



Osnove računarstva II

MATLAB / Octave - Uvod

Šta je MATLAB?

- MATLAB (**MAT**rix **LAB**oratory) je **okruženje za numeričke proračune** i **programski jezik** koji proizvodi firma MathWorks.
- MATLAB omogućava:
 - lako manipulisanje matricama,
 - grafički prikaz funkcija (2D i 3D grafika) i fitovanje,
 - implementaciju algoritama,
 - kreiranje grafičkog korisničkog interfejsa,
 - povezivanje sa programima pisanim u drugim jezicima, uključujući C, C++, Java, Fortran.
- Posjeduje visoke performanse u numeričkim proračunima, i omogućava znatno elegantnije proračune nego što to čine programski jezici poput Fortran-a, Pascal-a, C-a.
- MATLAB je interpreter – izvršava komande jednu za drugom bez prevođenja (kompajliranja).

Open source alternativa?

- Nedostatak MATLAB-a je visoka cijena licence.
- Alternativa MATLAB-u je Octave
 - Open source (GNU Licenca)
 - Aktuelna Windows verzija je 4.2.1.
 - Može se naći na <http://www.gnu.org/software/octave/>
<https://ftp.gnu.org/gnu/octave/>
- Prednost Octave je dobra kompatibilnost sa Matlab-om.
- Nedostaci su mu siromašniji korisnički interfejs, te manja brzina izvršavanja.

Šta je MATLAB?

- Radno okruženje MATLAB-a ima više prozora. Naš fokus će biti na „Command window“ prozoru.
- Komande ćemo unositi u komandnom prozoru, nakon komandnog prompta >>
- Operacije i iskazi se pišu, kada god je to moguće, na prirodan način – kao na papiru.
- Jednostavna izračunavanja vršimo tako što otkucamo izraz i pritisnemo taster ENTER.
- Ne sadrži izraze za određivanje dimenzija ili tipa matrice, već se tip i dimenzije određuju automatski prilikom dodjele vrijednosti nekoj promjenljivoj.
- Svi specijalni slučajevi pravougaone matrice slijede pravila za opšti slučaj, osim u nekim operacijama (biće naglašeno).

MATLAB promjenljive

- Naziv promjenljive čine slova, brojevi i karakter `_` (mora početi slovom)
`Studenti2013`, `S2`, `s5`, `mtf2013`, `mala_slova`
- Razlikuju se mala i velika slova (npr. `a` i `A` su dvije promjenljive).

MATLAB/Octave izraz

- Oblik: `promjenljiva = izraz`
`abc = 1234;` => cijeli broj 1234 se dodjeljuje promjenljivoj `abc`
- Ako se izostavi promjenljiva sa lijeve strane znaka `=`, privremena promjenljiva `ans` poprima vrijednost izraza koji se izračunava. `ans` pamti posljednju dodijeljenu vrijednost.
- Tačka-zarez na kraju izraza sprečava ispis vrijednosti promjenljive na ekranu. Zarez omogućava pisanje više iskaza u jednom redu, uz prikaz rezultata.

Tipovi podataka u MATLAB-u/Octave

- Osnovni tip podataka je matrica (brojeva).
- Skalar je matrica dimenzije 1x1
 - `A = 2.3;` => realan broj (za odvajanje cijelog i decimalnog dijela broja se koristi tačka, **nikako zarez**)
 - `B = 3e-5;` => realan broj u eksponencijalnom zapisu $3 \cdot 10^{-5}$
 - `C = 2+3i;` => kompleksan broj
 - `T = 'tekst';` => tekstualna promjenljiva – string
- Numerički podaci su podrazumijevano tipa `double` (skalar `double`, kompleksan broj tipa `double+i*double`).
- Nakon `%` se unosi komentar, tj. taj dio koda se ne izvršava.

Matrice u MATLAB-u / Octave

- Promjenljiva (matrica) se može kreirati direktnim unošenjem elemenata unutar uglastih zagrada `[]` (eksplicitna lista elemenata).
- Elementi u jednoj vrsti se odvajaju zarezima ili razmacima. U sljedeću vrstu se prelazi korišćenjem tačke-zarez ili sa Enter:

```
>> A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]
```

```
A =
```

```
1 2 3
```

```
4 5 6
```

```
7 8 9
```

- Vektor je specijalna matrica u kojoj je jedna dimenzija 1, pa imamo:

