OSNOVNE NEPOZNATE I OSNOVNE JEDNAČINE RAVNIH LINIJSKIH NOSAČA I NJIHOVA KLASIFIKACIJA

1. Elementi i čvorovi nosača

Linijski nosači sastoje se od pravih ili krivih štapova.

U zavisnosti od vrste opterećenja koje primaju i prenose štapovi se dijele na **proste i gredne štapove**.

Prosti štapovi su pravi štapovi koji su sposobni da prime i prenesu samo sile u pravcu ose štapa.

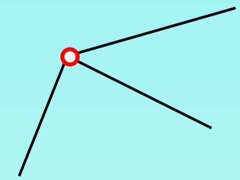
Gredni štapovi-grede su štapovi koji su sposobni da prime i prenesu sile proizvoljnog pravca.

Ravan nosača je ravan u kojoj leže ose svih štapova ravnih linijskih nosača i jedna od glavnih centralnih osa inercije njihovih poprečnih presjeka.

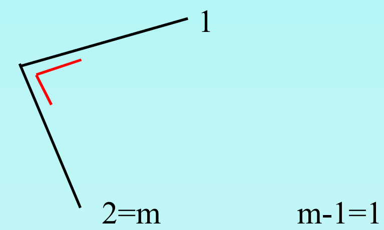
Veze štapova mogu biti:

- *zglavkaste*
- *krute*

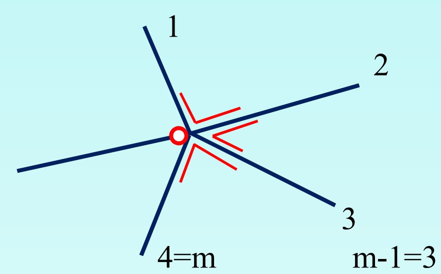
Zglavkasta veza je ona veza koja težištima sučeljenih presjeka ne dozvoljava da se relativno pomjeraju, dok suceljeni presjeci mogu slobodno da se obrću



Kruta veza dva štapa sučeljenim presjecima ne dozvoljava ni relativno pomjeranje ni relativno obrtanje.



Veza u kojoj je kruto vezano m štapova sadrži **m-1 krutih uglova**.



Prosti štapovi sa ostalim stapovima mogu biti vezani samo zglavkasto

Gredni štapovi sa ostalim stapovima mogu biti vezani zglavkasto i kruto.

Elemente nosača mogu biti:

- **unutrašnji**
- **spoljašnji**

Unutrašnji elementi nosača sprečavaju relativna pomjeranja tačaka nosača.

Unutrašnji elementi su:

- ***štapovi***
- ***kruti uglovi***

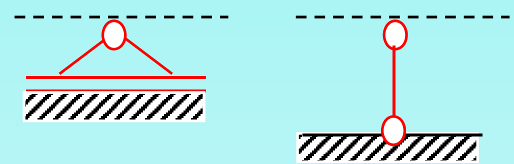
Spoljašnji elementi nosača sprečavaju pomjeranja tačaka nosača u odnosu na stalne tačke.

Spoljašnji elementi su:

- ***oslonci***
- ***uklještenja***

Oslonac je konstruktivni element nosača koji oslonjenoj tački ne dozvoljava pomjeranje ili potpuno - krut oslonac, ili djelimično – elastičan – deformabilan oslonac .

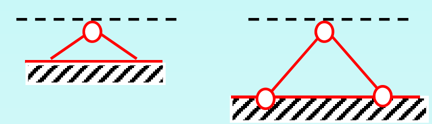
Pravac u kome je spriječeno pomjeranje naziva se *pravac oslanjanja* ili pravac oslonca. Upravno na pravac oslanjanja oslonačka tačka može slobodno da se pomjera.



Pokretno ležište

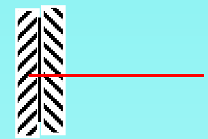
Ako je tačka oslonjena na jedan oslonac takva vrsta oslonca se zove **pokretno ležište**.

Često je jedna tačka oslonjena na dva oslonca koji formiraju **nepokretno ležište.**



Nepokretno ležište

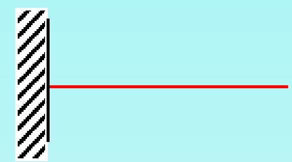
Uklještenje je konstruktivni dio nosača koji uklještenom presjeku štapa sprečava obrtanje.



Uklještenje

U uklještenju *obrtanje* može biti *spriječeno potpuno* i tada se naziva kruto uklještenje, ili samo *djelimično* kada je uklještenje *elastično ili deformabilno*.

U konstrukcijama uklještenje je obično u vezi sa nepokretnim ležištem tako da je spriječeno i pomjeranje i obrtanje uklještenog presjeka. Takvo uklještenje nazivamo **nepokretno uklještenje**



Nepokretno uklještenje

Uvodimo sljedeće oznake:

z_s - broj štapova

z_k - broj krutih uglova

z_o - broj oslonaca

z_u - broj uklještenja

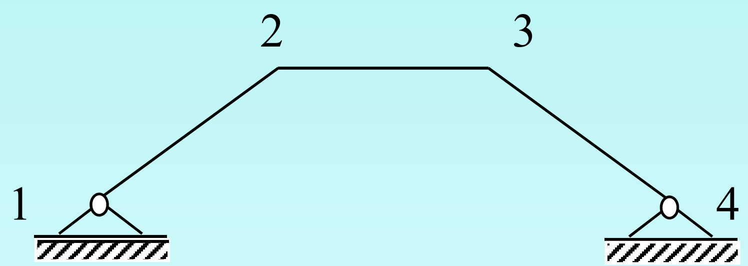
Ukupan broj elemenata linijskog nosača: **$z_s + z_k + z_o + z_u$**

Krajnje tačke štapova, tj tačke na slobodnim krajevima, na krajevima na kojima su štapovi međusobo vezani, oslonjeni ili uklješteni, zvaćemo čvorne tačke nosača ili kraće ***čvorovi nosača***.

