

UNIVERZITET CRNE GORE  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

TEORIJA ELEKTRIČNIH KOLA  
LABORATORIJSKE VJEŽBE  
- Energetika i Automatika-

\_\_\_\_\_, Indeks broj: \_\_\_\_\_  
Ime i prezime

# VJEŽBA BROJ 1

## A) PROVJERA PRINCIPA LINEARNOSTI

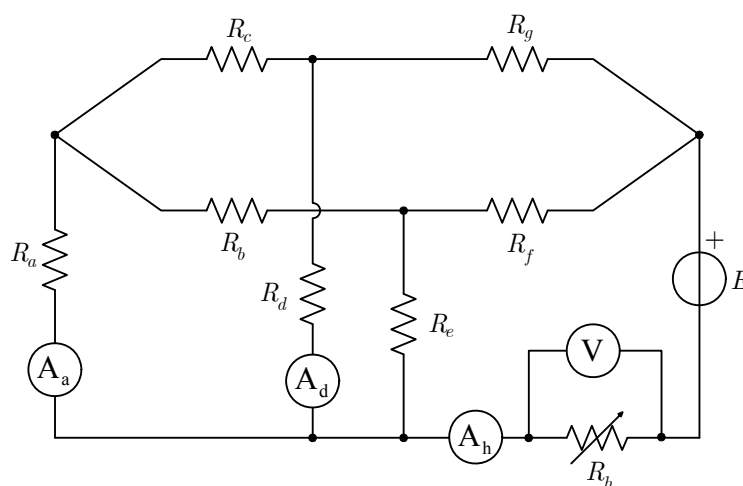
### 1. ZADATAK VJEŽBE

Princip linearnosti provjeriti u kolu prema šemi u kom su svi pasivni elementi linearni otpornici. Formulacija principa linearnosti glasi: **Ako se u nekoj grani linearnog električnog kola mijenja otpornost ili napon izvora te grane, između struja bilo kojih djevu grana kola postoji linearna zavisnost oblika  $I_k = A_k + B_k I_m$ .**

### 2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Izvor jednosmjernog napona do 40 V.
- 2) Sedam otpornika (2x600Ω, 2x1300Ω, 120Ω, 50Ω i 22Ω)
- 3) Potenciometar (1kΩ)
- 4) Tri ampermetra za jednosmjernu struju (6A)
- 5) Voltmetar za jednosmjerni napon (30V)

### 3. ŠEMA VEZA



### 4. POSTUPAK PRI RADU

I) Za dvije vrijednosti otpornosti  $R_h$  izmjeriti pripadne vrijednosti struja  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_h$ . Zatim iz linearnosti odnosa  $I_a = A_a + B_a I_h$  i  $I_d = A_d + B_d I_h$  odrediti koeficijente  $A_a$ ,  $A_d$ ,  $B_a$  i  $B_d$ . Nacrtati grafike  $I_a = f_1(I_h)$  i  $I_d = f_2(I_h)$ .

II) Mijenjajući otpornost  $R_h$ , uporediti pokazivanja ampermetara za struje  $I_a$ ,  $I_d$  i  $I_h$  sa prethodno dobijenim graficima.

**III)** Koristeći princip linearosti po kojem se može napisati  $U_h = C + DI_h$ , odrediti koeficijente  $C$  i  $D$  pomoću dva mjerenja. Vrijednost otpornosti  $R_h$ , pri kojoj ona uzima maksimalnu snagu, može se odrediti analitički na sledeći način:

$$P_h = U_h I_h = (C + DI_h)I_h = CI_h + DI_h^2$$

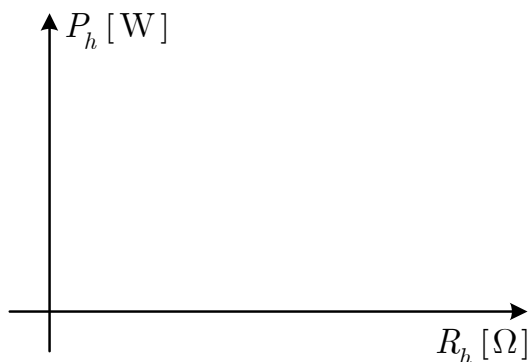
$$\frac{dP_h}{dI_h} = C + 2DI_h = 0 \Rightarrow I_h = -\frac{C}{2D} \text{ i } U_h = \frac{1}{2}C$$

a odavde slijedi da je

$$R_h = \frac{U_h}{I_h} \text{ za } P_h = P_{\max}$$

**IV)** Za različite vrijednosti otpornosti  $R_h$  izmjeriti snagu koja se u njoj troši. Nacrtati grafik  $P = P(R_h)$  i iz njega odrediti otpornost  $R_h$  za koju je ta snaga maksimalna i uporediti je sa prethodno dobijenom vrijednošću. Pri promjeni otpornosti  $R_h$  voditi računa o opsegu instrumenta.