Vektor vrstu

```
>> B = [1, 2, 3]
```

```
B =
```

```
1 2 3
```

Vektor kolonu

```
>> C = [1; 2; 3]
```

```
C =
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

- **Pristup elementima matrice**

$X =$

vrsta	6	1	20
	35	14	60
	81	20	27
			kolona

Pristup elementu:

$X(m,n)$

m – broj vrste

n – broj kolone

<code>>> X(1,1)</code> ans = 6	<code>>> X(1,2)</code> ans = 1	<code>>> X(1,3)</code> ans = 20
<code>>> X(2,1)</code> ans = 35	<code>>> X(2,2)</code> ans = 14	<code>>> X(2,3)</code> ans = 60
<code>>> X(3,1)</code> ans = 81	<code>>> X(3,2)</code> ans = 20	<code>>> X(3,3)</code> ans = 27

end označava poslednji elemenat **$X(\text{end}, \text{end})$** , može i **$X(\text{end}, \text{end}-1)$**

Specijalne matrice u MATLAB-u/Octave

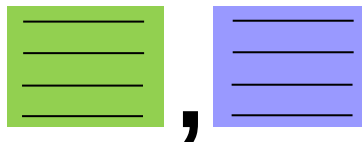
- MATLAB/Octave posjeduje i neke već unaprijed definisane matrice, kao što su:

<u>zeros(n)</u>	<u>ones(n)</u>	<u>eye(n)</u>
>>zeros(3) ans = 0 0 0 0 0 0 0 0 0	>>ones(3) ans = 1 1 1 1 1 1 1 1 1	>>eye(3) ans = 1 0 0 0 1 0 0 0 1
>>zeros(3,2) ans = 0 0 0 0 0 0	>>ones(3,4) ans = 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	>>eye(3,4) ans = 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0

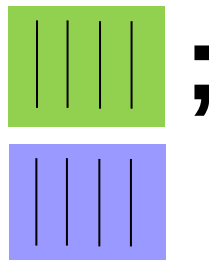
- rand(N,M)** daje matricu sa slučajnim vrijednostima uniformno raspodijeljenim u intervalu od 0 do 1.
- randn(N,M)** daje matricu sa slučajnim vrijednostima koje podliježu Gausovoj raspodjeli vjerovatnoća.
- magic(N)** daje „magični kvadrat“ (konstantan zbir elemenata po vrstama i kolonama i glavnoj dijagonali)

Kombinovanje matrica

- Jednostavnije matrice se mogu kombinovati u cilju dobijanja složenih matrica **bez direktnog unošenja elemenata**.
- Pravila za kombinovanje više matrica su jednostavna:
 - Složene matrice se zadaju u uglastim zagradama **[]**.
 - Ukoliko želimo nadovezati jednu matricu sa desne strane druge matrice, odvajamo ih zarezom. U ovom slučaju obje matrice moraju imati isti broj vrsta.



- Ukoliko želimo dodati matricu ispod druge matrice, odvajamo ih tačka zarezom. U ovom slučaju obje matrice moraju imati isti broj kolona.



Formiranje složenih matrica

■ **Primjer:** Bez direktnog unošenja elemenata, formirati matricu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 10 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

```
>> A = [eye(3), ones(3, 2); zeros(2, 5)]
```

A =

1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Formiranje složenih matrica

■ **Primjer:** Bez direktnog unošenja elemenata, formirati matricu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

```
>> A = [eye(3), [ones(1, 2); zeros(2)]; ones(2, 3), 2 * ones(2)]
```

A =

```
1      0      0      1      1
0      1      0      0      0
0      0      1      0      0
1      1      1      2      2
1      1      1      2      2
```

Operator :

- Osim unaprijed definisanih matrica, i matrica dobijenih njihovim kombinovanjem, bez direktnog navođenja elemenata se mogu zadavati i vektori koji predstavljaju aritmetički red, odnosno vektori kod kojih se svaka dva susjedna elementa razlikuju za istu vrijednost.
- Vektor sukcesivnih vrijednosti iz intervala $[a, b]$ sa korakom 1:

```
>> x = a : b
```

čime dobijamo vektor $[a, a+1, a+2 \dots b]$. Dakle, kreće se od a , a svaki sljedeći element se dobija dodavanjem jedinice tekućem elementu. Najveći element mora biti manji ili jednak gornjoj granici intervala b .

- Vektor vrijednosti iz intervala $[a, b]$ se može dobiti i sa definisanim korakom c :

```
>> x = a : c : b % [a, a+c, a+2*c ... a+n*c ], a+n*c < b
```

- Matrica se može dobiti i kao rezultat izračunavanja iskaza, izvršavanja funkcija, kreiranjem u m-fajlovima i unošenjem iz spoljašnjih fajlova.

Formiranje aritmetičkog reda – primjeri