Svaki štap povezuje samo dva čvora.

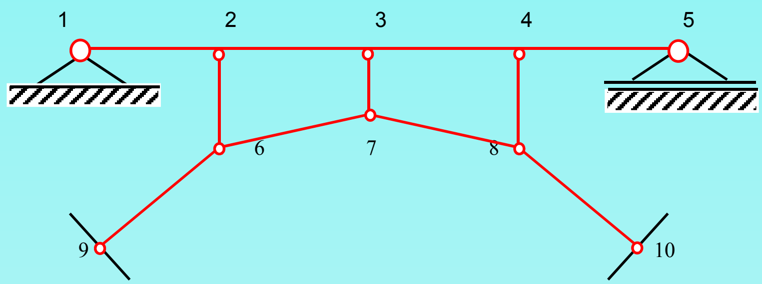
Čvorove ćemo bilježiti brojevima od 0 do K, tako da je **ukupan broj čvorova nosača K.**

Primjeri:



$K=4$
$z_s=3$
$z_k=2$
$z_o=3$
$z_u=0$

$$z_s + z_k + z_o + z_u = 3 + 2 + 3 + 0 = 8$$



$K=10$

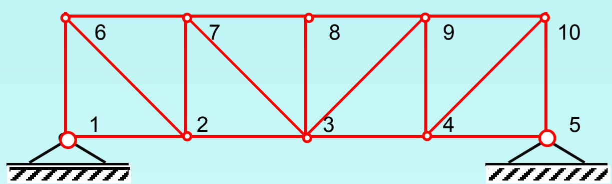
$z_s=11$

$z_k=3$

$z_o=7$

$z_u=0$

$$z_s + z_k + z_o + z_u = 11 + 3 + 7 + 0 = 21$$



$K=10$

$z_s=17$

$z_k=0$

$z_o=3$

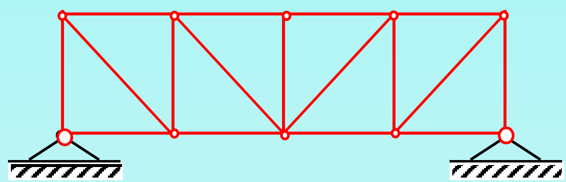
$z_u=0$

$$z_s + z_k + z_o + z_u = 17 + 0 + 3 + 0 = 20$$

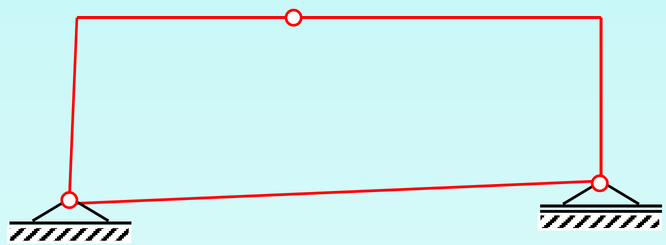
U zavisnosti od vrste štapova nosače-sisteme štapova dijelimo na

- **rešetkaste nosače**
- **pune nosače**

Rešetkasti nosači su nosači koji su sastavljeni samo od prostih štapova



Puni nosači su nosači koji se sastoje od prostih i grednih štapova



Od načina obeležavana čvorova zavisi broj unutrašnjih elemenata nosača.

Povećanjem broja čvorova povećava se i broj unutrašnjih elemenata nosača.

Dok broj štapova i broj elemenata nosača može da se smanji samo do određene granice (donja granica), njihov broj može da se poveća proizvoljno (gornja granica), jer ma koja tačka ose štapa može se proglasiti čvorom.

Broj elemenata nosača jednoznačno je određen kada su usvojeni čvorovi i obrnuto broj čvorova je jednoznačno određen kada su usvojeni elementi nosača.

Da bi jedan sistem štapova koji su međusobno vezani i oslonjeni, mogao da bude nosač, potrebno je da zadovolji određene uslove, o kojima će biti govora nešto kasnije.

2. Osnovne nepoznate nosača

Spoljašnje sile koje djeluju na nosač dijelimo na

- **aktivne sile**
- **pasivne ili reaktivne sile**

Aktivne sile su spoljašnje sile koje djeluju na nosač.

Ovim silama suprostavljaju se **reaktivne sile**, koje su nepoznate, i sa kojim aktivne sile stoje u ravnoteži.

Svaki oslonac suprostavlja se pomjeranju oslonjene tačke jednom silom u pravcu oslanjanja koju nazivamo **reakcijom oslonca**,

a svako uklje序tenje se suprostavlja rotaciji ukliještenog presjeka jednim spregom sila koji nazivamo reakcijom ukliještenja ili momentom ukliještenja.

Ako sa z_o označimo broj oslonaca, a sa z_u označimo broj ukliještenja tada će ukupan broj nepoznatih spoljašnjih sila biti jednak broju spoljašnjih elemenata nosača:

$$z_o + z_u$$

Unutrašnje sile nosača biće poznate kada su poznate sile u presjecima svih štapova tog nosača.

Ukupan broj nepoznatih X za čitav nosač manji je od trostrukog broja štapova tog nosača umanjen za broj sila i momenata koji mogu da se odrede iz uslova oslanjanja i uslova međusobne veze štapova.