$I_d$ [mA]									
$I_a$ [mA]									
$I_h$ [mA]									
$R_h$ [ $\Omega$ ]									
$U_h$ [V]									
$P_h$ [W]									



# VJEŽBA BROJ 1

## B) TEOREMA VARIJACIJE

### 1. ZADATAK VJEŽBE

U kolu iz prvog dijela vježbe, provjeriti teoremu varijacije. Za jednu od grana kola snimiti funkciju osjetljivosti  $S = f(\delta R_h)$ . Formulacija teoreme varijacije: **Ako se u  $k$ -oj grani nekog linearnog električnog kola promijeni otpornost za proizvoljnu vrijednost  $\delta R_k$ , promjena struje u  $k$ -oj grani i  $m$ -toj grani može se izraziti relacijama:**

$$\delta I_k = -\frac{g_{kk} \delta R_k I'_k}{1 + g_{kk} \delta R_k} \quad \text{i} \quad \delta I_m = -\frac{g_{mk} \delta R_k I'_k}{1 + g_{kk} \delta R_k}$$

gdje su:  $I'_k$  – struja u  $k$ -oj grani pri  $\delta R_k = 0$

$g_{kk}$  – ulazna provodnost grane “ $k$ ” pri  $\delta R_k = 0$

$g_{mk}$  – međusobna provodnost grana “ $m$ ” i “ $k$ ” pri  $\delta R_k = 0$

### 3. POSTUPAK PRI RADU

**I)** Za dato kolo odrediti potrebne ulazne i međusobne provodnosti. Kao primjer uzmimo da treba odrediti provodnosti  $g_{hh}$  i  $g_{ha}$ . U grani “ $h$ ” postavimo izvor elektromotorne sile  $E_h$  i ampermetar, a u grani “ $a$ ” ampermetar. Izmjerimo odgovarajuće struje  $I_h$  i  $I_a$ . Tražene provodnosti su određene izrazima:

$$g_{hh} = \frac{I'_h}{E_h} \quad \text{i} \quad g_{ha} = \frac{I'_a}{E_h}$$

Na sličan način određujemo ostale provodnosti uzimajući u obzir da je  $g_{ah} = g_{ha}$ ,  $g_{dh} = g_{hd}$  i sl.

**II)** Za konfiguraciju kola prema priloženoj šemi, izmjeriti struje u granama  $a$ ,  $d$ ,  $h$  i odrediti njihove smjerove. Potom promijeniti vrijednost otpornosti  $R_h$  za određenu vrijednost  $\delta R_h$  i ponovo izmjeriti struje.

**III)** Na osnovu teoreme varijacije izračunati pripadne promjene struja  $\delta I$  a potom i struje  $I_h$ ,  $I_a$  i  $I_d$  iz izraza:

$$I_h = I'_h + \delta I_h, \quad I_a = I'_a + \delta I_a, \quad \text{itd.}$$

Vrijednosti za  $\delta I_h$  i  $\delta I_a$  prema formulaciji teoreme varijacije izračunate su prema sledećim relacijama:

$$\delta I_h = -\frac{g_{hh} \delta R_h I'_h}{1 + g_{hh} \delta R_h} \quad \text{i} \quad \delta I_a = -\frac{g_{ah} \delta R_h I'_h}{1 + g_{hh} \delta R_h}$$

Prilikom računanja uzimati u obzir da su struje i provodnosti sa različitim indeksima, algebarski izrazi a vrijednosti struja su izražene u mA.

IV) Osjetljivost struje pojedinih grana kola na promjenu otpornosti  $R_h$  možemo odrediti prema izrazu:

$$S_h = K_h \frac{\delta I_h}{\delta R_h} \text{ gdje je konstanta } K_h = \frac{R_h}{I_h'}$$

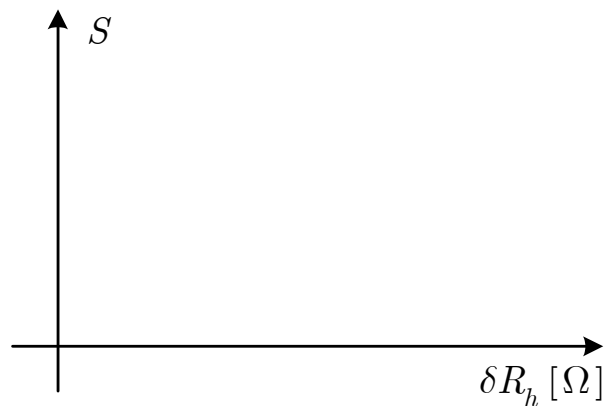
$$S_a = K_a \frac{\delta I_a}{\delta R_h} \text{ gdje je konstanta } K_a = \frac{R_h}{I_a'}$$

...

...

Dobijene osjetljivosti struja pojedinih grana kola uporediti. Za jednu od grana snimiti funkciju osjetljivosti  $S_h = f(\delta R_h)$ . Vrijednost otpornosti  $R_h = 100\Omega$ .

