

# Matematika I

1. Izračunati:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{5 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n}$$

2. Izračunati:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3^{-n}}{\sqrt{n^3 + 3^{-n}} - \sqrt{n^3 - \sqrt{n^3 + 3^{-n}}}}$$

3. Izračunati:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sin n + n \operatorname{arctg} n}{2n + \cos n} \right)^n$$

4. Izračunati:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{4^n + (-2)^n} + \sqrt{2^n - 4n}}{2^n - (-1)^n}$$

5. Neka je  $f(x) = 1 - e^{\frac{1}{x}}$ . Ispitati neprekidnost funkcije:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{f(x)}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x \ln f(x), & x > 0 \end{cases}$$

6. Ispitati neprekidnost funkcije:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x - \sin \pi x)}{\cos \frac{\pi x}{2}}, & x > 1 \\ 0, & x \in \{0, 1\} \\ \frac{x}{1 - e^{|x|}}, & x < 1, x \neq 0 \end{cases}$$

7. Ispitati neprekidnost funkcije:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\arccos^2 x}{\ln x}, & x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ \arcsin \frac{x-1}{x+1}, & x > 1 \end{cases}$$

8. Ispitati neprekidnost funkcije:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{(1+x)^x - \cos x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ \frac{1 - (\cos x)^{\frac{1}{x}}}{x}, & x < 0 \end{cases}$$

9. Odrediti domen funkcije i naći asimptote na grafik funkcije  $f(x) = x \arcsin \frac{x}{x+1}$ .

10. Neka je  $f(x) = \frac{1}{1 - \ln(-x)}$ . Odrediti domen naći asimptote na grafik funkcije  $F(x) = xe^{f(x)}$ .

11. Odrediti domen funkcije, naći asimptote na grafik i ispitati monotonost funkcije  $f(x) = e^x \sqrt{x^2 - 2}$ .

12. Odrediti domen funkcije, naći asimptote na grafik i ispitati monotonost funkcije  $f(x) = \arcsin \frac{1}{1+x^2}$ .

13. Naći koordinate tjemena pravouglog trougla minimalne površine, ako tjeme kod pravog ugla leži na krivoj  $y = 1 + x^2$  a hipotenuza je na pravoj  $x - 2y = 0$ .

14. Date su tačke  $A(-2, 0)$  i  $B(0, -2)$ . Naći koordinate tačke  $S$  koja leži na pravoj  $x + y = 2$  tako da proizvod udaljenosti ove tačke od tačaka  $A$  i  $B$  bude minimalan.

15. Data je funkcija  $f(x) = \sqrt{x} - 1$ . Naći vrijednost  $x_0 \in (0, 1)$  tako da figura ograničena koordinatnim osama, pravom  $x = x_0$  i tangentom na grafik funkcije  $f$  u tački  $x_0$  bude maksimalna.

16. Data je pravilna trostrana piramida ivice osnove 2, a visine 4. U nju je upisana manja pravilna trostrana piramida tako da tjemena manje piramide leže na ivicama veće piramide, a vrh manje piramide se poklapa sa centrom osnove veće. Koliku najveću zapreminu može imati manja piramida?