

# Uvod u teoriju telekomunikacionog saobraćaja

# Uvod u teoriju telekomunikacionog saobraćaja

- Uvod u vjerovatnoću
- Slučajne promjenljive u telekomunikacionim mrežama
- Dolazni procesi
- Odlazni procesi
- Litlova teorema
- Servisni procesi
- Teorija redova čekanja ( $M/M/1$ ,  $M/M/m, \dots$ )

# Notacija i osnovne osobine

Teorija vjerovatnoće sa bavi slučajnim događajima. Eksperiment se može opisati sa:

- Skupom mogućih rezultata
- Podskupovima rezultata
- Učestanošću sa kojom se pojedini podskupovi javljaju kada se eksperiment ponavlja

# Relativna učestanost pojavljivanja podskupa A

$$f_A = \frac{m_{A,n}}{n}$$

Broj pojavljivanja klase  
A u  $n$  ponavljanja

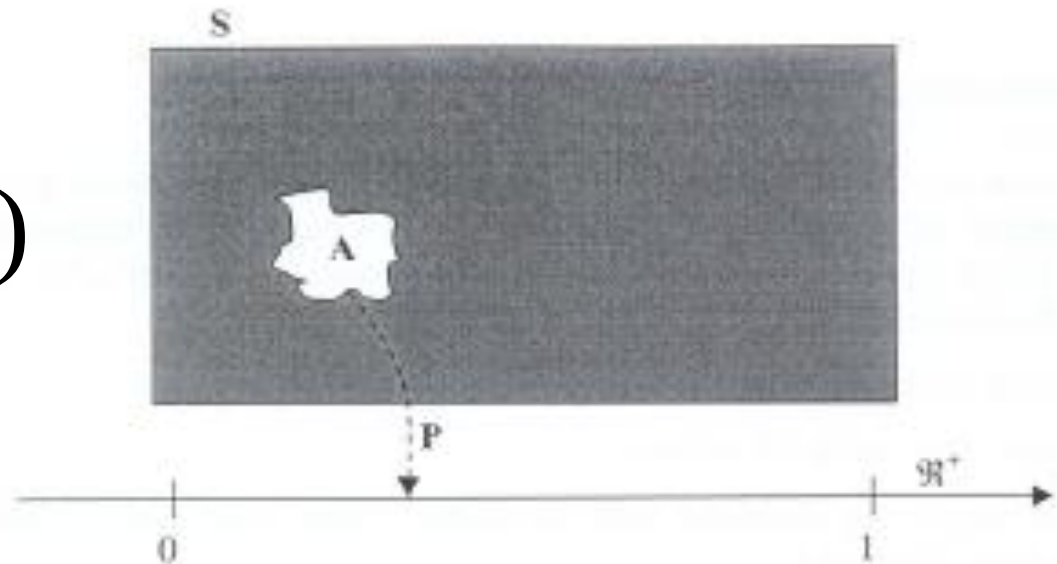
Broj ponavljanja

Kada  $n$  teži beskonačnosti, zaočekivati je da se pojavljivanje konvergira “regularnosti” statističkog ponašanja eksperimenta

# Matematički model eksperimenta

- Prostor  $S$  elementarnih događaja (rezultata eksperimenta):  $S=\{\omega\}$
- Na bilo kojem skupu događaja mogu se primijeniti operacije nad skupovima ( $\cap, \setminus, \dots$ )
- Mjera vjerovatnoće je preslikavanje elementarnih događaja iz prostora  $S$  na pozitivnu realnu osu u intervalu od 0 do 1
- Kolmogorovljev pristup

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f_A = P(A)$$



# Osobine vjerovatnoće

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad \forall A \subseteq S$$

$$P(S) = 1$$

Ako je  $A \cap B = \emptyset$ , tada je  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i), \text{ ako je } A_i \cap A_j = \emptyset \text{ za } i \neq j$$

- Lako je pokazati da važi komutativnost, asocijativnost i distributivnost.
- Uslovna vjerovatnoća

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ako su  $A$  i  $B$  nezavisni  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$P(A|B) = P(A)$$

- Teorema totalne vjerovatnoće

Ako je  $S = \bigcup_{i=1}^n A_i$ ,  $\forall i \neq j \quad A_i \cap A_j = \emptyset$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

# Osobine vjerovatnoće

- Veza između aposteriori uslovne vjerovatnoće i apriori uslovne vjerovatnoće (2)

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

# Primjer 1

- U vremenskom multipleksu svaki slot u frejmu je rezervisan od strane određenog korisnika. Slot može biti zauzet ili slobodan. Ako frejm ima 30 slotova koliki je broj mogućih varijanti? Koliko iznosi vjerovatnoća da je samo jedan slot zauzet?

# Primjer 2

- Poruka se segmentira na pet paketa koji se šalju Internetom. Obzirom da se prilikom prenosa paketa može pojaviti nesekvencijalni prijem koliki je broj mogućih redosleda? Koliko iznosi vjerovatnoća da će paketi biti primljeni sekvencijalno? Pretpostaviti da nema gubitaka paketa i da su svi redosledi pojavljivanja jednako vjerovatni.

# Primjer 3

- Neka pet korisnika dijeli medijum za prenos. Vjerovatnoća zauzimanja medijuma za prenos je ista za sve korisnike. Vjerovatnoće greške u prenosu iznose redom za svakog korisnika  $2 \cdot 10^{-6}$ ,  $4 \cdot 10^{-6}$ ,  $3 \cdot 10^{-6}$ ,  $10^{-6}$ ,  $5 \cdot 10^{-6}$ .

Ukoliko je detektovana greška u prenosu, koja je vjerovatnoća da je drugi korisnik slao podatke?