U prethodnom poglavlju vidjeli smo da sile u presjeku jednog štapa mogu da se odrede kada pored opterećenja duž ose štapa poznajemo i tri statički nezavisne veličine X_1, X_2 i X_3.

Statički nezavisnih veličina $\mathbf{S_{ik}}$ ima onoliko koliko i štapova u sistemu štapova $\mathbf{z_s}$, dok je broj statički nezavisnih veličina $\mathbf{M_{ik}}$ **i** $\mathbf{M_{ki}}$ jednak broju kruto vezanih krajeva štapova.

Saglasno definiciji krutog ugla u čvoru u kome postoji kruta veza, *broj kruto vezanih štapova, tj broj nepoznatih momenata je za jedan veći od broja krutih uglova u toj vezi.*

U sistemu štapova broj nepoznatih momenata je veći od broja krutih uglova za broj grupa kruto vezanih štapova. Ako broj takvih grupa obilježimo sa m , broj nepoznatih momenata savijanja je

$$z_k + m$$

Ukupan broj statičkih veličina u unutrašnjim elementima je $z_s + z_k + m$

Broj **m** može da se definiše kao broj čvorova u kojem postoji bar jedan krut ugao, broj grupa kruto vezanih štapova.

Ukupan broj nepoznatih spoljašnjih i unutrašnjih sila ili kraće ***ukupan broj statički nepoznatih*** je:

$$zo + zu + zs + zk + m$$

tj. za m veći od ukupnog broja elemenata nosača.

Da bi pored unutrašnjih sila mogli da odredimo i *deformaciju nosača*, pored pobrojanih statičkih veličina treba da poznajemo i određen broj deformacijskih veličina.

U prethodnom poglavlju vidjeli smo da pomjeranja tačaka jednog štapa mogu da se odrede kada su pored sila u presjecima , temperaturnih promjena i temperaturne razlike, poznate još **tri deformacijski nezavisne veličine U_1, U_2 i U_3**.

Ukupan broj nepoznatih **U** za čitav nosač je prema tome manji od ukupnog broja komponenti pomjeranja krajnjih tačaka štapova, tj. od broja komponenti pomjeranja čvorova nosača, za broj štapova tog nosača **2K-*zs***.

U opštem slučaju vrlo teško se može reći koja pomjeranja, odnosno, obrtanja su **nezavisna od deformacije štapova** , zbog toga u deformacijski nepoznate veličine ubrajamo svih **2K** komponenti pomjeranja čvorova, s tim da **pomjeranja nijesu nezavisna od deformacija**.

Ukupan broj statičkih i deformacijskih veličina tada je:

$$z_o + z_u + z_s + z_k + m + 2K$$

Jednačine iz kojih se mogu odrediti ove nepoznate sastoje se od dvije grupe uslova

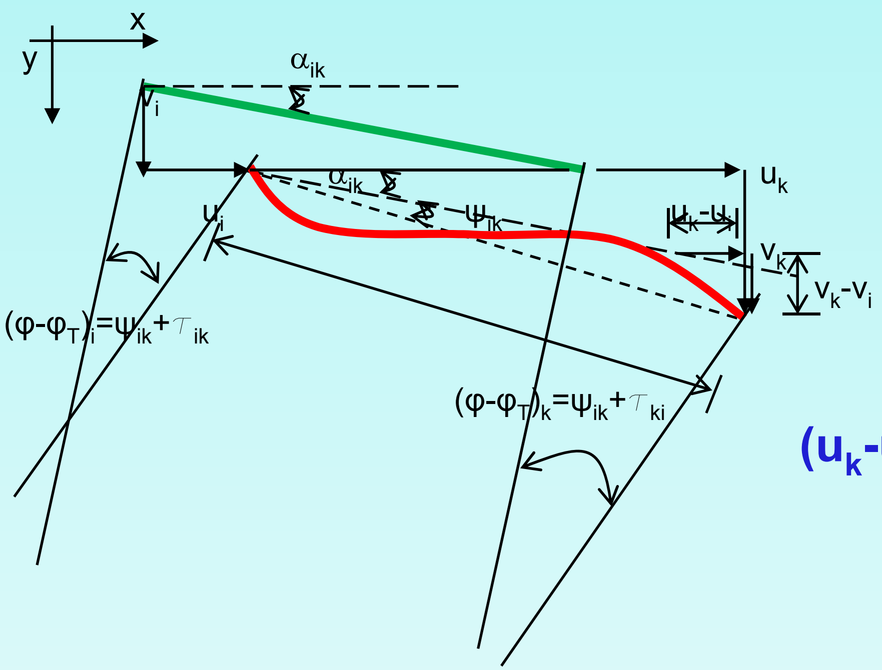
- ***uslovi kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača***
- ***uslovi ravnoteže nosača***

3. Uslovi kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača

Uslovi kompatibilnosti čvorova *odnose se na geometriju deformacije nosača i predstavljaju veze pomjeranja čvorova sa jedne strane i deformacijskih veličina štapova, pomjeranja oslonaca i obrtanja uklještenja, s druge strane*.

Ovi uslovi sastoje se od četiri grupe jednačina.