$\delta R_h [\Omega]$	100	200	...					1000
$I_h [\text{A}]$								
$\delta I_h = I_h - I_h' [\text{A}]$								
$S_h$								



## VJEŽBA BROJ 2

### KALEM, KONDENZATOR I OTPORNIK U KOLU NAIZMJENIČNE STRUJE

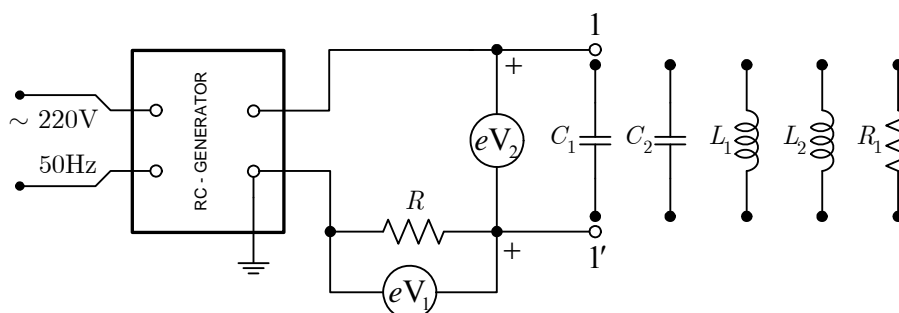
#### 1. ZADATAK VJEŽBE

Odrediti zavisnost reaktansi kalema i kondenzatora i otpornosti otpornika od učestanosti i od parametara  $L$ ,  $C$  i  $R$ . Predstaviti grafički dobijene zavisnosti u funkciji od učestanosti.

#### 2. POTREBNI PRIBOR

- 1) RC – generator
- 2) Dva elektronska voltmetra
- 3) Dva kondenzatora kapacitivnosti  $C_1 = 0.05\mu\text{F}$  i  $C_2 = 0.01\mu\text{F}$
- 4) Dva kalema induktivnosti  $L_1 = 50\text{mH}$  i  $L_2 = 10\text{mH}$
- 5) Dva otpornika otpornosti  $R = 500\Omega$  i  $R_1 = 1000\Omega$

#### 3. ŠEMA VEZA



#### 4. POSTUPAK PRI RADU

I) Kondenzator kapacitivnosti  $C_1$  priključiti na krajeve 1-1'. Podesiti napon na izlazu RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost generatora (2 – 20 kHz) mjeriti vrijednosti napona na krajevima kondenzatora i otpornika. Obratiti pažnju na opseg instrumenta. Paralelno kondenzatoru  $C_1$  priključiti kondenzator  $C_2$  i ponoviti mjerenja. Izmjerene vrijednosti u prvom i u drugom slučaju unijeti u tabelu I, izračunati vrijednosti za  $X_C$  i dobijene rezultate prikazati grafički. Napon na RC-generatoru podesiti na nulu i isključiti kondenzatore iz kola ( $X_C = \frac{U_C}{I}$ ,  $I = \frac{U_R}{R} \Rightarrow X_C = \frac{U_C}{U_R} R$ ).

II) U ovom dijelu vježbe posmatraju se kalemovi u kolu naizmjenične struje. Na krajeve 1-1' poveže se kalem induktivnosti  $L_1$ . Podesiti napon na RC – generatoru na 10V. Mijenjajući učestanost generatora kao i u prvom dijelu, mjeriti napone na krajevima kalema i otpornika. Drugo mjerenje izvršiti kada su u kolu na krajevima 1-1' priključeni redno povezani kalemovi  $L_1$  i  $L_2$ .



## VJEŽBA BROJ 3

### SNIMANJE KRIVIH NAPONA I STRUJE U $RL$ ODNOSNO $RC$ KOLU ZA RAZNE OBLIKE EKSTITACIJE

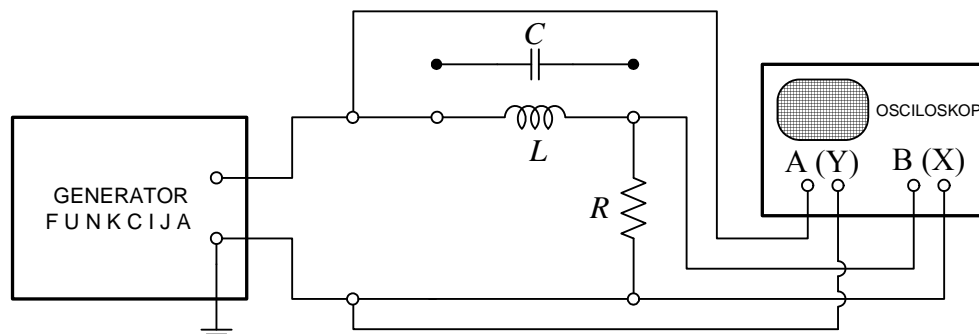
#### 1. ZADATAK VJEŽBE

Snimiti oblike napona i struje na ulazu  $RL$  odnosno  $RC$  kola za razne oblike eksitacije i razne vrijednosti učestanosti. Za prostoperiodičnu eksitaciju odrediti faznu razliku između napona i struje na ulazu u  $RL$  odnosno  $RC$  kola.

#### 2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Generator funkcija
- 2) Osciloskop
- 3) Kalem induktivnosti 47,8 mH
- 4) Kondenzator kapacitivnosti 71 nF
- 5) Otpornik otpornosti 600  $\Omega$

#### 3. ŠEMA VEZA



#### 4. POSTUPAK PRI RADU

Odabrati oblik eksitacije na generatoru funkcija. Priključiti kanal **A(Y)** osciloskopa na izlaz generatora i snimiti oblik napona. Zatim kanal **B(X)** osciloskopa priključiti na krajeve otpornosti u  $RL$  kolu i snimiti oblik struje u tom kolu. Ponoviti postupak za nekoliko različitih frekvencija (na primjer za 50Hz, 1kHz, 10kHz). Na generatoru funkcija izabrati drugi oblik eksitacije i ponoviti gore navedeni postupak.

