

**Prirodno-matematički fakultet / Matematika i računarske nauke / MATEMATIČKO MODELIRANJE**

|   |  |                 |                          |                            |
|---|--|-----------------|--------------------------|----------------------------|
| <b>Naziv predmeta:</b>                          | MATEMATIČKO MODELIRANJE  |                 |                          |                            |
| <b>Šifra predmeta</b>                           | <b>Status predmeta</b>   | <b>Semestar</b> | <b>Broj ECTS kredita</b> | <b>Fond časova (P+V+L)</b> |
| 5762  | Obavezan   | 1               | 5                        | 3+1+0                      |
| <b>Studijski programi za koje se organizuje</b> | Matematika i računarske nauke  |                 |                          |                            |
| <b>Uslovljenost drugim predmetima</b>           | kompletirane tri godine studija na smjerovima Matematika, Matematika i računarske nauke ili Računarske nauke   |                 |                          |                            |
| <b>Ciljevi izučavanja predmeta</b>              | Upoznavanje studenata sa metodima i ciljevima matematičkog modeliranja. Studentima će biti predstavljeni različiti jednostavni modeli (tzv. "toy models") iz različitih oblasti (Klasična mehanika, Termodinamika, Populaciona dinamika, Makroekonomija, Finansije, itd.). Samostalan rad studenata na projektu prema njihovom izboru. |                 |                          |                            |
| <b>Ishodi učenja</b>                            |  |                 |                          |                            |
| <b>Ime i prezime nastavnika i saradnika</b>     | Vladimir Jaćimović   |                 |                          |                            |
| <b>Metod nastave i savladanja gradiva</b>       | predavanja, konsultacije, projekti, prezentacije, samostalan rad   |                 |                          |                            |
| <b>Plan i program rada</b>                      |  |                 |                          |                            |
| Pripreme nedjelje                               | Priprema i upis semestra   |                 |                          |                            |
| I nedjelja, pred.                               | Metodi i cilj matematičkog modeliranja. Dometi i limiti matematičkog modeliranja. Koraci u izradi matematičkog modela. Hipoteze. Kalibracija i verifikacija modela. Primjer: model eksponencijalnog rasta populacije i model Ferholsta (logistička jednačina).   |                 |                          |                            |
| I nedjelja, vježbe                              | Rješenje logističke jednačine.   |                 |                          |                            |
| II nedjelja, pred.                              | Modeli klasične mehanike: male oscilacije klatna i čestica u bistabilnom potencijalnom polju. Modeli populacione dinamike (nastavak): dva modela ribolovstva. Modeli hemijskih reakcija prvog i drugog reda.   |                 |                          |                            |
| II nedjelja, vježbe                             | Analiza modela ribolovstva.  |                 |                          |                            |
| III nedjelja, pred.                             | Pojam ravnoteže u dinamičkim sistemima. Stabilnost po Ljapunovu. Teorema Ljapunova o linearnoj stabilnosti i funkcija Ljapunova. Klasifikacija položaja ravnoteže. Fazni portreti. Modeli populacione dinamike (nastavak): modeli interakcije dvije vrste Lotk   |                 |                          |                            |
| III nedjelja, vježbe                            | Rješavanje sistema običnih diferencijalnih jednačina u Matlabu. Vizualizacija rješenja.  |                 |                          |                            |
| IV nedjelja, pred.                              | Modeli populacione dinamike (nastavak): analiza modela Lotka-Voltera.  |                 |                          |                            |
| IV nedjelja, vježbe                             | Ispitivanje stabilnosti položaja ravnoteže u modelima Lotka-Voltera.   |                 |                          |                            |
| V nedjelja, pred.                               | Jednostavni modeli matematičke ekonomije: zadatak potrošačkih preferencija. Zadaci uslovne i bezuslovne optimizacije. Neophodni i dovoljni uslovi. Metod množitelja Lagranža.  |                 |                          |                            |
| V nedjelja, vježbe                              | Rješavanje jednostavnih zadataka o potrošačkim preferencijama metodom množitelja Lagranža.   |                 |                          |                            |
| VI nedjelja, pred.                              | Zadaci ekonomije i podjele resursa: Teorija igara i ravnoteža po Nešu. Primjer: transportni zadaci i zadatak optimalnog rutiranja.   |                 |                          |                            |
| VI nedjelja, vježbe                             | Diskusija seminarskih radova i projekata.  |                 |                          |                            |
| VII nedjelja, pred.                             | kolokvijum   |                 |                          |                            |
| VII nedjelja, vježbe                            | kolokvijum   |                 |                          |                            |
| VIII nedjelja, pred.                            | Slobodna nedjelja  |                 |                          |                            |
| VIII nedjelja, vježbe                           | Slobodna nedjelja  |                 |                          |                            |
| IX nedjelja, pred.                              | Stohastički modeli. Slučajni procesi, Braunovo kretanje, jednačina Lanževina.  |                 |                          |                            |
| IX nedjelja, vježbe                             | Simulacije nekih vjerovatnosnih raspodjela i nekih slučajnih procesa.  |                 |                          |                            |
| X nedjelja, pred.                               | Puasonov proces. Teorija masovnog opsluživanja.  |                 |                          |                            |
| X nedjelja, vježbe                              | Simulacije Puasonovih procesa.   |                 |                          |                            |
| XI nedjelja, pred.                              | Od stohastičkog prema determinističkom modelu: pojam o jednačini Fokera-Planka. Jednačina provođenja toplote. Pojam entropije. Termodinamički koncept ravnoteže.   |                 |                          |                            |