I grupa jednačina, *predstavljaju vezu između pomjeranja čvorova na krajevima jednog štapa i promjene dužine tetive štapa.*



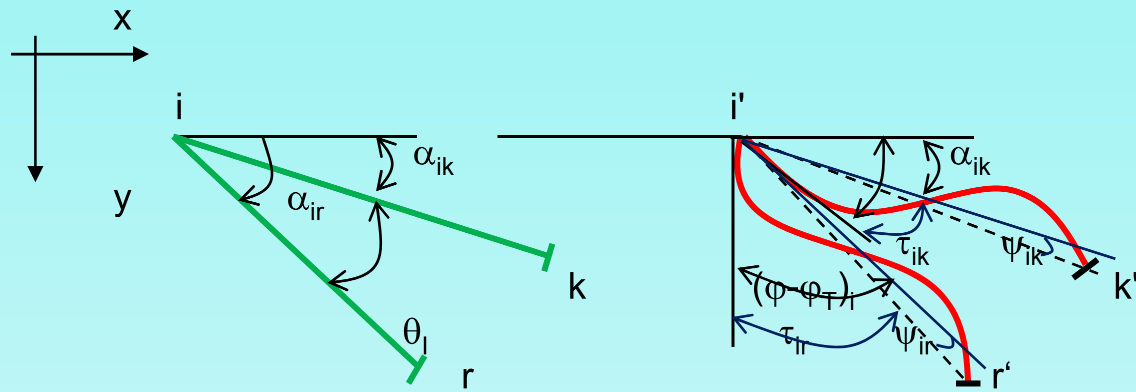
$$(u_k-u_i)\cos\alpha_{ik}+(v_k-v_i)\sin\alpha_{ik}=\Delta l_{ik}$$

z_s

II grupa jednačina slijedi iz uslova krute veze štapova štapova i-k i i-r.

Obrtanje kraja i štapa i-k jednako je obrtanju kraja i štapa i-r. Na osnovu ranije izvedenih jednačina dobija se:

$$\left(\varphi-\varphi_T\right)_i=\tau_{ik}+\psi_{ik}=\tau_{ir}+\psi_{ir}$$



$$\left(\varphi-\varphi_{\mathrm{T}}\right)_{\mathrm{i}}=\tau_{\mathrm{ik}}+\psi_{\mathrm{ik}}=\tau_{\mathrm{ik}}+\frac{\left(\mathrm{v}_{\mathrm{k}}-\mathrm{v}_{\mathrm{i}}\right)\cos\alpha_{\mathrm{ik}}-\left(\mathrm{u}_{\mathrm{k}}-\mathrm{u}_{\mathrm{i}}\right)\sin\alpha_{\mathrm{ik}}}{\mathrm{l}_{\mathrm{ik}}}$$

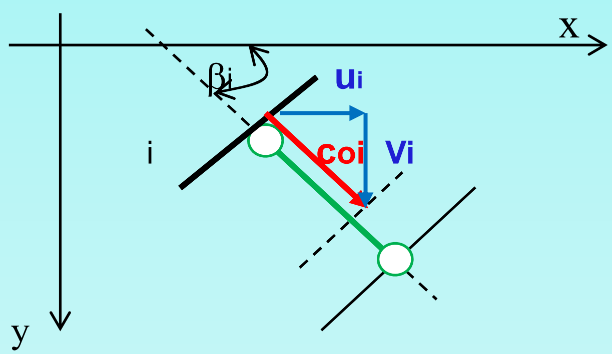
$$\frac{\left(\mathrm{v}_{\mathrm{k}}-\mathrm{v}_{\mathrm{i}}\right)\cos\alpha_{\mathrm{ik}}-\left(\mathrm{u}_{\mathrm{k}}-\mathrm{u}_{\mathrm{i}}\right)\sin\alpha_{\mathrm{ik}}}{\mathrm{l}_{\mathrm{ik}}}-\frac{\left(\mathrm{v}_{\mathrm{r}}-\mathrm{v}_{\mathrm{i}}\right)\cos\alpha_{\mathrm{ir}}-\left(\mathrm{u}_{\mathrm{r}}-\mathrm{u}_{\mathrm{i}}\right)\sin\alpha_{\mathrm{ir}}}{\mathrm{l}_{\mathrm{ir}}}=\tau_{\mathrm{ir}}-\tau_{\mathrm{ik}} \qquad \mathbf{z_k}$$

Ukupan broj uslovi za relativna pomjeranja čvorova je **z_s+z_k**

Uslovi za **apsolutna pomjeranja** čine **III i IV grupu jednačina**.

III grupa jednačina.

Pomjeranje čvora i koji je oslonjen na elastičnom osloncu čiji pravac oslanjanja zaklapa ugao βi sa x osom:

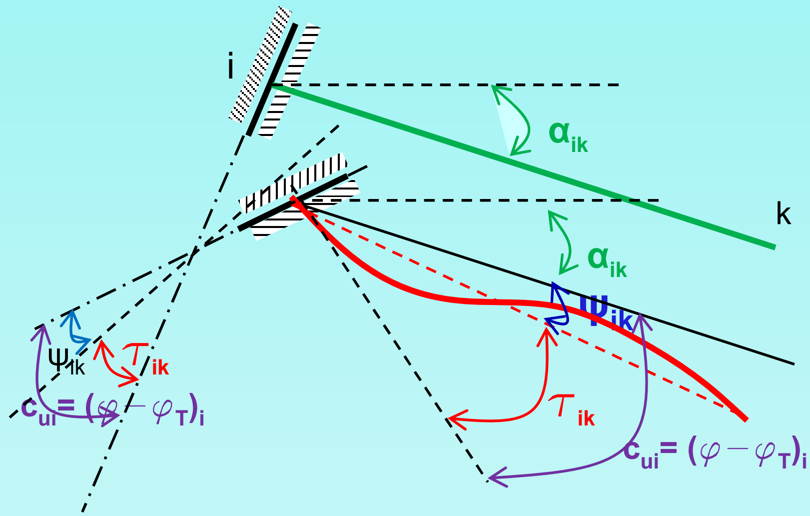


Ako sa c_{oi} označimo pomjeranje oslonca u pravcu oslanjanja, sa slike se dobija:

$$\mathbf{u_i \cos\beta i + v_i \sin \beta i = c_{oi}} \qquad \mathbf{z_0}$$

IV grupa jednačina.