U slučaju prostoperiodične eksitacije očitati sa osciloskopa faznu razliku između napona i struje na ulazu kola i uporediti je sa izračunatom vrijednošću prema relacijama i to:

- 1) Za  $RC$  kolo  $\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$
- 2) Za  $RL$  kolo  $\varphi = \arctan \frac{1}{\omega RC}$

Snimljene krive nacrtati na milimetarskom papiru.



# VJEŽBA BROJ 4

## FAZNA REZONANSA I ANTIREZONANSA U KOLU NAIZMJENIČNE STRUJE

### A) FAZNA REZONANSA (NAPONSKA REZONANSA)

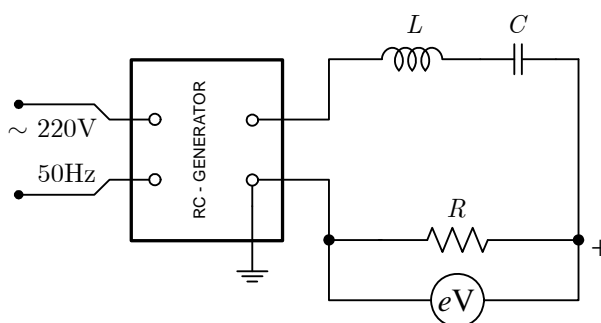
#### 1. ZADATAK VJEŽBE

U rednom  $RLC$  - kolu odrediti zavisnost struje od učestanosti i nacrtati grafik promjene  $I = I(f)$ . Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna rezonansa. Izmjeriti padove napona na krajevima kalema i kondenzatora u režimu rezonanse i nacrtati fazorski dijagram napona.

#### 2. POTREBNI PRIBOR

- 1) RC – generator
- 2) Kalemovi različitih induktivnosti (30.4mH , 25.9mH)
- 3) Kondenzatorska kutija
- 4) Kutija otpornika
- 5) Elektronski voltmetar

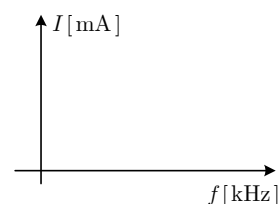
#### 3. ŠEMA VEZA



#### 4. POSTUPAK PRI RADU

Formirati kolo prema šemi i odabrati pogodne vrijednosti za elemente kola. Podesiti napon na krajevima RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost izvora, mjeriti jačinu struje u kolu ( $I = U_{ef} / R$ ). U slučaju fazne rezonanse u kolu je  $\text{Im}\{Z_{ul}\} = 0$ , pa struja ima maksimalnu vrijednost. Izmjeriti napone na krajevima kalema i kondenzatora pri rezonansi. Dobijene rezultate unijeti u datu tabelu. Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna rezonansa.

$R =$	$f$ [kHz]	0.5	1	...	5	5.5	$\omega_r =$
$L =$	$U$ [V]						$I_r =$
$C =$	$I$ [A]						$U_{L_r} =$
							$U_{C_r} =$

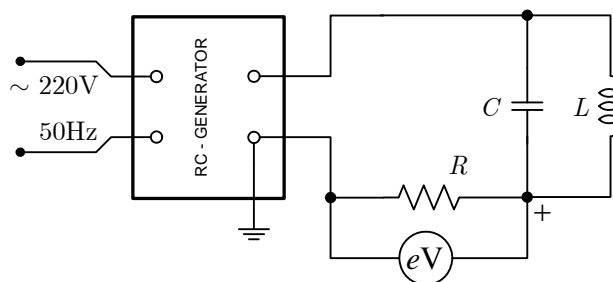


## A) FAZNA ANTIREZONANSA (STRUJNA REZONANSA)

### 1. ZADATAK VJEŽBE

Odrediti zavisnost ukupne struje paralelne  $RLC$  veze od učestanosti i nacrtati grafik promjene  $I = I(f)$ . Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna antirezonansa.

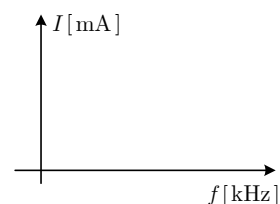
### 2. ŠEMA VEZA



### 4. POSTUPAK PRI RADU

Podesiti napon na krajevima RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost izvora, mjeriti jačinu ukupne struje u kolu. Struju mjeriti indirektno mjereći napon na krajevima otpornika ( $I = U_{ef} / R$ ). Pošto je u režimu fazne antirezonanse  $\text{Im}\{Y_{ul}\} = 0$ , struja ima najmanju vrijednost. Popuniti datu tabelu i nacrtati grafik promjene  $I = I(f)$ . Mjerenjem dobijene rezonantne učestanosti uporediti sa teorijski izračunatim rezonantnim učestanostima  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ( $\omega = 2\pi f$ ).