```
>> A = 1 : 7
```

A =

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

```
>> B = 0.2 : 5
```

B =

0.2000	1.2000	2.2000	3.2000	4.2000
--------	--------	--------	--------	--------

```
>> C = 0.2 : 0.1 : 0.6
```

C =

0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000
--------	--------	--------	--------	--------

```
>> D = 9 : -1 : 1 %može ići od veće ka manjoj vrijednosti
```

D =

9	8	7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Kreiranje podmatrice i proširivanje matrice

- Navođenjem u uglastim zagradama brojeva vrsta i kolona, međusobno odvojenih zarezom, formira se podmatrica postojeće matrice sastavljena od elemenata koji se nalaze u presjeku navedenih vrsta i kolona.

X =
6 1 20
35 14 60
81 20 27

Y =
1 2 3 4

Z = 8
3
4

Elementi prve vrste,
prve i druge kolone

Elementi u koji pripadaju prvoj i
druvoj vrsti i prvoj i drugoj koloni

<pre>>> X1=X(1,[1:2]) X1 = 6 1</pre>	<pre>>> X2=X([1:2],[1:2]) X2 = 6 1 35 14</pre>	<pre>>> a=X(2:3,[1,3]) a = 35 60 81 27</pre>
<pre>>> b=X(:,[1,2]) b = 6 1 35 14 81 20</pre>	<pre>>> c=X(3,:) c = 81 20 27</pre>	<pre>>> A=[Y; [X, Z]] A = 1 2 3 4 6 1 20 8 35 14 60 3 81 20 27 4</pre>

- Navođenjem samo operatora **:** uzimaju se sve vrste, ili kolone, zavisno od toga gdje je naveden.

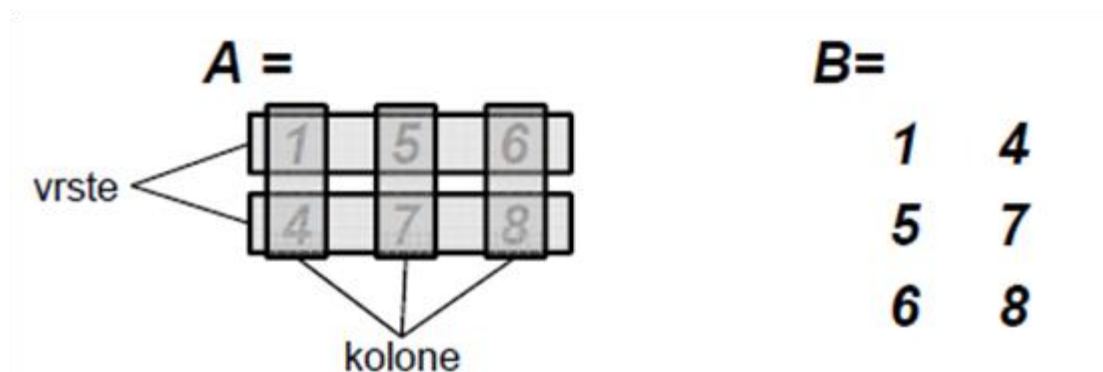
Primjer:

- Data je matrica A. Od zaokruženih djelova matrice formirati nove promjenljive **b**, **c**, **d** i **e**

$A =$					<code>b=A(1:3,1:3);</code> <code>c=A(1:4, 4);</code> <code>d=A(2:6, 5);</code> <code>e=A(5,2:4);</code>				
100	63	18	230	193					
130	114	181	291	96					
68	235	15	297	288					
174	204	125	237	218					
228	138	91	132	124					
159	170	262	149	223					
192	238	5	64	80					

Transponovana matrica

- Transponovana matrica neke matrice dobija se zamjenom vrsta sa kolonama.



- Operator transponovanja u MATLAB-u je apostrof:

$$B = A'$$

Ako je $A = [1, 5, 6; 4, 7, 8]$ onda je $B = [1, 4; 5, 7; 6, 8]$

Aritmetičke operacije

- Sabiranje +
- Oduzimanje -
- Množenje *
- Dijeljenje /
- Stepenovanje ^

- Redosljed operacija je određen na osnovu prioriteta: unarni minus, stepenovanje, množenje/dijeljenje, sabiranje/oduzimanje...
- Upotrebom zagrada može se promijeniti redosljed izračunavanja.
- Primjeri:

```
>> 1 + 3 * 2 ^ 4 / 6 - 9 %1+3*16/6-9 – prvo se stepenuje
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> 1 + (3 * 2) ^ 4 / (6 - 9)
```

```
ans =
```

```
-431
```

Promjena vrijednosti elemenata matrice

- Unesimo matricu

```
>> A=[1,2,3; 4,5,6; 7,8,9]
```

A =

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- Možemo promijeniti znak elementu 6 (druga vrsta i treća kolona), dodati broj 2 elementu 7 (treća vrsta i prva kolona) i dodijeliti vrijednost 0.5 elementu 8 (treća vrsta i druga kolona):