Pomjeranje kraja i štapa i-k koji je u tački i elastično uklješten, a sa osom x zaklapa ugao βi:



$$\psi_{ik} + \tau_{ik} = c_{ui}$$

$$c_{ui} = \tau_{ik} + \frac{(v_k - v_i)\cos\alpha_{ik} - (u_k - u_i)\sin\alpha_{ik}}{l_{ik}}$$

z_u

Ukupan broj uslova kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača jednak je ukupnom broju elemenata nosača:

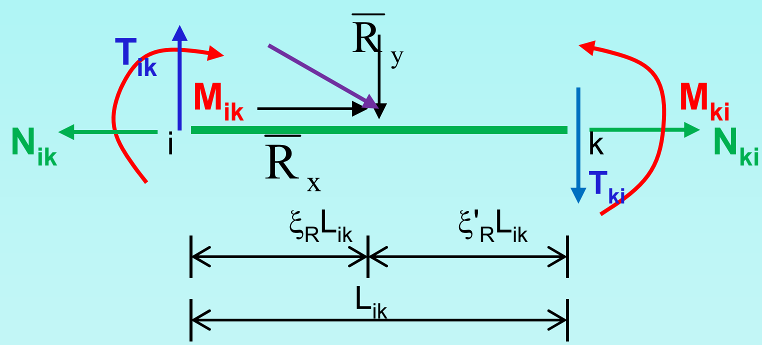
$z_o + z_u + z_s + z_k$

4. Uslovi ravnoteže nosača

Da bi napisali uslove ravnoteže nosača zamislićemo da smo kružnim presjecima isjekli sve čvorove i tome nosač rastavili na z_s nezavisnih štapova i K nezavisnih čvorova

Uticaj štapova na čvorove, i obrnuto, zamjenjujemo silama i momentima na krajevima štapova.

Pod uticajem spoljašnjih sila i sila u presjecima sistem štapova i sistem čvorova su u ravnoteži



Iz ravnoteže štapa i-k slijedi:

$$T_{ik} = \overline{R}_y \xi'_R + \frac{M_{ki} - M_{ik}}{L_{ik}}$$

$$T_{ki} = -\overline{R}_y \xi_R + \frac{M_{ki} - M_{ik}}{L_{ik}}$$

$$N_{ik} - N_{ki} = \overline{R}_x$$

$$N_{ik} + N_{ki} = 2S_{ik}$$

$$N_{ik} = S_{ik} + \frac{\overline{R}_x}{2}$$

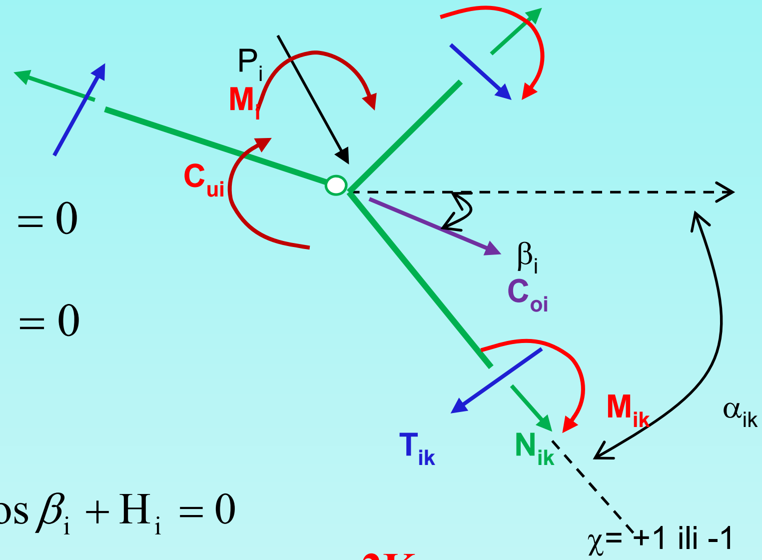
$$N_{ki} = S_{ik} - \frac{\overline{R}_x}{2}$$

Sile na krajevima štapa i-k prikazane su preko (statički nezavisnih veličina) momenata Mik, Mki, sile Sik i opterećenja duž ose štapa

Ravnoteža čvora, u kome su neki štapovi kruto vezani a neki zglavkasto, prikazana je na slici koja slijedi.

Pored sila i momenata N, T i M na čvor djeluju i **aktivna sila Pi i aktivni moment Mi**, a ako je čvor oslonjen i uklješten postoje i **reakcije oslonaca i reakcija uklještenja**.

Uslovi ravnoteže sila glase, **$\sum X=0$**, **$\sum Y=0$** :



$$\Sigma N_{ik}\cos\alpha_{ik} - \Sigma T_{ik}\sin\alpha_{ik} + C_{oi}\cos\beta_i + P_{ix} = 0$$

$$\Sigma N_{ik}\sin\alpha_{ik} + \Sigma T_{ik}\cos\alpha_{ik} + C_{oi}\sin\beta_i + P_{iy} = 0$$

$$\Sigma S_{ik}\cos\alpha_{ik} - \Sigma\frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}}\sin\alpha_{ik} + C_{oi}\cos\beta_i + H_i = 0$$

2K

$$\Sigma S_{ik}\sin\alpha_{ik} + \Sigma\frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}}\cos\alpha_{ik} + C_{oi}\sin\beta_i + V_i = 0$$

Uslov ravnoteže **$\sum M=0$**:

$$\Sigma\chi_{ik}M_{ik} + C_{ui} + M_i = 0$$

m

Ukupan broj uslova ravnoteže čvorova nosača jednak je : **2K + m**

Ukupan broj uslova pomjeranja i uslova ravnoteže:

$$z_o + z_u + z_s + z_k + m + 2K$$

jednak broju osnovnih statičkih i deformacijskih nepoznatih.