$R =$	$f$ [kHz]	0.5	1	...	5	5.5	$\omega_r =$
$L =$	$U$ [V]						$I_r =$
$C =$	$I$ [A]						$U_{L_r} =$
							$U_{C_r} =$



# VJEŽBA BROJ 5

## ODREĐIVANJE "y" PARAMETARA MREŽE SA DVA PARA KRAJEVA

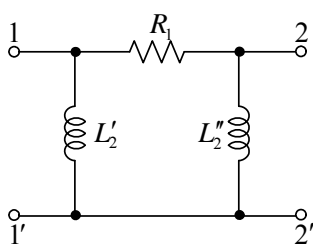
### 1. ZADATAK VJEŽBE

- a) Mjerenjem odrediti "y" parametre za mreže sa dva para krajeva "Π" i "T" tipa.  
b) Odrediti "y" parametre paralelno povezanih mreža koristeći rezultate iz prvog dijela vježbe i dobijene rezultate provjeriti direktno, mjerenjem.

### 2. POTREBNI PRIBOR

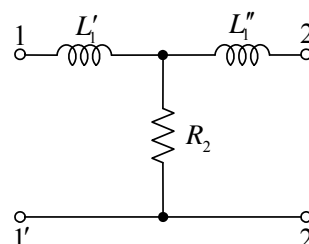
- 1) Autotransformator
- 2) Vektormetar
- 3) Dvije mreže sa dva para krajeva:

a)



$$R_1 = 10\Omega, L_2' = 23.9\text{mH}, L_2'' = 18.2\text{mH}$$

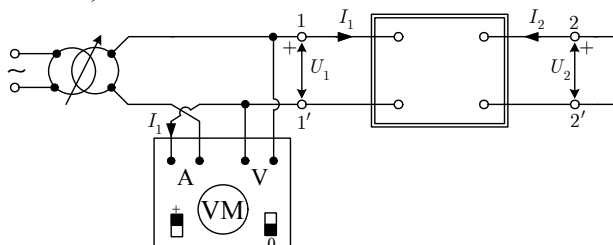
b)



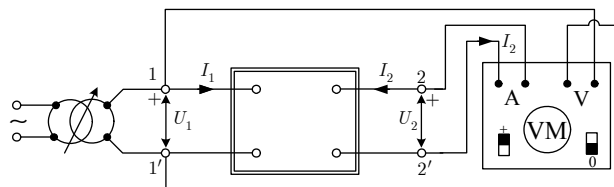
$$R_2 = 8\Omega, L_1' = 30.4\text{mH}, L_1'' = 14.3\text{mH}$$

### 3. ŠEMA VEZA

šema a)

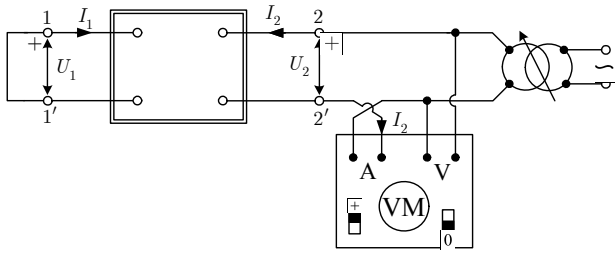


šema b)

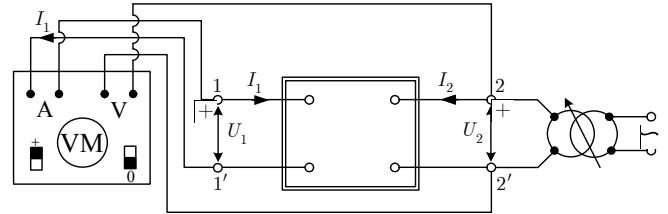


Mjerenje struja  $I_1$  i  $I_2$  i napona  $U_1$  pri uslovu  $U_2 = 0$ .

šema c)



šema d)



Mjerenje struja  $I_1$  i  $I_2$  i napona  $U_2$  pri uslovu  $U_1 = 0$ .

#### 4. POSTUPAK PRI RADU

a) Formirati prvo mrežu sa dva para krajeva "Π" tipa . Pomoću vektrometra izmjeriti struje  $I_1$  i  $I_2$  i napon  $U_1$  kada su krajevi mreže 22' kratko spojeni ( $U_2 = 0$ ). Krajevi 11' mreže priključeni su na krajeve autotransformatora (napon  $U_1$  odabrati do 5V). Mjerenja izvršiti prema šemama a) i b).

Za istu mrežu izmjeriti struje  $I_1$  i  $I_2$  i napon  $U_2$  u kolu, kada su krajevi mreže 11' kratko spojeni ( $U_1 = 0$ ), krajevi 22' mreže priključeni su na izvode autotransformatora. Mjerenja izvršiti prema šemama c) i d).