```
>> A(2,3)=-A(2,3); A(3,1)=A(3,1)+2; A(3,2)=0.5
```

A =

1.0000	2.0000	3.0000
4.0000	5.0000	-6.0000
9.0000	0.5000	9.0000

Tačka-zarez odvaja više naredbi u jednoj liniji i ne ispisuje rezultat

MATLAB konstante

- Ludolfov broj **pi** (3.1415...)
- Imaginarna jedinica **i** ili **j**
- Beskonačna vrijednost **Inf**
- Neodređena vrijednost (*not a number*) **NaN**
- Najmanji i najveći realni broj (po apsolutnoj vrijednosti) se mogu dobiti sa **realmin** i **realmax**, respektivno
- Dijeljenje nulom ne prekida izvršenje programa, kao u nekim jezicima, već, uz odgovarajuće upozorenje, nastaje vrijednost **Inf**
- **NaN** je rezultat neodređenih izraza **Inf/Inf** ili **0/0**.

Matrice i funkcije

- Tip funkcije:
 - ugrađena (unutrašnja, najbrže se izvršava),
 - M-fajl iz MATLAB/Octave biblioteke (spoljašnja),
 - funkcija korisnika (spoljašnja, M-fajl).
- Funkcija se poziva njenim imenom, argumenti se navode u malim zagradama () i razdvojeni su zarezom.
- Funkcija za određivanje dimenzije matrice je **size(A)**; broj vrsta - **size(A, 1)**; broj kolona - **size(A, 2)**.
- Funkcija za određivanje dužine vektora je **length(C)**, ukoliko je C matrica, vraća veću dimenziju.
- Ako funkcija vraća više vrijednosti, promjenljive koje ih prihvataju se navode u uglastim zagradama [] razdvojene zarezom:

```
>> [m,n] = size(A)
```

Neke od najviše korišćenih funkcija

- Parametri i povratne vrijednosti - rezultati funkcije su matrice.
- Korjenovanje: **sqrt(x)**
- Apsolutna vrijednost: **abs(x)**
- Prirodni logaritam: **log(x)**
- Logaritam sa osnovom 10: **log10(x)**, osnovom 2: **log2(x)**
- Eksponencijalna funkcija: **exp(x)**
- Trigonometrijske funkcije **sin(x)**, **cos(x)**, **tan(x)**, **asin(x)**, **acos(x)**, **atan(x)**

Primjer: Za vrijednost $x=2$, izračunati vrijednost izraza:

$$\sin^2 x + \sqrt[5]{x} + e^{2x^3} + \frac{\log(x+3)}{2x}$$

```
>> x = 2;  
>> sin(x)^2 + x^(1/5) + exp(2*x^3) + log10(x+3)/(2*x)
```

```
ans =  
8.8861e+006
```

Neke od najviše korišćenih funkcija - nastavak

- Snimanje promjenljive u fajl se vrši pomoću naredbe **save** :

save matrice a b => snima promjenljive a i b u fajl `matrice.mat`

save matrice a* => snimaju se sve promjenljive koje počinju slovom a u fajl `matrice.mat`

save matrice => ako se ne navedu imena promjenljivih, snimaju se sve promjenljive iz radnog prostora (eng. *workspace*) u fajl `matrice.mat`

- Učitavanje promjenljivih iz fajla u radni prostor se vrši naredbom **load**:

load matrice a b => učitavaju se promjenljive a i b iz fajla `matrice.mat`

load matrice a* => učitavaju se sve promjenljive koje počinju slovom a iz fajl `matrice.mat`

load matrice => ako se ne navedu imena promjenljivih, učitavaju se sve promjenljive iz fajl `matrice.mat` u radni prostor

Neke od najviše korišćenih funkcija - nastavak

- Brisanje promjenljive iz radnog prostora se vrši pomoću naredbe **clear**:
clear a b => brisanje promjenljivih a i b
clear a* => brisanje svih promjenljivih koje počinju slovom a
clear => brisanje svih promjenljivih iz radnog prostora
- Brisanje komandnog prozora se vrši naredbom **clc**.
- Snimanje sadržaja komandnog prozora u tekstualni fajl se vrši naredbom **diary**. Nakon te naredbe, sve što otkucamo u komandnom prozoru i rezultati koje dobijemo se snimaju u tekstualni fajl **diary.txt**.
- Izlistavanje svih promjenljivih koje se trenutno nalaze u radnom prostoru se vrši naredbom **who**, dok se detaljni prikaz dobija naredbom **whos**.