Nepoznate su:

- Reakcije oslonaca i ukliještenja C_{oi}, C_{ui} $\rightarrow$ $z_o + z_u$
- Statički nezavisne sile S_{ik} $\rightarrow$ z_s
- Momenti savijanja M_{ik}, M_{ki} $\rightarrow$ $z_k + m$
- Komponentalna pomjeranja u_i, v_i $\rightarrow$ $2K$

U uslovima komplatibilnosti figurišu i nepoznate deformacijske veličine štapova, *promjene dužine tetive štapova* Δl_{ik} i *deformacioni uglovi* τ_{ik} i τ_{ki}.

Ove *čiste deformacijske veličine štapa nijesu nezavisne* i mogu da se izraziti preko statički nezavisnih veličina tog štapa.

Ukupan broj nepoznatih: $$z_o + z_u + z_s + z_k + m + 2K$$

Veze čiste deformacijske veličine štapa i statički veličina tog štapa dobijaju se kombinacijom relacija koje slijede :

$$N_c = S_{ik} + N_{c,o}$$

$$M_c = M_i \xi_c' + M_k \xi_c + M_{c,o}$$

$$T_c = \frac{M_k - M_i}{l_{ik}} + T_{c,o}$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t t$$

$$\chi = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}$$

$$\varphi_T = k \frac{T}{GF}$$

$$\Delta l_{ik} = \int_i^k \varepsilon dx$$

$$\tau_{ik} = \frac{1}{l_{ik}} \int_i^k (\xi' l_{ik} \chi - \varphi_T) dx$$

$$\tau_{ki} = -\frac{1}{l_{ik}} \int_i^k (\xi l_{ik} \chi + \varphi_T) dx$$

Iz svega navedenog slijedi da u **statici linijskih nosača** prvo treba riješiti jedan **problem sa konačnim brojem nepoznatih**, pa tek onda **odrediti funkcije koje daju informaciju o rasporedu unutrašnjih sila i deformaciji čitavog sistema**.

Prvi dio zadatka je složeniji jer se njime rešava problem kao cjeline

Drugi dio zadatka, na osnovu prethodno sračunatih podataka, podrazumijeva određivanje unutrašnjih sila i deformacija za svaki štap posebno i nezavisno

Rješenje prvog zadatka se svodi na veliki broj simultanih linearnih jednačina sa velikim brojem nepoznatih

Formiranje ovog sistema jednačina dugotrajno je i zametno, osim za jednostavnije oblike nosača. Stoga ćemo se truditi da ***cjelokupni sistem jednačina razbijemo na što veći broj međusobno nezavisnih sistema jednačina sa manjim brojem nepoznatih****, i u krajnjoj liniji pokušati da* ***formiramo sistem jednačina od kojih svaka sadrži po jednu nepoznatu****.*

Jednačine **STATIKE LINIJSKIH NOSAČA** su *linearne jednačine prvog reda* i zbog toga se ova teorija naziva i **linearnom statikom konstrukcija**.

Iz linearnosti problema slijede i važni zaključci:

- **u linearnoj teoriji rješenja su jednoznačna**
- **u linearnoj teoriji važi princip superpozicije uticaja**

5. Klasifikacija nosača

5.1. Kinematička klasifikacija nosača

Da bi jedan sistem štapova **mogao da bude nosač**, **potrebno je da ima nepomjerljivu konfiguraciju**, odnosno, da bude **stabilan**.

Čvorovi takvog sistema ne mogu da se pomjeraju a da se pri tom štapovi ne deformišu, ne pomjeri ni jedan oslonac, ili ne obrne ni jedno uklještenje.

Nosači, sistemi štapova, čiji čvorovi mogu da se pomjere bez deformacija štapova, pomjeranja oslonaca ili obrtanja uklještenja nazivamo **kinematički labilnim sistemima**.

Ovi sistemi predstavljaju mehanizme koji **ne mogu biti nosači građevinskih konstrukcija**.

Analitički kriterijum kinematičke stabilnosti nosača *dobijamo poredeći* **broj uslova kompatibilnosti pomjeranja sa brojem nepoznatih pomjeranja**.

Kada je broj uslova kompatibilnosti jednak broju komponentalnih pomjeranja čvorova 2K

$$z_o + z_u + z_s + z_k = 2K$$

i kada su svi uslovi međusobno nezavisni, tj kada je determinanta uslova kompatibilnosti različita od nule: $D \neq 0$

tada iz ovih uslova mogu jednoznačno da se odrede komponentalna pomjeranja u i v ako su poznate deformacijske veličine Δl i τ, pomjeranja oslonaca i obrtanja uklještenja.

Kada se štapovi ne deformišu **Δl=0 i τ=0**, *uklještenja ne obrću i oslonci ne pomjeraju* **c=0**, *tada ove jednačine imaju samo trivijalno rješenje* **u=v=0**.

Stabilni su oni sistemi koji zadovoljavaju navedene uslove.

Stabilni su i oni sistemi kod kojih je broj uslova kompatibilnosti pomjeranja čvorova veći od ukupnog broja komponentalnih pomjeranja čvorova u i v, tj kada je:

$$z_o + z_u + z_s + z_k > 2K$$

i ako među njima postoji makar 2k međusobno nezavisnih uslova.

