Marijana Grbović

(1) Neka je $g : P(E) \to P(E)$ projektivno preslikavanje. Pokazati da ako je dimenzija za E parna, to g ima fiksnu taku. Naći projektivno preslikavanje $g : \mathbb{R}P^1 \to \mathbb{R}P^1$ koje nema fiksnih tačaka.

(2) Date su tri projektivne prave u $P(E)$ koje se medjusobno ne sijeku, gdje je $\dim E = 4$. Pokazati da postoji beskonačno mnogo projektivnih pravih u $P(E)$ koje sijeku sve tri date prave.

(3) Neka su $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ različite tačke projektivne ravni $\mathbb{R}P^2$. Neka se tri projektivne prave P_1P_2, P_4P_5 i P_3P_6 sijeku u jednoj tački i tri projektvivne prave P_2P_3, P_5P_6, P_4P_1 se sijeku u jednoj tački. Dokazati da se tada projektvivne prave P_3P_4, P_6P_1, P_5P_2 takodje sijeku u jednoj tački.

(4) a) Neka su a, b, c tačke afine prave. Dokazati da su tačke a, b harmonijski spregnute sa tačkama c, ∞ ako i samo ako je c središte duži ab.
b) Dokazati da su tačke projektivne prave A, B i C, D harmonijski spregnute ako i samo ako je $[A, B, C, D] = [A, B, D, C]$.

Anton Nuculović

(1) Neka je $f : E \to E$ linearni izomorfizam. Pokazati da važi:
- ako je $v \in E$ svojstveni vektor za f tada je $[v] \in P(E)$ fiksna tačka projektivnog preslikavanja $g : P(E) \to P(E)$ definisanog sa f.
- svako projektivno preslikavanje $g : \mathbb{R}P^2 \to \mathbb{R}P^2$ ima fiksnu tačku.

(2) Neka je $P(E)$ projektivna prava i $\tau : P(E) \to P(E^*)$ projektivna dualnost. Pokazati da je τ projektivno preslikavanje.

(3) Neka su d_1, d_2, d_3, d_4 prave jednog pramena projektivne ravni. Neka je D sječica ovog pramenja tj. prava te ravni koja ne sadrži tačku m koja definiše ovaj pramen i siječe svaku od ovih pravih. Neka su a_i presječne taǩe pravih d_i i prave D. Pokazati da unakrsni količnik $[a_1, a_2, a_3, a_4]$ ne zavisi od izbora sječice D.

(4) U euklidskoj afinoj ravni dati su krugovi $\mathcal{C}$ i $\mathcal{C}'$ sa centrima O i O' Prava OO' siječe $\mathcal{C}$ u tačkama A i B, a $\mathcal{C}'$ u takama M i N . Dokazati sa su krugovi $\mathcal{C}$ i $\mathcal{C}'$ ortogonalni ako i samo ako je $[A, B, M, N] = -1$.

Filip Šaranović

(1) Pramen pravih u projektivnoj ravni P je familija, u oznaci m^*, svih pravih te ravni koje prolaze kroz fiksiranu tačku m. Pokazati da je m^* prava u dualnom prostoru P^*.

(2) U afinoj ravni se prave $\mathcal{D}$ i $\mathcal{D}'$ sijeku u tački A'. Date su tri tačke B, C, D na pravoj $\mathcal{D}$ i tri tačke A', B' i C' na pravoj $\mathcal{D}'$. Dokazati da se prave $\mathcal{D}$ i $\mathcal{D}'$ sijeku u jednoj tački ako i samo ako je $[A, B, C, D] = [A', B', C', D']$.

(3) U afinoj euklidskoj ravni je dat pravougaonik $ABCD$ i tačke G, H, E, F redom na stranicama AB, AD, CD, BC, takve da su prave AC, EH, GF paralelne. Dokazati da se prave BD, GH i EF sijeku u jednoj tački.

(4) Involucija je projektivno preslikavanje g koje nije identitet i za koje važi $g^2 = I_d$. Pokazati da je homografija g projektivne prave involucija ako i samo ako postoje dvije razliite tačke P i Q te prave takve da je $g(P) = Q$ i $g(Q) = P$.

Jasmina Lekić

(1) Neka su F_1 i F_2 linearni potprostori vektorskog prostora E. Pokazati da se $P(F_1 + F_2) \subset P(E)$ poklapa sa skupom svih projektivnih pravih koje spajaju sve tačke $X \in P(F_1)$ sa svim tačkama $Y \in P(F_2)$.

(2) Neka su f i g homografije prave od kojih svaka ima dvije različite fiksne tačke. Dokazati da f i g komutiraju ako i samo ako imaju iste fiksne tačke.

(3) Na afinoj pravoj su date četiri tačke A, B, C, D. Ako su ove tačke harmonijski spregnute, pokazati da tačno jedna od tačaka C ili D pripada unutrašnjosti segmenta $[AB]$.

(4) Što su homografije za $\mathbb{R}P^1$ koje fiskiraju 1, a 0 i ∞ slikaju jedno u drugo?