Rijesenje zadatka 1 sa zadnjeg ispita, koje je kompletno i malo se razlikuje od danasnjeg rjesenja na konsultacijama.

Trebalo je naci ektremum funkcije $f(x, y, z) = x^2 + y^4 + yz + z^2$ pod uslovom

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 ... (*).$$

Uvrstenjem uslova u funkciju dobijamo funkciju od dvije promjenljive $g(y, z) = y^4 + yz + 1 - y^2$, kojoj treba naci ekstremum na skupu $y^2 + z^2 \leq 1$ zbog uslova $(*)$.

Nalazenjem parcijalnih izvvoda i izjednacavanjem sa nulom dobijamo $g_y = 4y^3 + z - 2y = 0$ i $g_z = y = 0$. Otud dobijamo da je i $z = 0$. Dakle $(0, 0)$ je stacionarna tacka u skupu $y^2 + z^2 < 1$. Hessianijeva matrica funkcije g je

$$H(g) = \begin{pmatrix} 12y^2 - 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

koja nije definitna u tacki $(y, z) = (0, 0)$. Dalje na granici skupa $y^2 + z^2 \leq 1$ stavimo $y = \cos t$ i $z = \sin t$ i dobijamo: $h(t) = g(y, z) = \cos^4 t + \cos t \sin t + \sin^2 t$, $t \in [0, 2\pi]$. Kako je $h'(t) = \cos(2t)(1 - \sin(2t))$, dobijamo da su stacionarne tacke $2t = \pi/2$ i $2t = -\pi/2$. Odavde dobijamo da je maksimum funkcije h upravo $h(\pi/4) = 5/4$ a minimum $h(-\pi/4) = 1/4$. To su ujedno i maksimumi i minimumi polazne funkcije f pod datim uslovom. Napomenimo da je u tom slucaju $x = 0$, $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ i $z = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Napomena: Ako se radi direktno, onda se ne ispita Hessian funkcije od tri promjenljive, vec se u tom slucaju ispituju dobijene tacke da li su minimum ili maksimum date funkcije.