|  |   |   |   |   |   |                           |
|--|---|---|---|---|---|---------------------------|
| XI nedjelja, vježbe  | Varijacioni račun. Izoperimetrijski zadatak. Vjerovatnosne rasporeje sa maksimalnom entropijom.   |   |   |   |   |                           |
| XII nedjelja, pred.  | Matematički modeli finansijskih tržišta. Pojam opcije. Jednačina Black-Scholesa. Problemi matematičkog modeliranja. Jednačine reakcije-difuzije.  |   |   |   |   |                           |
| XII nedjelja, vježbe   | Rješenje jednačina reakcije-difuzije determinističkim i stohastičkim metodima.  |   |   |   |   |                           |
| XIII nedjelja, pred.   | Entropija. Zadatak o raseljavanju stanovništva u gradu. Zadatak procjene transportnih potoka. Obratni zadatak: procjena polazaka na osnovu transportnih potoka.   |   |   |   |   |                           |
| XIII nedjelja, vježbe  | Algoritmi za optimalno rutiranje. Genetski algoritmi. Slučajno traženje.  |   |   |   |   |                           |
| XIV nedjelja, pred.  | Osnovni pojmovi teorije bifurkacija. Neuronske mreže kao dinamički sistemi. Hopfildov model. Asocijativne memorije. Sinhronizacija oscilacija.  |   |   |   |   |                           |
| XIV nedjelja, vježbe   | Stohastička rezonansa. Problemi stohastičkih simulacija.  |   |   |   |   |                           |
| XV nedjelja, pred.   | Prezentacija projekata.   |   |   |   |   |                           |
| XV nedjelja, vježbe  | Prezentacija projekata.   |   |   |   |   |                           |
| <b>Opterećenje studenta</b>  | 3 sata predavanja + 1 sat vježbi + 3 sata samostalnog rada = 7 sati nedjeljno. Ukupno: 16 nedjelja x 7 sati = 112 sati  |   |   |   |   |                           |
| <b>Nedjeljno</b>   | <b>U toku semestra</b>  |   |   |   |   |                           |
| <b>5 kredita x 40/30=6 sati i 40 minuta</b><br>3 sat(a) teorijskog predavanja<br>0 sat(a) praktičnog predavanja<br>1 vježbi<br><b>2 sat(a) i 40 minuta</b><br>samostalnog rada, uključujući i konsultacije | Nastava i završni ispit:<br><b>6 sati i 40 minuta x 16 =106 sati i 40 minuta</b><br>Neophodna priprema prije početka semestra (administracija, upis, ovjera):<br><b>6 sati i 40 minuta x 2 =13 sati i 20 minuta</b><br>Ukupno opterećenje za predmet:<br><b>5 x 30=150 sati</b><br>Dopunski rad za pripremu ispita u popravnom ispitnom roku, uključujući i polaganje popravnog ispita od 0 do 30 sati (preostalo vrijeme od prve dvije stavke do ukupnog opterećenja za predmet)<br><b>30 sati i 0 minuta</b><br>Struktura opterećenja: <b>106 sati i 40 minuta (nastava), 13 sati i 20 minuta (priprema), 30 sati i 0 minuta (dopunski rad)</b> |   |   |   |   |                           |
| <b>Obaveze studenta u toku nastave</b>   |   |   |   |   |   |                           |
| <b>Konsultacije</b>  | 1 sat nedjeljno   |   |   |   |   |                           |
| <b>Literatura</b>  | J.D.Logan, W.Wolesensky "Mathematical Methods in Biology", John Wiley & Sons, NYC, 2009. J.D.Logan "Applied Mathematics, 4th edition", John Wiley & Sons, NYC, 2013.  |   |   |   |   |                           |
| <b>Oblici provjere znanja i ocjenjivanje</b>   | prisustvo (6 poena), 2 mala seminarska rada (2x5 poena), kolokvijum (32 poena), projekat (50 poena), prezentacija (12 poena).   |   |   |   |   |                           |
| <b>Posebne naznake za predmet</b>  | Nastava se uobičajeno izvodi na srpsko-hrvatskom jeziku. U slučaju potrebe, nastava se takođe može izvoditi na engleskom ili ruskom jeziku.   |   |   |   |   |                           |
| <b>Napomena</b>  |   |   |   |   |   |                           |
| <b>Ocjena:</b>   | F   | E   | D   | C   | B   | A                         |
| <b>Broj poena</b>  | manje od 50 poena   | više ili jednako 50 poena i manje od 60 poena | više ili jednako 60 poena i manje od 70 poena | više ili jednako 70 poena i manje od 80 poena | više ili jednako 80 poena i manje od 90 poena | više ili jednako 90 poena |