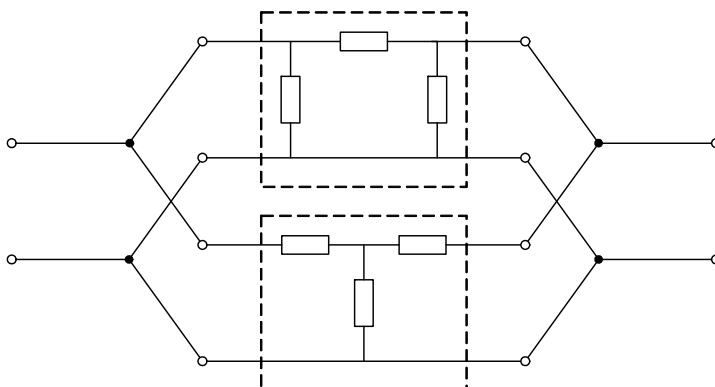
Iz dobijenih podataka mogu se odrediti "y" parametri prema sledećim relacijama:

$$\begin{aligned} y_{11} &= \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} & y_{12} &= \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \\ y_{21} &= \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} & y_{22} &= \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} \end{aligned}$$

Isti postupak ponoviti za mrežu "T" tipa.

**Sa vektrometrom raditi vrlo oprezno. Na vektrometru se ne smiju vršiti nikakve promjene veza dok se kolo ne isključi sa mreže.**

b) Mreže "Π" i "T" tipa povezati paralelno. Pošto je paralelna veza posmatranih mreža regularna, "y" parametri ekvivalentne mreže se dobijaju kao zbir odgovarajućih "y" parametara pojedinih mreža. Koristeći rezultate prvog dijela vježbe odrediti "y" parametre paralelne veze mreža i dobijene rezultate provjeriti direktnim mjerenjem prema šemama a) i b).



$$\begin{aligned} y_{11e} &= y'_{11} + y''_{11} \\ y_{12e} &= y'_{12} + y''_{12} \end{aligned}$$

# VJEŽBA BROJ 6

## A) ODREĐIVANJE PARAMETARA EKVIVALENTNOGNAPONSKOG GENERATORA (THEVENIN-OVA TEOREMA)

### 1. ZADATAK VJEŽBE

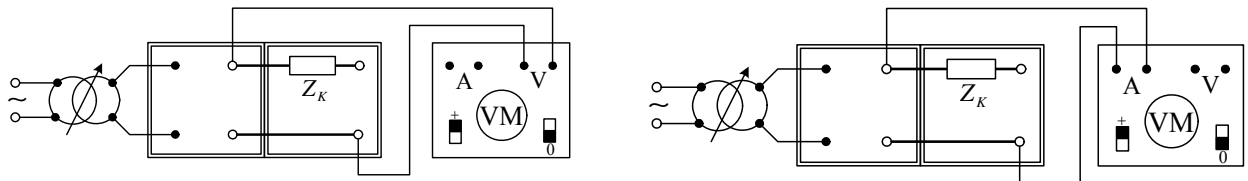
Odrediti parametre ekvivalentnog naponskog generatora ( $E_T$ ,  $Z_T$ ,  $Z_{ek}$ ). Izračunati struju na osnovu relacije date Thevenin-ovom teoremom, a zatim izmjeriti struju direktno i uporediti je sa izračunatom vrijednošću.

### 2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Vektormetar
- 2) Autotransformator
- 3) Složeno električno kolo postavljeno na panelu

### 3. POSTUPAK PRI RADU

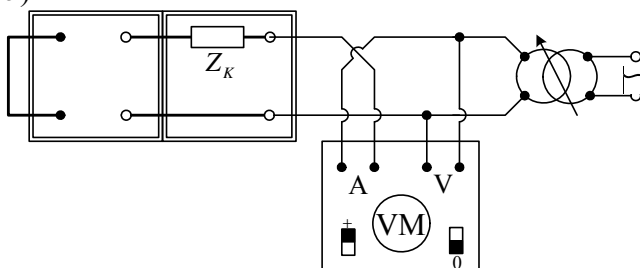
a)



Napon na izlazu iz autotransformatora podesiti na vrijednost  $U = 5V$ . Zapisati pokazivanja instrumenata mjereći prvo jednu veličinu pa drugu. Ovim mjerenjima se određuje  $Z_T$ , jer je:

$$Z_T = \frac{U_V}{I_A} \text{ a } E_T = U_V.$$

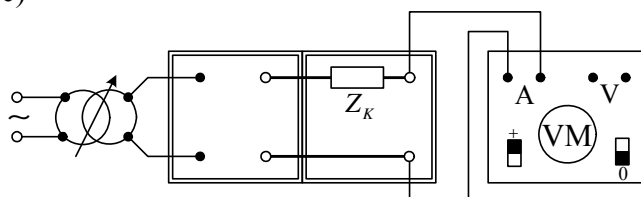
b)



Ako se instrumenti povežu prema ovoj šemi mjerenjem struje i napona određuje se ekvivalentna (ulazna) impedansa kola, odnosno:

$$Z_{ek} = \frac{U_V}{I_A} = Z_T + Z_K.$$

c)



Mjerenjem struje u datoj grani kola direktno, provjeravamo prethodni postupak. Izmjerena struja prema šemi c) treba biti jednaka struji izračunatoj prema relaciji:

$$I = \frac{E_T}{Z_{ek}} = \frac{E_T}{Z_T + Z_K}$$

## B) PROVJERA REGULARNOSTI VEZIVANJA MREŽA SA DVA PARA KRAJEVA

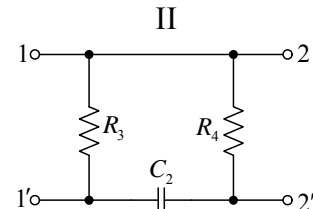
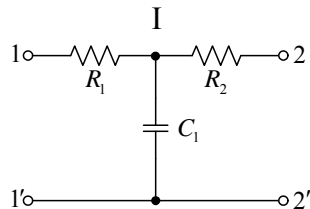
### 1. ZADATAK VJEŽBE

