DIGITALNA OBRADA SIGNALA, LABORATORIJSKA VJEŽBA BROJ 2

Priprema:

Naredba **conv** služi za računanje konvolucije dva signala odnosno za množenje dva polinoma. U sledećem primjeru ćemo vidjeti njenu primjenu. Primjer treba kucati u komandnoj liniji Matlab-a. Prve tri naredbe određuju proizvod polinoma x^2+1 i $2x+1$, naredna grupa naredbi računa konvoluciju dva diskretna signala (x možemo interpretirati kao ulaz u diskretni sistem, h – impulsni odziv sistema, a y izlazni signal). Poslednja grupa naredbi za signal $x(t) = e^{-t}\sin(4t)$, odabiran sa korakom odabiranja T=π/32, i sistem sa impulsnim odzivom $h(t) = \frac{1}{4}[u(t-\pi/4) - u(t-3\pi/4)]$, računa izlazni signal. Ulazni signal se posmatra u intervalu $0 \le t < 2\pi$.

```
p1=[1 0 1];
p2=[2 1];
p12=conv(p1,p2)

h=[0,1,2,1,0,0];
x=[1,0,0,-1,0,0,0,0,0,0,1,0,0];
y=conv(x,h)
stem(y)


T=pi/32;Tmax=2*pi-T;t=0:T:Tmax
x=exp(-t).*sin(4*t);
h=[zeros(1,8),ones(1,17)]/4;
y=conv(x,h)
t1=0:T:Tmax+3*pi/4;
plot(t,x,t1,y)
```

Zadaci:

1. Impulsni odziv sistema je $h(n)$=[1,2,1,1,-1] za n=0,1,2,3,4.

a) naći odziv $y(n)$ na signal $x_1(n)$=[1,1,2,2] za n=0,1,2,3 i popuniti tabelu:

n								
y(*n*)								

b) naći odziv $y(n)$ na signal $x_2(n)$=[-1,1,3] za n=0,1,2 i popuniti tabelu:

n								
y(*n*)								

c) naći odziv $y(n)$ na signal $x_1(n)+x_2(n)$ i popuniti tabelu:

n								
y(*n*)								

d) naći odziv $y(n)$ na signal $4*x_1(n)$ i popuniti tabelu:

n								
y(*n*)								

e) provjeriti da li je odziv pod c) jednak zbiru odziva pod a) i pod b)

Odgovor:	*Obrazloženje:*

f) provjeriti da li je odziv pod d) jednak četvorostrukom odzivu pod a)

Odgovor:	*Obrazloženje:*

2. Dat je analogni sistem sa impulsnim odzivom $h(t) = 4\pi e^{-t} u(t)$. Na ulaz sistema doveden je signal $x(t) = e^{-t} \sin(4\pi t)$. Poznato je da je izlazni signal u ovom slučaju $y(t) = e^{-t}(1 - \cos 4\pi t)$.

a) Grafički prikazati diskretni signal $y(nT)$ za različite vrijednosti T = 0.7, 0.5, 0.25, 0.1, 0.05, 0.01. Signal posmatrati na intervalu $0 \le t \le 5$. Prokomentarisati dobijene rezultate. Za odgovarajuće T popuniti tabelu:

T	0.7	0.5	0.25	0.1	0.05	0.01
Broj odbiraka izlaznog signala						
Vrijednost 2. odbirka u y(nT)						

Komentar: ____

b) Diskretizovati impulsni odziv i ulazni signal i odrediti izlaz odgovarajućeg diskretnog sistema za date korake odabranja. Grafički prikazati dobijeni rezultat i uporediti ga sa diskretizovanim izlaznim signalom (dobijenim pod a) uz T=0.01).

3. Odrediti impulsni odziv $h(n)$ i njegovu energiju za kauzalni sistem opisan diferencnom jednačinom. $y(n) - 0.7y(n-1) + 0.5y(n-2) = x(n) - 0.5x(n-1)$. Popuniti tabelu za prvih 8 odbiraka impulsnog odziva.

n								
h(*n*)								

$E_h =$ ________________________________

4. Zadatke sa računskih vježbi vezane za konvoluciju i odzive sistema provjeriti u MATLAB-u za vježbu.

5. Periodična funkcija $f(t)$, koja se u osnovnom periodu može zapisati kao:

$$f(t) = \begin{cases} -1, & \text{za } -\pi \le t < 0 \\ 1, & \text{za } 0 \le t < \pi \end{cases}$$

ima razvoj u trigonometrijski Fourier-ov red oblika:

$$f(t) = \frac{4}{\pi}\left[\sin(t) + \frac{1}{3}\sin(3t) + \frac{1}{5}\sin(5t) + \cdots\right] = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)}\sin\left((2n-1)t\right) = f_d(t)$$

Napisati Matlab program koji formira funkciju $f(t)$ na intervalu [-3π, 3π], sa periodom odabiranja T=1/100, i koji od korisnika traži unos greške E, koja predstavlja tačnost razvoja te funkcije u trigonometrijski Fourier-ov red za konačan broj uzetih harmonika. Nakon toga, program treba da u istom grafičkom prozoru prikaže način na koji suma jednosmerne komponente i harmonika konvergira originalnoj funkciji, pri čemu broj harmonika raste sve dok je vrijednost kvadratne greške aproksimacija veća od E ili broj harmonika manji od 50.

Napomena: I originalna funkcija i harmonici koji služe za razvoj u Fourier-ov red su signali diskretizovani sa periodom odabiranja T=1/100. Teorema o odabiranju je zadovoljena. Obratiti pažnju da se u zadatku radi o razvoju periodičnog diskretnog signala u diskretni Fourier-ov red.

Tačnost aproksimacije se može sagledati preko srednje kvadratne greške:

$$E = \sum_t (f_d(t) - f(t))^2 .$$