Saglasno navedenom slijedi da je *analitički uslov za kinematičku stabilnost jednog nosača, ili sistema štapova, da rang matrice uslova kompatibilnosti pomjeranja bude jednak dvostrukom broju čvorova*:

$$R(z_o + z_u + z_s + z_k) = 2K$$

Prosto stabilan sistem štapova *je onaj sistem štapova kod koga je broj elemenata jednak dvostrukom broju čvorova*

Višestruko stabilan sistem štapova *je onaj sistem štapova kod koga je broj elemenata veći od dvostrukog broja čvorova*, sa viškom elemenata Σuk-2K.

Iz ovakvog sistema moguće je ukloniti **Σuk-2K** *elemenata a da on i dalje ostane stabilan.*

Svi ostali sistemi štapova su ***kinematički labilni*:**

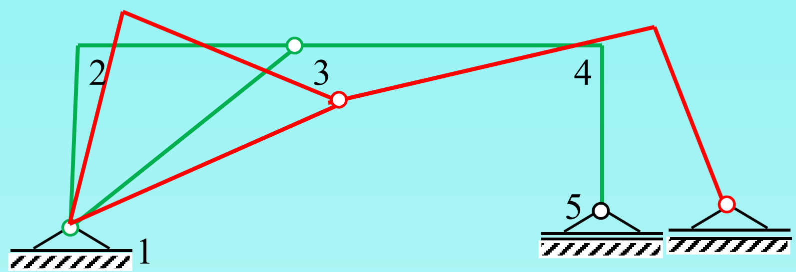
$$\mathbf{R(zo + zu + zs + zk) < 2K}$$

U jednom labilnom sistemu štapova razlika **2K – R(Σuk)** *predstavlja broj pomjeranja koji se mogu izabrati proizvoljno i međusobno nezavisno , a da svi uslovi kompatibilnosti pomjeranja budu zadovoljeni, odnosno, ovaj broj predstavlja broj stepeni slobode pomjeranja tog sistema.*

Analiticki uslovi za stabilnost predstavljaju **potreban** ali **ne i dovoljan uslov kinematičke stabilnosti** prikazaćemo na primjerima koji slijede.

Za sisteme koji mogu ostvariti konačna pomjeranja kažemo da imaju ***nepravilan raspored elemenat***. Sistem dat na slici izveden iz početne konfiguracije ostaje labilan.

Sistem dat na slici izveden iz početne konfiguracije ostaje labilan.



K=5

$z_s=5$

$z_k=2$

$z_o=3$

$z_u=0$

$\Sigma z=10, \; 2K=10$

10=10

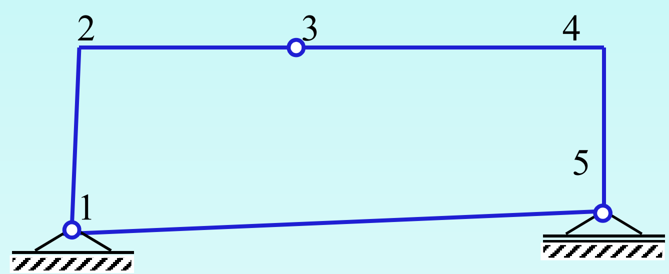
Nije zadovoljen uslov da je ***D≠0.***

Uslov $\Delta l_{13}=0$, odnosno, uslov da se čvorovi 1 i 3 ne pomjeraju, već je sadržan u uslov

$$\tau_{2,1} + \psi_{2,1} = \tau_{2,3} + \psi_{2,3}$$

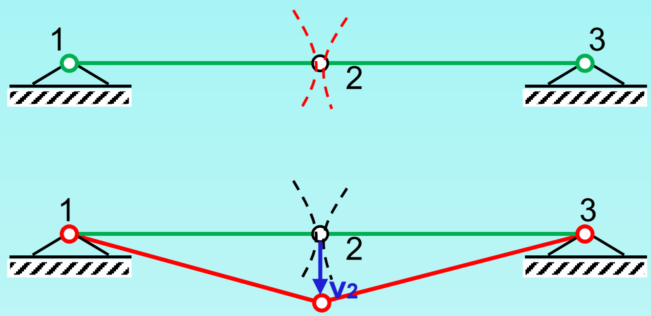
Element koji je suvišan u vezi čvorova 1, 2 i 3 nedostaje u vezi čvorova 3, 4 i 5.

Ako se štap 1-3 stavi u položaj 1-5 sistem je stabilan:



Za sisteme koji mogu ostvariti samo beskonačno mala pomjeranja kažemo da imaju ***kritičnu konfiguraciju***.

Ovi sistemi nakon ostvarenog beskonačno malog pomjeranja v postaje stabilan, jer se dalja pomjeranja mogu ostvariti samo ako se štapovi deformišu.



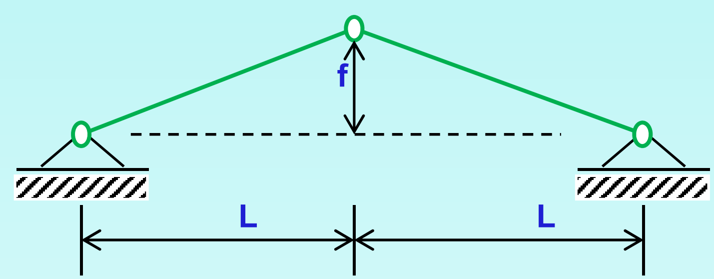
$$\Delta L = L\left(\frac{1}{\cos\varphi} - 1\right)$$

$$\Delta L \cong \frac{1}{2} L \varphi^2$$

$$v_2 = L\varphi$$

I ako sistemi sa kritičnom konfiguracijom mogu da imaju samo *mala pomjeranja* bez deformacije svojih elemenata, oni ***ne mogu da budu nosači građevinskih konstrukcija***.

