritičnim t-vrijednostima što je broj grupa bio veći
- Bonferron-ijevim prilagođavanjem se nastoji smanjiti vrijednost α za svaki statistički test tako da ukupna greška I vrste ostane 0.05 ($\alpha_{kor} = \frac{\alpha}{n_1}$)
- Ova prilagođavanja nijesu bez mana (npr. povećava se rizik greške II vrste...)

Metodi višestruke komparacije

- Scheffeova metoda – najviše se preporučuje jer je relativno strožija od drugih postupaka
- Za svaki par aritmetičkih sredina, izračunati

$$F = \frac{(M_a - M_b)^2}{\dfrac{PK_{un}(N_a + N_b)}{N_a N_b}}$$

- Iz tablica se očita granični F , kao u analizi varijanse
- Očitana granična vrijednost se pomnoži sa (g-1), pa se ta nova granična vrijednost (F´) upoređuje sa izračunatom
- Ako je F<F´ razliku smatramo statistički značajnom

Intenzitet razlika – veličina efekta

- Značajnost nam kaže da li ima ili nema razlika
- Intenzitet - kolike su razlike?
  - Da li su razlike BITNE (velike) ili ne?

1) Fišerov koeficijent (η^2)

- $0<\eta^2<1$
- U kom procentu možemo uspešno predvidjeti zavisnu varijablu, ako znamo nezavisnu (kojoj grupi ispitanik pripada)
- Npr: ako $\eta^2=0.8$ znači da 80% ukupnih razlika potiče od razlika između grupa

$$\eta^2 = \frac{SK_{iz}}{SK_{tot}} = 1 - \frac{SK_{un}}{SK_{tot}}$$

SPSS: Analyze → Compare Means → Means... Options (ANOVA table and eta)

Intenzitet razlika – veličina efekta

Kvadrirana omega (ω^2)

$$\omega^2 = \frac{SK_{iz} - ss_{iz} PK_{un}^2}{SK_{tot} + PK_{un}^2}$$

- uvek daje niži rezultat od η^2
- I za η^2 i za ω^2 važi:
  - do 0.05 je mali efekat
  - od 0.06 do 0.13 je srednji efekat
  - preko 0.13 je veliki efekat

Intenzitet razlika – veličina efekta

3) Koenova mera

$$f = \sqrt{\frac{\eta^2}{1-\eta^2}}$$

- $0 < f < \infty$
- Veličina efekta se tumači:
  - mali efekat: $f < 0.25$
  - srednji efekat: $0.25 \leq f < 0.39$
  - veliki efekat: $f \geq 0.40$

Sjetimo se primjera sa prošlog časa

Pretpostavimo da nas interesuje da li postoji statistički značajna razlika u rezultatima između 3 metoda nastave statistike, odnosno da li se metodi nastave međusobno razlikuju po uticaju na uspjeh studenata. Metode nastave klasifikovane su na sljedeći način: A1-standardni način rada, A2-studentima se unaprijed daje materijal za nastavu sa odgovarajućim problemima koji se kasnije raspravljaju na času, a A3-osim dobijenog materijala, studenti imaju priliku da razrađuju primjere na računarima. Slučajnim izborom, formirane su jednake grupe od po 5 studenata. Nastavu u sva tri slučaja izvodi isti Profesor. Rezultati pismenog ispita su dati u narednoj tabeli:

Metod nastave		
A1	A2	A3
35	38	42
25	40	39
38	36	45
26	35	38
36	31	46

Primjer 1

ANOVA

uspjeh

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	253.333	2	126.667	6.281	.014
Within Groups	242.000	12	20.167		
Total	495.333	14			

Multiple Comparisons

Dependent Variable: uspjeh

Tukey HSD

(I) metoda	(J) metoda	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-4.000	2.840	.368	-11.58	3.58
	3	-10.000*	2.840	.011	-17.58	-2.42
2	1	4.000	2.840	.368	-3.58	11.58
	3	-6.000	2.840	.129	-13.58	1.58
3	1	10.000*	2.840	.011	2.42	17.58
	2	6.000	2.840	.129	-1.58	13.58

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Primjer 1

$M_1 = 32$

$M_2 = 36$

$M_3 = 42$

$g = 3$

$$\frac{g(g-1)}{2} = \frac{3 * 2}{2} = 3$$

$$T = Q_d \sqrt{\frac{V_R}{n}} = 3{,}75 \sqrt{\frac{20{,}17}{5}} = 7{,}57$$

$|M_1 - M_2| = 4 < 7{,}57$

$|M_1 - M_3| = 10 > 7{,}57$ → metode 1 i 2 se značajno razlikuju u efikasnosti

$|M_2 - M_3| = 6 < 7{,}57$

Zadatak 1

Jedan proizvođač igračaka želio je da ustanovi da li boja neke igračke utiče na njenu atraktivnost, pa je na 4 uzorka od po 10-oro djece mjerio minute koliko se pojedino dijete zadržalo u igri tom igračkom. Dobio je sljedeće rezultate:

	Crveni	Žuti	Zeleni	Plavi
	1	2	2	5
	2	3	4	3
	5	6	2	1
	7	3	1	2
	6	2	2	1
	1	8	3	3
	2	7	4	4
	2	5	1	2
	4	6	3	3
	4	8	2	1
∑y	*34*	*50*	*24*	*25*
∑y^2	*156*	*300*	*68*	*79*

Zadatak 1

$\sum\sum y = 133 \quad \sum\sum y^2 = 603$

$SK_{TOT} = \sum\sum y^2 - \frac{(\sum\sum y)^2}{N} = 603 - \frac{133^2}{40} = 160{,}775$ SS=39

$SK_{IZ} = \sum\frac{(\sum y_j)^2}{N_j} - \frac{(\sum\sum y)^2}{N} = \left(\frac{34^2}{10} + \frac{50^2}{10} + \frac{24^2}{10} + \frac{25^2}{10}\right) - \frac{133^2}{40} = 43{,}475$ SS=4-1=3

$F = \frac{PK_{IZ}}{PK_{UN}} = \frac{14{,}492}{3{,}258} = 4{,}448 > F_t \rightarrow H_1$

$SK_{UN} = SK_{TOT} - SK_{IZ} = 117{,}3$ SS=40-4=36

$F_{0,05;3;36} \approx 3{,}5$

$\mu^2 = \frac{43{,}775}{160{,}775} = 0{,}27$

$f = 0{,}61$

$M_1 = 3{,}4 \quad M_2 = 5 \quad M_3 = 2{,}4 \quad M_4 = 2{,}5$

$|M_1 - M_2| = 1{,}6 \quad |M_2 - M_3| = 2{,}6 \quad |M_3 - M_4| = 0{,}1$

$|M_1 - M_3| = 1 \quad |M_2 - M_4| = 2{,}5$

$|M_1 - M_4| = 0{,}9$

$Q_d = 3{,}79 \quad g = 4$

$T = Q_d\sqrt{\frac{V_R}{n}} = 3{,}79\sqrt{\frac{3{,}258}{10}} = 2{,}163$

Zadatak 1

ANOVA

Minuti

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	43.475	3	14.492	4.448	.009
Within Groups	117.300	36	3.258		
Total	160.775	39			

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Minuti

	(I) Boja	(J) Boja	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Tukey HSD	crveni slonić	žuti slonić	-1.600	.807	.214	-3.77	.57
		zeleni slonić	1.000	.807	.607	-1.17	3.17
		plavi slonić	.900	.807	.683	-1.27	3.07
	žuti slonić	crveni slonić	1.600	.807	.214	-.57	3.77
		zeleni slonić	2.600*	.807	.014	.43	4.77
		plavi slonić	2.500*	.807	.019	.33	4.67
	zeleni slonić	crveni slonić	-1.000	.807	.607	-3.17	1.17
		žuti slonić	-2.600*	.807	.014	-4.77	-.43
		plavi slonić	-.100	.807	.999	-2.27	2.07
	plavi slonić	crveni slonić	-.900	.807	.683	-3.07	1.27
		žuti slonić	-2.500*	.807	.019	-4.67	-.33
		zeleni slonić	.100	.807	.999	-2.07	2.27

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Zadatak 2

Pretpostavimo da želimo eksperimentom da utvrdimo efekte učenja engleskog jezika pomoću četiri različite nastavne metode namijenje savladavanju početnog programa ovog stranog jezika. U tu svrhu formirano je nasumičnim izborom iz iste (studentske) populacije 4 nezavisne grupe iste veličine (po 6 studenata). Članovi svake grupe učili su isti program različitim metodama. Poslije 6 mjeseci učenja, svi ispitanici su dobili test znanja. Metodom analize varjanse, utvrditi da li ima statistički značajnih razlika između bilo koje dvije mjere prosjeka. Drugim riječima, kojim se metodama učenja postiže značajno bolji prosjek znanja. Izračunati intenzitet razlika preko Fišerovog i Koenovog koeficijenta. Dati tumačenje.

Zadatak 2

	Xi1	Xi2	Xi3	Xi4		(Xi1)^2	(Xi2)^2	(Xi3)^2	(Xi4)^2	
	I	II	III	IV		I	II	III	IV	
	78	63	75	78		6084	3969	5625	6084	
	91	65	93	46		8281	4225	8649	2116	
	97	44	78	41		9409	1936	6084	1681	
	82	77	71	50		6724	5929	5041	2500	
	85	65	63	69		7225	4225	3969	4761	
	77	76	76	82		5929	5776	5776	6724	
Σ	510	390	456	366	**1722**	43652	26060	35144	23866	**128722**