Za dvije osnovne mreže (I i II) sa dva para krajeva prema šemi provjeriti regularnost njihove veze:

- Redne
- Paralelne
- Redno-paralelne
- Paralelno-redne

### 2. POTREBNI PRIBOR

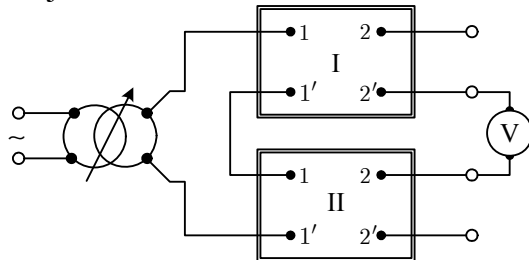
- Autotransformator
- Voltmetar (10mV – 10V)
- Dva panela na kojima se nalaze dvije osnovne mreže sa dva para krajeva prema šemi I i II.



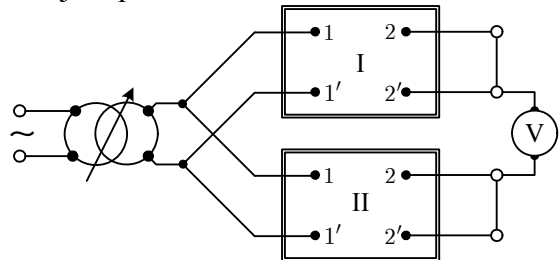
### 3. POSTUPAK PRI RADU

Ako je napon na voltmetru  $U_V = 0V$  tada je data mreža regularna, a u protivnom nije. Postupak provjere regularnosti vezivanja mreža sprovodi se prema sledećim šemama:

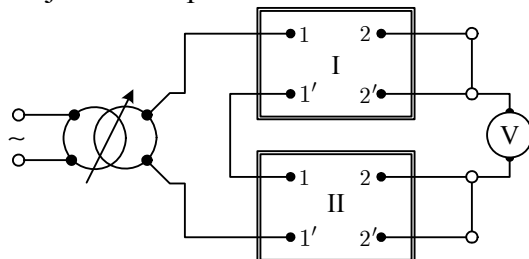
a) Provjera redne veze



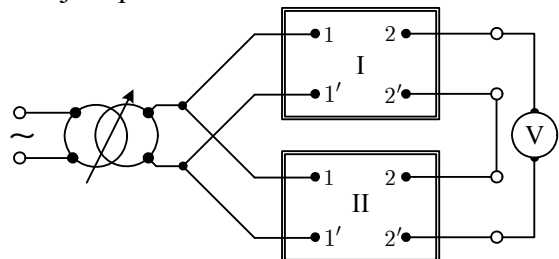
b) Provjera paralelne veze



c) Provjera redno-paralelne veze



d) Provjera paralelno-redne veze



### 4. DODATAK

**Definicija pojma regularnosti:** Za dvije ili više mreža sa dva para krajeva kažemo da su vezane regularno ako bilo koji sistem parametara (primarnih ili sekundarnih) tih mreža ostaje nepromijenjen poslije bilo kojeg načina vezivanja.

## VJEŽBA BROJ 7

### ODREĐIVANJE SIMETRIČNIH KOMPONENTI NAPONA TROFAZNOG KOLA

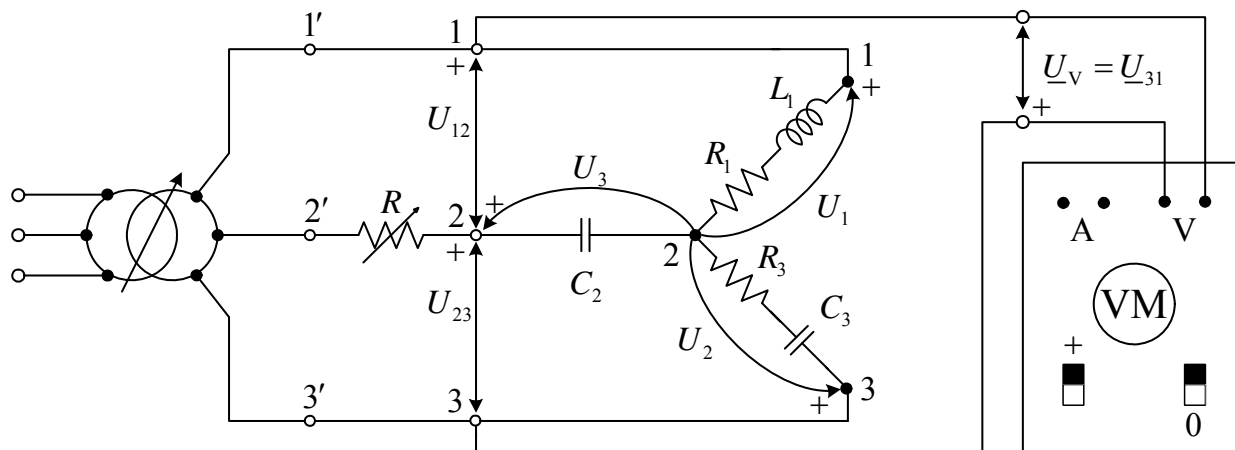
#### 1. ZADATAK VJEŽBE

U neuravnoteženom trofaznom kolu prikazanom na šemi, odrediti simetrične komponente faznih napona prijemnika povezanog u zvijezdu, koristeći se rezultatima dobijenim mjerenjem i grafičkom metodom.