Za nosače građevinskih konstrukcija **nepovoljno je** i ako je za nosač oblika datog na slici pri čemu je:



f/L«1

Pravilni zaključci o unutrašnjim silama i deformacijama sistema čija je konfiguracija bliska kritičnoj konfiguraciji mogu da se dobiju samo na osnovu ***teorije velikih deformacija***.

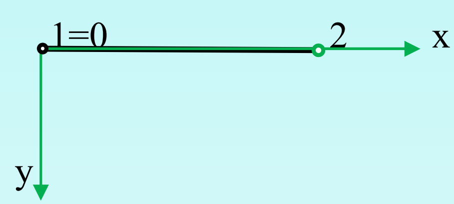
5.1. 1. Unutrašnja kinematička stabilnost sistema

Kada iz jednog kinematički stabilnog sistema **uklonimo sve spoljašnje elemente**, tada dobijamo sistem međusobno vezanih štapova čiji čvorovi

- mogu relativno da se pomjeraju a da se nijedan štap ne deformiše (**unutrašnje kinematički labilni sistemi**)
- ili ne mogu relativno da se pomjeraju bez deformacije štapova (**unutrašnje kinematički stabilni sistemi**)
- ili se sastoje od jedne **kinematički krute ploče**.

Analitički kriterijum unutrašnje stabilnosti dobijamo poredeći broj uslova kompatibilnosti za relativna pomjeranja sa brojem komponentalnih pomjeranja

Kada se usvoji da se jedan od štapova sistema štapova poklapa sa x osom *usvojenog koordinatnog sistema, može se napisati da su*:



$u_1=v_1=v_2=0$

3 uslova

Ukupan broj nepoznatih pomjeranja je

2K – 3

Analitički kriterijum unutrašnje kinematičke stabilnosti sistema štapova:

1) $z_s + z_k = 2K - 3$ $D_1 \neq 0$, **unutrašnje prosto stabilan**

2) $z_s + z_k > 2K - 3$ **unutrašnje višestruko stabilan sa** $z_s + z_k - (2K - 3)$ suvišnih elemenata

$R(z_s + z_k) = 2K-3$

3) $z_s + z_k < 2K - 3$ **unutrašnje kinematički labilan** sa $(2K - 3) - (z_s + z_k)$ stepeni relativnih pomjeranja čvorova sistema

Unutrašnje labilni sistemi mogu biti nosači građevinskih konstrukcija, jer se elementi koji nedostaju za unutrašnju stabilnost mogu nadoknaditi spoljašnjim elementima

Kruta ploča *je sistem štapova koji je unutrašnje kinematički stabilan (višestruko ili prosto stabilan).*

5.2. Statička klasifikacija nosača

Linijski nosač neke konstrukcije može biti onaj sistem štapova koji u granicama nosivosti materijala može da primi i na oslonce prenese proizvoljno zadate spoljašnje sile.

Do **analitičkog kriterijuma o statičkoj klasifikaciji**, odnosno, do zaključka o tome da li jedan sistem štapova može da uravnoteži proizvoljno opterećenje, **dolazimo poređenjem broja statički nepoznatih veličina sa brojem uslova ravnoteže**.

Na raspolaganju nam stoji **2K +m** jednačina ravnoteže sa nepoznatim

Coi	**zo**
Cui	**zu**
Sik	**zs**
Mik , Mki	**zk + m**

Ukupan broj statički nepoznatih je **Σsn= zo + zu + zs + zk + m**

Ukupan broj uslova ravnoteže **Σur= 2K + m**

Kada je:

1) $zo + zu + zs + zk + m = 2K + m$ i $D' \neq 0$ **statički određen sistem štapova**

postoje jednoznačna rješenja, i sile u presjecima i reakcije oslonaca su jednake nuli ako je štap neopterećen.

Ako se uporede statička i kinematička klasifikacija zaključuje se da su:

statički određeni nosači ↔ kinematički prosto stabilni

2) $zo + zu + zs + zk + m > 2K + m$ **statički neodređen sistem štapova**

Uslovi ravnoteže mogu biti zadovoljini za proizvoljne vrijednosti spoljašnjeg opterećenja.

Ako se uporede statička i kinematička klasifikacija zaključuje se da su:

statički neodređeni nosači ↔ kinematički višestruko stabilni

Razlika **$\Sigma sn - \Sigma ur = (zo + zu + zs + zk + m) - (2K + m)$**

predstavlja broj nepoznatih spoljašnjih ili unutrašnjih sila i momenata, koji mogu proizvoljno da se izaberu i da uslovi ravnoteže ostanu zadovoljeni.

Te veličine nazivamo statički nezavisne ili **statički neodređene veličine**.

Reakcije oslonaca, momenti uklještenja i sile u presjecima statički neodređenih nosača mogu da postoje i kada je nosač **neopterećen**.

Takva stanja jednog nosača nazivamo ***unutrašnja ravnotežna stanja nosača***.

3) zo + zu + zs + zk + m < 2K + m **statički preodređen sistem štapova**

Da bi ovaj sistem bio u ravnoteži spoljašnje sile moraju da zadovolje onoliko uslova koliko sistem ima stepeni slobode pomjeranja

Ako se uporede statička i kinematička klasifikacija zaključuje se da su:

statički preodređeni nosači ↔ kinematički labilni