

ETF Matematika 1:

kompleksni brojevi, matrice, determinante i SLJ

Zadaci za samostalni rad

ETF, UCG, Novembar 2020.

1. Odrediti kompleksan broj z koji zadovoljava jednakosti:

$$|\bar{z}| = |z + 1|, \quad \arg(\bar{z}^2) = \arg\left(\frac{(1+i)^7}{(1-i)^3}\right).$$

2. Dat je kompleksan broj $w = -\sqrt{3} - 3i$. Odrediti kompleksne brojeve z za koje važi:

$$\operatorname{Im}\left(-\sqrt{3}|z|w + i|\bar{z}|\bar{w}\right) = \sqrt{3}, \quad \arg(z^4) = \arg(w^{11}).$$

3. Odrediti $\sqrt[3]{z}$ ako je $\arg\left(z(\sqrt{11} - i\sqrt{11})^{11}\right) = \pi$ i važi jednakost:

$$\operatorname{Im}\left(5 + i + \sqrt[5]{|5z - i|} + 5i \operatorname{Re}\left(\frac{|\bar{z}|}{i - 2}\right)\right) = \frac{3}{4}.$$

4. Kompleksni brojevi z i w zadovoljavaju jednakosti $|z| = |w| = 1$ i $\arg(-iz^2) = 0$. Odrediti te brojeve ako je $\frac{z}{w}$ negativan realan broj, a broj w leži u donjoj poluravni.
5. Koristeći Kramerovo pravilo riješiti sljedeći sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} ax + 2y - az &= 1 \\ -y + az &= 0 \\ ax + y &= a. \end{aligned}$$

6. Koristeći Kroneker-Kapelijevu teoremu riješiti sljedeći sistem linearnih jednačina u zavisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + (a^2 + 1)x_3 &= a + 1 \\ x_1 + 2x_2 + (2 - a^2)x_3 &= 2 - a. \end{aligned}$$

7. Date su matrice: $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Riješiti matričnu jednačinu: $((X \cdot A)^{-1} + B^{-1})^{-1} = X$.

8. Date su matrice A , B i C . Riješiti matrice jednačine:

$$(a) (2E - X \cdot A \cdot A^T) \cdot (B^{-1} - B^{-1} \cdot X \cdot B)^{-1} = B$$

$$(b) A^{-1} \cdot (X^{-1} + 3C^T + E) \cdot B^{-1} = E + A^{-1}B^{-1}$$

Napisati izraze za matricu X . Pretpostaviti da postoje sve inverzne matrice koje su potrebne za računanje matrice X .