#### 2. POTREBNI PRIBOR

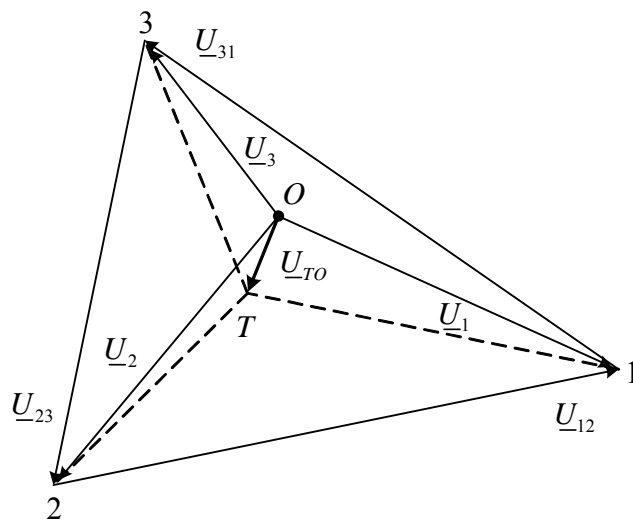
- 1) Trofazni prijemnik
- 2) Trofazni autotransformator
- 3) Vektormetar
- 4) Promjenljivi otpornik

#### 3. ŠEMA VEZA



#### 4. POSTUPAK PRI RADU

a) Dato trofazno kolo priključiti na nesimetričan sistem linijskih napona  $\underline{U}_{12}$ ,  $\underline{U}_{23}$ ,  $\underline{U}_{31}$ . Tokom mjerenja napon izvora održavati konstantnim (reda 10V). Vektormetrom izmjeriti linijske napone  $\underline{U}_{12}$ ,  $\underline{U}_{23}$ ,  $\underline{U}_{31}$  i fazne napone  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{U}_3$ . Izabrati pogodnu razmjernu za napone i nacrtati fazorski dijagram linijskih i faznih napona. Grafički odrediti težište  $T$  trougla linijskih napona. Fazor koji spaja zvjedište faznih napona i težište  $T$  trougla linijskih napona, predstavlja nultu komponentu faznih napona  $\underline{U}_0 = \underline{U}_{TO}$ .

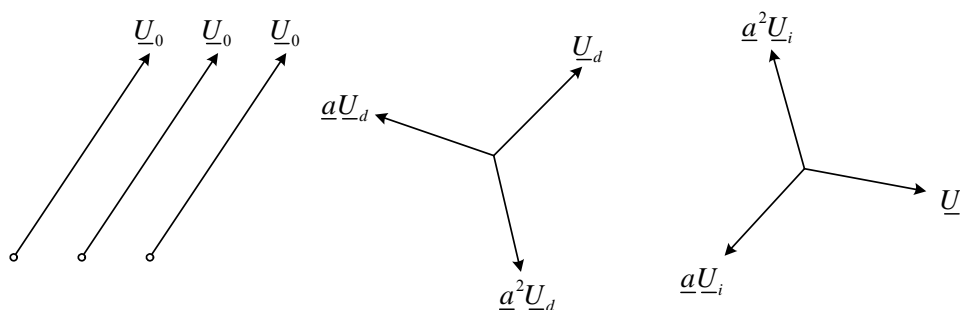


b) Direktnu i inverznu komponentu faznih napona odrediti grafički iz poznatih linijskih napona prema relacijama:

$$\underline{U}_{dp} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{12} - \underline{a}^2 \underline{U}_{23})$$

$$\underline{U}_{ip} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{12} - \underline{a} \underline{U}_{23})$$

Množenjem kompleksnog broja s kompleksnim operatorom  $\underline{a}$  odgovara rotiranju fazora za ugao od  $120^\circ$  u pozitivnom smjeru (obrnuto smjeru okretanja kazaljke na časovniku). Nacrtati, u prethodno odabranoj razmjeri za napone, fazorske dijagrame direktnog, inverznog i nultog sistema simetričnih komponenti faznih napona.



c) Grafički odrediti fazore faznih napona  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  i  $\underline{U}_3$  sabirajući odgovarajuće fazore nultog, direktnog i inverznog sistema simetričnih komponenti, određenih u prvom dijelu vježbe, prema sledećim relacijama:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 + \underline{U}_{dp} + \underline{U}_{ip}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \underline{U}_{dp} + \underline{a} \underline{U}_{ip}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_0 + \underline{a} \underline{U}_{dp} + \underline{a}^2 \underline{U}_{ip}$$

Grafički dobijene vrijednosti uporediti sa mjerenim.