Zadatak 2

$$\mathrm{SK_{TOT}} = 128722 - \frac{1722^2}{24} = 5168{,}5$$

SS=24-1=23

$$SK_{IZ} = \left(\frac{510^2}{6} + \frac{390^2}{6} + \frac{456^2}{6} + \frac{366^2}{6}\right) - \frac{1722^2}{24} = 2128{,}5$$

SS=4-1=3

$$\mathrm{SK_{UN}} = 3040$$

SS=24-4=20

$$F = \frac{\mathrm{PK}_{IZ}}{\mathrm{PK}_{UN}} = \frac{709{,}500}{152{,}00} = 4{,}668$$

$$F_{0,05;3;20} = 3{,}86 \rightarrow H_1$$

$$\mu^2 = \frac{\mathrm{SK}_{IZ}}{\mathrm{SK}_{TOT}} = \frac{2128{,}5}{5168{,}5} = 0{,}41$$

$$f = 0{,}70$$

$M_1 = 85 \quad M_2 = 65 \quad M_3 = 76 \quad M_4 = 61$

$|M_1 - M_2| = 20 \qquad |M_2 - M_3| = 11 \qquad |M_3 - M_4| = 15$

$|M_1 - M_3| = 9 \qquad |M_2 - M_4| = 4$

$|M_1 - M_4| = 24$

$$Q_{4,20} = 3{,}96$$

$$T = Q_d\sqrt{\frac{V_R}{n}} = 3{,}96\sqrt{\frac{152}{6}} = 19{,}9$$

Zadatak 2

ANOVA

Rezultati

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2128.500	3	709.500	4.668	.012
Within Groups	3040.000	20	152.000		
Total	5168.500	23			

Measures of Association

	Eta	Eta Squared
Rezultati * Metoda	.642	.412

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Rezultati

Tukey HSD

(I) Metoda	(J) Metoda	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	20.000*	7.118	.049	.08	39.92
	3	9.000	7.118	.595	-10.92	28.92
	4	24.000*	7.118	.015	4.08	43.92
2	1	-20.000*	7.118	.049	-39.92	-.08
	3	-11.000	7.118	.431	-30.92	8.92
	4	4.000	7.118	.942	-15.92	23.92
3	1	-9.000	7.118	.595	-28.92	10.92
	2	11.000	7.118	.431	-8.92	30.92
	4	15.000	7.118	.185	-4.92	34.92
4	1	-24.000*	7.118	.015	-43.92	-4.08
	2	-4.000	7.118	.942	-23.92	15.92
	3	-15.000	7.118	.185	-34.92	4.92

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

DZ br.1

$M_1 = 16{,}92$ $M_2 = 17{,}90$ $n > 30$

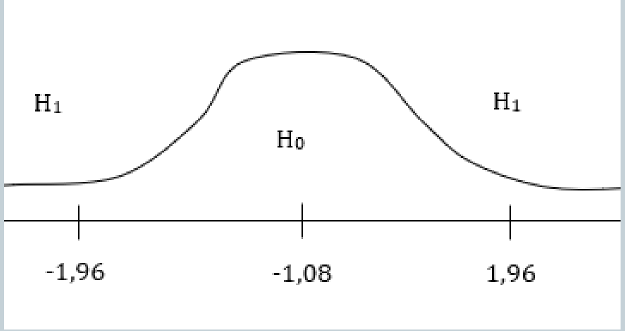
$SD_1 = 4{,}94$ $SD_2 = 4{,}21$

$N_1 = 48$ $N_2 = 56$

H0:p1=p2
H1:p1≠p2

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SD_{M_1 - M_2}} = \frac{-0{,}98}{0{,}9} = -1{,}08$$

$$SD_{M_1 - M_2} = \sqrt{\frac{SD_1^2}{N_1} + \frac{SD_2^2}{N_2}} = \sqrt{\frac{4{,}94^2}{48} + \frac{4{,}21^2}{56}} = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$$



Ne možemo odbaciti H_0. Ove dvije grupe nemaju statistički značajno različit prosječan uspjeh na testu verbalnih sposobnosti.

DZ br.2

$n = 100$

$H_1 : M_1 \neq M_2$

$H_0 : M_1 = M_2$

$$t = \frac{p_1 - p_2}{SD_{p_1 - p_2}} = \frac{0{,}72 - 0{,}78}{0{,}06} = -1$$

$$SD_{p_1 - p_2} = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{N_1} + \frac{p_2 q_2}{N_2}} = \sqrt{\frac{0{,}72 * 0{,}28}{100} + \frac{0{,}78 * 0{,}22}{100}} = \sqrt{0{,}002 + 0{,}001} = 0{,}6$$

$$p_1 = \frac{72}{100} = 0{,}72$$

$q_1 = 0{,}28$

$$p_2 = \frac{78}{100} = 0{,}78$$

$q_2 = 0{,}225$

Ne možemo odbaciti H_0. Zadatak na testu nije statistički značajno teži za djecu od devet godina u odnosu na onu od deset.